응용통계연구 (2011)
24(3), 505–513

DOI: 10.5351/KJAS.2011.24.3.505

블럭효과를 구별할 수 있는 직교스도쿠방격법

장대흥[1]

[1]부경대학교 통계학과

(2011년 1월 접수, 2011년 3월 채택)

요 약

스도쿠는 라틴방격법를 기반으로하는 숫자퍼즐로서 전세계적으로 인기있는 숫자퍼즐이다. Mo와 Xu (2008)는 이 스도쿠의 개념을 이용하여 블럭효과를 구별할 수 있는 스도쿠방격법을 제안하였다. 서로 직교하고 블럭효과를 구별할 수 있는 스도쿠방격법들을 이용하면 우리는 블럭효과를 구별할 수 있는 직교스도쿠방격법을 제안할 수 있다.

주요용어: 스도쿠, 스도쿠방격법, 직교스도쿠방격법.

1. 서론

스도쿠(Sudoku)는 라틴방격법(Latin square design)을 기반으로하는 유명한 숫자퍼즐로서, 가로 9칸(칸을 영어로는 cell(셀, 칸, 방, 실) 또는 grid(그리드, 격자)라 함.), 세로 9칸으로 이루어져 있는 9×9 정사각형 표(네모 표)에 1부터 9까지의 숫자를 채워넣는 퍼즐이다. 이 9×9 정사각형 표는 다시 작은 9개의 3×3 칸으로 구성된 정사각형 표들로 구성된다. 이 9개의 작은 정사각형 표들을 영어로는 boxes(상자), blocks(블럭), regions(영역), sub-squares(부정사각형, 딸린네모)라 부른다. 본 논문에서는 이 9개의 작은 정사각형 표들을 블럭이라 부르겠다. 스도쿠의 역사는 1892년까지 거슬러 올라가고 현재의 모습과 같은 스도쿠는 1979년 Howard Garns가 잡지 'Dell Pencil Puzzles & Word Games'에 'Number Place'라는 이름으로 나타났다가 1984년 일본의 한 출판사가 '스도쿠'라는 이름으로 이 숫자퍼즐을 출판한 이후로 전세계에 퍼지게 되었다. 2006년 이탈리아 루카에서 제 1회 월드스도쿠챔피온대회가 열린 이후 매년 이 대회가 장소를 바꾸어 열리고 있고 2010년에는 미국 필라델피아에서 제 5회 월드스도쿠챔피온대회가 열렸다. 이 스도쿠 퍼즐의 규칙은 다음과 같다.

1. 9개의 가로줄(row)에 1부터 9까지의 숫자가 한 번씩만 들어가야 한다.
2. 9개의 세로줄(column)에 1부터 9까지의 숫자가 한 번씩만 들어가야 한다.
3. 9개의 블럭에 각각 1부터 9까지의 숫자가 한 번씩만 들어가야 한다.

다음 그림 1.1은 스도쿠 퍼즐의 결과를 나타내는 그림이다. 9개의 가로줄에 1부터 9까지의 숫자가 한번씩, 9개의 세로줄에 1부터 9까지의 숫자가 한 번씩만 들어가 있음을 알 수 있고, 9개의 3×3 칸에 각각 1부터 9까지의 숫자가 한 번씩만 들어가 있음을 알 수 있다. 앞으로 첫 번째 행과 첫 번째 열에 대응되는 셀의 숫자 9를 (1, 1, 9)로, 첫 번째 행과 두 번째 열에 대응되는 셀의 숫자 5를 (1, 2, 5)라는 식으로 표기하기로 하자.

[1](608-737) 부산광역시 남구 대연3동 599-1, 부경대학교 통계학과, 교수. E-mail: dhjang@pknu.ac.kr

9	5	3	4	6	7	2	1	8
8	7	4	1	3	2	9	6	5
6	1	2	8	9	5	4	7	3
2	3	6	7	8	4	5	9	1
1	9	8	2	5	3	7	4	6
7	4	5	6	1	9	3	8	2
5	8	7	3	4	1	6	2	9
3	2	1	9	7	6	8	5	4
4	6	9	5	2	8	1	3	7

그림 **1.1.** 스도쿠 퍼즐 결과

많은 학자들이 스도쿠 퍼즐을 풀기 위한 알고리즘들에 대하여 연구하고 있다 (예 Eppstein, 2005; Lambert 등, 2006; Moraglio 등, 2006; Nicolau와 Ryan, 2006; Yue와 Lee, 2006; Geem, 2007; Lewis, 2007a, 2007b; Santos-Garcia, 2007; Bartlett 등, 2008; Gradwohl 등, 2009; Moon 등, 2009; 등).

Mo와 Xu (2008)는 이 스도쿠를 이용하여 블럭효과를 구별할 수 있는 $k{\times}k$ 스도쿠방격법(Sudoku square design)을 제안하였다. 여기서 k는 비소수(nonprime number)이어야 한다. Mo와 Xu (2008)는 k가 20이하인 경우의 $k{\times}k$ 스도쿠방격법 15가지(블럭의 형태까지 고려하면 27가지)를 제시하였다. 이 스도쿠방격법이 기존의 라틴 방격법과 다른 점은, 변동요인으로서 세 개의 인자(처리, 행, 열) 외에 블럭인자를 더 고려할 수 있다는 것이다. 우리가 라틴방격법 실험 전체의 장을 완전랜덤화할 수 없을 때 스도쿠방격법을 사용하면 블럭을 통하여 블럭인자의 효과를 알아낼 수 있다. 오차제곱합에서 블럭제곱합을 분리할 수 있으므로 처리에 대한 검정이 라틴방격법보다 더 정교하여 진다. 그러나 각 블럭은 행인자와 열인자의 모든 수준을 포함하지 못하고 행인자와 열인자의 수준들의 일부분만을 포함하게 되어 분산분석이 복잡하게 된다. Mo와 Xu (2008)는 이러한 사실을 간과하여 잘못된 분산분석표와 제곱합을 제시하고 있다.

우리가 블럭효과를 구별할 수 있는 $k{\times}k$ 스도쿠방격법을 만들면 k^2번의 실험횟수로, 블럭인자를 포함하여 총 4개의 인자(각 인자의 수준수가 k인)를 취급할 수 있다. 요인배치법으로 실험한다면 실험횟수가 k^4이 된다. 인자의 주효과들에 1차적인 관심이 있다면 요인배치법보다 실험횟수가 훨씬 적은 스도쿠방격법을 이용하여 인자의 주효과들을 알아볼 수가 있다. 우리가 블럭효과를 구별할 수 있는 $k{\times}k$ 스도쿠방격법을 만들면 모형식을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$y_{(ij)pq} = \mu + \tau_i + \beta_j + \rho_p + \gamma_q + \epsilon_{(ij)pq}$$

여기서, i, j, p, $q = 1, 2, \ldots, k$이고 μ는 전체평균, τ는 처리효과, ρ는 행효과, γ는 열효과, β는 블럭효과, ϵ은 오차효과를 나타낸다. $y_{ij(pq)}$는 처리인자의 i번째 수준과 j번째 블럭에 종속되고 행인자의 p번째 수준과 열인자의 q번째 수준에 대응되는 반응값을 나타낸다.

이 모형식을 기반으로 하여 다음 표 1.1과 같은 분산분석표가 작성된다. 이 분산분석표는 $k^2{\times}k^2$ 스도

표 **1.1.** $k^2 \times k^2$ 스도쿠방격법에 대응되는 분산분석표

변동요인	제곱합	자유도	평균제곱
처리	SS_t	k^2-1	MS_t
블럭	SS_b	k^2-1	MS_b
행	SS_r	$k(k-1)$	MS_r
열	SS_c	$k(k-1)$	MS_c
오차	SS_e	$(k-1)(k^3+k^2-3k-1)$	MS_e
합계	SS_T	k^4-1	

1	2	3	4	5	6	7	8	9
7	8	9	1	2	3	4	5	6
4	5	6	7	8	9	1	2	3
6	4	5	9	7	8	3	1	2
3	1	2	6	4	5	9	7	8
9	7	8	3	1	2	6	4	5
8	9	7	2	3	1	5	6	4
5	6	4	8	9	7	2	3	1
2	3	1	5	6	4	8	9	7

1	2	3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	1	2	3
7	8	9	1	2	3	4	5	6
8	9	7	2	3	1	5	6	4
2	3	1	5	6	4	8	9	7
5	6	4	8	9	7	2	3	1
6	4	5	9	7	8	3	1	2
9	7	8	3	1	2	6	4	5
3	1	2	6	4	5	9	7	8

그림 **2.1.** 직교하는 두 개의 9×9 스도쿠방격법

쿠방격법을 대상으로 하고 제 1종 제곱합(블럭효과가 행효과와 열효과에 앞서 있는)을 기반으로 하여 작성되었다.

서로 직교하는 스도쿠방격법에 대하여 Pederson과 Vis (2009), Lorch (2009a, 2009b)가 언급하였고 1956년 Behrens이 제안한 gerechte계획법과 스도쿠와의 관계에 대하여 Bailey 등 (2008)이 언급하였다. Pederson과 Vis (2009)는 $k^2 \times k^2$ 스도쿠방격법에서 서로 직교하는 스도쿠방격법의 최대 개수는 $k(k-1)$임을 증명하였고 Bailey 등 (2008)은 서로 직교하는 9×9 스도쿠방격법 6개를 보였다.

본 논문에서는 Mo와 Xu (2008)이 제안한, 블럭효과를 구별할 수 있는 $k \times k$ 스도쿠방격법의 개념을 확장하여, 서로 직교하고 블럭효과를 구별할 수 있는 스도쿠방격법들을 조합한 직교스도쿠방격법(orthogonal Sudoku square design)을 제안하고자 한다. 서로 직교하는 라틴방격법 두 개를 조합하면 그레코라틴방격법을, 서로 직교하는 라틴방격법 세 개를 조합하면 초그레코라틴방격법을 만들 수 있는 것과 같은 논리로 우리는 서로 직교하고 블럭효과를 구별할 수 있는 스도쿠방격법들을 조합하면 블럭효과를 구별할 수 있는 직교스도쿠방격법을 제안할 수 있다.

2절에서는 블럭효과를 구별할 수 있는 직교스도쿠방격법에 대하여 언급하고 3절에서는 수치예를 보이고 4절에서는 결론을 내렸다.

2. 블럭효과를 구별할 수 있는 직교스도쿠방격법

우리는 서로 직교하는 스도쿠방격법 두 개 이상을 조합하여 직교스도쿠방격법을 만들 수 있다. 예로 다음 그림 2.1은 서로 직교하는 9×9 스도쿠방격법 두 개를 나타내는 그림이다. 각각의 스도쿠방격법에서 9개의 작은 네모는 3×3 블럭을 나타낸다. 이 블럭들은 블럭효과를 알아내는 데 사용된다. 그레코라틴

표 2.1. $k^2 \times k^2$ 직교스도쿠방격법(직교하는 두 개의 $k^2 \times k^2$ 스도쿠방격법을 이용)에 대응되는 분산분석표

변동요인	제곱합	자유도	평균제곱
처리 1	SS_{t1}	k^2-1	MS_{t1}
처리 2	SS_{t2}	k^2-1	MS_{t2}
블럭	SS_b	k^2-1	MS_b
행	SS_r	$k(k-1)$	MS_r
열	SS_c	$k(k-1)$	MS_c
오차	SS_e	$(k-1)(k^3+k^2-4k-2)$	MS_e
합계	SS_T	k^4-1	

방격법에서처럼 이 두 개의 스도쿠방격법을 겹쳐 합치면 직교스도쿠방격법을 만들 수 있다. 81개의 겹쳐 합친 조합들$((1,1,11),(1,2,22),\ldots,(9,9,78))$이 하나도 겹치는 것이 없고 81개의 모든 처리조합들을 나타내므로 직교함을 알 수 있다.

우리가 서로 직교하고 블럭효과를 구별할 수 있는 $k \times k$ 스도쿠방격법 두 개를 조합하여 직교스도쿠방격법을 만들면 k^2번의 실험횟수로, 블럭인자를 포함하여 총 5개의 인자(각 인자의 수준수가 k인)를 취급할 수 있다. 요인배치법으로 실험한다면 실험횟수가 k^5이 된다. 인자의 주효과들에 1차적인 관심이 있다면 요인배치법보다 실험횟수가 훨씬 적은 직교스도쿠방격법을 이용하여 인자의 주효과들을 알아볼 수가 있다. 우리가 서로 직교하고 블럭효과를 구별할 수 있는 $k \times k$ 스도쿠방격법 두 개를 조합하여 직교스도쿠방격법을 만들면 모형식을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$y_{(ijl)pq} = \mu + \tau 1_i + \tau 2_j + \beta_l + \rho_p + \gamma_q + \epsilon_{(ijl)pq}$$

여기서, i, j, l, p, $q = 1,2,\ldots,k$이고 μ는 전체평균, $\tau 1$과 $\tau 2$는 두 개의 처리효과, ρ는 행효과, γ는 열효과, β는 블럭효과, ϵ은 오차효과를 나타낸다. $y_{ijl(pq)}$은 두 개의 처리인자의 (i,j)-처리조합과 l번째 블럭에 종속되고 행인자의 p번째 수준과 열인자의 q번째 수준에 대응되는 반응값을 나타낸다.

이 모형식을 기반으로 하여 다음 표 2.1과 같은 분산분석표가 작성된다. 이 분산분석표는 $k^2 \times k^2$ 직교스도쿠방격법을 대상으로 하고 제 1종 제곱합(블럭효과가 행효과와 열효과에 앞서 있는)을 기반으로 하여 작성되었다.

우리가 서로 직교하고 블럭효과를 구별할 수 있는 $k \times k$ 스도쿠방격법 두 개를 조합하여 직교스도쿠방격법을 만들면 $k \times k$ 스도쿠방격법과 같은 실험횟수로 인자를 하나 더 첨가할 수가 있고, 그레코라틴방격법과는 달리 변동요인으로서 네 개의 인자(처리1, 처리 2, 행, 열) 외에 블럭 인자를 더 고려할 수 있다. 우리가 그레코라틴방격법 사용시 실험 전체의 장을 완전랜덤화할 수 없을 때 직교스도쿠방격법을 사용하면 블럭을 통하여 블럭인자의 효과를 알아낼 수 있다. 오차제곱합에서 블럭제곱합을 분리할 수 있으므로 처리에 대한 검정이 그레코라틴방격법보다 더 정교하여 진다.

초그레코라틴방격법처럼 우리는 서로 직교하고 블럭효과를 구별할 수 있는 $k \times k$ 스도쿠방격법 세 개를 조합하여 직교스도쿠방격법을 만들면 모형식을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$y_{(ijlm)pq} = \mu + \tau 1_i + \tau 2_j + \tau 3_l + \beta_m + \rho_p + \gamma_q + \epsilon_{(ijlm)pq}$$

여기서, i, j, l, m, p, $q = 1,2,\ldots,k$이고 μ는 전체평균, $\tau 1$, $\tau 2$, $\tau 3$는 세 개의 처리효과, ρ는 행효과, γ는 열효과, β는 블럭효과, ϵ은 오차효과를 나타낸다. $y_{ijlm(pq)}$는 세 개의 처리인자의 (i,j,l)-처리조합과 m번째 블럭에 종속되고 행인자의 p번째 수준과 열인자의 q번째 수준에 대응되는 반응값을 나타낸다.

표 2.2. $k^2 \times k^2$ 직교스도쿠방격법(직교하는 세 개의 $k^2 \times k^2$ 스도쿠방격법을 이용)에 대응되는 분산분석표

변동요인	제곱합	자유도	평균제곱
처리 1	SS_{t1}	k^2-1	MS_{t1}
처리 2	SS_{t2}	k^2-1	MS_{t2}
처리 3	SS_{t3}	k^2-1	MS_{t3}
블럭	SS_{b}	k^2-1	MS_{b}
행	SS_{r}	$k(k-1)$	MS_{r}
열	SS_{c}	$k(k-1)$	MS_{c}
오차	SS_{e}	$(k-1)(k^3+k^2-5k-3)$	MS_{e}
합계	SS_{T}	k^4-1	

이 모형식을 기반으로 하여 다음 표 2.2와 같은 분산분석표가 작성된다. 이 분산분석표는 $k^2 \times k^2$ 직교스도쿠방격법을 대상으로 하고 제 1종 제곱합(블럭효과가 행효과와 열효과에 앞서 있는)을 기반으로 하여 작성되었다.

우리가 서로 직교하고 블럭효과를 구별할 수 있는 $k \times k$ 스도쿠방격법 세 개를 조합하여 직교스도쿠방격법을 만들면 k^2번의 실험횟수로, 블럭인자를 포함하여 총 6개의 인자(각 인자의 수준수가 k인)를 취급할 수 있다. 요인배치법으로 실험한다면 실험횟수가 k^6이 된다. 인자의 주효과들에 1차적인 관심이 있다면 요인배치법보다 실험횟수가 훨씬 적은 직교스도쿠방격법을 이용하여 인자의 주효과들을 알아볼 수가 있다.

우리가 서로 직교하고 블럭효과를 구별할 수 있는 $k \times k$ 스도쿠방격법 세 개를 조합하여 직교스도쿠방격법을 만들면 $k \times k$ 스도쿠방격법과 같은 실험횟수로 인자를 두 개 더 첨가할 수가 있고, 초그레코라틴방격법과는 달리 변동요인으로서 다섯 개의 인자(처리1, 처리2, 처리3, 행, 열) 외에 블럭 인자를 더 고려할 수 있다. 우리가 초그레코라틴방격법 사용시 실험 전체의 장을 완전랜덤화할 수 없을 때 직교스도쿠방격법을 사용하면 블럭을 통하여 블럭인자의 효과를 알아낼 수 있다. 오차제곱합에서 블럭제곱합을 분리할 수 있으므로 처리에 대한 검정이 그레코라틴방격법보다 더 정교하여 진다.

우리가 이러한 직교스도쿠방격법을 쓸 때 주의할 사항은 첫째, 인자의 수준수가 소수(prime number)가 되면 안 된다는 것이다. 즉, k값으로서 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 등을 사용할 수 없다. 둘째, 고려하여야 할 인자의 수준수가 k로 동일해야 한다는 것이다. 이러한 사실들이 직교스도쿠방격법을 사용할 때의 단점이라 하겠다.

Mo와 Xu (2008)는 변형된 스도쿠방격법을 제안하였는 데 이 아이디어를 이용하면 변형된 직교스도쿠방격법을 제안할 수 있다. 우리가 서로 직교하고 블럭효과를 구별할 수 있는 $k \times k$ 스도쿠방격법 두 개를 조합하여 직교스도쿠방격법을 만들 때 행과 열에 각각 두 개의 인자를 배당하거나 행이나 열에 두 개의 인자를 배당할 수 있다. 행과 열에 각각 두 개의 인자를 배당하는 경우를 고려하여 보자. k개의 블럭은 각각 $k = s \times t$으로 나누어질 수 있으므로 행에서는 s개의 수준을 갖는 첫 번째 행인자는 블럭행(block-row)에 랜덤하게 배정하고, t개의 수준을 갖는 두 번째 행인자는 행(row)에 랜덤하게 배정한다. 열에서는 t개의 수준을 갖는 첫 번째 열인자는 블럭열(block-column)에 랜덤하게 배정하고, s개의 수준을 갖는 두 번째 열인자는 열(column)에 랜덤하게 배정한다. 변형된 직교스도쿠방격법에서 교호작용이 중요하다고 생각되는 인자를 행인자와 열인자에 배당하면 된다.

이러한 변형된 직교스도쿠방격법은 계속 확장할 수 있다. 즉, 서로 직교하고 블럭효과를 구별할 수 있는 $k \times k$ 스도쿠방격법 세 개를 조합하여 직교스도쿠방격법을 만들 때 행과 열에 각각 두 개의 인자를 배당하거나 행이나 열에 두 개의 인자를 배당할 수 있다.

	1	2	3	4
1	A (690.1)	D (889.5)	C (1079.6)	B (819.5)
2	C (1109.5)	B (790.1)	A (605.4)	D (902.3)
3	D (844.6)	A (550.5)	B (813.2)	C (1046.8)
4	B (749.4)	C (899.0)	D (1014.9)	A (637.1)

그림 **3.1.** 4×4 스도쿠방격법

표 **3.1.** 4×4 스도쿠방격법에 대응되는 분산분석표

변동요인	제곱합	자유도	평균제곱	F값
작업일자	34,918.64	3	11,639.55	6.35
작업자	893.76	2	446.88	0.24
작업장소	10,186.88	2	5,093.44	2.78
원료	372,386.90	3	124,128.96	67.72
오차	9,164.74	5	1,832.95	
합계	427,550.91	15		

3. 수치예

우리가 라틴방격법 실험 전체의 장을 완전랜덤화할 수 없을 때 스도쿠방격법을 사용하면 블럭을 통하여 블럭인자의 효과를 알아낼 수 있다. 라틴방격법은 변동요인으로서 세 개의 인자(행효과, 열효과, 처리효과)를 고려할 수 있으나 스도쿠방격법은 세 개의 인자 외에 블럭인자를 더 취급할 수 있어 총 네 개의 인자(행효과, 열효과, 블럭효과, 처리효과)를 고려할 수 있다.

예제 3.1: 다음 그림 3.1과 같은 4×4 스도쿠방격법에서 행인자는 작업자(1, 2, 3, 4), 열인자는 작업장소(1, 2, 3, 4)이다. 블럭인자는 작업일자(1, 2, 3, 4)인 데 그림 3.1에서 왼쪽 위부터 시계방향으로 4개의 블럭 각각에 작업일자(1, 2, 3, 4)를 배당한다. 그리고 관심있는 처리인자는 원료 종류(A, B, C, D)이다. 각 셀에서 영어 알파벳은 원료의 종류를 나타내고 괄호 안의 수자는 특성값인 압축강도(단위: kg/cm^2)를 나타낸다.

그림 3.1과 같은 자료표를 이용하여 분산분석을 행하면 다음 표 3.1과 같다. 제 1종 제곱합(블럭효과가 행효과와 열효과에 앞서 있는)을 기반으로 하여 작성되었다.

분산분산표에 따르면 유의수준 $\alpha = 0.01$에서 원료의 종류 간에 유의한 차이가 있어 원료의 종류에 따라 압축강도가 다르게 나타남을 알 수 있다.

우리가 그레코라틴방격법 실험 전체의 장을 완전랜덤화할 수 없을 때 직교스도쿠방격법(직교하는 두 개의 스도쿠방격법을 이용)을 사용하면 블럭을 통하여 블럭인자의 효과를 알아낼 수 있다. 그레코라틴방격법은 변동요인으로서 네 개의 인자(행효과, 열효과, 변량효과, 처리효과)를 고려할 수 있으나 직교스도쿠방격법(직교하는 두 개의 스도쿠방격법을 이용)은 네 개의 인자 외에 블럭인자를 더 취급할 수 있어 총 다섯 개의 인자(행효과, 열효과, 변량효과, 블럭효과, 처리효과)를 고려할 수 있다.

	1	2	3	4
1	A1 7.72 8.58	B4 6.03 5.21	D3 8.94 9.24	C2 10.56 10.57
2	C3 14.19 14.75	D2 11.58 12.43	B1 7.80 8.12	A4 8.90 9.15
3	D4 14.12 14.10	C1 17.56 17.74	A2 8.38 7.71	B3 8.74 10.36
4	B2 6.96 6.96	A3 10.26 10.14	C4 11.78 11.91	D1 11.32 10.51

그림 3.2. 4×4 직교스도쿠방격법(직교하는 두 개의 4×4 스도쿠방격법을 이용)

표 3.2. 4×4 직교스도쿠방격법에 대응되는 분산분석표

변동요인	제곱합	자유도	평균제곱	F값
반복	0.113	1	0.113	0.40
작업일자	43.414	3	14.471	51.81
조립순서	49.080	2	24.54	87.86
작업자	3.268	2	1.634	5.85
작업장소	15.295	3	5.098	18.25
조립방법	182.400	3	60.800	217.69
오차	4.748	17	0.279	
합계	298.318	31		

예제 3.2: 특수 기계 부품 조립에 걸리는 시간을 특성값으로 하고, 이 특성값에 영향을 주는 인자에는 총 5가지 인자가 있다. 다음 그림 3.2와 같은 4×4 직교스도쿠방격법(직교하는 두 개의 4×4 스도쿠방격법을 이용)에서 행인자는 부품 조립순서(1, 2, 3, 4), 열인자는 작업자(1, 2, 3, 4), 변량인자는 작업장소(1, 2, 3, 4)이다. 블럭인자는 작업일자(1, 2, 3, 4)인데 그림 3.2에서 왼쪽 위부터 시계방향으로 4개의 블럭 각각에 작업일자(1, 2, 3, 4)를 배당한다. 그리고 관심있는 처리인자는 부품 조립방법(A, B, C, D)이다. 각 셀에서 영어알파벳은 조립방법을 나타내고 영어알파벳 뒤의 수자는 작업장소를 나타낸다. 영어알파벳 밑의 수자는 특성값인, 부품 조립에 걸리는 시간(초)를 나타낸다. 두 번 반복 측정하였다.

그림 3.2와 같은 자료표를 이용하여 분산분석을 행하면 다음 표 3.2와 같다. 제 1종 제곱합(블럭효과가 행효과와 열효과에 앞서 있는)을 기반으로 하여 작성되었다.

분산분산표에 따르면 유의수준 $\alpha = 0.01$에서 부품 조립방법 간에 유의한 차이가 있어 부품 조립방법에 따라 부품 조립에 걸리는 시간이 다르게 나타남을 알 수 있다.

4. 결론

우리가 그레코라틴방격법이나 초그레코라틴방격법을 사용할 때 실험 전체의 장을 완전랜덤화할 수 없을

때 블럭효과를 구별할 수 있는 직교스도쿠방격법을 사용하면 블럭을 통하여 블럭인자의 효과를 알아낼 수 있다. 오차제곱합에서 블럭제곱합을 분리할 수 있으므로 처리에 대한 검정이 그레코라틴방격법이나 초그레코라틴방격법보다 더 정교하여 진다.

참고문헌

Bailey, R. A., Cameron, P. J. and Connelly, R. (2008). Sudoku, gerechte designs, resolutions, affine space, spreads, reguli, and Hamming codes, *American Mathematical Monthly*, **115**, 383–404.

Bartlett, A. C., Chartier, T. P., Langville, A. N. and Rankin, T. D. (2008). An integer programming model for the Sudoku problem, unpublished paper(http://langvillea.people.cofc.edu/sudoku5.pdf).

Eppstein, D. (2005). Nonrepetitive paths and cycles in graphs with application to Sudoku, unpublished paper(http://arxiv.org/abs/cs/0507053).

Geem, Z. W. (2007). Harmony search algorithm for solving Sudoku, *Knowledge-based Intelligent Information and Engineering Systems, Lecture Notes in Computer Science*, **4672/2007**, 371–378.

Gradwohl, R., Naor, M., Pinkas, B. and Rothblum, G. N. (2009). Cryptographics and physical zero-knowledge proof system for solutions of Sudoku puzzles, *Theory of Computing Systems*, **44**, 245–268.

Lambert, T., Monfroy, E. and Saubion, F. (2006). A generic framework for local search: Application to the Sudoku problem, *Computer Science-ICCS 2006, Lecture Notes in Computer Science*, **3991/2006**, 641–648.

Lewis, R. (2007a). Metaheuristics can solve Sudoku puzzles, *Journal of Heuristics*, **13**, 387–401.

Lewis, R. (2007b). On the combination of constraint programming and stochastic search: The Sudoku case, *Hybrid Metaheuristics, Lecture Notes in Computer Science*, **4771/2007**, 96–107.

Lorch, J. (2009a). Mutually orthogonal families of linear Sudoku solutions, *Journal of the Australian Mathematical Society*, **87**, 409–420.

Lorch, J. (2009b). A quick construction of mutually orthogonal Sudoku solutions, unpublished paper (http://www.cs.bsu.edu/homepages/jdlorch/lorchsudoku.pdf).

Mo, H. and Xu, R. (2008). Sudoku square-a new design in field experiment, *Acta Agronomica Sinica*, **34**, 1489–1493.

Moon, T. K., Gunther, J. H. and Kupin, J. J. (2009). Sinkhorn solves Sudoku, *IEEE Transactions on Information Theory*, **55**, 1741–1746.

Moraglio, A., Togelius, J. and Lucas, S. (2006). Product geometric crossover for the Sudoku puzzle, *IEEE Congress on Evolutionary Computation*, 470–476.

Nicolau, M. and Ryan, C. (2006). Solving Sudoku with the GAuGE system, *Genetic Programming, Lecture Notes in Computer Science*, **3905/2006**, 213–224.

Pedersen, R. M. and Vis, T. L. (2009). Sets of mutually orthogonal Sudoku Latin squares, *The College Mathematics Journal*, **40**, 174–181.

Santos-Garcia, G. (2007). Solving Sudoku puzzles with rewriting rules, *Electronic Notes in Theoretical Computer Science*, **176**, 79–93.

Yue, T. and Lee, Z. (2006). Sudoku solver by Q'tron neural networks, *Intelligent Computing, Lecture Notes in Computer Science*, **4113/2006**, 943–952.

Orthogonal Sudoku Square Designs with Block Effect Discrimination

Dae-Heung Jang[1]

[1]Department of Statistics, Pukyong National University

(Received January 2011; accepted March 2011)

Abstract

Sudoku is a famous Latin-square-based number-placement puzzle. Mo and Xu (2008) proposed Sudoku square designs based on the idea of Sudoku. Using several Sudoku square designs which are mutually orthogonal, we can suggest the orthogonal Sudoku square designs with block effect discrimination.

Keywords: Sudoku, Sudoku square designs, orthogonal Sudoku square designs.

[1]Professor, Department of Statistics, Pukyong National University, 599-1 Daeyeon-dong, Nam-gu, Busan 608-737, Korea. E-mail: dhjang@pknu.ac.kr