

## 무인 잠수정의 심도 제어를 위한 T-S 퍼지 모델 기반 제어기 설계

### Design of T-S Fuzzy-Model-Based Controller for Control of Autonomous Underwater Vehicles

전성우\* · 김도완\*\* · 이호재\*\*  
Sung Woo Jun\*, Do Wan Kim\*\* and Ho Jae Lee\*\*

\* 한밭대학교 전기공학과  
\*\* 인하대학교 전자공학과

#### 요약

본 논문은 무인 잠수정(Autonomous underwater vehicles: AUVs)의 심도 제어를 위한 타카기-수게노 (Takagi-Sugeno: T-S) 퍼지 모델 기반 제어기를 제안한다. Sector nonlinearity 기법을 통해 주어진 비선형 무인 잠수정은 T-S 퍼지 모델로 표현된다. 리아푸노프(Lyapunov) 함수를 이용하여 무인 잠수정의 심도 제어 성능을 보장하는 선형 행렬 부등식(Linear matrix inequality: LMI) 형태의 제어기 설계 조건을 유도한다. 모의 실험을 통해 제안된 기법의 심도 제어 성능을 검증한다.

**키워드 :** 타카기-수게노(Takagi-Sugeno: T-S) 퍼지 모델; 리아푸노프(Lyapunov) 함수; 선형 행렬 부등식(Linear matrix inequality: LMI); 심도 제어; 무인 잠수정.

#### Abstract

This paper presents Takagi-Sugeno (T-S) fuzzy-model-based controller for depth control of autonomous underwater vehicles(AUVs). Through sector nonlinearity methodology, The nonlinear AUV is represented by T-S fuzzy model. By using the Lyapunov function, the design condition of controller is derived to guarantee the performance of depth control in the format of linear matrix inequality (LMI). An example is provided to illustrate the effectiveness of the proposed methodology.

**Key Words :** Takagi-Sugeno (T-S) fuzzy model; Lyapunov function; Linear matrix inequality (LMI); Depth control; Autonomous underwater vehicles.

## 1. 서 론

무인 잠수정(Autonomous underwater vehicles: AUVs)은 운동학적, 동역학적 비선형 특성을 가지고 있는 모델이다. 최근 이러한 비선형 무인 잠수정의 제어를 위한 다양한 기법들이 소개되었다 [1-5]. [1-2]에서는 선형화 모델을 이용한 비선형 무인 잠수정의 제어 기법을 소개했다. 하지만 선형화 모델을 이용한 제어 기법은 제어 성능이 동작점 근처에서만 보장이 되어 전역 안정도의 보장을 하지 못하는 단점을 가진다. 이러한 단점을 개선하기 위해 [3-5]에서 리아푸노프(Lyapunov) 기반 제어 기법들이 소개되었다. 리아푸노프 기반 제어 기법은 [1-2]에서 소개된 선형 제어 기법과는 달리 넓은 동작 범위에서의 제어 성능이 보장되고 전역 안정도를 보장하지만 실제 제어 신호 구현을 위해서는 많은 계산량을 가지는 단점을 가진다.

접수일자 : 2011년 3월 19일

완료일자 : 2011년 5월 1일

+ 교신저자

본 연구는 LIG넥스원의 지원을 받아 이루어졌으며, 이에 관계자분들께 감사 드립니다.

한편 T-S 퍼지 모델 기반 제어 기법은 복잡한 비선형 시스템의 모델링에 매우 효과적이고 제어기 설계가 용이하며 제어 신호의 구현을 위한 여타 비선형 제어 기법에 비하여 상대적으로 적은 계산량을 요구하는 장점을 가진다. 이에 다양한 비선형 시스템에 대해서 T-S 퍼지 모델 기반 제어 연구가 수행되었다 [6-10]. 하지만 무인 잠수정의 심도 제어를 위한 퍼지 모델 기반 제어 연구는 전무한 실정이다. 따라서 정밀 제어와 전역 안정도의 보장을 필요로 하는 무인 잠수정의 심도 제어를 위해서는 타카기-수게노 (Takagi-Sugeno: T-S) 퍼지 모델 기반 제어 기법의 연구가 필요하다.

본 논문에서는 비선형 무인 잠수정의 심도 제어 문제를 T-S 퍼지 시스템의 접근적 안정화 문제로 다루는 것에 초점을 맞춘다. 이를 위해 비선형 무인 잠수정의 효율적인 심도 제어를 위한 T-S 퍼지 모델 기반 제어기를 제안한다. 또한, Sector nonlinearity 기법[6]을 통해 주어진 비선형 무인 잠수정의 비선형 모델은 T-S 퍼지 모델로 표현된다. 새로운 기법을 통해 제안된 제어기의 접근적 안정화 조건은 리아푸노프 함수를 이용하여 비선형 무인 잠수정의 심도 제어 성능을 보장하는 선형행렬부등식(linear matrix inequality: LMI) 형태로 유도한다. 마지막으로 모의 실험을

통해 제안된 기법의 심도 제어 성능을 검증한다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 사용 될 모델에 대해 설명되며, 3장에서는 비선형 무인 잠수정의 심도 제어를 위한 새로운 제어기 설계 기법을 제시한다. 4장에서는 모의 실험을 통해 3장에서 제안된 제어기 설계 기법의 성능을 검증한다. 마지막으로 5장에서는 결론을 제시하며 논문을 마무리 짓는다.

## 2. 시스템

### 2.1 무인 잠수정

6자유도(Six degree-of-freedom) 운동을 하는 비선형 무인 잠수정은 그림 1과 같이 지구 지표에 고정된 지표 고정 좌표계(Earth-fixed frame)와 지표 고정 좌표계에 대해 움직이고 그 중심이 무인 잠수정의 부력의 중심과 일치하는 선체 고정 좌표계(Body-fixed frame)로 표현할 수 있다.

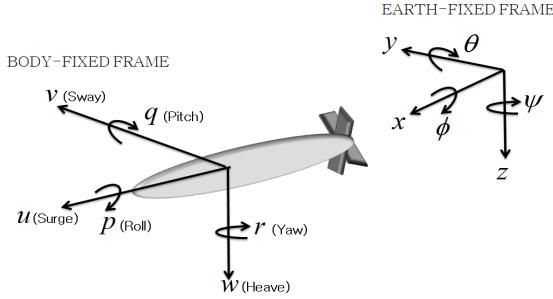


그림 1. 선체 고정 좌표계와 지표 고정 좌표계.

Fig. 1. Body-fixed frame and Earth-fixed frame.

비선형 무인 잠수정은 다음과 같이 동적 방정식으로 나타낼 수 있다 [3],

$$\begin{aligned} M(v)\dot{v} + C_D(v)v + g(\eta) + d &= \tau, \\ \dot{\eta}_1 = J_1(\eta_2)v_1, \quad \dot{\eta}_2 = J_2(\eta_2)v_2, \end{aligned}$$

여기서  $\eta = [\eta_1^T \quad \eta_2^T]^T$ ,  $\eta_1 = [x \quad y \quad z]^T$ ,  $\eta_2 = [\phi \quad \theta \quad \psi]^T$ 는 지표 고정 좌표계에서 잠수정의 위치와 방향을 각각 나타내고,  $v = [v_1^T \quad v_2^T]^T$ ,  $v_1 = [u \quad v \quad w]^T$ ,  $v_2 = [p \quad q \quad r]^T$ 는 선체 고정 좌표계에서 잠수정의 선속도와 각속도를 각각 나타낸다. 그리고  $M(v)$ 은 유체 역학에 의한 힘과 모멘트,  $C_D(v)$ 는 회전력에 의한 힘과 모멘트,  $d$ 는 외란 요소,  $\tau$ 는 제어 입력을 나타낸다.

선체 고정 좌표계의 선속도 및 각속도를 지표 고정 좌표계의 위치와 방향으로 변환하는 행렬  $J_1(\eta)$ ,  $J_2(\eta)$ 는 다음과 같다,

$$\begin{aligned} J_1(\eta) &= \begin{bmatrix} c\psi c\theta & -s\psi c\phi & s\psi s\phi + c\psi c\phi s\theta \\ s\psi c\theta & c\psi c\phi + s\phi s\theta s\psi & -c\psi s\phi + s\theta s\psi c\phi \\ -s\phi & c\theta s\phi & c\theta c\phi \end{bmatrix}, \\ J_2(\eta) &= \begin{bmatrix} 1 & s\phi t\theta & c\phi t\theta \\ 0 & c\phi & -s\phi \\ 0 & s\phi/c\theta & c\phi/c\theta \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

여기서  $s = \sin$ ,  $c = \cos$ ,  $t = \tan$ 이다.

비선형 무인 잠수정의 심도 제어를 위해 수직면 운동에

관련된 항을 제외한 나머지 항을 0으로 가정하면 무인 잠수정의 수직면 운동 모델은 그림 2와 같이 나타낼 수 있고 다음과 같은 운동학

$$\begin{aligned} \dot{\theta} &= q, \\ z &= -u_0 \sin \theta \end{aligned} \quad (1)$$

및 동역학

$$I_{yy}\dot{q} + mx_g u_0 q = M_q \dot{q} + M_{uq} u_0 q + M_{uu\delta_s} u_0^2 \delta_s \quad (2)$$

으로 표현할 수 있다 [1],

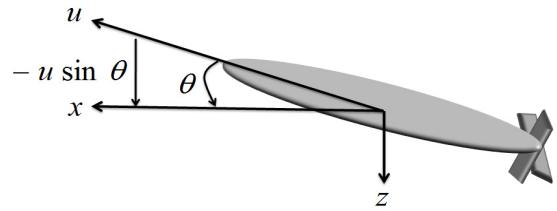


그림 2. 수직면 모델.

Fig. 2. Model of vertical.

여기서  $I_{yy}$ ,  $mx_g u_0$ ,  $M_q$ ,  $M_{uq} u_0$ ,  $M_{uu\delta_s} u_0$ 는 잠수정 파라미터,  $\delta_s$ 는 심도각이다.

### 2.2 T-S 퍼지 모델

다음의 T-S 퍼지 규칙을 고려하자,

$$\begin{aligned} \text{Rule } i : \text{IF } z_1 \text{ is } \Gamma_{i1} \text{ and } \dots \text{ and } z_p \text{ is } \Gamma_{ip}, \\ \text{THEN } \dot{x} = A_i x + B u, \end{aligned} \quad (3)$$

여기서  $x \in \mathbb{R}^n$ 은 상태변수,  $u \in \mathbb{R}^m$ 은 제어입력, Rule  $i$ ,  $i \in \varphi_R = \{1, 2, \dots, r\}$ 은  $i$ 번째 퍼지 규칙,  $z_h, j \in \varphi_P = \{1, 2, \dots, p\}$ 는  $h$  번째 전반부 변수,  $\Gamma_{ij}, (i, j) \in \varphi_R \times \varphi_P$ 는  $i$  번째 퍼지 규칙에서  $z_h$ 의 퍼지 집합을 의미한다. 따라서 퍼지 시스템은

$$\dot{x} = \sum_{i=1}^r h_i(z)(A_i x + B u) \quad (4)$$

와 같이 나타낼 수 있다. 여기서

$$\begin{aligned} h_i(z) &= \frac{\omega_i(z)}{\sum_{i=1}^r \omega_i(z)}, \\ \omega_i(z) &= \prod_{j=1}^p \Gamma_{ij}(z_j). \end{aligned}$$

식 (4)에서 함수  $h_i$ 는 다음을 만족한다,

$$\begin{aligned} h_i(z) &\in \mathbb{R}_{[0,1]}, \\ \sum_{i=1}^r h_i(z) &= 1. \end{aligned}$$

## 3. 주요 결과

비선형 무인 잠수정의 동역학 모델은 다음과 같이 나타

낼 수 있다,

$$\dot{q} = \left( \frac{M_{uq}u_0 - mx_g u_o}{I_{yy} - M_q} \right) q + \left( \frac{M_{uu\delta_s}u_0^2}{I_{yy} - M_q} \right) \delta_s. \quad (5)$$

또한, 비선형 무인 잠수정의 운동학 모델은 다음과 같이 나타낼 수 있다,

$$\begin{aligned} \dot{\theta} &= q, \\ \dot{z}_e &= \frac{-u_0 \sin \theta}{\theta} \theta, \end{aligned} \quad (6)$$

여기서  $z_e = z - z_d$ ,  $\dot{z}_d = 0$ ,  $z_d$ 는 심도 목표 값이다.

$x = [q \ \theta \ z_e]$ ,  $u = \delta_s$ 라 놓으면 비선형 무인 잠수정의 동역학 및 운동학 모델 식 (5), (6)는 다음과 같은 상태 방정식 형태로 나타낼 수 있다,

$$\begin{bmatrix} \dot{q} \\ \dot{\theta} \\ \dot{z}_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{M_{uq}u_0 - mx_g u_0}{I_{yy} - M_q} & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-u_0 \sin \theta}{\theta} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q \\ \theta \\ z_e \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{M_{uu\delta_s}u_0^2}{I_{yy} - M_q} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \delta_s. \quad (7)$$

Sector nonlinearity 기법을 통해 식 (7)의  $\frac{-u_0 \sin \theta}{\theta}$ 는  $r=2$ 라고 가정하면

$$\frac{-u_0 \sin \theta}{\theta} = h_1(\theta)a_1 + h_2(\theta)a_2$$

로 나타낼 수 있고, 여기서  $\sum_{i=1}^2 h_i(\theta) = 1$ 과  $h_i(\theta) \in \mathbb{R}_{[0,1]}$ 를 만족하면

$$h_1(\theta) = \frac{\frac{-u_0 \sin \theta}{\theta} - a_2}{a_1 - a_2}, \quad h_2(\theta) = 1 - h_1(\theta),$$

$$a_1 = \max \frac{-u_0 \sin \theta}{\theta}, \quad a_2 = \min \frac{-u_0 \sin \theta}{\theta}$$

이 성립함을 알 수 있다. 따라서 T-S 퍼지 규칙은 다음과 같아,

- Rule 1 : IF  $\theta$  is  $h_1$   
THEN  $\dot{x} = A_1x + Bu$ ,  
Rule 2 : IF  $\theta$  is  $h_2$   
THEN  $\dot{x} = A_2x + Bu$ ,

으로 나타낼 수 있고, T-S 퍼지 시스템은

$$\dot{x} = \sum_{i=1}^2 h_i(z)(A_i x + Bu) \quad (8)$$

과 같이 구성된다, 여기서

$$A_1 = \begin{bmatrix} \frac{M_{uq}u_0 - mx_g u_0}{I_{yy} - M_q} & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & a_1 & 0 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} \frac{M_{uq}u_0 - mx_g u_0}{I_{yy} - M_q} & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & a_2 & 0 \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{M_{uu\delta_s}u_0^2}{I_{yy} - M_q} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

제어기의 T-S 퍼지 모델을 다음과 같이 고려한다면

- Rule 1 : IF  $\theta$  is  $h_1$   
THEN  $u = F_1 x$   
Rule 2 : IF  $\theta$  is  $h_2$   
THEN  $u = F_2 x$

제어기는 다음과 같고,

$$u = \sum_{i=1}^2 h_i(\theta) K_i x \quad (9)$$

시스템 (7)은 식 (8), (9)를 이용해 다음의 폐루프 시스템

$$\dot{x} = \sum_{i=1}^2 h_i(\theta)(A_i + BK_i)x \quad (10)$$

을 구성할 수 있다 [6].

시스템 (10)에 대한 리아프노프(Lyapunov) 함수를 다음과 같이 정의하자:

$$V|_{(10)} = x^T P x. \quad (11)$$

여기서  $P = P^T > 0$ 를 만족하는 양 한정 행렬(Positive definite matrix)이다. 식 (10), (11), 그리고 합동 변환을 이용하면,

$$\begin{aligned} \dot{V}|_{(10)} &= x^T P x + x^T P \dot{x}, \\ &= x^T (A_i + BK_i)^T + x^T P (A_i + BK_i)x \end{aligned}$$

이 되고, 여기서  $Q = P^{-1}$ ,  $F_i = K_i P^{-1}$ 라 하면,

$$\dot{V}|_{(10)} = x^T \{(A_i Q + BF_i)^T + (A_i Q + BF_i)\} x$$

으로 나타낼 수 있다. 따라서

$$(A_i Q + BF_i)^T + (A_i Q + BF_i) < 0 \quad (12)$$

을 만족한다면

$$\dot{V}|_{(10)} < 0$$

을 만족하고, 식(12)을 만족하는  $Q = Q^T > 0$ ,  $F_i$ 가 존재한다면 비선형 무인 잠수정은 점근적으로 안정하다.

#### 4. 모의 실험

제안된 기법의 검증을 위해 비선형 무인잠수정 시스템 (1), (2)에 대해 다음과 같은 심도 제어 모의 실험을 수행 한다:

$$\begin{aligned} \text{경우 1 } z_d &= 0 \\ \text{경우 2 } z_d &= \begin{cases} -5, & 0s < t \leq 50s \\ -10, & 50s < t \leq 100s \end{cases} \end{aligned}$$

모의 실험에 사용한 무인 잠수정의 파라미터는 표 1에 제시한다.

표 1. 무인 잠수정 파라미터 [1].

Table 1. Parameters of AUV.

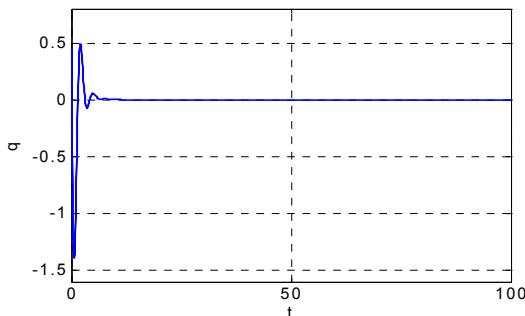
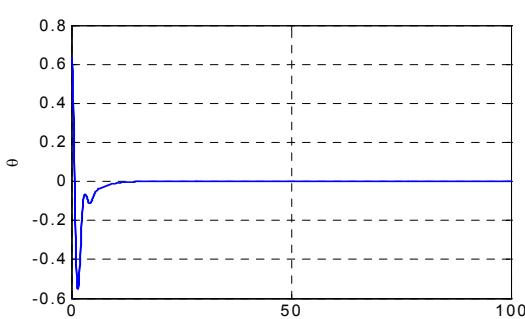
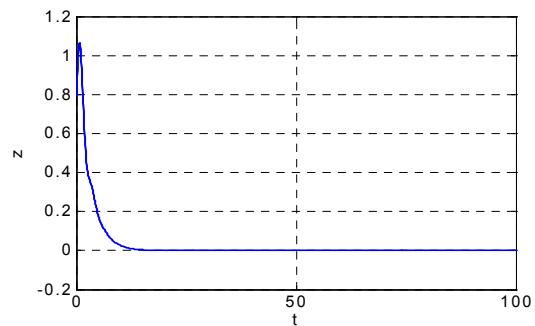
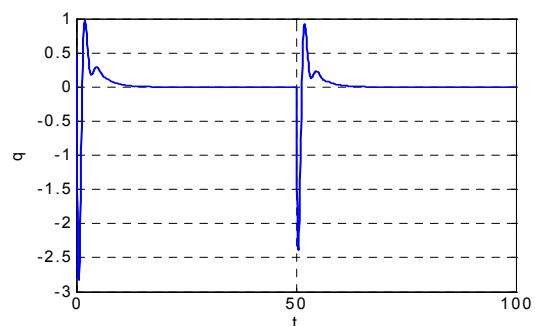
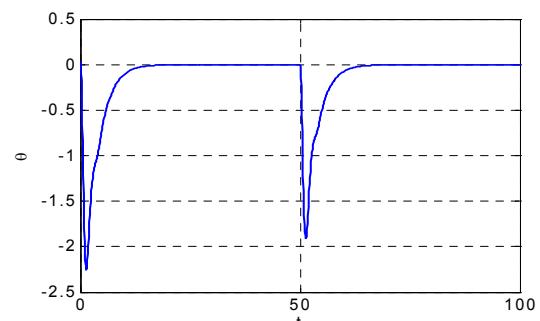
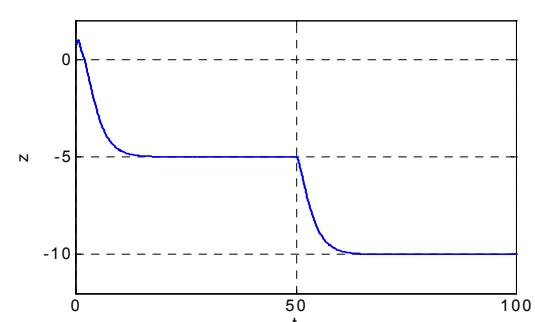
파라미터	값
$I_{yy}$	$3.45\text{kgm}^2$
$M_q$	$-4.88\text{kgm}^2$
$M_{uq}$	$-2.00\text{kgm/rad}$
$u_0$	$1.00\text{m/s}$
$M_{uu\delta_s}$	$-4.16\text{kg/rad}$
$m$	$21.8\text{kg}$

$a_1$ 과  $a_2$ 를 각각  $a_1=1$ ,  $a_2=0.1$ 으로 설정하면 다음의 제어 이득

$$\begin{aligned} K_1 &= [3.7294 \quad 12.0632 \quad 4.1018], \\ K_2 &= [3.7294 \quad 12.0632 \quad 4.1018], \\ F_1 &= [6.8745 \quad 84.5201 \quad -1.6156], \\ F_2 &= [6.8745 \quad 84.5201 \quad -1.6156] \end{aligned}$$

을 얻을 수 있다.

그림 3-8은 제안된 심도 제어 기법의 모의 실험 결과를 보여준다. 그림 3-5에서는 경우 1일 때의  $q$ ,  $\theta$ ,  $z$ 의 상태를 나타내고 그림 6-8에서는 경우 2일 때의  $q$ ,  $\theta$ ,  $z$ 의 상태를 나타낸다. 그림 3-7은 상태 변수  $q$ ,  $\theta$ ,  $z$ 가 0으로 점근적 수렴함을 보여준다. 그림 8은 시간에 따른 목표 심도값에 점근적 수렴함을 보여준다. 이러한 결과를 토대로 제안된 비선형 무인 잠수정에 대한 T-S 퍼지 모델 기반 심도 제어 기법이 탁월한 성능을 가지고 있음을 알 수 있다.

그림 3. 경우 1의  $q$ 에 대한 시간응답.Fig. 3. Response of  $q$  in the case 1.그림 4. 경우 1의  $\theta$ 에 대한 시간응답.Fig. 4. Response of  $\theta$  in the case 1.그림 5. 경우 1의  $z$ 에 대한 시간응답.Fig. 5. Response of  $z$  in the case 1.그림 6. 경우 2의  $q$ 에 대한 시간응답.Fig. 6. Response of  $q$  in the case 2.그림 7. 경우 2의  $\theta$ 에 대한 시간응답.Fig. 7. Response of  $\theta$  in the case 2.그림 8. 경우 2의  $z$ 에 대한 시간응답.Fig. 8. Response of  $z$  in the case 2.

## 참 고 문 헌

- [1] T. Prester, "Verification of a six-degree of freedom simulation model for the REMUS autonomous underwater vehicle," *Masters Thesis, Department of Ocean Engineering and Mechanical Engineering, MIT, USA*, 2001.
- [2] T. I. Fossen, *Guidance and Control of Ocean Vehicles*. Wiley, New York, 1994.
- [3] J. H. Li and P. M. Lee, "Design of adaptive nonlinear controller for depth control of an autonomous underwater vehicle," *Ocean Engineering*, vol. 32, no. 17-18, pp. 2165-2181, 2005.
- [4] L. Lapierre, "Robust diving control of an AUV," *Oceanic Engineering*, vol. 36, no. 1, pp. 92-104, 2005.
- [5] A. J. Healey and D. Lienard, "Multivariable sliding mode control for autonomous diving and steering of unmanned underwater vehicles," *Ocean Engineering*, vol. 18, no. 3, pp. 327-339.
- [6] K. Tanaka and H. O. Wang, "Fuzzy Control Systems Design and Analysis: A Linear Matrix Inequality Approach," *New York: Wiley*, 2001.
- [7] D. W. Kim, H. J. Lee, and M. Tomizuka, "Fuzzy stabilization of nonlinear systems under sampled-data feedback: an exact discrete-time model approach," *IEEE Trans. fuzzy syst.*, pp. 251-260, vol. 18, no. 2, 2010.
- [8] D. W. Kim and H. J. Lee, "stability connection between sampled-data fuzzy control systems with quantization and their approximate discrete-time model," *Automatica*, vol. 45, no. 6, pp. 1518-1523, 2009.
- [9] D. W. Kim, J. B. Park, and Y. H. Joo, "Theoretical justification of approximate norm minimization method for intelligent digital redesign," *Automatica*, vol. 44, no. 3, pp. 851-856, 2008.
- [10] D. W. Kim, J. B. Park, and Y. H. Joo, "Effective digital implementation of fuzzy control systems based on approximate discrete-time models," *Automatica*, vol. 43, no. 10, pp. 1671-1683, 2007.

## 저 자 소 개



전성우(Sung Woo Jun)

2011년: 한밭대 전기공학과(공학사).  
2011년~현재: 동 대학원 전기공학과  
석사과정



김도완(Do Wan Kim)

2002년: 연세대학교 기계전자공학부  
(공학사)  
2004년: 연세대학교대학원 전기전자공학과  
(공학석사)  
2007년: 동 대학원 전기전자공학과  
(공학박사)  
2008년: University of California, Berkeley  
박사후과정  
2009년: 연세대학교 전기전자공학과 BK 연구교수  
2010년~현재: 국립한밭대학교 전기공학과 전임강사

관심분야 : 비선형 디지털 제어, 무인자율주행 제어, 지능 제어, 디지털 재설계.

Phone : 042-821-1097  
Fax : 042-821-1097  
E-mail : dowankim@hanbat.ac.kr



이호재(Ho Jae Lee)

1998년: 연세대학교 전기공학과(공학사)  
2000년: 연세대학교대학원 전기컴퓨터 공  
학과(공학석사)  
2004년: 동 대학원 전기전자공학과(공학  
박사).  
2005년: University of Houston, Houston  
방문조교수  
2006년~현재: 인하대학교 전자전기공학부 조교수

관심분야 : 비선형 샘플치 제어, 편대비행 제어, 디지털 재  
설계

Phone : 032-860-7425  
Fax : 032-860-7425  
E-mail : mylchi@inha.ac.kr