한국지능시스템학회 논문지 2011, Vol. 21, No. 3, pp. 372-377
DOI : 10.5391/JKIIS.2011.21.3.372

하이브리드 자기베어링 시스템의 강인 안정도 해석

Robust Stability Analysis of Hybrid Magnetic Bearing System

성화창* · 박진배* · 탁명환** · 주영훈[1**]

Hwa Chang Sung*, Jin Bae Park*, Myung Hwan Tark** and Young Hoon Joo[1**]

* 연세대학교 전기전자공학과
** 군산대학교 제어로봇공학과

요 약

본 논문에서는 하이브리드 자기베어링 시스템의 효과적인 제어 방안 마련을 위한 기법 제안을 목표로 한다. 자기베어링 시스템에서의 제어 목적이란, 회전자(rotor)의 회전을 외부의 물리적 접촉 없이 자기장의 힘만으로 동작하도록 베어링의 위치를 최대한 센터에 위치케 하는 것이다. 기본적으로 자기베어링 시스템은 비선형적 동적방정식으로 구성되기 때문에, 제어 목적을 달성하기 위한 제어 입력 신호의 설계가 쉽지 않으며, 외부 환경의 영향에 따른 시스템 파라미터 변화율에도 많이 민감한 편이다. 본 논문에서는 자기베어링 시스템의 비선형성에 대한 해석 방안으로 퍼지 모델링을 통해 시스템을 재해석하게 되며, 제어 목적에 대한 설정은 선형행렬 부등식 기반 안정화 문제로 변환하여 제어 입력을 설계하고자 한다. 해당 퍼지 모델링 및 제어 알고리즘의 정당성은 시뮬레이션을 통해 검증된다.

키워드 : 하이브리드 자기베어링, 비선형성, 선형행렬 부등식, 강인 안정성, 퍼지 모델링,

Abstract

This paper propose the robust stability algorithm for controlling a hybrid magnetic bearing system. The control object in the magnetic bearing system enables the rotor to rotate without any physical contact by using magnetic force. Generally, the system dynamics of the magnetic bearing system has severe nonlinearity and uncertainty so that it is not easy to obtain the control objective. For solving these problems, we propose the fuzzy modelling and robust control algorithm for hybrind magnetic bearing system. The sufficient conditions for robust controller are obtained in terms of solutions to linear matrix inequalities (LMIs). Simulation results for HMB are demonstrated to visualize the feasibility of the proposed method.

Key Words : Hybrid magentic bearing, nonlinearity, linear matrix inequalities (LMIs), robust stability, fuzzy modeling.

1. 서 론

산업의 고도화에 따른 각종 편의시설 증대로 인해 대두되고 있는 문제 중 하나가 전력 품질이다. 필요한 전력 수요량을 맞추는 것도 중요하지만, 안정된 전력을 필요시마다 공급받는 것 역시 매우 중대한 문제로 떠올랐다. 커다란 바퀴를 축에 끼워 원활하게 돌아가는 형태인 플라이휠(flywheel)에 주목하게 된 이유 중 하나도 이와 같은 전력 안정화 문제에 있어 전력 저장 장치로서의 훌륭한 역할 수행이 가능하다는 전망 덕분이다. 기본적으로 플라이휠은 전기에너지를 운동에너지로 바꾸는 장치이며, 플라이휠이 계속 돌고 있는 중에 발전기를 연결하여 운동에너지의 형태로 저장된 에너지를 다시 전기에너지로 복구가 가능하다. 기본적인 동작방식이 운동 에너지 기반이기 때문에, 외부 마찰에 민감하며 마찰이 적으면 적을수록 보다 오랜 시간 돌면서 저장된 에너지를 유지가 가능하다 [7]. 보다 많은 전력량을 저장하기 위한 방안으로 플라이휠을 축에 걸어서 돌리는 것이 아니라 자기베어링(magnetic bearing)을 활용하여 기계적인 접촉을 제거한 다음, 밀폐된 공간에 잘 집어넣어서 진공상태로 돌릴 수 있는 방안이 연구되고 있다. 비단 예시로 언급된 플라이휠 외에도, 많은 전기/전자 분야에서 자기베어링의 활용도가 높아지고 있다.

자기베어링의 역사는 1831년 Faraday가 전자유도 법칙을 발견한 후, 1841년 Earshow의 이론 “정자계를 어떠한 방식으로 배치하여도 안정한 부상을 이룰 수 없다” 라는 이론에 기반 하여 1937년 버지니아 대학에서 최초로 1축 자기부 계 베어링이 발명되었다. 그러나 본격적인 역사는 1976년 프랑스에 자기베어링 전문 회사(S2M)가 생기면서 이며, 최근에는 다양한 분야에서의 활용이 돋보이고 있는 분야이다. 힘의 발생 원리에 따라 자기 베어링은 크게 릴럭턴스(reluctance) 힘을 이용하는 방식과 로렌츠(Lorentz) 힘을 이용하는 방식으로 구분된다. 본 논문에서 다루게 되는 자기 베어링의 경우 언급된 두 힘 중 릴럭턴스 힘을 이용한

접수일자 : 2011년 3월 11일
완료일자 : 2011년 5월 30일
1 책임저자
This work was partially supported by the National Research Foundation of Korea Grant funded by the Korean Government (MEST) (KRF-2009-220-D00034).

것으로, 투자성이 다른 재료에 수직으로 작용하는 전자기력을 이용하는 방식이다. 이 경우, 투자율이 다른 두 매질을 통하여 자속이 흐를 때, 그 표면에 수직인 방향으로 힘이 발생하게 되며, 투자율의 차이가 클수록 릴럭턴스 힘도 증가하게 된다. 릴럭턴스 힘은 항상 인력으로 작용하여 음의 강성을 유발하기 때문에 귀환제어가 필수적이다. (이는 능동형 및 하이브리드형에만 해당되며, 수동형에는 해당되지 않는다.) 다시 말하면, 자기베어링의 경우 회전체가 고속으로 회전하는데 있어 자이로효과에 의한 직교 제어 축 간의 자기력 간섭현상으로 인해 제어 축 간의 연성이 증가하게 되며, 이는 시스템 불안정성(unstability)으로 이어진다. 이에 대한 해결책으로 여러 제어 알고리즘이 제안되었지만, 문제는 자기베어링 동적 움직임이 비선형성을 띄고 있고, 주위 환경에 민감하게 작동할 우려가 있다는 점이다 [3]. 특히, 본 논문에서 다루게 될 하이브리드 자기베어링의 경우 수동형/능동형 자기 베어링에 비해 시스템 동적 방정식이 더욱 복잡하며, 사용되는 파라미터 역시 다양하며 변동 가능성도 존재한다. 즉, 기존의 PID로 대표되는 선형 기반 제어 기법을 넘어선 새로운 이론이 하이브리드 자기 베어링 시스템에 필요 하다는 것으로 해석될 수 있다.

서두에 언급된 플라이휠과 이를 구성하는 핵심 부품인 자기 베어링등의 실제적 플랜트 제어에 있어서 큰 문제 중 하나는 시스템에 존재하는 비선형성 및 불확실성에 대한 해석을 어떻게 할 것인가 이다. 플랜트 구성요소들이 보여주는 비선형적 움직임은 가장 쉽게는 선형적인 움직임으로 치환되어 해석되고 있지만, 이는 시스템의 가장 최소한의 요소만으로 구성되어 있다는 가정이 필요하기 때문에 실제라고 보기는 어렵다. 이를 극복하기 위하여 제안된 많은 이론 중 하나가 퍼지이론이다. 특히, Takagi-Sugeno(T-S) 모델은, 다른 시스템 모델링 기법에 비해 비선형 시스템과 매우 유사한 형태의 움직임을 보여 줌으로써 제어의 용이성을 높였다는 평가를 받고 있다 [4-5, 7-8].

본 논문에서는 앞서 고찰된 내용을 바탕으로 하여, 하이브리드 자기베어링 시스템의 퍼지 모델링 및 강인 안정성에 대한 연구를 수행하고자 한다. 하이브리드 자기베어링 시스템의 구성요소들의 동적방정식은 비선형성을 기반으로 표현되며, 본 논문에서는 이를 T-S 퍼지 모델로 해석된 후, 부분적 선형 모델로 변환하는 과정을 수행하게 된다. 이를 통해 자기 베어링 시스템은 제어기 설계에 용이한 형태로 전환되며, 주어진 시스템은 리아푸노프(Lyapunov) 안정도 분석에 의해 안정도 가능성을 살펴보게 된다. 그리고 외부환경에 의한 변화를 파라미터의 변환 범위로 설정하여 해석하게 되며, 이는 시스템의 안정도에 큰 영향을 미치는 요소로 판단하여 강인 제어의 기법으로 해석하게 된다. 전체 식은 선형행렬부등식 형태로 나타나게 되며, 시뮬레이션을 통해 제안된 기법의 우수성을 증명하게 된다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2절에서는 하이브리드 자기베어링 시스템의 특성 및 모델에 관하여 알아본다. 3절에서는 T-S 퍼지 시스템을 수학적으로 표현하게 되며, 제어기 설계를 하게 되며, 구성된 시스템의 안정도 가능성을 연구하게 되며 4절에서는 시뮬레이션을 수행하게 된다. 마지막 5절에서는 결론을 제시하며 본 논문은 마무리 하게 된다.

2. 하이브리드 자기베어링 시스템 구성 및 퍼지 모델링

2.1 하이브리드 자기 베어링 시스템 구성

일반적으로 자기베어링 시스템 능동형, 수동형으로 구분되며, 이는 동작원리에 따른 분류이다. 서론에서 언급한 인력으로 작용한 리덕턴스에 대한 힘을 통해 동작하는 자기베어링은 '능동형'이며, 코일에 콘덴서와 저항을 추가하여 LCR 회로를 구성하고 회로의 공진주파수보다 조금 높은 주파수 전압을 인가함으로써 별도의 제어 입력 없이 안정한 부상을 하는 것이 '수동형'이다 [7]. 수동형 자기베어링의 경우 센서 및 제어기가 필요 없다는 측면에서 구조적 장점을 지닐 순 있으나, 감쇠가 매우 적다는 점 때문에 적용분야가 매우 제한되어 있다. 반면, 능동형 자기베어링은 동작 유무에 있어 수동형에 비해 우위를 점하고 있으나, 소모 전력 및 손실 전력에 있어 약점이 있기 때문에 보완책이 필요한 실정이다. 이러한 측면에서 제안된 것이 하이브리드 자기베어링 시스템이며, 서두에서 언급한 플라이휠 등 많은 제어 시스템의 핵심 부품으로 활발히 연구되고 있다. 그림 1은 3-자유도 하이브리드 자기베어링 구조를 나타내며 [1], 그림 2는 자기베어링이 속한 플라이휠 구조도를 나타내며, 각 번호에 대한 설명은 다음과 같다 [2]: (1-모터, 2-회전몸체, 3-원심 및 축 이동센서, 4-원심방향 자기베어링, 5- 축방향 자기베어링, 6-착지 자기베어링.)

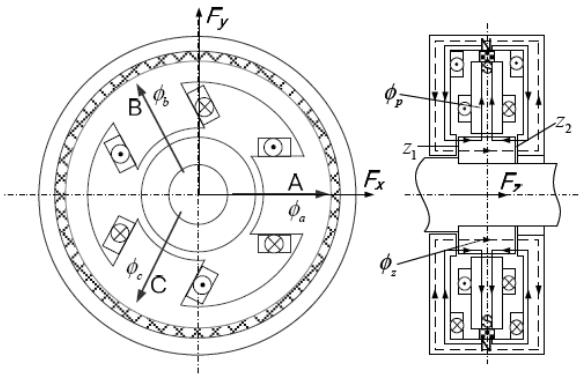

그림 1. 3-자유도 하이브리드 자기베어링 구조도
Fig. 1. Configuration of 3 DOF hybrid magnetic bearing

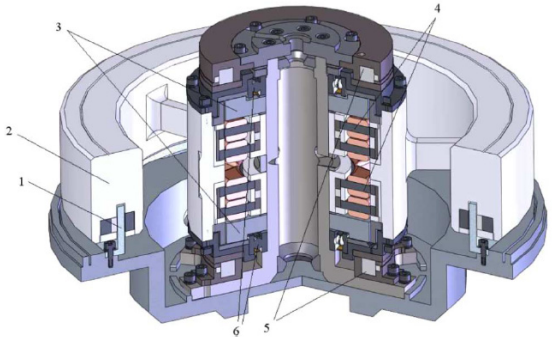

그림 2. 하이브리드 자기베어링 내장형플라이휠
Fig. 2. Flywheel with hybrid magnetic bearing

일반적은 자기베어링의 움직임과는 달리, 하이브리드 자기베어링의 경우 3방향 이상의 자유도에서 해석이 되며, 등가회로 구성에 있어서도 이와 같은 현상이 반영되어 구성된다. 그림 3에서 보여 지는 그림이 하이브리드 자기베어링의 등가회로 구성도이며, 시스템 동적 방정식은 다음과 같다 [5]:

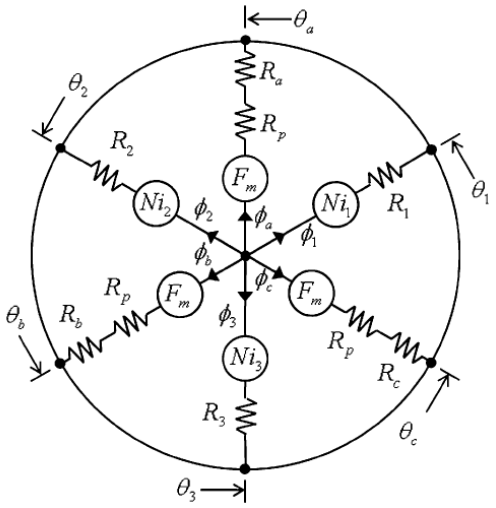

그림 3. 하이브리드 자기베어링 시스템의 등가회로 구성도
Fig. 3. Equivalent magnetic bearing circuit for the hybrid three-pole magnetic bearing system

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-\frac{3}{2m}k_{xy} & -\frac{\sqrt{3}}{2m}k_{xy} & 0\\ 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -\frac{2F_m\delta_a\mu_0 S_a}{m(2\delta_a^2-x_3^2)^2}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\frac{3}{2}k_{ir}\\ \frac{3}{2m}k_{ir}\\ -\frac{2F_m\delta_a\mu_0 S_a}{m(2\delta_a^2-x_3^2)}\end{bmatrix} \quad (1)$$

여기서 F_m은 영구자석으로부터 부여받은 자기력이며, N_r은 각 원심방향 제어 코일, μ_0는 진공투과율, S_a는 축 방향 자기극 공간, S_r은 원심방향 자기극 공간, δ_a는 축 방향 공기 공간의 길이, δ_r은 원심 방향 공기 공간의 길이, k_{ir}은 원심방향 전류 상수, k_{xy}는 원심방향 이동력 상수를 나타낸다. 식 (1)에서 보여 지듯이, 하이브리드 자기베어링 시스템의 동적방정식은 비선형 함수로 구성되어 있으며, x_1 plane에서 x_3 plane까지의 독립된 세 공간상의 움직임이 각 파라미터를 통해 나타내어진다. 본 논문에서의 제어 목적은 x_1 plane에서 x_3 plane까지의 각 거리를 일정하게 제어를 하는 것이며, 이는 곧, 중심의 회전자(rotor)가 정확히 중앙에 위치하도록 하는 것이다. 표 1에 자기베어링 시스템을 구성하는 각 요소들에 대한 파라미터 값을 명시되어 있다.

표 1. 하이브리드 자기베어링 구성 요소 파라미터
Table 1. Parameters for hybrid magnetic bearing

Parameter	Value.
Rotor mass(m)	6.2 kg
Coil speed of rotor(N_r)	5000(r·min^{-1})
Angular momentum	30 L/(N·m·s)
Air gap(δ_a, δ_r)	0.4 s$_0$/mm
Bias flux density in air gap	0.445 B/T
Area of magnetic pole face(k_{ir}, k_{xy})	336 A/nm^2
Magnetic section area(S_r)	424 A$_m$/nm^2

2.2 하이브리드 자기베어링의 퍼지 모델링

식 1에서 표현된 비선형성 파라미터에 대한 해석을 위해 입력 값 $u(t)=u^*$일 때의 고정점에 대한 계산을 수행해보면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}f(x(t),u(t)) &\cong f(x(t),u(t))+\frac{\delta f(x(t),u(t))}{\delta u(t)}|_{u(t)=u^*}\\ &=\frac{1}{m}\left(\frac{2F_m^2\delta_a^2\mu_0 S_a}{(2\delta_a^2-x_3^2)^2}x_3+\frac{2F_m^2\delta_a^2\mu_0 S_a}{2\delta_a^2-x_3^2}u_3\right)\\ &=\frac{2F_m^2\delta_a^2\mu_0 S_a}{m}\left(\frac{1}{(2\delta_a^2-x_3^2)^2}\right)x_3\\ &\quad+\frac{2F_m\delta_a^2\mu_0 S_a}{m}\left(\frac{1}{2\delta_a^2-x_3^2}\right)u_3\end{aligned}$$

식 전개의 편의성을 위해 다음 상수를 정의한다.

$$\sigma_1(t)=\frac{1}{(2\delta_a^2-x_3^2(t))^2},\ \sigma_2(t)=\frac{1}{(2\delta_a^2-x_3^2(t))} \quad (2)$$

비선형 파라미터를 볼록 함수의 결합으로 표현하기 위해, 식 (2)의 두 상수에 대한 최소/최대값 설정이 필요하며, 이는 상태 변수 $x_3(t)$의 변위에 따라 계산된다. 본 논문에서는 $x_3(t)$의 변위를 아래와 같이 가정한다.

$$x_3(t)=[-4.992,\ \ 4.992]\times 10^{-3} \quad (3)$$

식 (3)으로부터 σ_1과 σ_2의 퍼지 관계를 정립할 수 있으며, 이는 두 파라미터의 최소/최대값에 기인한다. 두 비선형 파라미터의 최소/최대값을 각각 다음과 같은 $\sigma_1(t)=[\underline{\sigma_1}(t),\ \overline{\sigma_1}(t)]$, $\sigma_2(t)=[\underline{\sigma_2}(t),\ \overline{\sigma_2}(t)]$ 로 표현하면 아래와 같은 퍼지 관계가 표현된다.

$$\sigma_1(t)=\underline{\sigma_1}I_1^1(\sigma_1(t))+\overline{\sigma_1}I_1^2(\sigma_1(t))$$

$$\sigma_2(t)=\underline{\sigma_2}I_2^1(\sigma_2(t))+\overline{\sigma_2}I_2^2(\sigma_2(t))$$

여기서, $I_1^1(\sigma_1(t))+I_1^2(\sigma_1(t))=I_2^1(\sigma_2(t))+I_2^2(\sigma_2(t))=1$ 이며 각각의 멤버쉽 함수는 아래와 같다.

$$I_1^1(\sigma_1(t))=\frac{\sigma_1(t)-\overline{\sigma_1}}{\overline{\sigma_1}-\underline{\sigma_1}},\ I_1^2(\sigma_1(t))=\frac{-\sigma_1(t)+\overline{\sigma_1}}{\overline{\sigma_1}-\underline{\sigma_1}},$$

$$I_2^1(\sigma_2(t))=\frac{\sigma_2(t)-\overline{\sigma_2}}{\overline{\sigma_2}-\underline{\sigma_2}},\ I_2^2(\sigma_2(t))=\frac{-\sigma_2(t)+\overline{\sigma_2}}{\overline{\sigma_2}-\underline{\sigma_2}}.$$

설계된 맴버쉽 함수를 바탕으로 다음과 같은 4 규칙 퍼지 모델이 구성된다.

R^1: *IF* $z_1(t)$ *is* Γ_1^1 and *IF* $z_2(t)$ *is* Γ_2^1,
THEN $\dot{x}(t) = A_1 x(t) + B_1 u(t)$
R^2: *IF* $z_1(t)$ *is* Γ_1^2 and *IF* $z_2(t)$ *is* Γ_2^1,
THEN $\dot{x}(t) = A_2 x(t) + B_2 u(t)$
R^3: *IF* $z_1(t)$ *is* Γ_1^1 and *IF* $z_2(t)$ *is* Γ_2^2,
THEN $\dot{x}(t) = A_3 x(t) + B_3 u(t)$
R^4: *IF* $z_1(t)$ *is* Γ_2^1 and *IF* $z_2(t)$ *is* Γ_2^2,
THEN $\dot{x}(t) = A_4 x(t) + B_4 u(t)$

여기서 $A_1 = A_2 = \begin{bmatrix} -\frac{3}{2m}k_{xy} & -\frac{\sqrt{3}}{2m}k_{xy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{2F_m\delta_a\mu_0 S_a}{m}\underline{\sigma_1} \end{bmatrix}$,

$A_3 = A_4 = \begin{bmatrix} -\frac{3}{2m}k_{xy} & -\frac{\sqrt{3}}{2m}k_{xy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{2F_m\delta_a\mu_0 S_a}{m}\underline{\sigma_1} \end{bmatrix}$,

$B_1 = B_3 = \begin{bmatrix} \frac{3}{2}k_{ir} \\ \frac{3}{2m}k_{ir} \\ -\frac{2F_m\delta_a\mu_0 S_a}{m}\underline{\sigma_2} \end{bmatrix}$,

$B_2 = B_4 = \begin{bmatrix} \frac{3}{2}k_{ir} \\ \frac{3}{2m}k_{ir} \\ -\frac{2F_m\delta_a\mu_0 S_a}{m}\underline{\sigma_2} \end{bmatrix}$.

참 조 디지털 디바이스 활용을 위해 구성된 퍼지 함수들은 [4]에 제안된 기법을 통해 이산화가 수행된다.

3. 강인 안정도 해석

퍼지 모델은 IF-THEN을 사용하여 시스템을 묘사하기 위한 접근 방법으로 퍼지 집합을 이용하여 시스템을 모델링하는 것이다. 비선형 시스템은 다음과 같이 나타내어질 수 있다.

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t)) \tag{4}$$

여기서 $x(t) \in R^n$는 상태 벡터를 $u(t) \in R^m$는 입력 벡터를 의미한다. 위의 식 (4)는 다음의 퍼지 모델 식으로 표현 가능하다.

R^i: *IF* $z_i(t)$ *is* Γ_1^i and ... and $z_n(t)$ *is* Γ_n^i
THEN $\dot{x}(t) = (A_i + \Delta A_i)x(t) + (B_i + \Delta B_i)u(t)$. (5)

여기서 R^i는 i번째 퍼지 규칙을, $z_h(t)$는 h번째 전건부 변수를 의미하며, A_i는 상태 벡터, B_i 적절한 크기를 지닌 입력 벡터이며, ΔA_i와 ΔB_i는 시스템에 포함된 파라미터 불확실성을 의미한다. Γ_h^i, i번째 규칙에서 h번째 전건부 변수의 퍼지 집합이다. 중심값-평균 비퍼지화, 곱셈 추론, 싱글톤 퍼지화를 사용하면 식 (5)는 다음과 같은 전역 동특성 식으로 나타나게 된다.

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{r} \mu_i(z(t))((A_i + \Delta A_i)x(t) + (B_i + \Delta B_i)u(t)) \tag{6}$$

여기서

$$\omega_i(z(t)) = \prod_{h=1}^{n} \Gamma_h^i(z_h(t)), \quad \mu_i(z(t)) = \frac{w_i(z(t))}{\sum_{i=1}^{r} \omega_i(z(t))}$$

시스템의 강인 제어를 위해 다음과 같은 퍼지 제어기가 제안된다.

$$R^i: \textit{IF } z_i(t) \textit{ is } \Gamma_1^i \text{ and ... and } z_n(t) \textit{ is } \Gamma_n^i \quad \textit{THEN } u(t) = K_i x(t). \tag{7}$$

여기서 비퍼지화 출력 값은 다음과 같다.

$$u(t) = -\sum_{i=1}^{r} \mu_i(z(t)) K_i (\sum_{j=1}^{r} \mu_j(z(t)) X_j)^{-1} x(t). \tag{8}$$

제어기 (8)은 기존 퍼지 시스템에서 사용되는 병렬 분산 제어기 (parallel distributed control: PDC) 형태에서 좀 더 완화된 안정도 조건 보장하는 것으로, 대칭조건이 없는 행렬 X_j가 퍼지 규칙에 추가로 들어가게 된다. 시스템 불확실성을 해결하기 위해, 불확실 파라미터 $\triangle A_i$와 $\triangle B_i$는 다음의 가정 1을 통해 재구성 된다.

가정 1 : 식 (6)의 불확실성을 나타내는 두 행렬 $\triangle A_i$와 $\triangle B_i$는 다음과 같이 나타내어진다.

$$[\triangle A_i \quad \triangle B_i] = D_i F_i(t)[E_{1i} \quad E_{2i}]$$

여기서 D_i, E_{1i} 와 E_{2i}는 이미 알고 있는 실수 행렬이며, $F_i(t)$ 는 모르는 행렬로 $F_i(t)^T F_i(t) \le I$ 와 같은 특징을 지니고 있다.

식 전개의 원활함을 위해 다음 세 가지 보조정리를 고려해 보자.

보조정리 1 [4]: 어떤 적절한 공간을 지닌 실수 행렬 $\Lambda_1 = \Lambda_1^T$, Λ_2, $\Lambda_3(t)$, 그리고 Λ_4 에서 다음의 부등식을 가정하자.

$$\Lambda_1 + \Lambda_2 \Lambda_3(t) \Lambda_4 + \Lambda_4^T \Lambda_3(t) \Lambda_2^T < 0$$

여기서 $\Lambda_3(t)$는 $\Lambda_3(t)^T \Lambda_3(t) \le I$ 를 만족할 때, 어떤 $\varepsilon > 0$에 대해 필요충분 조건으로 다음을 만족한다.

$$\Lambda_1 + [\varepsilon^{-1}\Lambda_4 \quad \varepsilon\Lambda_2] \begin{bmatrix} \varepsilon^{-1}\Lambda_4 \\ \varepsilon\Lambda_2^T \end{bmatrix} < 0$$

보조정리 2 [6]: 다음 두 문제는 동일하다.
(1) 양한정 행렬 P를 다음에서 찾는 문제:

$$T + PA^T + AP < 0$$

(2) 양한정 행렬 P와 일반행렬 L, H에 대하여 2-(1)과 동일 문제:

$$\begin{bmatrix} T + HA^T + AH^T & * \\ P - H^T + LA^T & -L - L^T \end{bmatrix} < 0$$

보조정리 3 [6]: 다음 두 문제는 동일하다.
(1) 대칭행렬 P를 다음에서 찾는 문제:

$$\begin{bmatrix} T_1 + A^T P A & * \\ T_2 & T_3 \end{bmatrix} < 0$$

(2) 대칭행렬 P와 일반 행렬 L, H에 대하여 3-(1)과 동일 문제:

$$\begin{bmatrix} T_1 + A^T L_1 + L_1 A & * & * \\ T_2 + L_2 A & T_3 & * \\ -L_1 + H^T A & -L_2^T & P - H - H^T \end{bmatrix} < 0$$

이와 같은 정리를 통해 다음의 선형 행렬 부등식 기반 강인 안정도 조건을 유도해 낼 수 있다.

정리 1: *$\| \dot{h}_p \| \le \phi_p$, $\phi_p \ge \rho$ $(\rho = 1, 2, \ldots, r)$를 고려하자. 식 (6)과 (8)을 통해 구성된 이산시간 퍼지 시스템은 $\Xi_i = \Xi_i^T$, $\Gamma_i > 0$, H_i, L_i, N_i, M_i, X_i에 대해 다음 부등식이 성립하며, 이를 통해 제어 입력이 찾아진다.*

$$\Gamma_p - \Xi_i > 0,\ \omega_{ij} + \omega_{ji} < \upsilon_{ij} + \upsilon_{ji} \tag{9}$$

여기서,

$$\omega_{ij} = \begin{bmatrix} \varpi_{ij} & * & * & * \\ \Gamma_i - H_j^T + L_j A_i^T & -L_j - L_j^T & * & * \\ E_{1i} H_j^T + E_{2i} K_j & * & -\epsilon_{ij}^T I & * \\ D_i^T & * & * & -\epsilon_{ij}^T I \end{bmatrix},$$

$$\varpi_{ij} = -\sum_{\rho=1}^{r} \dot{\theta}_\rho (\Gamma_\rho + \Xi_i) + A_i H_j^T + H_j A_i + B_i K_j + K_j^T B_i^T$$

$$\upsilon_{ij} = \begin{bmatrix} \upsilon_{11} & * & \cdots & * \\ \upsilon_{21} & \upsilon_{22} & \cdots & * \\ \vdots & \vdots & \ddots & * \\ \upsilon_{r1} & \upsilon_{r2} & \cdots & \upsilon_{rr} \end{bmatrix}.$$

증명: 연속시간에서의 파라미터 관계된 리아푸노프 함수 [6]를 기반으로 이산 시간에서의 전개는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} V(t+1) &= x(t+1)\Gamma^{-1}(x)x(t) + x(t)\Gamma^{-1}(x)(t+1) \\ &\quad - x^T(t)\Gamma^{-1}(x)\Gamma(x+1)\Gamma^{-1}(x)x(t) \\ &= \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r} \mu_i(z(t))\mu_j(z(t))\,\Gamma^{-1}(x)x(t)[\theta_{ij} + \theta_{ij}^T \\ &\quad + \eta_{ij} + \eta_{ij}^T]\Gamma^{-1}(x)x(t). \end{aligned} \tag{10}$$

여기서 $\theta_{ij} = (A_i + \triangle A_i)\Gamma(x) + \Gamma(x)(A_i + \triangle A_i)^T$, $\eta_{ij} = (B_i + \triangle B_i)K_i + K^T(B_i + \triangle B_i)^T$ 이다. 식 (10) 다음의 등가식으로 전개되어 진다.

$$\zeta_{ij} + \begin{bmatrix} \triangle A_i H(x)^T + H(x)\triangle A_i + \triangle B_i K_i + K_i^T \triangle B_i^T & * \\ 0 & 0 \end{bmatrix} < 0$$

여기서,

$$\zeta_{ij} = \begin{bmatrix} \theta_{ij} + \theta_{ij}^T + \eta_{ij} + \eta_{ij}^T - \dot{\Gamma}(x) + \Xi_{ij} & * \\ \Gamma(x) - H(x)^T + L(x)A(x)^T & -L(x) - L(x)^T \end{bmatrix}$$ 이다.

Schur 정리 및 보조 정리 1-3을 통해 우리는 정리 1과 같은 선형행렬부등식을 구할 수 있다.

4. 시뮬레이션 결과

2장에서 구성한 하이브리드 자기베어링 시스템의 퍼지 모델에 3장에서 제안된 강인 안정도 기법을 적용하여 이번 장에서는 해당 시스템의 안정도 결과를 나타내보고자 한다. 10% 불확실성에 대한 강인 안정도 해석을 위해 비선형 행렬을 다음과 같이 정의하게 된다.

$$D_i = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1 \end{bmatrix},\ E_{1i} = \begin{bmatrix} a & b & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c \end{bmatrix},\ E_{2i} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

정리 1에서 언급된 LMI 식 (9)에 대한 활용을 통해 하이브리드 자기베어링 시스템에 적용함으로써 우리가 목표로 한 강인 안정도 문제를 해결 할 수 있다. 초기 값 설정은 $x_0(t) = 10^{-4} * [0.5\ ;\ 0.2\ ;\ 0.2]$로 설정하였으며, 아래와 같은 제어 입력 값을 산출해 낼 수 있다.

$$\begin{aligned} K_1 &= 10^3 \times [-3.2149,\ -7.0112,\ 0.6148], \\ K_2 &= 10^4 \times [-0.8112,\ -2.9971,\ 0.5220], \\ K_3 &= 10^3 \times [-3.2011,\ -7.6077,\ 0.6140], \\ K_4 &= 10^4 \times [-0.7830,\ -2.0125,\ 0.5216] \end{aligned}$$

얻어진 입력 값 K_1에서 K_4를 통해 시스템의 강인 안정도 결과를 분석하였으며, 아래와 같은 안정도 그래프를 얻을 수 있었다.

그림 4-6을 통해 알 수 있듯이, 설계된 제어기는 하이브리드 자기베어링 시스템의 안정도 보장을 위해 정상적으로 작동하였음을 알 수 있다. 이는 시스템을 구성하고 있는 핵심 파라미터의 불확실성을 10% 고려한 결과물로, 이전과는 다른 비선형성이 고려된 강인 안정도 해석이라는 점을 주목할 필요가 있다.

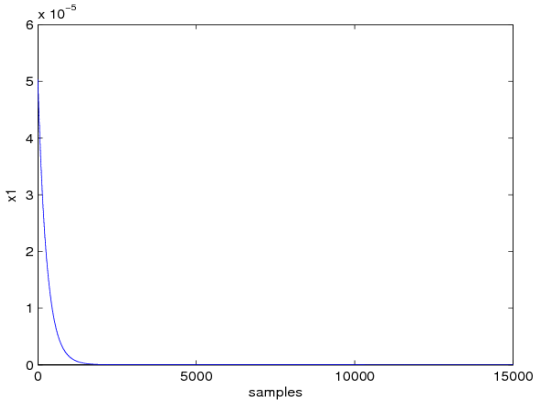

그림 4. 하이브리드 자기베어링 x_1 궤적.

Fig. 4 Trajectory of x_1 in hybrid magnetic bearing.

5. 결 론

본 논문에서는 하이브리드 자기베어링의 시스템 해석 및 강인 안정도 분석에 대해 다루어 보았다. 비선형적 구조를 가지고 있는 자기베어링 시스템을 해석하기 위해 T-S 퍼지 모델링 기법을 적용하였으며, 시스템의 강인 안정도 해석 방안을 LMI 형태로 나타내었다. 실제 하이브리드 자기베어링 시스템을 구성하고 있는 파라미터로 시스템을 구성하였

으며, 재해석된 퍼지 모델에 적합한 제어기를 설계를 통해 시스템의 안정도를 증명해 보았다. 마지막으로 시뮬레이션을 통해 제안된 기법의 우수성을 증명하였다.

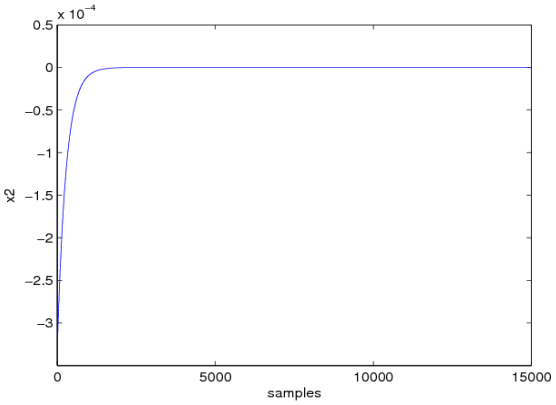

그림 5. 하이브리드 자기베어링 x_2 궤적.

Fig. 5 Trajectory of x_2 in hybrid magnetic bearing.

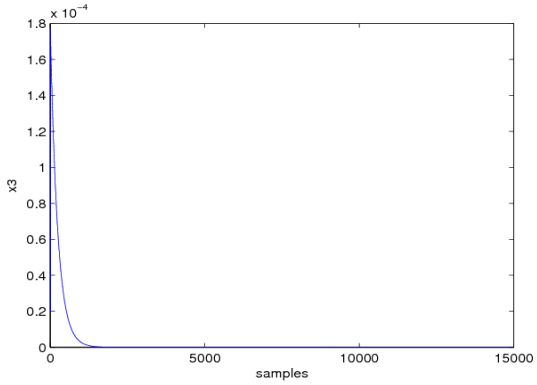

그림 6. 하이브리드 자기베어링 x_3 궤적.

Fig. 6 Trajectory of x_3 in hybrid magnetic bearing.

참 고 문 헌

[1] Y. Hong, H. Zhu, Q. Wu, J. Chen, and D. Zhu, "Dynamic decoupling control of AC-DC hybrid magnetic bearing based on neural network inverse method", *Electrical Machine and Systems*, pp. 3940- 3944, 2008.

[2] F. Jiancheng, S. Jinji, X. Yanliang, and W. Xi "A new structure for permanent-magent-biased axial hybrid magnetic bearings", *IEEE Trans. Magnetics*, vol. 45, no. 12, pp. 5319-5325, 2009.

[3] D. H. Lee, J. B. Park, Y. H. Joo, K. C. Lin, and C. H. Ham, "Robust H_∞ control uncertain nonlinear active magnetic bearing system via Takagi-Sugeno fuzzy models", *Int. Journal of Control, Automation, and Systems*, vol. 8, pp. 636-646, 2010.

[4] H. C. Sung, D. W. Kim, J. B. Park, and Y. H. Joo, "Robust digital control of fuzzy systems with parametric uncertainties", *Fuzzy Set & System*. vol. 161, pp. 919-933, 2010.

[5] S. H. Park and C. W. Lee, "Decoupled control of a disk-type rotor equipped with a three-pole magnetic bearing", *IEEE Trans. Mechatronics*, vol. 15, no. 5, pp. 793-804, 2010.

[6] X. H. Chang and G. H. Yang, "Relaxed stabilization coditions for continuous-time Takagi-Sugeno fuzzy control system", *Inforamtion Science*, vol. 180, pp. 3273-3287, 2010.

[7] 김승종, "마그네틱 베어링 기술의 현황 및 전망", *한국소음진동공학회논문집*, 제13권, 3호, pp. 196-206, 2003.

[8] 김우연, 이종민, 배용채, 김승종, "플라이휠 에너지 저장장치를 위한 저 전력소모 하이브리드 마그네틱 베어링의 설계", *한국소음진동공학회논문집*, 제20권, 8호, pp. 717-726, 2010.

저 자 소 개

성화창(Hwa Chang Sung)

2005년 8월 : 연세대학교 공학사
2007년 2월 : 연세대학교 공학석사
2007년 3월 ~ 현재 : 연세대학교 전기 전자 공학과 박사과정

Phone : 02-2123-2773
E-mail : casfirspear@yonsei.ac.kr

박진배(Jin Bae Park)

제 20권 4호(2010년 8월호) 참조

탁명환(Myung Hwan Tark)

2009년 : 군산대학교 전자정보공학과 졸업.
2009년 ~ 2011 : 동 대학원 공학석사.
2011년 3월 ~ 현재: 동대학원 박사과정재학

Tel : 063-469-4706
E-mail : takgom@kunsan.ac.kr

주영훈(Young Hoon Joo)

제 20권 4호(2010년 8월호) 참조