

---

# PSAM 방식의 SFBC OFDM 전송 시스템의 성능

최승국\*

Performance of SFBC OFDM Transmission Systems Using PSAM Technique

Seung-Kuk Choi\*

## 요약

OFDM 시스템에서 전송채널의 추정에는 보통 파일럿 심볼을 사용하여 이루어진다. 본 논문에서는 파일럿 심볼을 사용하는 PSAM 방식의 OFDM 전송 시스템에서 신호가 주파수 선택적인 시변 채널을 통하여 전송될 때 데이터의 비트 오류율을 구한다. 그러나 PSAM 채널 추정 시 에러로 인하여 비트 오류율이 증가된다. 비트 오류율 성능을 향상시키기 위하여, SFBC 안테나 다이버시티를 사용하는 OFDM 전송시스템이 사용될 수 있다. 이러한 PSAM SFBC OFDM 시스템들에서 데이터가 시간과 주파수 선택적인 페이딩 환경 하에서 전송될 때, 채널 추정 에러의 영향을 고려하여 데이터 비트 오류율 성능을 분석한다.

## ABSTRACT

Pilot symbol assisted modulation (PSAM) can be used for the channel estimation in orthogonal frequency division multiplexing (OFDM) transmission systems. However, imperfect channel estimates in PSAM systems degrade the bit error rate (BER) performance. I derive the BER of PSAM OFDM systems over time dispersive fading channels. The BER performance of OFDM systems with SFBC antenna diversity are analyzed, where data is transmitted over time and frequency selective Rayleigh fading channel. The performance of this PSAM SFBC OFDM systems, gauged by the average bit error rate, is analyzed considering the channel estimation error.

## 키워드

OFDM, PSAM, SFBC, 비트 오류율

## Key word

OFDM, PSAM, SFBC, bit error rate

---

\* 정회원: 인천대학교 정보통신공학과 교수(skchoi@incheon.ac.kr)

접수일자 : 2011. 01. 18

심사완료일자 : 2011. 02. 24

I. 서 론

OFDM(Orthogonal Frequency Division Multiplexing) 전송 방식에서는 송신하려는 데이터를 병렬화한 후에 이를 다수의 직교 부반송파를 사용해서 전송하기 때문에 심볼 주기가 짧은 고속 데이터 전송 시 발생하는 심볼 간 간섭(ISI: inter symbol interference) 문제를 해결할 수 있다[1].

송신 심볼이 다중 경로 전송으로 인한 주파수 선택적 Rayleigh 채널과 부가성 백색 가우스 잡음(AWGN: Additive White Gaussian Noise)채널을 통하여 전송될 때 그 크기 및 위상이 변화되어 성상도에 변화가 생긴다. 이러한 성상도를 원래의 정확한 모습으로 복원하기 위하여 파일럿 심볼을 이용한 변조 방식(PSAM: Pilot Symbol Assisted Modulation)이 시스템에 사용된다[2]. PSAM 방식은 데이터 심볼 이외에 크기와 위상이 알려진 파일럿 심볼들을 추가로 삽입하여 전송하는 방식이다. 수신단에서는 채널을 통하여 전송되어 온 이 파일럿 심볼들의 크기 및 위상 변화로부터 채널 상태를 추정하며, 이 추정치를 이용하여 데이터 심볼들의 크기 및 위상을 등화(equalization)시키는 방식이다.

그러나 부가성 백색 잡음과 여러 원인들에 의하여 정확한 추정 및 등화가 이루어지지 못하여 수신단에서 원래 데이터를 재생 시 비트 오류율(BER: Bit Error Rate)이 증가된다. 또한 단말기가 이동 시 발생하는 도플러 효과 등에 의해서 시간적으로 선택적인 전송 채널이 되어 OFDM 한 블록 심볼 시간 중에도 채널이 변하는 시변 채널(time variant channel)인 경우에 역시 인접 부반송파 간 간섭(ICI: Inter Carrier Interference)이 발생되어 BER이 증가된다[3].

OFDM 수신 시 비트 에러율(BER: bit error rate) 성능을 향상시키기 위하여 SFBC(Space Frequency Block Coding) 안테나 다이버시티 기법이 사용될 수 있다[4]. 본 논문에서는 이러한 시간 및 주파수 선택적 Rayleigh 페이딩 다중 경로 채널 하에서의 PSAM SFBC OFDM 시스템의 BER 성능을 분석하고자 한다.

II. OFDM 전송 시스템

PSAM 방식의 16-QAM OFDM 시스템 구성도가 그림 1에 도시되었다. 입력 데이터는 우선 I(Inphase) 성분 비트열과 Q(Quadrature) 성분 비트열로 나누어진다. 각 I와 Q성분은 함께 복소 심볼 X(k)로 매핑된다. QAM 매핑된 복소 심볼은 OFDM 변조기로 전송되며 그 복소 심볼은 병렬의 N개 부반송파로 역 푸리에 변환(IFFT : Inverse Fast Fourier Transform)에 의해 변조된다. IFFT 된 후 출력된 n번째 샘플값은 다음과 같다.

$$x(n) = (1/\sqrt{N}) \sum_{k=0}^{N-1} X(k) \exp(j2\pi nk/N) \quad (1)$$

채널 모델은 L 탭의 값을 가지는 유한 임펄스 응답 필터를 가정한다. 그러면 채널의 임펄스 응답은 다음과 같다.

$$h(t) = \sum_{l=0}^{L-1} z(l)\delta(t - \tau_l T_s) \quad (2)$$

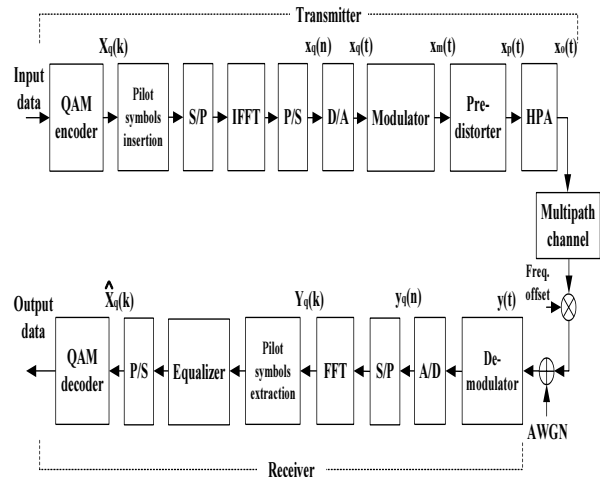


그림 1. OFDM 전송 시스템의 구성도  
Fig. 1 Block diagram of OFDM transmission system.

이 때  $z(l)$ 은 독립적이고 평균이 0인 복소 가우시안 랜덤 변수이고,  $\tau_l$ 는 샘플링 주기  $T_s$ 에 의해 정규화된  $l$ 번째 임펄스의 지연이며, 모든 채널 탭의 평균전력의 합은 1을 가정한다. 그러면 이러한 채널을 통하여 전송, 수신된 신호는 아래 식과 같다.

$$y(n) = \sum_{l=0}^{L-1} z(l)x(n-l) + w(n) \quad (3)$$

이때  $w(n)$ 은 샘플링 시간  $n$ 때 더해지는 AWGN 잡음이다. 이 수신 신호를 복조하기 위하여  $y(n)$ 은 FFT를 거쳐  $Y(k)$ 로 복조된다.

$$Y(k) = H(k)X(k) + W(k) \quad (4)$$

이때,

$$H(k) = \sum_{l=0}^{L-1} z(l) \exp(-j2\pi kl/N) \quad (5)$$

$$W(k) = (1/\sqrt{N}) \sum_{n=0}^{N-1} w(n) \exp(-j2\pi kn/N) \quad (6)$$

그러므로 심볼  $Y(k)$ 는  $k$ 번째 부반송파에 의해 전송된  $X(k)$ 과 주파수 영역 상의 전달함수  $H(k)$ 와 곱해지고 여기에 채널의 잡음  $W(k)$ 이 더해진 값이 된다. 파일럿 심볼이 주파수 영역 상에서 채널 전달 함수  $H(k) = \alpha \exp(j\theta)$ 을 추정하는데 사용된다.

모든  $N$ 개의 부반송파에  $N$ 개의 파일럿 심볼  $P(k) \in \{-1, 1\}$ 이 전송되어 진다. 다음 식 (7)과 같이, 수신단에서 채널 전달 함수는 수신된 샘플  $Y(k)$ 를  $P(k)$ 로 나눔으로써 추정될 수 있다(LS: Least Squares 채널추정).

$$\hat{H}(k) = \hat{\alpha} \exp(j\hat{\theta}) = \frac{Y(k)}{P(k)} \quad (7)$$

한편 MMSE(Minimum Mean-Squared Error) 추정 방식을 이용하면 LS 방식으로 추정된  $\hat{H}(k)$ 로 부터 AWGN 잡음에 더욱 강건한 채널 추정을 할 수 있다[5]. 먼저 채널

페이딩 크기가  $\hat{\alpha}$ 로 추정되고 정확한 위상 추정의 경우를 가정한다. 그러면 입력 심볼이  $\hat{H}(k)$ 로 나누어져 채널 등화된 다음에 16-QAM 복조기로 인가된 복소 심볼은 다음과 같다.

$$\hat{X}(k) = X(k) \frac{\alpha}{\hat{\alpha}} + \frac{W(k)}{\hat{\alpha}} \quad (8)$$

그러면  $\alpha$ 와  $\hat{\alpha}$ 에 따른 16-QAM의 비트 오류율은 다음 식과 같다.

$$P_Q(E|\alpha, \hat{\alpha}) \approx \frac{1}{4} \left\{ Q\left(\frac{d\alpha}{\sigma_n}\right) + Q\left(\frac{3d\alpha - 2d\hat{\alpha}}{\sigma_n}\right) + Q\left(\frac{-d\alpha + 2d\hat{\alpha}}{\sigma_n}\right) \right\} \quad (9)$$

각각의 비트 스트림에서, 16-QAM OFDM 심볼은  $Y(k) = \alpha \exp(j\theta)X(k) + W(k)$ 이다. 이때 식 (5)에서와 같이  $H(k) = \alpha \exp(j\theta)$ 는 독립적이고 평균이 0인 복소 랜덤 변수  $z(l) \exp(-j2\pi kl/N)$ 의 합이기 때문에,  $H(k)$ 도 역시 페이딩 평균 전력  $\Omega = E\{\alpha^2\} = E\{|H(k)|^2\} = 1$ 을 가지는 평균 값이 0인 복소 가우시안 랜덤 변수이다. 16-QAM 심볼 당 평균 에너지는  $E_S = 5d^2 T_s$ 이다. 앞으로 심볼 당 수신된 신호의 평균 에너지를  $\Omega E_S = 1$ 라고 하고 AWGN의 분산은  $\sigma_n^2 = 1/SNR$  (평균 신호 대 잡음 비)라고 가정한다. 그러므로  $d/\sigma = \sqrt{4\bar{\gamma}_b/5}$  이고, 여기서 데이터 비트 당 평균 SNR은  $\bar{\gamma}_b = \Omega E_S / N_0$ 가 된다. 페이딩 추정 값은  $\hat{H}(k) = \hat{\alpha} \exp(j\hat{\theta})$ 이므로 채널 등화된 16-QAM 복조기의 입력  $\hat{X}(k)$ 는 다음 식과 같다.

$$\hat{X}(k) = X(k) \cos\psi X_Q(k) \sin\psi \frac{\alpha}{\hat{\alpha}} + \frac{W(k)}{\hat{\alpha}} \quad (10)$$

여기서 위상 추정 에러  $\psi = \hat{\theta} - \theta$ 이다. Rayleigh 페이딩 크기  $\alpha$ 의 확률 밀도 함수(pdf : probability density function)는  $p(\alpha) = 2\alpha \exp(-\alpha^2)$ 이다. 그러므로 임

의의  $\alpha$  값에 의한 채널 크기와 위상 추정 값의 joint pdf 는 다음 식과 같다.

$$p(\hat{\alpha}, \psi|\alpha) = \frac{4\sqrt{b}\hat{\alpha}}{\pi} \exp[-4\sqrt{b}(\hat{\alpha}^2 - 2\alpha\hat{\alpha}^2\cos\psi + \alpha^2)] \quad (11)$$

그러면 식 (9) - (11)을 이용하여 채널 추정 에러를 고려한 16-QAM OFDM의 비트 오류율을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$P_b(E) \approx \int_{-\pi}^{\pi} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{1}{8} \{ Q[a\alpha(\cos\psi + 3\sin\psi)] + Q[a\alpha(\cos\psi + \sin\psi)] + Q[a(\alpha(3\cos\psi + 3\sin\psi) - 2\hat{\alpha})] + Q[a(\alpha(3\cos\psi + \sin\psi) - 2\hat{\alpha})] + Q[a(\alpha(-\cos\psi + 3\sin\psi) + 2\hat{\alpha})] + Q[a(\alpha(-\cos\psi + \sin\psi) + 2\hat{\alpha})] \} \times p(\hat{\alpha}, \psi|\alpha)p(\alpha)d\alpha d\hat{\alpha} d\psi \quad (12)$$

위 식에서  $\alpha = \sqrt{4\sqrt{b}/5}$  이다.

### III. SFBC 안테나 다이버시티

안테나 다이버시티 사용 방법으로 SFBC이 제시되었 다[4]. 이 방식에서는 두개의 신호가 두개의 안테나로 동 시에 전송되며 이 신호들은 각각 두개의 독립적인 채널 을 거쳐 한 개의 수신 안테나에 도착한다. 수신기에서 이 두 신호들을 결합시켜서 안테나 다이버시티 효과를 얻 게 된다. 이때 수신기에서 두 전송 채널에 대한 정확한 추정치가 요구된다. 지금까지의 논문들에서는 채널 추 정 에러에 의한 성능 열화가 연구되지 않았으므로 본 논 문에서는 이러한 채널 추정 에러의 영향까지 고려하여 시스템의 성능을 분석한다.

SFBC 방식에서는 전송하고자 하는 길이가  $N$ 인 데 이터 심볼 벡터  $X(k)$ 가 아래 식 (13)과 같이 각각 공간-주파수 부호화 블록  $X_{Tx_1}(k)$ 과  $X_{Tx_2}(k)$ 의 두 심볼로 부호화된다.

$$X_{Tx_1}(k) = [X(0) - X^*(1) \dots - X^*(N-1)]^T$$

$$X_{Tx_2}(k) = [X(1) X^*(0) \dots X^*(N-2)]^T \quad (13)$$

부호화된  $X_{Tx_1}(k)$ 과  $X_{Tx_2}(k)$ 은 각각 IFFT되어 OFDM 변조된 후, 첫 번째 안테나와 두 번째 안테나에 동 시에 전송된다. 그 길이가  $N$ 인  $X(k)$ 를 길이가  $N/2$ 인  $X_e(k)$ 와  $X_o(k)$ 의 even 및 odd 항으로 나누어 아래와 같이 표현하자.

$$X_e(k) = [X(0)X(2)\dots X(N-2)]^T$$

$$X_o(k) = [X(1)X(3)\dots X(N-1)]^T \quad (14)$$

또한  $X_{Tx_1}(k)$ 과  $X_{Tx_2}(k)$ 을 각각  $X_{Tx_1,e}(k)$ ,  $X_{Tx_1,o}(k)$ ,  $X_{Tx_2,e}(k)$  그리고  $X_{Tx_2,o}(k)$ 로 나누어 표 현한다. 그러면 식 (13)을 식 (14)와 같이 even 항과 odd 항 의 성분으로 다시 나타내면 아래 식 (15)와 같다.

$$X_{Tx_1,e}(k) = X_e(k), X_{Tx_1,o}(k) = -X_o^*(k)$$

$$X_{Tx_2,o}(k) = X_e^*(k), X_{Tx_2,e}(k) = X_o(k) \quad (15)$$

두 전송채널의 임펄스 응답  $h_1(n)$ ,  $h_2(n)$ 을 Fourier 변환시켜 얻은 diagonal 행렬이 전달함수  $H_1(k)$ ,  $H_2(k)$ 이 된다. 그러면 수신된 신호가 FFT되 어 OFDM 복조된 even 항과 odd 항의 심볼들은 다음 식 (16)과 같다.

$$Y_e(k) = H_{1,e}(k)X_e(k) + H_{2,e}(k)X_o(k) + W_e(k)$$

$$Y_o(k) = H_{1,o}(k)X_o^*(k) + H_{2,o}(k)X_e^*(k) + W_o(k) \quad (16)$$

그 다음 SFBC 복호기는 위 심볼들과 채널 추정값  $\widehat{H}_1(k)$ 와  $\widehat{H}_2(k)$ 을 이용하여 원 심볼의 추정값을 아 래 식 (17)과 같이 구한다.

$$\widehat{X}_e(k) = \widehat{H}_{1,e}^*(k)Y_e(k) + \widehat{H}_{2,o}(k)Y_o^*(k)$$

$$\widehat{X}_o(k) = \widehat{H}_{2,o}^*(k)Y_e(k) - \widehat{H}_{1,e}(k)Y_o^*(k) \quad (17)$$

이 때 채널의 주파수 선택성이 적어서 인접 부반송파에 대한 채널 전달함수가 거의 동일하여  $H_{1,e}(k) \approx H_{1,o}(k)$ 이고  $H_{2,e}(k) \approx H_{2,o}(k)$ 인 경우를 가정한다. 또한 수신기에서 정확한 채널 추정치가 가능한 이상적인 경우를 가정하면 식 (17)의 심볼 추정치는 아래 식 (18)과 같은 안테나 다이버시티 이득을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}\hat{X}_e(k) &= (|H_{1,e}|^2 + |H_{2,o}|^2)X_e + H_{1,e}^* W_e + H_{2,o} W_o^* \\ \hat{X}_o(k) &= (|H_{1,o}|^2 + |H_{2,e}|^2)X_e + H_{2,e}^* W_e - H_{1,o} W_o^*\end{aligned}\quad (18)$$

#### IV. 시뮬레이션 및 결과 분석

휴대 인터넷을 위한 TTA 표준에 의하면 FFT의 크기는  $N=1024$ 이며 채널의 대역폭은  $10\text{MHz}$ 이다. 따라서 부반송파 간격  $\Delta f = 9.766\text{kHz}$ 이며 OFDM 한 블록의 길이는 약  $0.1\text{ms}$ 이다. 먼저 OFDM 한 블록 시간 동안에는 모든 부반송파들에게 해당 채널에 1, -1, ... 모양의 파일럿 심볼들을 전송하여 전송 채널을 추정하고 그 다음 데이터가 보내지는 OFDM 블록 동안에는 수신단에서 추정된 채널 전달 함수를 이용하여 FFT된 심볼들을 등화 시킨다. 이 때 최대 도플러 주파수  $\text{fm}$  Hz을 가지는 도플러 페이딩 시변채널의 경우를 가정한다. 그림 1 OFDM 전송 시스템 구성도에서와 같이 입력 데이터는 Gray 코드를 이용하여 16-QAM 심볼로 매핑된다. 이 심볼들은 OFDM 변조되어 다중 경로 채널을 통하여 전송된다. TTA에서는 매크로 셀(macro cell) 크기를 반경  $1\text{km}$ 로 비교적 작게 규정하고 있다. 그러므로 본 논문에서는 최대 지연 시간이  $2\mu\text{s}$ 이고 rms 지연 시간이  $0.4\mu\text{s}$ 인 5탭(tap) 전력 지연 프로파일(power delay profile)을 가지는 주파수 선택적 채널 모델을 가정한다.

본 논문에서 구한 식들을 이용하여 컴퓨터 모의실험에 의한 방법으로 PSAM 16-QAM OFDM 시스템의 BER 성능을 구한다. OFDM은 채널의 시간 변화율이 큰 경우에 OFDM 심볼 주기 내에서 채널의 특성이 변화하게 되며 그로 인해 부반송파 사이에 ICI가 발생한다. 채널의

변화율은 도플러 주파수와 OFDM 심볼 주기에 따라 결정되며 단말기가 높은 속도로 이동하는 고속 페이딩 채널에서 심각한 ICI 왜곡이 발생하게 된다. 그림 2에 최대 도플러 주파수에 따른 BER이 컴퓨터 모의실험에 의한 방법으로 구해져 도시되었다. OFDM 시스템에서는 주파수 선택적 Rayleigh 채널이 각 부반송파에 대해서는 주파수 비선택적 채널이 되도록 시스템이 구성되는데, 이 경우에 이상적인 16-QAM OFDM 시스템의 BER 특성은 16-QAM 시스템의 BER 특성과 같다. 이 때 이상적인 곡선은 다음의 이론식과 같다[6].

$$P_b(r_b) = 3/4 Q(\sqrt{4/5 r_b}) \quad (19)$$

그림 2에서 정확한 채널추정 경우인 ideal 컴퓨터 시뮬레이션 결과 곡선은 이론식 (19)와 일치한다. 또한 LS 채널추정 경우의 시뮬레이션 결과는 이론적으로 구한 식 (12)의 결과와 잘 일치한다. 이 그림 2에서 채널 추정에러로 인하여 정확한 채널 추정의 이상적인 경우에 비하여  $\overline{\gamma}_b$ 가 대략 2.5 dB 정도 더 소요됨을 알 수 있다. 이 때  $\overline{\gamma}_b$ 는 비트당 신호의 평균 에너지/AWGN의 전력스펙트럼 크기이다.

그림 2에서와 같이 최대 도플러 주파수가 40 Hz인 경우에도 벌써 BER 성능이 저하되고 error floor가 발생된다. 그러므로 BER 성능을 향상시키기 위하여 두 개의 송신 안테나와 하나의 수신 안테나로 구성된 SFBC를 적용한 OFDM의 BER 성능이 컴퓨터 모의실험 방법으로 그림 3에 분석되었다. 그림 2와 3을 비교하면 최대 도플러 주파수가 40 Hz 이하인 경우에  $P_{be} = 10^{-3}$ 을 얻기 위해 SFBC 안테나 다이버시티 사용시  $\overline{\gamma}_b$ 가 8 dB 덜 소요된다.

그림 3에서와 같이 고속 이동의 시간적 선택적인 시변 채널이고 주파수 선택적 특성이 크지 않은 경우에, 인접 부채널 심볼 사이에 부호화를 적용하는 SFBC 방식을 이용하여 BER 성능을 더욱 향상시킬 수 있음을 알 수 있다.

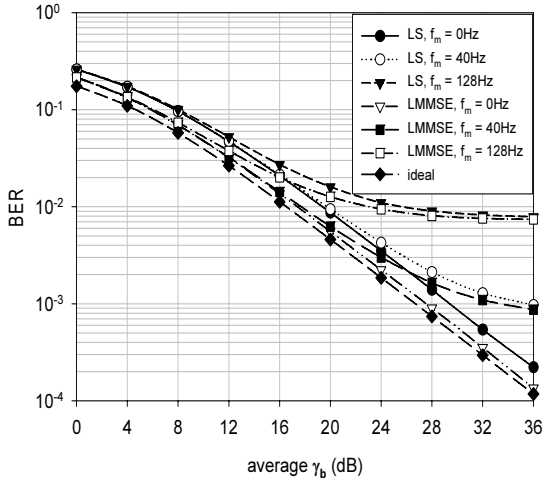


그림 2. PSAM OFDM 시스템의 BER 성능  
Fig. 2 BER performance of PSAM OFDM systems.

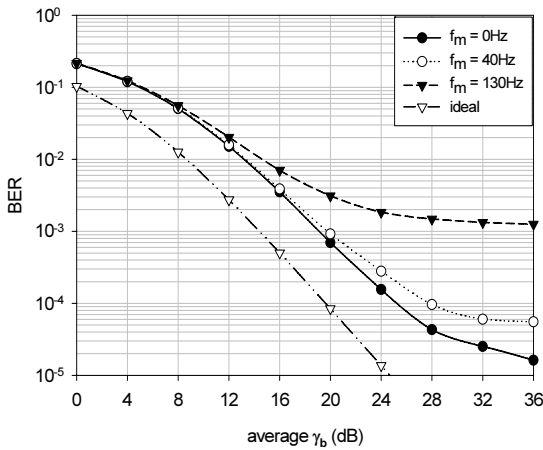


그림 3. SFBC 안테나 다이버시티를 사용한 PSAM OFDM의 BER 성능  
Fig. 3 BER performance of PSAM OFDM with SFBC antenna diversity

### V. 결 론

PSAM 채널 추정 방식을 사용하는 16-QAM OFDM 시스템의 BER 특성을 먼저 이론적으로 구하였다. 그 결과,

채널 추정 에러로 인하여 정확한 채널 추정의 이상적인 경우에 비하여  $\overline{\gamma}_b$ 가 대략 2.5 dB 정도 더 소요됨을 알 수 있었다. 이러한 이론적인 결과는 OFDM시스템 구성도에 따라 수행된 컴퓨터 모의실험의 결과와 정확히 일치 하였다.

OFDM 방식에서는 채널의 시간 변화율이 큰 경우에 부반송파 사이의 직교성이 파괴되는 문제가 있다. 최대 도플러 주파수가 40 Hz인 경우에도 별써 BER 성능이 저하되고 error floor가 발생한다. 그러므로 BER 성능을 향상시키기 위하여 두 개의 송신 안테나와 하나의 수신 안테나로 구성된 SFBC를 적용한 PSAM OFDM 시스템의 BER 성능이 컴퓨터 모의실험으로 분석되었다. 최대 도플러 주파수가 40 Hz 이하인 경우에  $P_{be} = 10^{-3}$ 을 얻기 위해 안테나 다이버시티를 사용하지 않는 경우에 비해  $\overline{\gamma}_b$ 가 8 dB 덜 소요됨을 알 수 있었다.

### 참고문헌

- [1] L. C. Cimini, Jr., "Analysis and simulation of a digital mobile channel using orthogonal frequency division multiplexing", IEEE Trans. Commun. vol. 33, no. 7, pp. 665-675, July 1985.
- [2] X. Tang, M.-S. Alouini, and A. J. Goldsmith, "Effect of channel estimation error on M-QAM BER performance in Rayleigh fading", IEEE Trans. Commun., vol. 47, no. 12, pp. 1856-1864, Dec. 1999.
- [3] M. Russell and G.L. Stüber, "Interchannel interference analysis of OFDM in a mobile environment", Proc. IEEE VTC'95, Chicago, IL, pp.820-824, July 1995.
- [4] K. F. Lee and D. B. Williams, " A Space-Frequency Transmitter Diversity Technique for OFDM systems", in Proc. GLOBECOM, pp.1473-1477, Nov.-Dec. 2000.
- [5] O. Edfors, M. Sandell and P. O. Börjesson, "OFDM channel estimation by singular value decomposition", IEEE Trans. Commun., vol. 46, no. 7, pp. 931-938, Jul. 1998.
- [6] J. G. Proakis, "Digital communications", McGraw Hill, New York, 1995, 3rd ed.

저자소개



**최승국(Seung-Kuk Choi)**

1988.12 Braunschweig Univ.  
공학박사

1989.3 - 현재: 인천대학교  
정보통신공학과 교수

※ 관심분야: 통신시스템, 이동통신, 동기