

접지된 유전체 평면위의 변하는 저항율을 갖는 저항띠 격자구조에 의한 H-분극 산란 : 한쪽 모서리에서 유한하고 다른쪽 모서리로 가면서 0인 경우

H-Polarized Scattering by a Resistive Strip Grating with the Tapered Resistivity Over a Grounded Dielectric Plane : from Finite at One Strip-Edge to Zero at the Other Strip-Edge

윤의중*

Uei-Joong Yoon*

요 약

본 논문에서는 스트립 폭과 격자주기, 유전체 층의 비유전율과 두께, 그리고 TE(transverse electric) 평면파의 입사각에 따른 접지된 유전체 평면위의 변하는 저항율을 갖는 저항띠 격자구조에 의한 H-분극 전자파 산란문제를 FGMM(Fourier-Galerkin Moment Method)를 이용하여 해석하였다. 저항띠의 변하는 저항율은 한쪽 모서리에서는 유한하고 다른쪽 모서리에서 0 저항율을 가지며, 이때 저항띠 위에서 유도되는 표면 전류밀도는 직교다항식의 일종인 차수가 $\alpha = 1, \beta = 0$ 인 Jacobi 다항식의 급수로 전개하였다. 정규화된 반사전력의 수치결과는 기존의 수치결과와 매우 일치하였다.

Abstract

In this paper, H-polarized electromagnetic scattering problems by a resistive strip grating over a grounded dielectric plane according to the strip width and grating period, the relative permittivity and thickness of a dielectric layer, and incident angles of a TE (transverse electric) plane wave are analyzed by applying the FGMM (Fourier-Galerkin Moment Method). The tapered resistivity of resistive strips in this paper varies from finite resistivity at one edge to zero resistivity at the other edge, then the induced surface current density on the resistive strip is expanded in a series of Jacobi polynomials of the order $\alpha = 1, \beta = 0$ as a kind of orthogonal polynomials. The numerical results of the normalized reflected power show in good agreement with those of existing papers.

Key words : TE plane wave, H-polarized scattering, tapered resistivity, FGMM, Jacobi polynomials.

심을 가져왔다 [1]-[8]. 그리고 전자파 산란문제에 대해 Richmond [1]는 자유공간상에서 완전도체띠 (conducting strip)에 유도되는 전류를 프리에 급수로 전개하여 FGMM(Fourier-Galerkin Moment Method)을 이용하여 수치해석하였고, Mittra와 Hall [2]은 자유공간상에서 저항띠(resistive strip)를 가진 경우에 대해

I. 서 론

전자파의 반사, 투과, 산란현상, 전자기학의 응용 및 수치해석 분야뿐 만 아니라 광학, 필터, 레이더, 안테나 분야에서도 격자구조(strip grating)는 많은 관

* 가천의과학대학교 의공학과(Gachon University of Medicine and Science, Dept. of Biomedical Engineering.)

- 제1저자 (First Author) : 윤의중
- 투고일자 : 2011년 7월 28일
- 심사(수정)일자 : 2011년 7월 28일 (수정일자 : 2011년 8월 19일)
- 게재일자 : 2011년 8월 30일

파수영역(spectral domain)에서 spectral-Galerkin 모멘트법을 이용하여 수치해석하였다.

Kalhor [3]는 유전체 접지층 위에 완전도체띠의 격자구조에 대해 수치해석 방법인 PMM(Point matching method)을 이용하여 해석하였으며, 그 후 접지된 유전체 층위에 저항띠 문제, 다층유전체 문제 및 변하는 저항율을 가지는 경우 수치해석 방법인 FGMM을 이용하여 해석하였으나 [4]-[5], 주로 E-분극 전자파 산란문제를 취급하였다.

접지된 단일 유전체층위의 저항띠 격자구조에 대해 H-분극 전자파 산란문제를 취급함에 있어, 기저함수(basis function)를 2가지 함수인 sine 함수와 cosine 함수를 이용하여 홀수 항과 짝수 항으로 구분하여 적용한 후 수치해석 방법인 FGMM을 이용하여 해석하였다 [6]. 그 후, 참고문헌 [6]에서 사용된 2개의 기저함수를 간단한 하나의 지수함수를 적용하여 해석하였고 [7], 저항띠의 변하는 저항율(tapered resistivity)이 저항띠 양끝에서 0 저항율인 경우 FGMM을 이용하여 해석하였으며, 이때 전류밀도는 2중 Chebyshev 다항식의 푸리에 급수로 전개한 바 있다 [8].

본 논문에서는 H-분극 전자파 산란문제를 취급함에 있어, 저항띠의 저항율이 한쪽모서리에서는 유한하고 다른 쪽 모서리로 가면서 0으로 변하는 저항율을 가질 때 수치해석 방법인 FGMM을 이용하여 저항띠에 유도되는 표면 전류밀도와 정규화된 반사전력을 구하고자 한다.

II. 구조해석 및 FGMM 적용

그림 1과 같이 TE 평면파가 저항띠 격자구조에 대해 ϕ 의 각도로 가장자리에 비스듬히 입사한다. 접지된 유전체 층위에 저항띠가 x 방향으로 무한하게 배열되어 있고, 격자구조는 $x-y$ 평면상에 위치하며, 스트립 주기 s , 스트립 폭 w , h 는 스트립 폭의 반($h = w/2$)이다. 영역 2에서 유전체층의 비유전율 ϵ_r , [F/m], 두께 t , 영역 1에서 입사 자계 \overline{H}^i , 전계 \overline{E}^i , 접선성분의 전체 산란자계 \overline{H}^s 및 전계 \overline{E}^s 는 평면

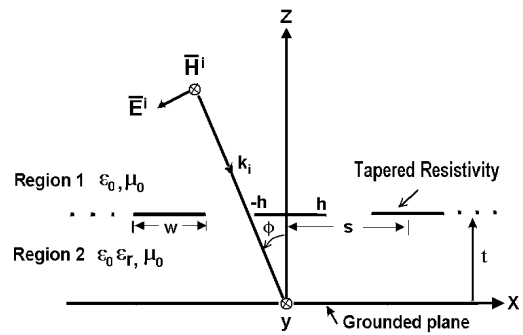


그림 1. 문제의 구조.

Fig. 1. Geometry of the problem.

파의 합으로 다음과 표시할 수 있다 [7]-[8].

$$\overline{H}^i = \hat{a}_y H_0 e^{-jk_0 x \sin \phi} e^{jk_0 z \cos \phi} \quad (1)$$

$$\overline{E}^i = -\hat{a}_x \frac{H_0}{\omega \epsilon_0} k_0 \cos \phi e^{-jk_0 x \sin \phi} e^{jk_0 z \cos \phi} \quad (2)$$

$$\overline{H}^s = \hat{a}_y e^{-jk_0 x \sin \phi} \sum_n A_n \cdot e^{-j\gamma_n(z-t)} e^{-j2n\pi x/s} \quad (3)$$

$$\overline{E}^s = \hat{a}_x \frac{e^{-jk_0 x \sin \phi}}{\omega \epsilon_0} \sum_n A_n \cdot \gamma_n e^{-j\gamma_n(z-t)} e^{-j2n\pi x/s} \quad (4)$$

여기서 $k_0 = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$ 이며, k_0 는 매질의 전파상수, $\eta_0 = \sqrt{\mu_0 / \epsilon_0}$ 는 고유 임피던스, μ_0 와 ϵ_0 는 자유공간의 투자율 및 유전율, H_0 는 입사자계의 진폭으로 크기는 1로 하고 편의상 생략한다. 그리고 A_n 는 미지의 계수, $\beta_n = k_0 \sin \phi + 2n\pi/s$ 이고, γ_n 는 두 가지 모드인 전파모드와 감쇠모드로 구분하여 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$\gamma_n = \begin{cases} \sqrt{k_0^2 - \beta_n^2}, & k_0^2 \geq \beta_n^2 \\ -j \sqrt{\beta_n^2 - k_0^2}, & k_0^2 < \beta_n^2 \end{cases} \quad (5)$$

영역 2($0 \leq z \leq t$)에서 접선성분의 전체 자계

및 전계 \overline{H}_2^t 와 \overline{E}_2^t 는 다음과 같다.

$$\overline{H}_2^t = \hat{a}_y e^{-jk_0 x \sin \phi} \sum_n (B_n e^{-j\eta_n x} + C_n e^{j\eta_n x}) e^{-j2n\pi x/s} \quad (6)$$

$$\overline{E}_2^t = \hat{a}_x \frac{e^{-jk_0 x \sin \phi}}{\omega \epsilon_0 \epsilon_r} \sum_n \eta_n \cdot (B_n e^{-j\eta_n x} - C_n e^{j\eta_n x}) e^{j2n\pi x/s} \quad (7)$$

여기서 B_n 과 C_n 는 미지의 계수이며, 2가지 모드로 구분하여 η_n 를 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$\eta_n = \begin{cases} \sqrt{k_d^2 - \beta_n^2}, & k_d^2 \geq \beta_n^2 \\ -j \sqrt{\beta_n^2 - k_d^2}, & k_d^2 < \beta_n^2 \end{cases} \quad (8)$$

식 (8)에서 $k_d = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0 \epsilon_r} = k_0 \sqrt{\epsilon_r}$ 이며, $z=0$ 인 접지평면에서 접선성분의 전계는 사라져야 하며, $z=t$ 인 영역 1과 2의 경계면에서 접선성분의 전계는 연속이므로 이들 경계조건들을 정리하면 다음과 같이 B_n 을 A_n 의 항으로 표현할 수 있다.

$$B_n = \frac{\epsilon_r (A_n \gamma_n - k_0 \cos \phi e^{jk_0 t \cos \phi} \delta_n)}{\eta_n (e^{-j\eta_n t} - e^{j\eta_n t})} \quad (9)$$

식 (9)에서 δ_n 는 $n = 0$ 일 때만 1이고, $n \neq 0$ 의 경우는 0인 Kronecker delta 함수이며, $z=t$ 인 경계면에서 저항띠에 유도되는 전류밀도는 임의의 기저함수 $G_p(x)$ 와 미지의 계수의 곱으로 전개하였다.

$$\overline{J}_x(x) = \hat{a}_x e^{-jk_0 x \sin \phi} \sum_p f_p G_p(x) \quad (10)$$

식 (10)에서 f_p 는 미지의 계수이며, 기저함수 $G_p(x)$ 는 다음과 같이 놓았다.

$$G_p(x) = P_p^{(\alpha, \beta)}(x) U_x(-h, h) \quad (11)$$

식 (11)에서 $P_p^{(\alpha, \beta)}(x)$ 는 직교다항식의 일종인

차수가 $\alpha = 1, \beta = 0$ 인 Jacobi 다항식을 의미하며 [9], $U_x(-h, h)$ 는 저항띠의 구간에서만 1이고, 나머지 구간에서는 0이다. 영역 1에서 유도 전류밀도와 자계의 관계식($\overline{J} = \hat{a}_z \times \overline{H}$)을 식 (1), (3), (6), (10)에 적용하면 다음 식을 얻는다.

$$[B_n (e^{-j\eta_n t} g_{n1} e^{j\eta_n t}) - e^{jk_0 t \cos \phi} \delta_n A_n] \cdot e^{-j2n\pi x/s} = \sum_p f_p P_p(x) \quad (12)$$

$$q = 0, 1, 2, \dots, M, \\ n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm N$$

식 (12)의 양변에 $e^{j2n\pi x/s}$ 를 곱하고 $-s/2 < x < s/2$ 구간에서 양변을 적분한 후 식 (9)의 B_n 을 대입하면 다음과 같다.

$$A_n = \frac{1}{s} \sum_p f_p \frac{P_{pn}}{g_{n1}} + e^{k_0 t \cos \phi} \frac{g_{n2}}{g_{n1}} \delta_n \quad (13)$$

$$g_{n1} = j \frac{\epsilon_r \gamma_n \cot(\eta_n t)}{\eta_n} - 1 \quad (14)$$

$$g_{n2} = j k_0 \cos \phi \frac{\epsilon_r \cot(\eta_n t)}{\eta_n} + 1 \quad (15)$$

그리고 저항띠의 경계면인 $z=t$ 에서 영역 1의 입사전계와 산란전계의 합인 전체전계 \overline{E}_1^t 와 저항 경계조건(resistive boundary condition)을 만족해야 한다.

$$\overline{E}_1^t = R(x) \overline{J}_x(x) \quad (16)$$

$$R(x) = \eta (1 - x/h) U_x(-h, h) \quad (17)$$

식 (16)과 식(17)에서 $R(x)$ 는 저항띠의 저항율로서 단위는 [Ω/square]이며, 식 (17)에서 η 는 저항띠의 변하는 저항율 상수이다. 그리고 식 (1), (2), (3), (4), (6), (10), (16), (17)을 이용하여 정리한 후, 양변에 $e^{-jq\pi x/h}$ 를 곱하고, $-h < x < h$ 구간에서 적분하면 다음 식을 얻는다.

$$-\frac{k_0 \cos \phi}{\omega \epsilon_0} e^{jk_0 t \cos \phi} P_q + \frac{1}{\omega \epsilon_0} \sum_n P_{qn}^* \quad (18)$$

$$A_n \gamma_n P_{qn}^* = \sum_p f_p P_{pq}$$

식 (18)에서 “*”는 공액복소, $\omega \epsilon_0 = k_0 / \eta_0$ 이며, 식 (18)에 식 (13)의 A_n 을 대입하여 행렬에 관한 식으로 정리하면 다음과 같은 선형방정식을 얻는다.

$$\sum_{p=0}^M f_p Z_{pq} = V_q \quad (19)$$

$$Z_{pq} = P_{pq} - \frac{\eta_0}{s k_0} \sum_{n=-N}^N \left(\frac{\gamma_n P_{pn}}{g_{n1}} \right) P_{qn}^* \quad (20)$$

$$V_q = -\frac{\eta_0}{k_0} e^{jk_0 t \cos \phi} \cdot \left[k_0 \cos \phi P_q - \sum_{n=-N}^N \left(\frac{g_{n2} \gamma_n \delta_n}{g_{n1}} \right) P_{qn}^* \right] \quad (21)$$

여기서 각 수식에 사용된 함수인 $P_{pn}, P_{qn}^*, P_{pq}, P_q$ 는 다음과 같이 주어진다 [9]-[10].

$$P_{pn} = \int_{-h}^h P_p^{(\alpha, \beta)}(x) e^{j \frac{2n\pi}{s} x} dx \quad (22)$$

$$P_{qn}^* = \int_{-h}^h P_q^{(\alpha, \beta)}(x) \cdot e^{-j \frac{2n\pi}{s} x} dx \quad (23)$$

$$P_{pq} = \int_{-h}^h R(x) P_p^{(\alpha, \beta)}(x) P_q^{(\alpha, \beta)}(x) dx \quad (24)$$

$$P_q = \int_{-h}^h P_q^{(\alpha, \beta)}(x) dx \quad (25)$$

III. 수치계산 결과 및 검토

본 논문에서 제안한 변하는 저항율을 가질 때 H-분극 전자파 산란문제를 계산하기 위해서는 식 (19)

에서 식 (21)까지 선형방정식을 해결해야 한다. 이때, 행렬의 크기 $p=q=[0:M], n=[-N:N]$ 을 가지며, $M=10, N=100$ 의 매트릭스의 크기를 가지고 수치해석하였다. 또한 격자주기, 저항 띠의 폭 및 유전체 층의 두께의 단위[λ]와 저항율의 단위[Ω/square]는 편의상 생략한다. 식 (19)를 이용하여 미지의 계수 f_p 는 구한 후, 식 (10)에 대입하여 저항띠에 유도되는 전류밀도를 계산하고, 식 (13)에 대입하여 정규화된 반사전력을 계산할 수 있다.

그림 2에서는 저항띠의 저항율 상수 $\eta=0, 100, 300, 500$ 의 경우에 대해 나타내었으며, 저항띠의 변하는 저항율 상수 $\eta=0$ 인 경우는 저항띠의 저항율이 모두 0의 값을 가지는 경우이므로 완전도체를 의미하며, 나머지 $\eta=100, 300, 500$ 의 경우, 저항띠의 좌측 저항율은 η 의 2배 값을 가지나, 저항띠의 우측 저항율은 모두 0의 값을 가진다. 본 논문은 그림 2의 변하는 저항율을 갖는 경우에 대해 수치계산 한다.

그림 3은 격자상수 $s=1.2, w=0.8$ 및 $h=w/2, \epsilon_r=1, t=0.4$ 인 경우, 저항율 상수 η 에 따른 저항띠에 유도되는 표면 전류밀도를 계산하였다. 그림 3(a)은 수직으로 입사하는 경우, 저항율 상수 $\eta=0$ 인 완전도체의 경우에서만 좌우 대칭 전류분포를 가지나, 나머지 저항율의 상수 $\eta=100, 300, 500$ 의 경우에는 저항띠의 좌측과 우측의 저항율의 분포가 비대칭이므로 전류밀도의 분포가 좌우대칭이 되지 않았다. 이는 저항띠의 변하는 저항율이 비대칭 분포에 기인한 것으로 수치해석의 타당성을 검증할 수 있었으며, 그림 3(b)는 입사각이 30도, 그림 3(c)는 입사각이 60도인 경우에 대해 저항띠에 유도되는 표면 전류밀도의 크기를 나타내었다.

그림 4는 수직입사($\phi=0^\circ$)의 경우, 격자상수 $s=1.2, h=w/2, \epsilon_r=1$ 및 $t=0.4$ 일 때, 저항율 상수 η 의 값에 따른 스트립 폭 w 에 대한 반사전력을 계산하였다. 스트립 폭이 $0.4[\lambda]$ 이하에서는 상수 η 값의 변화에 따른 반사전력의 변화가 거의 없었고, $0.4[\lambda]$ 에서 $0.85[\lambda]$ 까지의 부근에서는 η 의 값이 증가할수록 반사전력이 크게 나타났으며, “●” 표시는 참고문

현 [7]에서 $R=0$ 인 완전도체 띠의 수치결과와 비교하였을 때 일치하였다.

그림 5는 격자상수 $s = 1.2$, $w = 0.7s$, $t = 0.3$, $\epsilon_r = 1.2$ 일 때, 저항율 상수 η 의 값에 대해 입사각에 따른 반사전력을 계산하였다. 이때 반사전력의 급변점이 12도 부근과 38도 부근에서 발생하였는데, 이러한 현상은 공진현상에 기인한 것으로 입사각 이외의 다른 방향으로 에너지가 산란된다는 것을 의미하며, "wood anomaly" [3]라고 알려져 왔다. 이러한 급변점은 12도와 38도 사이에서 η 의 값이 작을수록 반사전력이 증가하였고, 또한 "●" 표시는 참고문헌 [7]에서 저항율 $R=0$ 인 완전도체의 경우와 비교하였을 때 수치결과가 일치함을 보였다.

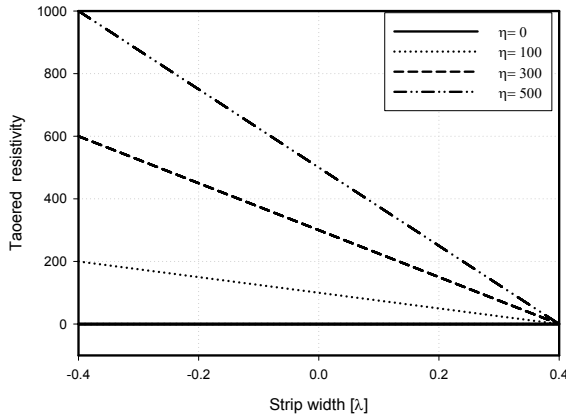


그림 2. 저항띠의 변하는 저항율
Fig.2. Tapered resistivity of resistive strip ($h = 0.4, -h \leq w \leq h$)

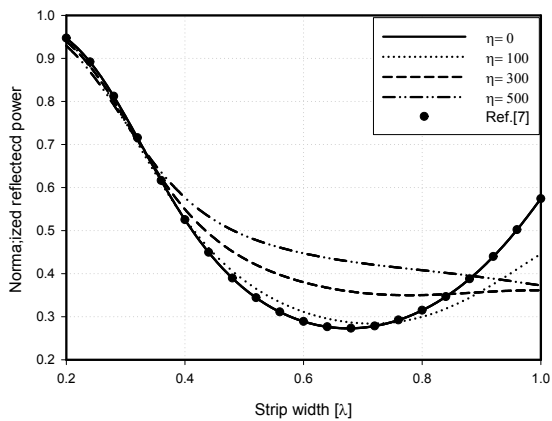
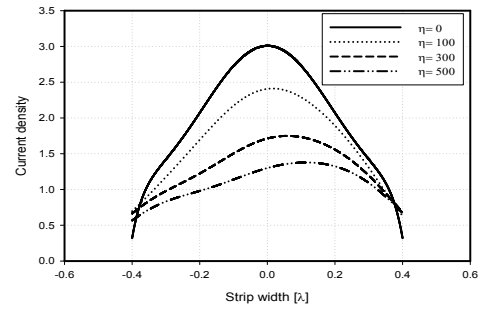
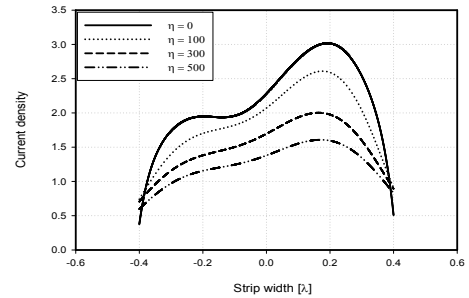


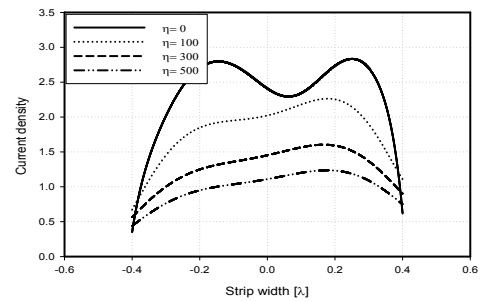
그림 4. 수직입사시 스트립 폭대 정규화된 반사전력
Fig. 4. Normalized reflected power vs. strip width at normal incident angle



(a) incident angle, $\phi = 0^\circ$



(b) incident angle, $\phi = 30^\circ$



(c) incident angle, $\phi = 60^\circ$

그림 3. 입사각에 대한 저항띠의 전류밀도
Fig. 3. Current density of resistive strip for incident angles

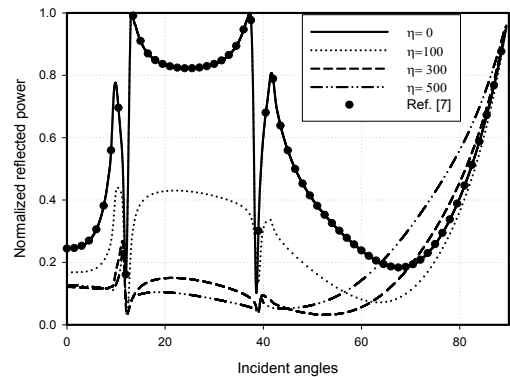


그림 5. 입사각에 대한 정규화된 반사전력
Fig. 5. Normalized reflected power for incident angles

IV. 결 론

접지된 유전체 층위의 저항띠 격자구조에 대해 TE 평면파가 입사될 때, 기존 논문에서는 저항띠의 변하는 저항율이 저항띠 양끝에서 0 저항율을 가지는 경우 FGMM으로 해석함에 있어 전류밀도를 2중 Chebyshev 다항식의 급수로 전개한 바 있으나 [8], 본 논문에서는 저항띠의 변하는 저항율이 한쪽 모서리에서는 유한하고 다른쪽 모서리로 가면서 0 저항율을 가질 때 전류밀도를 차수가 $\alpha = 1, \beta = 0$ 인 Jacobi 다항식과 미지의 계수의 곱으로 푸리에 급수 전개한 후 FGMM을 이용하여 정규화된 반사전력과 저항띠에 유도되는 표면 전류밀도를 계산하였다.

수직입사시, 저항율의 상수 $\eta = 0$ 인 도체의 경우는 전류밀도의 분포가 좌우대칭이나, 나머지 상수에서는 저항율이 비대칭이므로 전류밀도는 비대칭 전류 분포를 가졌다. 입사각에 따른 수치계산 결과 반사전력의 급변점이 12도 부근과 38도 부근에서 발생하였는데, 이러한 현상을 "wood anomaly"라고 하며, 입사각 이외의 다른 방향으로 에너지가 산란된다는 것을 의미한다. 또한 급변점인 12도와 38도 사이에서는 전반적으로 상수 η 의 값이 작을수록 반사전력이 증가하였으며, 기존의 도체띠의 수치결과와 비교하여 수치계산의 타당성을 검증하였다.

본 논문에서 제안한 저항띠의 변하는 저항율이 한쪽 모서리에서는 유한하고 다른쪽 모서리로 가면서 0 저항율을 갖는 저항띠 격자구조에 의한 H-분극 전자파 산란문제를 FGMM을 이용하여 수치해석하였으며, 앞으로 저항띠의 저항율이 다양한 형태의 변하는 저항율을 갖는 경우와 단일 유전체층을 다층 유전체층의 문제로 확장하기 위해서는 지속적인 연구가 필요하다.

참 고 문 헌

- [1] J. H. Richmond, "On the Edge Mode in the Theory of TM scattering by a Strip or Strip Grating", *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-28, pp. 883-887, 1980.
- [2] R. Mittra and R. C. Hall, "Scattering from a Periodic

Array of Resistive Strips", *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-33, pp. 1009-1011, 1985.

- [3] H. A. Kalhor, "Electromagnetic Scattering by a Dielectric Slab Loaded with a Periodic Array of Strips Over a Grounded Plane", *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-36 no. 1, pp. 147-151, 1988.
- [4] U. J. Yoon and S. I. Yang, "E-Polarized Electromagnetic Scattering by a Resistive Strip Grating with a Grounded Dielectric Layer Using Fourier-Galerkin Moment Method", *KITE Journal of Electronics Engineering*, vol. 7, no. 2, pp. 15-19, 1996.
- [5] 정오현, 윤의중, 양승인, "접지된 유전체층 위에 저항띠 양끝에서 0으로 변하는 저항율을 갖는 저항띠 격자구조에서의 전자파산란 해석", *한국통신학회*, vol.28 no. 11A, pp. 883-890, 2003.
- [6] 최영선, 양승인, "접지된 유전체 위의 저항율이 일정한 저항띠 격자구조에 대한 전자파 산란 해석", *한국통신학회*, vol. 31 no. 3A, pp. 321-327, 2006.
- [7] 윤의중, "접지된 유전체 평면위의 저항띠 격자구조에 의한 TE 산란 해석", *한국항공학회*, vol. 10, no. 3, pp. 198-204, 2006.
- [8] 윤의중, "접지된 유전체 평면위의 스트립 양끝에서 0 저항율을 갖는 저항띠 격자구조에 의한 H-분극 산란", *한국항공학회*, vol. 15, no. 3, pp. 349-354, 2011.
- [9] M. Abramowitz and I. A. Stegun, *Handbook of Mathematical functions*, Dover, New York, 1972.
- [10] I. S. Gradshteyn and I. M. Ryzhik, *Table of Integrals, Series, and Products*, Academic Press, 1980.

윤 의 중 (尹義重)



1993년 8월 : 숭실대학교 전자공학과 (공학박사)

1990년 3월 ~ 1992년 2월 : 한국항공대학교 통신정보공학과, 숭실대학교 전자공학과 강사

1997년 6월 ~ 1997년 8월 : Benidji State University in Minnesota(USA), 미국 연수

1992년 2월 ~ 현재 : 가천의과학대학교 의공학과 교수

2008년 7월 ~ 현재 : 가천의과학대학교 학생처장

관심분야 : 전자파산란 수치해석, 마이크로파 회로, 광전자, 인체유해전자파, EMI/EMC, Medical Image Processing 등