

다축차동장치의 전위기어 해석

Profile-shifted Gears in Multi-axial Differential System

강동수¹, 송철기^{2,✉}
Dongsoo Kang¹ and Chul Ki Song^{2,✉}

¹ 경상대학교 대학원 기계공학과 (Department of Mechanical Engineering, Gyeongsang National Univ.)
² 경상대학교 기계항공공학부, 공학연구원 (School of Mechanical Engineering, ERI, Gyeongsang National Univ.)

✉ Corresponding author: cksong@gnu.kr, Tel: 055-751-6074

Manuscript received: 2010.5.13 / Revised: 2010.10.28, 2011.1.7 / Accepted: 2011.2.9

A new tooth profile which is adjusted on the amount of addendum modification factor is proposed for reducing vibration and noise of gears. The transmission error of the new profile can be designed more uniformly than that of the standard involute profile. The basic concepts of tooth profile modification are to reduce the load in contact area and to find the appropriate profile modification factor for operation condition. In this study, gears were estimated to constructive safety of bending strength and contact strength durability by using ROMAX program, and were compared with results by design formula of AGMA standard.

Key Words: Multi-axial Differential System (다축차동장치), Profile-shifted Gear (전위기어), Stress Analysis (강도 해석), Transmission-Error (전달오차), Multiplication Factor (전위계수)

1. 서론

최근 운송기계장치들이 고성능화로 많은 발전이 있다. 특히 대형자동차, 특수차량 등이 보다 많은 적재중량을 한번에 적재하기 위해 엔진의 출력 성능이 향상되고 있으며, 차량의 주행속도 또한 빨라지고 있다. 하지만 엔진으로부터 전달되는 토크의 증대로 동력전달장치 내 기어가 마모 및 파손되는 사례가 빈번하고 발생하고 있다. 또한, 최근 환경문제와 연료비의 상승으로, 경량화, 고출력과 고내구성을 동시에 만족하는 변속기나 차동장치 등의 동력전달장치를 시장은 원하고 있다.

그러나 고출력 동력전달장치의 수명내구를 증대시키기 위해서는, 기어치의 접촉영역의 하중분포를 불균일하게 하며 치의 탄성변형에 영향을 주는 전달오차(Transmission error)에 대한 분석이 필요하다.¹ 기어치의 탄성변형을 최소화하기 위해서는

전달오차를 줄이는 방향으로 치형을 수정하여야 한다. 또한 일반적으로 설계요구 중심거리에 적정한 기어쌍을 얻기 위해서는 표준 기어쌍 대신 전위 기어쌍으로 선택하는 것이 더 용이하다.² 본 연구에서는 기어간의 중심거리를 고정하고 전위계수와 형상치수 등을 변화시킴에 따른 전달오차의 변화를 비교하였다.

본 연구에서는 기어장치 해석프로그램인 ROMAX를 이용하여,³ Fig. 1에서 보는 것과 같은 다축차동장치(Multi-axial differential system)를 대상으로 하였다. 다축차동장치는 한 쌍의 헬리컬기어와 한 쌍의 스파이럴 베벨기어와 주축(main shaft), 보조축(counter shaft)와 구동축(output drive shaft)로 구성되어 있다. 변속기를 통하여 전달된 동력은 추진축을 통해 주축으로 유입되며, 헬리컬 기어쌍과 스파이럴 베벨기어를 거쳐 양 쪽의 구동 바퀴로 전달됨과 동시에 다음 차례의 다축차동장치로 전달된다.

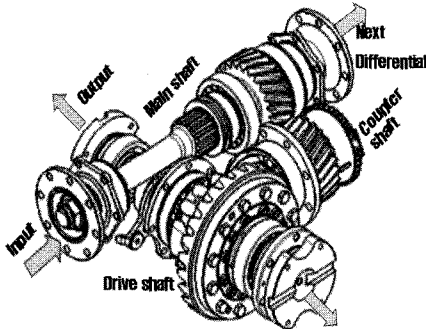


Fig. 1 Multi-axial differential system

2. 기어 이론

2.1 허용굽힘응력

기어장치의 설계에서는 기어의 강도와 동력을 전달할 때 발생하는 기어장치의 성능을 유지하는 것이 가장 중요하다. AGMA2001 을 기준으로 기어 강도를 계산한다.^{4,5} 치 뿌리의 굽힘응력 S_t 은 다음과 같이 계산한다.

$$S_t = \frac{W_t K_a K_s K_m K_B K_v}{F m J} \quad (1)$$

여기서 W_t 는 접선방향 전달력($T/r =$ 피니언 입력 토크/기어 반경), K_a 는 굽힘응력을 위한 적용계수, K_s 는 굽힘응력을 위한 크기계수, K_m 은 하중분포계수, K_B 는 기어림의 두께계수, K_v 은 굽힘응력을 위한 동하중계수, J 는 굽힘응력을 위한 기하계수, F 는 치폭, m 은 기어의 모듈이다.

기어의 굽힘 피로파손이 일어나지 않을 조건은 Fig. 2 에서 보는 바와 같이 하중 W_t 로 인하여 치 뿌리에서 최대 굽힘응력이 발생하여, 이 응력이 재료의 특성과 형상 등에 관련된 허용굽힘응력 보다 같거나 작아야 한다, 이를 만족하지 못하면 치 뿌리에서 피로에 의한 파손이 발생한다.

$$S_t \leq \frac{S_{at} K_L}{K_T K_R} \quad (2)$$

여기서 S_{at} 는 기어재질에 대한 허용굽힘응력, K_L 은 굽힘응력이 허용응력 범위 내 포함여부에 따라 결정되는 수명계수, K_T 는 온도계수, K_R 은 시험자료 만개 중 파손되는 개수를 나타내는 신뢰도계수이다.

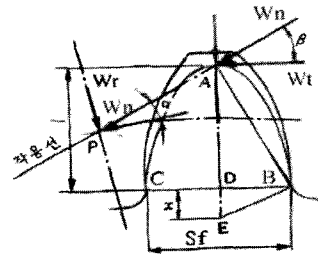


Fig. 2 Forces of gear tooth (AGMA2001)

2.2 허용접촉응력

접촉응력은 두개의 기어가 접촉할 때 기어의 표면이 수명시간 내에 견딜 수 있는 하중을 결정하는 값이며, 기본 계산식은 곡선형태를 가진 두 표면이 접촉할 때 발생하는 헤르츠(Hertz) 응력을 기본으로 한다. 여기에 여러가지 계수를 적용시킨 AGMA2001 을 기준으로 계산한다.^{4,5}

$$S_c = C_p \sqrt{\frac{W_t C_a C_s C_m C_f}{C_v d F I}} \quad (3)$$

여기서 C_v 은 접촉응력을 위한 동하중계수, C_p 는 탄성정수계수, C_a 는 접촉강도를 위한 적용계수, C_s 는 접촉응력을 위한 크기계수, C_m 는 하중분포계수, C_f 는 표면조도계수, d 는 기어 기초원의 직경, I 는 기어의 곡률반경과 압력각을 고려한 계수이다.

계산된 접촉응력 S_c 은 다음 식과 같이 허용접촉응력을 초과해서는 안된다.

$$S_c \leq \frac{S_{ac} C_L C_H}{C_T C_R} \quad (4)$$

여기서 S_{ac} 는 허용접촉응력을 나타내며 C_L 는 수명계수, C_T 는 온도계수, C_R 는 신뢰성계수, C_H 는 경도계수이다.

2.3 전달오차(Transmission error)

전달오차는 기어의 실제 회전각과 이상적인 회전각의 위상차를 말한다. 전달오차에는 축과 기어의 정렬오차, 기어의 편심과 같은 설치상의 오차, 형상(Profile) 오차, 피치오차, 가공오차 등에 기인된다. 기어가 실제로 구동될 경우에는 전달되는 동력의 변화, 또는 치의 탄성 변형으로 전달오차가 발생된다.

기어의 강성이 매우 크다고 가정할 때, 각도 관련식은,⁶

$$\theta_2 = \theta_1(R_1 / R_2) \quad (5)$$

이며, 이 때 전달오차는 다음과 정리된다.

$$TE = \theta_2 - \theta_1(R_1 / R_2) \quad (6)$$

여기서 θ_1 , θ_2 는 각 기어의 회전각을, R_1 , R_2 는 각 기어의 반지름을 의미한다.⁷

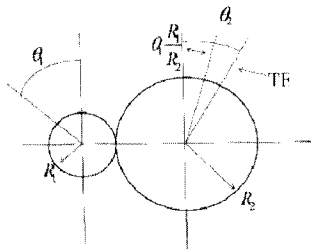


Fig. 3 Schematic of transmission error

3. 기어 수치해석

3.1 기어 강도 해석

기어 설계시에 잇수가 적을수록 굽힘강도가 커지고 치폭이 넓을수록 면압강도는 작아진다. 또한 잇수가 지나치게 적으면 간섭이 일어나 파손 및 절손이 초래된다. 따라서 기어 설계시 기어의 체적과 강도 등을 고려하여 최적 잇수를 산출하는 것이 매우 중요하다. 다축차동장치의 각 요소인 축, 헬리컬 기어쌍, 스파이럴 베벨 기어, 그리고 베어링에 대하여 CATIA V5 로 구성된 3D 도면을 바탕으로 Romax Designer 로 모델을 재구성하여, 내구해석을 수행하였다.

본 연구에서는 기어의 설계 검증을 위하여 Table 1 의 조건하에 시뮬레이션을 실시하였다.

Table 1 Simulation condition.

Precondition	Test load case
Duration (hour)	320
Temperature(°C)	110
Speed (rpm)	304
Torque (Nm)	2240
Lubricant	SAE 80W

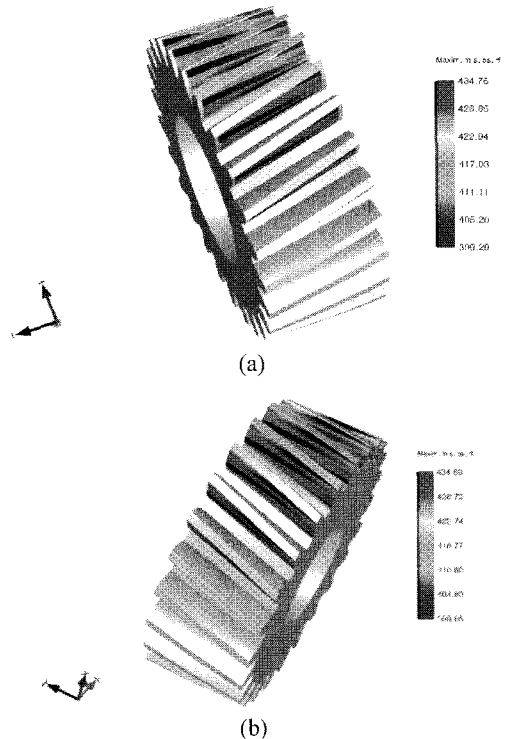


Fig. 4 Bending stress of standard helical gears (a) wheel's, (b) pinion's

1 단 구동시 구동토크의 크기가 가장 크며 토크의 변화량도 가장 커지므로, 1 단을 기준하여 가혹조건 내구 시뮬레이션을 수행하였다. 또한 가혹조건 수행시간을 차량 총주행시간 32,000 시간 중 1%인 320 시간으로 가정하였다.⁸

Fig. 4 는 헬리컬 표준기어쌍에 대한 굽힘응력을 내구 시뮬레이션으로 얻은 결과를 나타낸다.

피니온 1 과 휠 1 의 굽힘응력은 각각 최대 434.9 MPa 과 434.8 MPa 을 얻었다. 기어재질 SCM420H 에 대한 허용굽힘응력 S_{at} (=903 MPa), 수명계수 K_L (=1), 온도계수 K_T (=1), 신뢰도계수 K_R (=1.5) 등을 식 (2)에 대입한 결과, 안전한 굽힘응력범위 내에 있음을 확인할 수 있었다.

Fig. 5 는 헬리컬 표준기어쌍에 대한 접촉응력을 내구 시뮬레이션으로 얻은 결과를 나타낸다. 또한 해석 결과, 피니온 1 과 휠 1 의 접촉응력은 각각 최대 1444.4 MPa 과 1444.2 MPa 을 얻었다. 기어재질 SCM420H 에 대한 허용접촉응력 S_{ac} (=1545 MPa), 수명계수 C_L (=1), 온도계수 C_T (=1), 신뢰성계수 C_R (=1), 경도계수 C_H (=1) 등을 식 (4)에

대입한 결과, 안전한 접촉응력범위 내에 있음을 확인할 수 있었다. Fig. 6 은 작용하는 하중에 따른 기어 시스템의 전체 변형량을 나타내고 있다. Table 1 의 조건을 적용한 결과, 베벨기어 부분에서 최대 변형량 84.46 μm 으로 나타났으며, 연구대상인 헬리컬 기어쌍의 변형량은 무시할 정도임을 알 수 있다. Table 2 는 헬리컬 기어쌍의 형상을 보여주는 표이다.

Table 2 Geometry of helical gear set

Arrangement type:	Gear set
Ratio	0.96(24/25)
Normal module, m-n (mm)	5.0(Standard)
Normal pressure angle (deg)	20.0
Helix angle (deg)	17.5
Pinion 1 Hand:	Left
Transverse pressure angle (deg)	20.889
Working face width (mm)	45.0
Working center distance (mm)	128.445(input) (calculated:128.445)
Reference center distance (mm)	128.445
Extension to reference center distance (mm)	1.821e-4

3.2 전위기어의 전달오차

본 연구에서는 중심거리가 고정시키고 치형의 크기를 전위시키기 때문에 백래쉬가 0 이라 가정하고 전체전위계수를 다음과 같이 구하였다.

$$x_1 + x_2 = (Z_1 + Z_2)(\text{inv} a_w - \text{inv} a_f) / (2 \cdot \tan \alpha_n) \quad (7)$$

여기서 피니언 1 과 휠 1 기어의 잇수와 전위계수를 각각 Z_1, Z_2, x_1, x_2 그리고 기어간의 중심거리 a_w 정면압력각 a_f , 기준압력각 α_n 으로 나타내었다. 이 식에서는 중심간의 거리가 고정 되어 있기 때문에 전체 이 높이가 변화하지 않게 된다. 따라서 피치원을 기준으로 하여 이뿌리원과 이끝원이 상대 기어와 간섭이 생기지 않는 범위내에서 이끝높이(addendum)와 이뿌리높이(dedendum)를 (+)로 조금씩 증가시키면서 간섭을 검토하였다. 그 결과 Table 3 과 같은 전위기어 쌍을 얻었다.⁹ Fig. 7 은 두 기어의 물림선을 보여주는 그림이다.

Table 3 Modification of gear geometry

Geometry	Pinion 1		Wheel 1	
	Standard	Modified	Standard	Modified
Addendum coefficient	0.0	2.081e-5	0.0	2.085e-5
Root dia.	118.57	116.04	113.32	111.34
Tip dia.	141.07	143.05	135.82	138.35
Form dia.	123.66	122.95	118.55	118.05
Tool tip radius	1.50	1.76	1.50	1.79
Addendum	5.00	5.99	5.00	6.26
Dedendum	6.25	7.51	6.25	7.24

(Unit : mm)

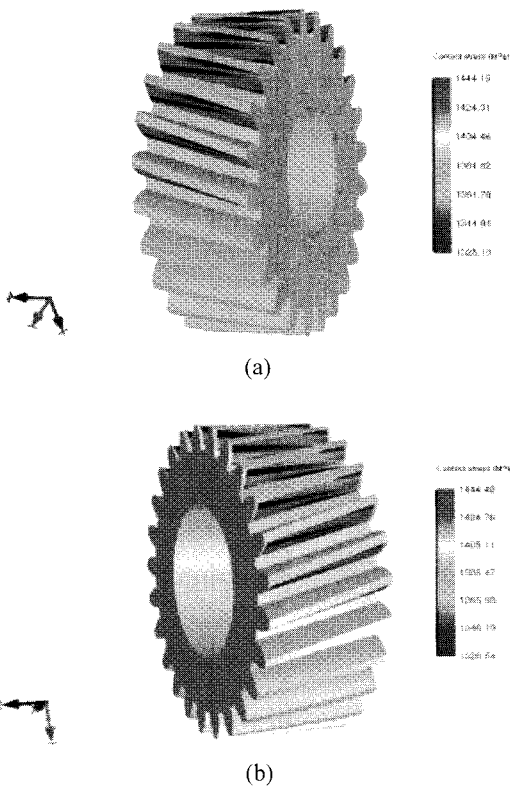


Fig. 5 Contact stress of standard helical gears, (a) wheel's, (b) pinion's

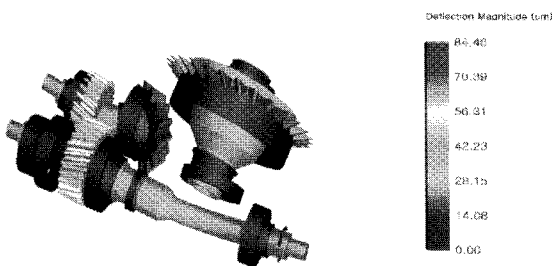


Fig. 6 Deflection

Table 4 Bending stress and contact stress

Gear type	Pinion 1 (Stress: MPa)		Wheel 1 (Stress: MPa)	
	Bending	Contact	Bending	Contact
Standard	367	1288	401	1289
Profile-shifted	344	1189	370	1189

기어의 전달오차는 소음 발생과 기어의 내구성에 큰 영향을 준다. Fig. 8 은 두 기어의 전달오차를 나타내는 그림이다. Fig. 8(a)에서 보는 바와 같이 전달오차 곡선이 급격하게 변화하게 된다면, 치형의 특정부분에 힘을 받게 되며, 하중전달이 부드럽지 않게 될 것이다. 전위기어의 전달오차는 49.37~49.85 μm (진폭 약 0.5 μm)로 표준기어의 전달오차 34.2~37.5 μm (진폭 약 3.3 μm)에 비해, 그 절대 크기는 높아졌지만 더 적은 진폭을 가짐으로써 전체적으로 부드러운 하중 전달이 이루어짐을 알 수 있다.

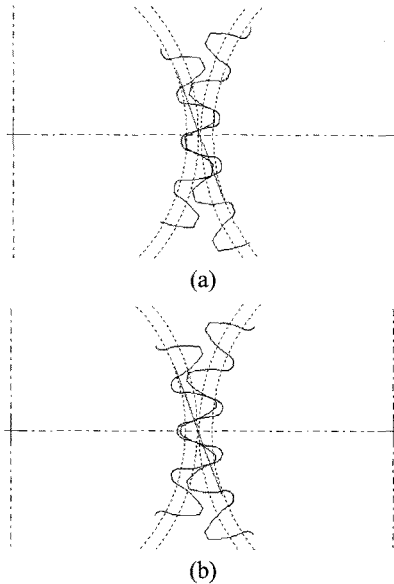
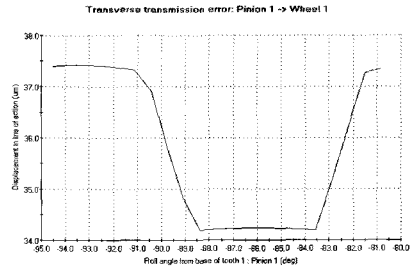


Fig. 7 Transverse form of tooth (a) standard gear, (b) profile-shifted gear

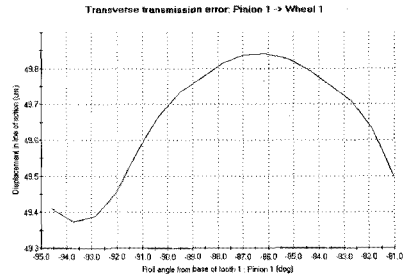
3.3 전위기어의 굽힘응력, 접촉응력과 전달력

Table 4 는 두 기어에 대한 굽힘응력과 접촉응력을 비교한 표이다. 전위기어의 굽힘응력과 접촉응력이 감소하였음을 알 수 있다. 또한 Fig. 9 은 각 기어가 서로 물리고 떨어지면서 전달하는 하중을 보여준다. 표준기어의 최대 전달력이 약 27,000 N 인 반면, (+) 전위기어인 경우 최대 전달력이 34,000 N 이 된다. 즉, 전위계수를 증가시킴으로써,

전달 하중을 증대시킴과 동시에 치의 굽힘응력과 접촉응력은 감소시켜 치의 안전계수를 향상시킬 수 있음을 확인하였다.

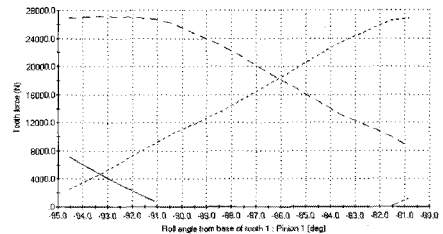


(a)

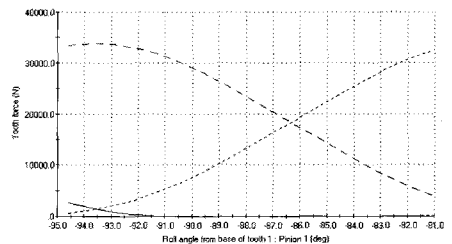


(b)

Fig. 8 Transmission error (a) standard gear, (b) profile-shifted gear



(a)



(b)

Fig. 9 Tooth force (a) standard gear, (b) profile-shifted gear

4. 결론

본 연구에서는 헬리컬 기어와 스파이럴 베벨 기어로 구성된 다축차동장치에 대한 신뢰성을 확보하기 위하여 Romax-Designer 를 사용하여 기어강도 해석을 수행하였다. 또한 중심 거리와 기어비가 고정된 상태에서 전위기어 설계에 따른 전달오차, 굽힘응력, 접촉응력, 전달력 등을 비교 해석함으로써 다음과 같은 결과를 얻었다.

(1) 기어에 대한 전달오차 분석을 통하여 부드러운 하중 전달을 얻을 수 있으며, 발생소음을 저감시킬 수 있다.

(2) 기어의 굽힘응력과 접촉응력을 개선하여 기어의 안전율을 향상시킬 수 있으며, 기어 전달력을 증대시킬 수 있다.

(3) 다양하고 복잡한 형상을 가진 기어에 대하여 제작에 따른 시간과 비용을 절약하면서 설계자가 원하는 기어장치의 특성을 예측 및 개선할 수 있다.

후 기

본 연구는 교육과학기술부와 한국산업기술진흥원의 지역혁신인력양성사업으로 수행된 연구결과이며, 동남광역경제권선도산업육성사업의 지원으로 이루어졌습니다.

참고문헌

1. Smith, J. D., "Gear noise and vibration," Marcel Dekker, Inc., 1999.
2. Litvin, F. L. and Fuentes, A., "Gear Geometry and Applied theory, 2nd Edition," Cambridge, 2004
3. Romax Technology, "Romax Designer Training for Transmission Engineering," 2003.
4. AGMA Standard, "ANSI/AGMA 2001-C95," 2001.
5. Lee, K. H., Lee, G. H., Kim, D. S. and Cho, J. K., "Strength Characteristic Analysis for Addendum Modification of a Gear Using Special-purpose Vehicle," Proc. of KSAE Autumn Conference, pp. 1032-1037, 2007.
6. Song, C. K., Hong, J. P., Lee, S. B. and Lee, J. K., "Principles of Dynamics with Applications," Kyobo Press, 2008.
7. Son, Y., Bae, H., Tak, S., Zhang, Q. and Lyu, S., "A

study on the prediction and measurement of Transmission Error for high speed gear," J. of Korean Society for Precision Engineering, Vol. 25, No. 12, pp. 20-26. 2008.

8. Lechner, G. and Naunheimer, H., "Automotive Transmissions," Springer, 1999
9. Dooner, D. B. and Seireg, A. A., "The kinematic geometry of gearing," John Wiley & Sons, INC., 1995.