

인휠 시스템용 유성 기어 감속기의 응력 해석 및 개선 설계

Stress Analysis and Design Modification of the Planetary Gear Reducer of an In-wheel System

정성필¹, 정원선², 박태원^{1,✉}

Sung Pil Jung¹, Won Sun Chung² and Tae Won Park^{1,✉}

¹ 아주대학교 기계공학과 (Department of Mechanical Engineering, Ajou Univ.)

² 자동차부품연구원 (Korea Automotive Technology Institute)

✉ Corresponding author: park@ajou.ac.kr, Tel: 031-219-2952

Manuscript received: 2011.3.15 / Revised: 2011.4.1 / Accepted: 2011.4.1

The planetary gear reducer becomes more and more widely used in machine industries. The planetary gear reducer has a significant role to transmit power to wheel & tire module in the In-wheel system. Thus, the planetary gear reducer should have strong stiffness and durability. In this paper, the contact and bending stresses at the tooth of the planetary gear reducer are analyzed using MASTA, a commercial gear design and analysis software. Stress distribution at the tooth face of the sun, planetary and annulus gears are obtained using the finite element method. The design modification is performed using the response surface method. The usefulness of the design modification and optimization method presented in this paper is verified by comparing the maximum stresses of the original and optimized planetary gear tooth

Key Words: Planetary Gear Reducer (유성 기어 감속기), In-wheel System (인휠 시스템), Design Modification (개선 설계), Finite Element Method (유한 요소법), Response Surface Method (반응 표면법)

1. 서론

인휠 시스템은 전기 모터가 엔진룸이 아닌 차륜의 휠 안으로 장착되어 모터의 구동력을 직접 차륜에 전달하는 시스템이다. 인휠 시스템을 사용하면 기존의 동력 전달 요소를 생략할 수 있기 때문에 연비 향상, 부품 단순화, 차량 레이아웃의 설계 자유도 증대 등의 효과를 기대할 수 있다.¹ 또한 차체 골격의 최적화를 통해 충돌안전성을 향상시키고, 최적화된 질량 배분으로 차량의 운동성능을 향상시키면서 실내 공간을 확대할 수 있는 이점이 있다.

인휠 시스템을 실제 차량에 적용하기 위해서는 휠이라는 제한된 공간 내에 구동 모터와 제동 부

품 그리고 현가 부품을 조합하여 시스템을 설계해야 한다. 특히 각 모터에 분배되는 동력의 크기를 결정하는 제어기 설계, 토크 증대를 위한 감속기 설계는 인휠 시스템의 핵심기술이다.

감속기는 운동 전환 형태 및 감속 기구에 따라 여러 가지 종류로 분류가 된다. 유성 기어를 이용한 감속기는 소형화, 경량화가 가능하고, 효율이 좋고, 응력을 여러 유성 기어에 분산 시킬 수 있을 뿐 아니라, 다양한 감속비를 얻을 수 있다는 장점이 있어서 건설 장비의 구동장치에서부터 로봇 구동용 소형 감속기까지 폭넓게 사용되고 있다.^{2,4} 감속기 설계시 감속비에 따른 잇수 및 기본 치수 산정이 잘못되면 기구 구동 시 치차간 걸림이나 미끌림이 발생한다. 또한 치차간 걸림 후 감

자기 속도가 급변하는 구간에서는 높은 응력이 발생하고, 이는 기어의 내구 문제 및 구동 장치 전체의 결함을 야기시키므로 보다 정밀한 감속기용 기어 설계 기술이 요구되고 있는 상황이다.⁵

본 연구에서는 유한 요소 해석 기법을 이용하여 인휠 모터용 감속장치의 내구 수명을 평가하고, 반응표면 분석법을 이용한 개선 설계⁶를 실시하고자 한다.

2. 유성 기어 감속기

Fig. 1은 본 연구에서 대상으로 하는 인휠 시스템용 헬리컬 유성 기어 감속기 모습을 보여준다. 샤프트(Shaft)와 기어로 맞물리는 1 개의 태양 기어(Sun gear), 4 개의 유성 기어(Planet gear) 및 1 개의 링 기어(Annulus gear)로 구성되어 있다. Table 1은 기어 설계 제원을 보여주었고, 감속비는 4:1이다.

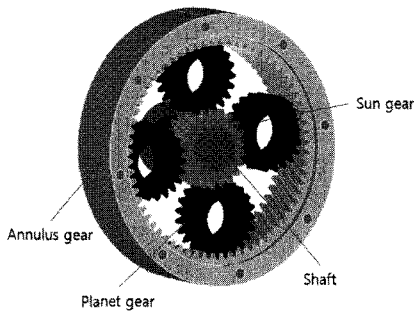


Fig. 1 Structure of the planetary gear

Table 1 Design information of the planetary gear

Gear	Sun	Planet	Annulus
No. of Teeth	22	21	66
Module	1.25		
Pressure angle	20°	20°	20°
Helix angle	15°		
Face width	20 mm	17 mm	32 mm
Center Dist.	28.5 mm		
Profile shift coefficient	+0.4	+0.2	-0.2
Addendum coefficient	0.8	0.8	0.96
Dedendum coefficient	1.25	1.25	1.25

3. 유한 요소 해석

본 연구에서는 유성 기어의 동력 전달 효율 및 응력 분포를 확인하기 위하여 MASTA⁷를 이용하였다. MASTA는 동력 전달계 전용 설계 및 해석 프로그램으로써 기어, 베어링, 축을 포함한 전체 감속기 모듈의 동력 전달 효율 계산이 가능하고, 자체 내장 유한 요소 해석 솔버를 이용한 기어 치형에서의 접촉 응력(Contact stress) 및 굽힘 응력(Bending stress) 산출이 가능하다. 또한, MASTA는 기어쌍을 인식하여 서로 맞물리는 치형끼리 자동 접촉 조건을 부여한다. 접촉 치형을 강체로 설정하면 치형 설계 조건을 바탕으로 전달오차, 접촉력 등을 계산하고, 접촉 치형을 유연체로 설정하면 치형에 대한 유한 요소를 자동으로 생성한 후 접촉면에서의 응력을 계산하기 때문에 관심있는 영역에서의 응력분포를 매우 효율적으로 확인할 수 있다.

Fig. 2는 MASTA에서 생성한 감속기 모델을 보여준다. 본 연구에서는 접촉 응력 및 굽힘 응력의 정확한 값을 산출하는 것이 아닌, 응력을 완화시킬 수 있는 치형을 설계하는 것이 목표이므로, 감속기의 물성치 및 입력 토크를 임의로 설정하여 해석한 후 결과를 분석하였다. Fig. 1의 모든 유성 기어 구성요소의 재질을 철(탄성계수=207GPa, 프와송비=0.3, 밀도=7850 kg/m³)로 설정하였고, 크기 500 Nm, 주기 1.25 Hz의 정현파 토크를 입력단자(Fig. 2에서 Power IN)에 가하였다.

Fig. 3은 태양 기어 치형의 이뿌리부에 발생하는 굽힘 응력 분포를 보여준다. 동력 입력단자 보다는 동력 출력단자쪽에 큰 응력이 발생하고 있고, 이때 최대 발생 응력은 226.1 MPa이다.

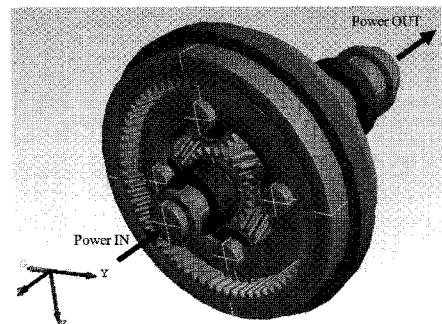


Fig. 2 Analysis model of the reducer module



Fig. 3 Bending stress distribution at tooth roots of the sun gear

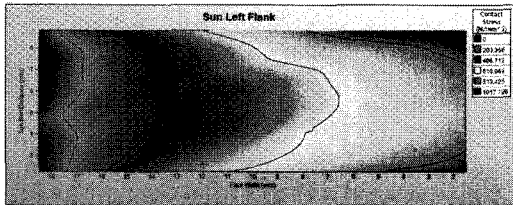


Fig. 4 Contact stress variation according to face width and rolling distance of the sun gear

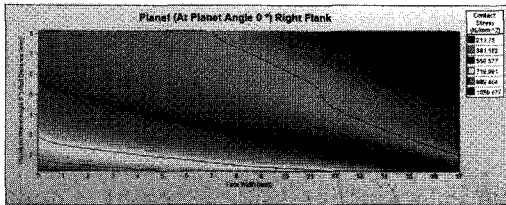


Fig. 5 Contact stress variation according to face width and rolling distance of the planet gear

Fig. 4 는 태양 기어의 치면에 발생하는 접촉응력 변화를 보여준다. 가로축은 치형의 너비 방향 진행 거리, 세로축은 기어의 회전 거리를 의미한다. Fig. 4 에서 태양기어 치형의 너비 방향 진행 거리가 감소할수록, 즉 출력 단자에 가까울수록 발생하는 접촉 응력의 크기가 커지고 있다. 또한, 입력 단자쪽 치형에서는 태양기어 회전에 따른 접촉 응력 변화가 적은데 반해, 출력 단자쪽 치표면에서는 태양 기어 회전에 따라 접촉응력이 크게 변화하고 있음을 알 수 있다. Fig. 5 는 유성 기어 치형 표면의 접촉응력 분포를 보여준다. Fig. 4 와 마찬가지로 치형의 너비 방향 진행 거리가 감소할수록, 접촉 응력의 크기가 커지고 있음을 알 수 있

다.

Table 2 는 각 기어에서 측정된 접촉 응력 및 이뿌리부 굽힘응력의 최대값을 보여준다. 행성 기어에서 발생하는 최대 접촉 응력 및 최대 굽힘 응력이 다른 기어들에 비해 다소 높음을 알 수 있는데, 이는 행성기어의 치형의 크기가 가장 작기 때문이다.

Table 2 Max. contact & bending stress at each gear

Gear	Sun	Planet	Annulus
Max. contact stress (MPa)	1017.8	1059.9	798.3
Max. bending stress (MPa)	226.1	452.2	207.8

4. 개선 설계

본 연구에서는 반응표면 분석법을 이용하여 유성 기어 치형의 최적 설계를 실시하였다. Table 2 의 해석 결과에서 유성 기어(Planet gear)에 발생하는 응력이 가장 크게 나타났기 때문에, 유성 기어의 치형을 개선하여 최대 발생 응력을 낮추는 것을 최적화의 목표로 설정하였다. 설계변수로 유성기어의 비틀림 각(Helix angle), 전위 계수(Profile shift coefficient), 어텐덤 계수(Addendum coefficient) 및 디텐덤 계수(Dedendum coefficient)를 선정하였고, 각 설계변수의 수준 및 최대, 최소값이 Table 3 에 나타나 있다. 3 수준의 설계 변수가 4 개이므로 중심합성실험계획표(Central composite design table, C-C table)에 따라 총 25 회의 해석을 실시하였고, 해석 결과가 Table 4 에 나타나 있다.

Table 3 Level and values of design variables

Design variables	Level		
	Min. (-1)	Mid. (0)	Max. (+1)
Helix angle (A)	11	15	19
Profile shift coefficient (B)	0	0.2	0.4
Addendum coefficient (C)	0.6	0.8	1.0
Dedendum coefficient (D)	1.0	1.25	1.5

Table 4 C-C design table and simulation results

No	A	B	C	D	Max. contact stress (MPa)	Max. bending stress (MPa)
1	-1	-1	-1	-1	1121.1	501.1
2	-1	-1	-1	+1	989.4	422.2
3	-1	-1	+1	-1	1011.5	465.4
4	-1	-1	+1	+1	1164.1	411.5
5	-1	+1	-1	-1	1000.1	421.4
6	-1	+1	-1	+1	924.1	408.1
7	-1	+1	+1	-1	1264.1	479.5
8	-1	+1	+1	+1	987.1	404.4
9	+1	+1	+1	+1	999.4	468.4
10	+1	+1	+1	-1	1065.4	489.8
11	+1	+1	-1	+1	944.4	427.5
12	+1	+1	-1	-1	1175.1	432.9
13	+1	-1	+1	+1	942.1	448.7
14	+1	-1	+1	-1	1018.1	479.7
15	+1	-1	-1	+1	1154.4	488.1
16	+1	-1	-1	-1	1201.4	495.4
17	0	0	0	0	1059.9	452.2
18	-α	0	0	0	1240.1	613.1
19	+α	0	0	0	844.4	374.3
20	0	-α	0	0	904.4	394.4
21	0	+α	0	0	1377.5	496.5
22	0	0	-α	0	1201.5	553.1
23	0	0	+α	0	901.4	403.4
24	0	0	0	-α	1288.1	601.5
25	0	0	0	+α	888.4	341.4

* α=1.414

접촉 응력과 굽힘 응력을 동시에 저감시키기 위하여 식 (1)의 정규화 방법(Normalization)을 거쳐 접촉 응력 및 굽힘 응력에 대한 정규 응력(y_N)을 산출하였다.

$$y_N = \frac{y - y_{min}}{y_{max} - y_{min}} \quad (1)$$

식 (1)에서 y_{min} 는 최대값, y_{max} 는 최소값을 의미한다. 정규 접촉 응력(y_N^c)과 정규 굽힘 응력(y_N^b)의 합에 대한 반응 표면 모델을 식 (2)와 같이 생성하였다.

$$y_N^c + y_N^b = 0.45 - 0.0489A + 0.04B - 0.0453C - 0.124D - 0.048A^2 + 0.045B^2 - 0.04C^2 - 0.004D^2 - 0.003AB + 0.071AC + 0.026AD - 0.099BC - 0.064BD - 0.01CD \quad (2)$$

식 (2)에서 A, B, C, D 의 계수의 크기는 각 설계변수가 응력 변화에 영향을 끼치는 민감도 크기를 나타낸다. 따라서 설계변수의 민감도 크기는 $D > A > C > B$ 이고, A 의 기울기가 음(-)이므로 A 의 값이 커지면 최대 응력의 크기는 감소할 것으로 예상된다. 식 (2)를 최적화를 위한 목적함수로의 사용 여부를 결정하기 위해 Table 5 의 분산 분석표(ANOVA table)를 이용한 신뢰성 검증을 수행하였다. Table 4 에서 Reg. V 는 회귀 변동(Regression variation), Res. V 는 잔여 변동(Residual variation), S 는 변동의 크기, Φ 는 자유도, V 는 변동 평균, F_0 는 F 분포 비를 의미한다. $F(0.05)$ 는 F 분포표에서 주어지는 유의수준 5%에서의 F 비로써, Table 4 에서 구한 $F_0 > F(0.05)$ 이므로 식 (4)의 회귀 모형함수가 유의수준 5%에서 유의하다고 결론 내릴 수 있다. 따라서, 본 연구에서는 식 (2)를 최적화를 위한 목적함수로 이용하였다.

Table 5 ANOVA table

Factor	S	Φ	V	F_0	F(0.05)
Reg. V	0.7868	4	0.1967	4.115	3.10
Res. V	0.956	20	0.0478		
Total	1.7427	24			

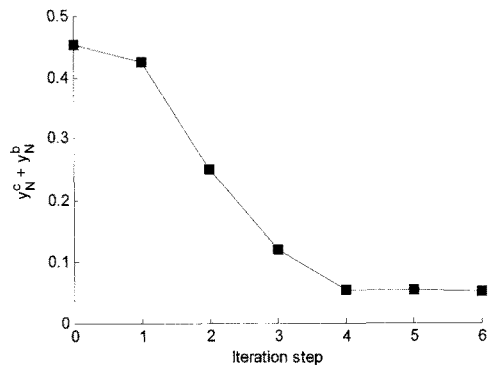


Fig. 6 Variation of $y_N^c + y_N^b$ according to iteration step during optimization process

본 연구에서는 최적화 알고리즘으로 N 개의 독립변수로 구성된 목적함수를 최소화 시키는데 있어서 비선형 구속이 작용할 때 효율적인 성능을 발휘하는 Sequential Quadratic Programming(SQP) method⁸를 사용하였다. SQP는 목적함수로 2 차 모델을, 구속조건으로 선형모델을 사용한다. 목적함수가 2 차의 함수이고, 구속조건이 선형인 문제를 푸는 비선형 해법을 Quadratic Program(QP)이라 하는데 SQP는 QP를 순차적으로 시행한다. Fig. 6은 최적화가 진행되는 동안 측정한 목적함수 변화를 보여준다. 6 번째 연산에서 수렴하며, 이때 설계 변수의 값은 A=19, B=0.027, C=1.0, D=1.5 이다.

개선 설계 결과를 검증하기 위해 최적화된 변수 값을 이용하여 유성기어를 창성하였고, 해석을 수행하였다. Table 6는 최적화 결과를 보여주는데, 최적화 이후 최대 접촉 응력은 14.0%, 최대 굽힘 응력은 14.9% 감소했음을 알 수 있다. Fig. 7과 Fig. 8은 태양 기어와 유성기어 치형 표면에 작용하는 접촉응력 분포를 보여주는데, 최적화 이전(Fig. 4, Fig. 5 참조)에는 접촉응력이 한쪽에 집중되어 발생되었던 것에 비해 최적화 이후에는 치형 표면에 걸쳐 고르게 분포되고 있음을 알 수 있다. Table 7은 각 기어에 발생하는 최대 접촉 응력 및 굽힘 응력을 정리한 것으로, 최적화 이전(Table 2 참조)에 비해 응력값이 감소하였음을 알 수 있다. 따라서 본 연구에서 진행한 최적화가 적절히 수행되었다고 결론내릴 수 있다.

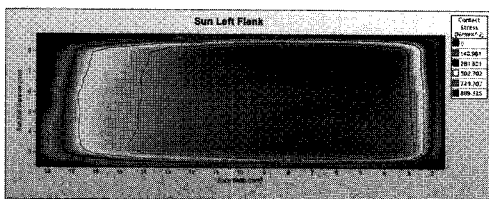


Fig. 7 Contact stress variation according to face width and rolling distance of the sun gear after optimization

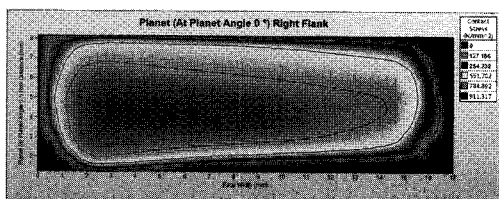


Fig. 8 Contact stress variation according to face width and rolling distance of the planet gear after optimization

Table 6 Optimization results

Design variables	Original	Optimized
Helix angle (A)	15	19
Profile Shift Coefficient (B)	0.2	0.027
Addendum Coefficient (C)	0.8	1.0
Dedendum Coefficient (D)	1.25	1.5
Max. Contact stress (MPa)	1059.9	911.3 (14.0%↓)
Max. Bending stress (MPa)	452.2	384.7(14.9%↓)

Table 7 Max. contact & bending stress at each gear after optimization

Gear	Sun	Planet	Annulus
Max. contact stress (MPa)	889.3	911.3	766.9
Max. bending stress (MPa)	198.8	384.7	199.0

5. 결론

본 논문에서는 인휠 시스템 감속기용 유성 기어의 응력 발생 분포를 분석하고, 응력 저감을 위한 최적설계를 수행하였다. 본 연구에서 얻은 결론은 다음과 같다. 상용 동력 전달계 설계 및 해석 프로그램인 MASTA를 이용하여, 유성 기어 감속기의 접촉 응력 및 굽힘 응력을 계산하였다. 반응 표면 분석법을 이용한 최적화를 수행하였고, 최적화 결과 접촉응력은 14.0%, 굽힘 응력은 14.9% 저감되었다. 최적화 이전 기어 치형의 한쪽에 치우쳐 발생하던 응력이 최적화 이후 치형에 고르게 분포되어 발생하는 것을 확인하였다. 따라서 본 연구에서 진행한 기어 최적화가 적절하게 이루어졌다고 결론 내릴 수 있고, 향후 구동 모터를 포함한 인휠 시스템 구동 모듈을 모델하여 동특성 분석 및 개선 설계를 실시할 계획이다.

참고문헌

- Kim, S., Ma, C., Ji, J., Byun, S., Kim, J. and Kim, H., "A Study on Power Distribution for an In-wheel Electric Vehicle," Annual Conference Proceeding

- KSAE, pp. 559-604, 2010.
2. Merritt, H. E., "Gear Engineering," John Wiley & Sons, Inc., 1971.
 3. Dudley, D. W., "Handbook of Practical Gear Design," CRC Presss, 1984.
 4. Maitra, G. N., "Handbook of Gear Design," McGraw-Hill, 1985.
 5. Lee, H. Y., Yeo, H. T. and Hur, K. D., "Design and Analysis of Reduction Gear with Double Reduction Planetary Gears," Proceeding of KSME Fall Conference, pp. 12-16, 2006.
 6. Jung, S. P. and Park, T. W., "A Study on the Development of the Gear Profile Design Program," Journal of KSPE, Vol. 26, No. 8, pp. 104-111, 2009.
 7. Smart Manufacturing Technology, "MASTA User's Manual," 2010.
 8. Jung, S. and Park, T., "Development of the Optimization Design Module of Brake System," Transactions of KSAE, Vol. 16, No. 3, pp. 166-171, 2008.