



화염 곡률과 스칼라 소산율에 따른 층류부상화염의 화염전파속도에 관한 연구

김경호* · 김태권** · 박 정*** · †하지수****

*계명대학교 물리학과, **계명대학교 기계자동차공학부, ***부경대학교 기계공학부,
****계명대학교 에너지환경과학과

(2010년 11월 25일 접수, 2011년 3월 25일 수정, 2011년 3월 25일 채택)

A Study on The Flame Propagation Velocity of Laminar Lifted Flame with Flame Curvature and Scalar Dissipation Rate

Kyung Ho Kim* · Tae Kwon Kim** · Jeong Park*** · †Ji Soo Ha****

**Department of Physics, Keimyung University*

***School of Mechanical & Automotive Engineering, Keimyung University*

****School of Mechanical Engineering, Pukyong National University*

*****Energy and Environmental Science, Keimyung University*

(Received November 25, 2010; Revised March 25, 2011; Accepted March 25, 2011)

요 약

삼지화염의 화염안정화 메커니즘 중 중요한 한 가지는 화염전파속도이다. 화염전파속도의 정량적인 규명을 위해 Bilger는 층류 유동이론에 근거하여 혼합분율 기울기에 비선형적으로 연관된 삼지화염전파속도를 제시하였다. 그러나 지금까지의 연구에서는 화염의 곡률 반경과 스칼라소산율 및 삼지화염의 화염전파속도에 관한 직접적인 관계에 관하여 제시된 바가 없었다. 본 논문은 실험과 수치해석에 따른 수치해석 결과를 검증하고, 수치해석을 통해 스칼라소산율에 따른 화염전파속도를 확인하였다. 그리고 화염스트레치 분석을 통하여 화염전파속도의 곡률반경 및 스칼라소산율에 따른 의존도를 명확히 하였다.

Abstract - Flame propagation velocity is the one of main mechanism of the stabilization of triple flame. To quantify the triple flame propagation velocity, Bilger presents the triple flame propagation velocity depending on the mixture fraction gradient, based on the laminar jet flow theory. However, in spite of these many analyses, there was not presented any relation of these variables, triple flame propagation velocity, radius of flame curvature and scalar dissipation rate indirectly. In the present research, we have checked the results of numerical simulation with experiment and numerical analysis and verified the flame propagation velocity with a scalar dissipation rate proposed by Bilger through the numerical simulation. Also we have clarified that flame propagation velocity was depended on the radius of flame curvature and scalar dissipation rate.

Key words : triple flame, flame propagation velocity, radius of flame curvature, scalar dissipation rate, mixture fraction gradient

†주저자:jisooaha@kmu.ac.kr

I. 서 론

층류 제트화염의 중요한 특징은 화염의 안정성이다. 화염의 부착(attached flame), 부상(lifted flame) 및 날림(blow out)으로 이어지는

화염안정화 메커니즘은 연료의 유량 및 출구속도에 관계되며, 화염의 화염전파속도에 직결된다. 부분 예 혼합 혼합구조에서 나타나는 삼지화염(triple flame)은 연료의 과농, 희박 및 확산에 따라서 삼중점(triple point)을 기점으로 과농, 희박 및 꼬리 형태의 확산화염을 가지며, 화염전파속도는 삼중점의 속도로 규정된다.

삼지화염은 Phillips[1]에 의해 메탄/공기 혼합층에서 화염전파에 관한 실험을 통해 발견되었으며, Mungal[2] 등에 의해 CH-PLIF와 PIV 가시화를 통하여 난류 부상화염에서도 삼지화염이 형성되어 안정화된다는 것이 밝혀진 이래로 부상화염의 안정화 기구가 삼지화염이라는 것에 초점을 맞추어 연구되어 왔다.

Dold[3]는 삼지화염 전파 속도가 혼합분을 구배에 의존하며, 최대 단일 층류화염 속도에 의해 구속됨을 보였다. 삼지화염의 열방출효과에 대하여 Boulanger[4]가 연구하였고, Plessing[5]등은 실험 및 수치적으로 희석된 연료 분사와 주위 연료의 동축류(co-flow) 분사에 따른 선대칭 동축류 버너에서 삼지화염의 전파 및 구조에 대하여 연구하였고, Im과 Chen[6,7]은 부분 예혼합 수소/공기 혼합물 내에서의 삼지화염을 연구하였으며, 수치 모사로 삼지화염 전파 유동 변형(flow strain) 효과와 상세한 화학적 성질을 연구하였다. Lockett[8]등은 실험적으로 층류 대향류(counterflow)에 따른 삼지화염의 안정성 및 구조를 조사하였고, Frouzakis[9]에 의해 대향제트(opposed jet)에 의해 생성된 삼지화염의 전파가 연구되었으며, Ko와 Chung[10,11] 및 Lee[12]는 실험적으로 층류 비예혼합 분사내 삼지화염의 전파 및 부상높이를 연구하였다. 그리고 Bilger[13]는 기존의 연구들을 바탕으로 축대칭 분사 유동에서 층류 부상 프로판 화염의 안정화 메커니즘에 관하여 연구하였으며, 삼지화염 전파속도를 정량화하여 삼지화염 전파 속도에 대한 경험식을 제시하는 등 화염 안정화 및 날림 기준에 관하여 유도하고 난류 분사에서의 화염안정화에 대한 암시도 논의 하였다. Bilger의 경험식은 미연영역과 기연영역의 밀도비와 혼합분율의 기울기로 결정되는 스칼라소산율(scalar dissipation rate)에 관계되어 정의된다. 그러나 실제 부상화염의 안정화 메커니즘과 관련된 삼지화염 전파속도는 밀도비와 스칼라소산율 뿐만 아니라 화염의

혼합강도, 스트레치(stretch), 곡률(curvature), 루이스수(Lewis Number), 열손실 등의 함수이다. 또한 Ko의 연구에서도 곡률반경과 혼합장 및 화염전파속도와 혼합장의 관계를 보고하였다[10]. 그러나 지금까지의 연구에서는 화염의 곡률 반경과 스칼라소산율 및 삼지화염의 화염전파속도에 관한 직접적인 관계에 관하여 제시된 바는 없었다. 따라서 본 논문에서는 실험과 수치해석을 통하여 수치해석의 타당성을 검증하고, Bilger가 제안한 화염의 화염전파속도와 스칼라소산율의 관계를 확인할 것이다. 또 혼합장으로 정의된 화염전파속도에 곡률반경과 스칼라소산율에 따른 화염전파속도를 다시 제안하여 화염전파속도, 화염의 곡률반경 및 스칼라소산율의 관계를 명확히 하고자 한다.

II. 이론적 배경

2.1. 삼지화염(triple flame)

Phillips에 의해 발견된 삼지화염은 메탄/공기의 혼합층에서 화염 전파에 관한 실험을 통해 발견되었다. 연료와 산화제를 구분하여 분사시키고, 점화원을 통해 점화할 때에 화염이 Fig. 1과 같이 전파하게 된다.

과농예혼합화염과 희박 예혼합 화염이 만나는 삼지점(triple point)에서 확산화염(diffusion flame)이 하류쪽으로 분포하는 구조를 가진 삼지화염은 이론당량비선(stoichiometric line)을 따라서 화염이 전파하며 삼지점의 전파속도를 화염전파속도로 정의한다.

2.2. Bilger의 제안식

화염안정화에 있어서 삼지화염 전파속도 U_p 는 가장 중요한 양이라 할 수 있다. 실험과 수치해석에 Bilger가 사용한 노즐은 Chung[10] 그룹에서 사용되

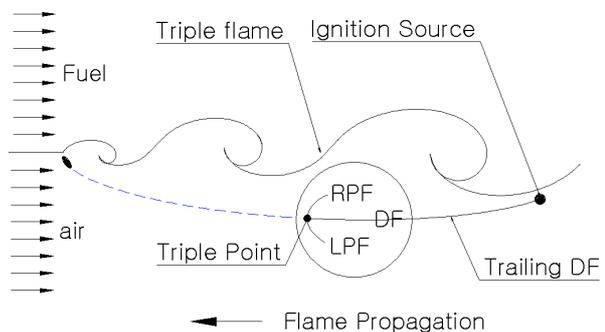


Fig. 1. Concept of triple flame.

있던 $D=0.164, 0.195, 0.247\text{mm}$ 및 0.370mm 로 실험 및 수치해석을 수행하였다. 경계층 이론[14]에 근거하여 Bilger[13]는 점근 거동의 관점에서 스칼라 소산율에 따른 유동속도 S_L^o 에 대한 삼지화염 전파속도 U_p 에 관한 일반적인 표현을 다음과 같이 제안하였다.

$$\frac{U_p}{S_L^o} = \sqrt{\frac{\rho_u}{\rho_b}} \left[1 - \left(\frac{\chi_{st}}{\chi_a} \right)^m \right] \quad (1)$$

여기서 ρ_u 는 미연영역의 밀도, ρ_b 는 기연영역의 밀도이며, 임의의 스칼라 소산율 χ_a 는 χ_{st} 를 규격화하기 위한 기준값이다. 또 S_L^o 는 층류화염속도를 나타내며, 이론당량비 라인을 따른 스칼라 소산율 χ_{st} 와 비반응 유동에서 Bilger의 식에 기초한 혼합분율은 다음과 같다.

$$\chi_{st} \equiv 2D_F(\nabla^2 \xi_{st})^2 \quad (2)$$

$$\xi = \frac{\gamma Y_F - Y_O + Y_{O,\infty}}{\gamma Y_{F,j} - Y_{O,j} + Y_{O,\infty}} \quad (3)$$

여기서 Y_F 는 연료의 질량분율, Y_O 는 산화제의 질

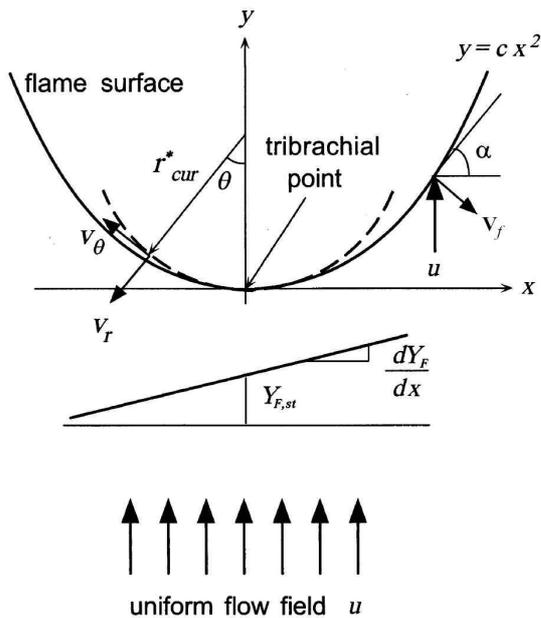


Fig. 2. Schematic for the relation between flame curvature and fuel mass fraction gradient[10].

량분율, $Y_{O,\infty}$ 는 무한대(출구에서 먼 곳)에서 산화제의 질량분율, $Y_{F,j}$ 는 출구에서 연료의 질량분율, $Y_{O,j}$ 는 출구에서 산화제의 질량분율이며, γ 는 이론당량비에서 산화제와 연료의 질량비로 정의된다.

2.3. 곡률반경과 혼합분율 기울기

화염의 곡률반경과 혼합분율 기울기(mixture fraction gradient) 사이의 관계를 규명하기 위해 Fig. 2에 균일한 유동장에 대한 거리에 따른 혼합분율 기울기를 나타내었다.

혼합분율의 경우 거리에 따라서 선형적으로 변화된다고 가정하며, 이론당량비를 기준으로 질량분율과 농도 기울기에 따른 화염전파속도의 Taylor 전개를 통해 곡률반경은 다음과 같이 주어진다[10].

$$\frac{1}{r^*_{cur}} = \sqrt{\frac{2b}{a}} \frac{dY_F}{dx} \quad (4)$$

III. 수치해석 및 실험

3.1. 지배방정식 및 경계조건

수치해석을 위해 사용된 노즐 직경은 0.7, 1.0, 1.3, 1.6mm이며, 각 노즐에 따른 계산 영역은 세로 길이 200mm에 가로길이 35, 50, 65, 85mm에서 각각 계산되었다. 수치해석에 사용된 계산영역을 Fig. 3에 나타내었다.

수치적 모델은 질량, 운동량, 에너지 보존 및 화학종 보존의 지배 방정식에 대한 수치해로 얻을 수 있

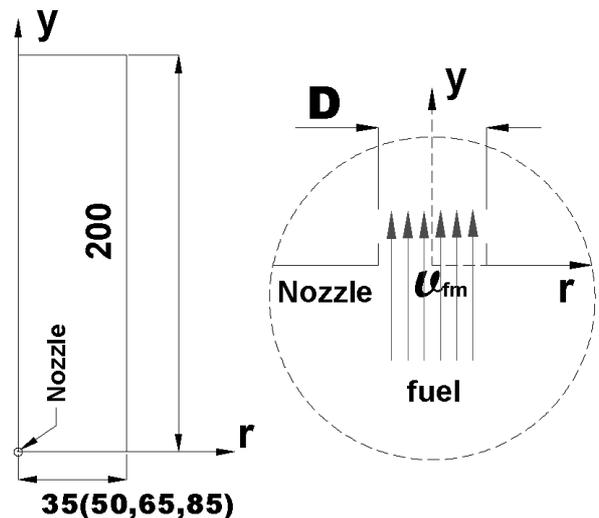


Fig. 3. Schematic diagram of modelling. (unit : mm)

100, 1500ml/min의 MFC를 사용하였으며, 노즐은 1m×1m×1.5m 크기의 아크릴 연소챔버 내에 설치되었다. 또 외부에서 유입되는 공기에 의한 교란을 막기 위해 노즐 상부와 하부에 메쉬(mesh)를 설치하였고, 측정장치로 디지털 비디오 카메라(삼성 VM-HMX20C)를 사용하였다.

IV. 결과 및 고찰

4.1. 수치해석의 타당성 검증

Fluent로 해석된 수치해석의 타당성을 검증하기 위해 실험과 같은 조건으로 노즐 출구에서 균일한 출구속도(uniform velocity)인 경우를 가정하고 헬륨이 50% 희석된 연료에 대하여 수치해석을 수행하였다(노즐 직경 1.0mm). 수치해석과 실험에 따른 결과를 Fig. 5에 나타내었다.

Fig. 5는 Chung[11]에 의해 제시된 체적유량율(Q)과 직경(D)의 곱으로 정의된 양에 따른 부상높이이다. 사각형점의 파란색 라인은 실험에 의한 부상높이를 나타내며, 원형의 빨간색 라인은 수치해석에 의한 부상높이를 나타낸다. 부상높이에 대한 수치해석 결과는 실험결과와 정확히 일치하지는 않았다. 실제 실험에서는 열방출과 복사 등의 실질적인 열손실이 있는 반면 수치해석에서는 모든 경우가 고려되지 못하여 다소간의 차이가 있는 것으로 판단된다. 그러나 유량증가에 따른 부상높이의 경향으로 판단할 때 본 연구에 대한 수치해석의 정량적인 타당성은 검증되었다고 할 수 있고 부상화염의 특성을 파악하는데 활용 가능하다고 판단된다. 그리고 실

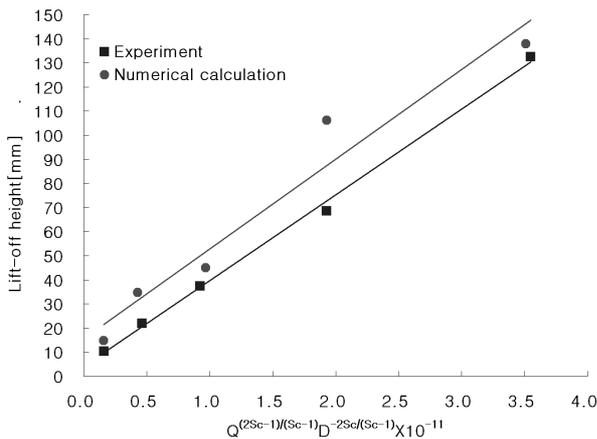


Fig. 5. Lift-off height of numerical calculation and experiment with the $Q^{(2Sc-1)/(Sc-1)} \times D^{-2Sc/(Sc-1)} \times 10^{-11}$. ($D=1.00mm$ and $Sc=1.403$ [16])

험과 수치해석에 따른 삼지화염의 화염전파속도 및 스칼라소산율 및 곡률반경은 앞선 연구의 정의를 따라서 측정하였다[17,18].

4.2. 스칼라소산율(scalar dissipation)

수치해석에 의한 결과로 직경 0.70~1.60mm 노즐에 대해 스칼라소산율에 따른 속도비를 Fig. 6에 나타내었다.

Bilger의 결과[13]와 비교하면 조금 차이를 보이는 것을 알 수 있다. Bilger의 경우 수치해석 및 실험 노즐의 크기가 0.164~0.370mm 사이로 본 연구에서 사용된 노즐 크기 0.7~1.6mm와는 차이가 있다. Fig. 7에는 스칼라소산율에 따른 곡률반경의 크기를 나타내었다.

스칼라 소산율에 따른 곡률반경 역시 반비례하는 경향을 보이고 있다. 이는 곡률반경이 스칼라소산율 및 화염전파속도와 어떠한 형태로든 연관되고 있음을 보이는 것으로 판단된다.

4.3. Bilger의 제안식 검증 및 지수 결정

Bilger의 제안식을 확인하기 위해 주어진 결과를 커브피팅(curve fitting) 하였다. 커브피팅을 위하여 Bilger의 식을 정리하게 되면 다음과 같이 간단하게 정리할 수 있으며, 스칼라소산율이 포함된 항과 속도가 포함된 항을 다음과 같이 치환한다.

$$y = 1 - x^m \tag{12}$$

$$\chi_{st}/\chi_a \equiv x \tag{13}$$

$$U_p/(S_L^0 \sqrt{\rho_u/\rho_b}) \equiv y \tag{14}$$

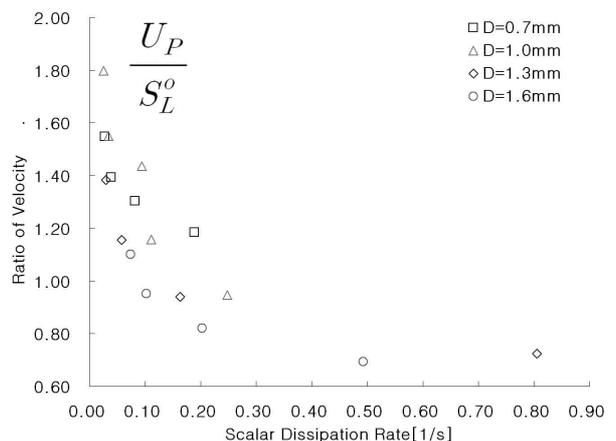


Fig. 6. Ratio of velocity(U_p/S_L^0) with a scalar dissipation rate(χ_{st}/χ_a) for large nozzle diameter.

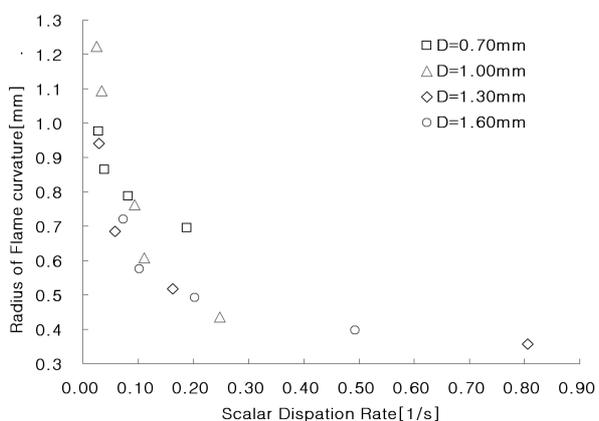


Fig. 7. Radius of flame curvature at the triple point with a scalar dissipation rate for large nozzle diameter.

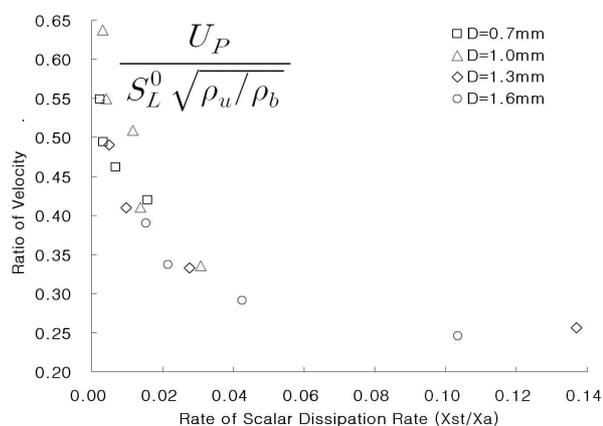
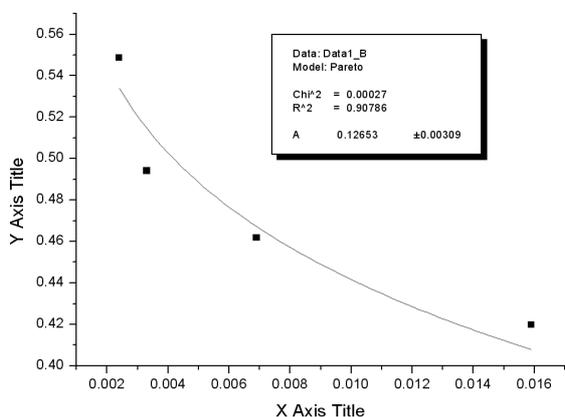
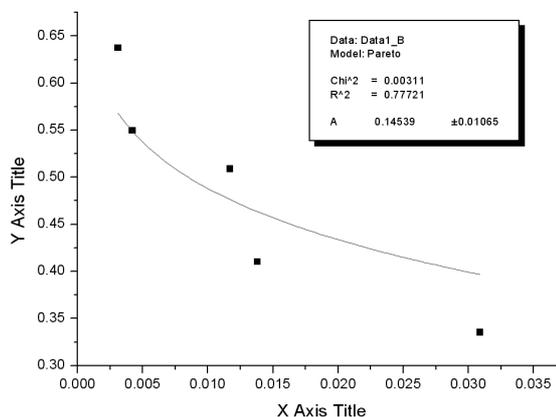


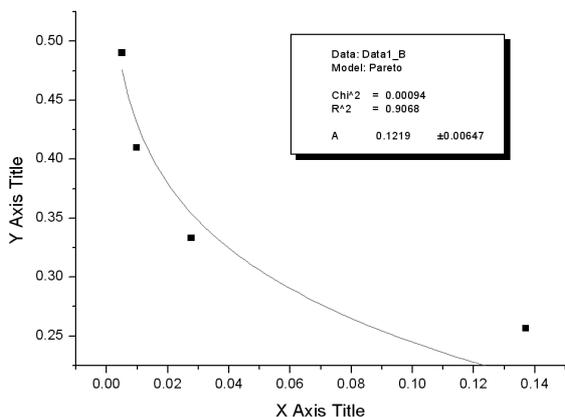
Fig. 8. Ratio of velocity ($U_p / (S_L^0 \sqrt{\rho_u / \rho_b})$) with a ratio of scalar dissipation rate (χ_{st} / χ_a) for large nozzle diameter.



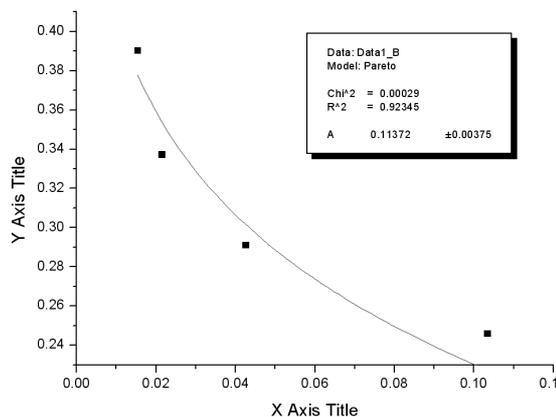
a) $D = 0.7mm$



b) $D = 1.0mm$



c) $D = 1.3mm$



d) $D = 1.6mm$

Fig. 9. Curve fitting result for each nozzle diameter according to Bilger's formular (x axis is a ratio of scalar dissipation rate (χ_{st} / χ_a) and y axis is a ratio of velocity ($U_p / (S_L^0 \sqrt{\rho_u / \rho_b})$).

Table 1. Determination of m and laminar burning velocity etc

$d[mm]$	0.7	1	1.3	1.6
$S_L^0 [m/s]$	0.305			
$\rho_u [kg/m^3]$	0.001170			
$\rho_b [kg/m^3]$	0.000147			
$\chi_a [1/s]$	11.84	8.04	5.88	4.76
m (A)	0.127	0.145	0.122	0.114
정확도 %	90.8	77.7	90.7	92.3

미연영역의 밀도 ρ_u 와 기연영역의 밀도 ρ_b 및 층류 화염속도 S_L^0 는 프로판에 헬륨이 50% 희석된 연료에 대하여 이론당량비를 가정하고 'USC Model'을 통해 해석된 값을 사용하였다. 그리고 기준이 되는 기준 스칼라소산율 χ_a 의 경우 각 노즐별로 노즐 출구에서 부터 0.5mm 위에서 출구속도에 따라서 측정된 값의 평균을 사용하였다. Fig. 8에 $x-y$ 로 치환된 값에 따른 그래프를 나타내었다.

Fig. 9에는 실제 노즐별로 커브피팅된 그래프를 나타내었다. 그리고 Table 1에 이론당량비 상태에서 'USC Model'을 통해 계산된 ρ_u 와 ρ_b 및 S_L^0 및 기준 스칼라소산율 χ_a 와 Fig. 9의 각 노즐별 커브피팅을 통해 결정된 지수 m 을 나타내었다. 결과를 보면 1.0 mm노즐에서 정확도가 조금 떨어지나 전체적으로 90% 이상의 정확도를 보인다.

4.4. 화염스트레치의 분석

유동속도 \vec{v} 인 유동에 대하여 화염이 화염표면의 속도 \vec{V}_f 를 가질 때 단면적 A 인 표면요소에 대한 화염 스트레치는 Williams에 의해 다음과 같이 정의된다[19].

$$\kappa = \nabla_t \cdot \vec{v}_t + (\vec{V}_f \cdot \hat{n})(\nabla \cdot \hat{n}) \tag{15}$$

식(15)의 화염 스트레치를 분석하면, 화염스트레치는 접선(θ)방향의 속도에 대한 발산항 $(\nabla_t \cdot \vec{v}_t)$ 과 화염 속도와 법선 벡터의 내적 $(\vec{V}_f \cdot \hat{n})$ 과 기울기 연산자와 법선 벡터의 내적 $(\nabla \cdot \hat{n})$ 의 곱과의 합으로 주어진다. 접선방향의 속도는 화염 표면을 따르는 유동속도를 나타낸다. 따라서 접선방향 속도에 대한 발산은 화염면을 따르는 비균일한 접선방향 흐름(flow)효과를 나타내며, 이는 화염 변형(flame

strain)에 따른 찌그러짐의 정도를 나타낸다. 그리고 화염의 속도와 법선 벡터의 내적의 경우, 화염 속도가 법선방향(V_{fn})과 접선방향(V_{ft}) 벡터로 표현될 수 있고 화염 속도에 법선벡터를 스칼라곱(dot product)하면 법선과 같은 방향의 반경방향의 속도 ($V_{fn} = V_{fr}$)만 남는다. 법선방향 즉 반경방향을 따라서 움직여가는 화염의 속도는 화염의 변위속도(displacement speed)를 의미한다. 또한 기울기 연산자와 법선 벡터의 내적 $(\nabla \cdot \hat{n})$ 의 경우, 기울기 연산자가 법선방향과 접선방향으로 나뉘질 수 있고, 법선방향으로의 기울기 $(\partial \hat{r} / \partial r)$ 는 '0'이며 접선방향으로의 기울기 $(\partial \hat{r} / \partial \theta)$ 는 ' $\hat{\theta}$ '이므로 결과를 정리하면 곡률반경(r_{cur})의 역인 곡률의 크기 $1/r_{cur}$ 로 표현된다.

Bilger의 경우 화염안정화에 따른 안정성을 평가하기 위해 화염전파속도를 언급하였으며, 혼합장과 관련된 스칼라 소산율(χ)로 화염안정화 메커니즘을 표현하고자 하였다. 그러나 실제 화염 스트레치를 분석하면 화염스트레치의 경우 삼지화염의 화염전파속도와 변위속도로 표현되고 또 화염의 곡률반경과 밀접한 관련을 가지고 있음을 알 수 있었다. 따라서 화염전파속도에 따른 화염안정화 메커니즘에 있어서 곡률반경과 연관된 화염전파속도를 재정립할 필요가 있다. 특히 화염 곡률의 경우 극좌표계에서 표현될 때 스트레치에서 표현된 변형(strain)에 의한 스트레치항과 비정상상태에서 나타나는 비정상 스트레치항 두 곳에서 모두 나타나며 선형으로 결합되어 있다. 심지어 화염이 정지(steady state)하여 변위속도가 '0'이 되어도 정상상태의 곡률항이 화염 스트레치의 변형항에 포함되어 화염전파속도와 화염의 곡률은 밀접한 관계를 가지고 있으며, 따라서 스트레치 내에 포함된 곡률반경으로 미루어 볼 때 Bilger의 결과와는 상이한 곡률반경에 관계되는 새로운 화염 거동을 표현할 수 있을 것이다. 극좌표계 (r, θ) 에 대하여 스트레치를 정리하면 비정상상태의 화염스트레치를 κ_{un} 은 다음과 같이 주어진다.

$$\kappa_{un} = -\frac{\partial v_r}{\partial r} - \frac{v_r}{r_{cur}^*} + \frac{S_d}{r_{cur}^*} \tag{16}$$

삼지점에서 화염전파속도 v_r 은 삼지화염표면의 법선방향이므로 축방향과 반대이며, S_d 는 변위속도의 크기를 의미한다. 식(16)에서 ' $-v_r + S_d$ '를 전체 화염전파속도 v_{fp} 로 두고 식(16)를 정리하면 비정상상태에서 화염스트레치는 다음과 같이 표현된다.

$$\kappa_{un} = -\frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_{fp}}{r_{cur}^*} \quad (17)$$

(put : $-v_r + S_d \equiv v_{fp}$)

여기서 ‘ $\partial v_r / \partial r$ ’ 축방향 속도성분의 기울기에 해당하며 ‘유동스트레치항(flow stretch term), κ_{flow} ’로 정의되고, ‘ $-v_r / r_{cur}^*$ ’는 정상상태에서의 곡률반경의 영향에 해당하므로 ‘정상상태 곡률항(steady stretch term), $\kappa_{cur,s}$ ’에 해당하며, ‘ S_d / r_{cur}^* ’는 화염의 변위속도가 존재하여 화염이 움직이는 것에 기인되기에 비정상상태에서 곡률반경의 영향에 해당하므로 ‘비정상상태 곡률항(unsteady curvature term), $\kappa_{cur,un}$ ’으로 표현할 수 있다. 그리고 κ_{un} 은 유동스트레치항, 정상상태 곡률항 및 비정상상태 곡률항 모두를 포함하는 비정상상태에서의 화염스트레치이다.

4.5. 비정상상태에서의 화염전파속도

화염스트레치의 분석을 통해 곡률반경과 화염전파속도 및 화염스트레치의 연관성을 확인하였다. 따라서 Bilger의 식 내에 존재하는 곡률반경 효과를 확인할 필요가 있다. Bilger에 의해 제안된 스칼라소산율에 따른 화염전파속도는 식(1)과 같이 주어졌다. 극좌표계의 경우 식(1)의 화염전파속도 ‘ U_p ’는 ‘ v_r ’로 표현할 수 있으며, 식(1)의 화염전파속도는 다음과 같이 정리된다.

$$v_r = S_L^0 \sqrt{\frac{\rho_u}{\rho_b}} \left[1 - \left(\frac{\chi_{st}}{\chi_a} \right)^m \right] \quad (18)$$

화염의 스트레치와 비교하기 위해 Bilger의 화염전파속도를 반경방향으로 미분하여 정리하면 반경 방향을 따른 반경방향속도의 변화율을 얻을 수 있다. 이것을 식(17)의 비정상상태의 화염스트레치에 대입하고 v_{fp} 로 정리한 후 화염전파속도를 층류화염전파속도로 무차원화하면 다음과 같이 정리될 수 있다.

$$\frac{v_{fp}}{S_L^0} = -r_{cur}^* \frac{m}{\chi_a} \sqrt{\frac{\rho_u}{\rho_b}} \left(\frac{\chi_{st}}{\chi_a} \right)^{m-1} \frac{\partial \chi_{st}}{\partial r} + \frac{\kappa_{un}}{S_L^0} r_{cur}^* \quad (19)$$

실험을 통해서 미분변화율에 따른 값을 얻기가 쉽지 않으므로 평균변화율을 취할 수 있도록 수식을 정리하면 비정상상태에서의 화염스트레치와 스칼라소산율의 기울기 및 곡률반경을 포함하는 화염전파속도와 층류화염속도의 비는 다음과 같이 정리된다.

$$\frac{v_{fp}}{S_L^0} = -r_{cur}^* \frac{m}{\chi_a} \sqrt{\frac{\rho_u}{\rho_b}} \left(\frac{\chi_{st}}{\chi_a} \right)^{m-1} \frac{\Delta \chi_{st}}{\Delta r} + \frac{\kappa_{un}}{S_L^0} r_{cur}^* \quad (20)$$

층류부상화염의 경우 화염이 부상하였을 때 정상상태(steady state)에 있으므로 정지해 있다고 가정할 수 있다. 화염이 정지한 상태라면 화염 변위속도의 크기 ‘ $S_d = 0$ ’이 되므로 식(17)에 따라서 ‘ $v_{fp} = -v_r$ ’로 주어진다. 따라서 식(17)에서 표현된 비정상상태의 화염 스트레치에서 비정상상태의 곡률항을 제거할 수 있으며, 정상상태에서의 화염스트레치를 κ_s 라 할 때 정상상태에서의 층류화염속도에 대한 화염전파속도의 비율은 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{v_r}{S_L^0} = r_{cur}^* \left[\frac{m}{\chi_a} \sqrt{\frac{\rho_u}{\rho_b}} \left(\frac{\chi_{st}}{\chi_a} \right)^{m-1} \frac{\Delta \chi_{st}}{\Delta r} - \frac{\kappa_s}{S_L^0} \right] \quad (21a)$$

$$\frac{v_r}{S_L^0} = \frac{m}{\chi_a} \sqrt{\frac{\rho_u}{\rho_b}} \left(\frac{\chi_{st}}{\chi_a} \right)^{m-1} \left(\frac{\Delta \chi_{st}}{\Delta r} \right) r_{cur}^* - \frac{\kappa_s}{S_L^0} r_{cur}^* \quad (21b)$$

식(21a)를 보면 삼지화염 전파속도의 크기는 삼지점에서의 곡률반경의 크기에 직접 비례한다. ($|v_r| \sim r_{cur}^*$) 그리고 식(21b)를 보면 화염전파속도가 삼지점에서의 곡률반경에 직접비례하고 스칼라소산율의 변화율과 삼지점에서 곡률반경의 곱에 반비례하는 두 항으로 분리된다. 이 결과는 스칼라소산율로 표현된 Bilger의 화염전파속도 내에 곡률반경이 직접 연관되어 있으며, 독립된 곡률반경 항과 스칼라소산율에 연관되어 스칼라소산율 변화율의 곱에 의존하여 표현된 항으로 구분되어진다.

Bilger의 제안식을 통하여 정리된 층류화염전파속도(S_L^0)로 무차원화 된 비정상상태 화염전파속도의 일반적인 표현은 식(19)와 같이 주어졌다. 식(19)는 화염스트레치, 화염의 곡률반경, 스칼라소산율(scalar dissipation) 및 스칼라소산율의 기울기로 표현되어 있고, 스칼라소산율과 혼합분율(mixture fraction)의 관계는 식(2)와 (3)에서 주어졌다. 따라서 스칼라소산율의 기울기로 표현된 식(19)을 혼합분율 기울기로 표현하고자 한다. 따라서 스칼라소산율을 반경방향으로 편미분하면 다음과 같이 주어진다.

$$\frac{\partial \chi_{st}}{\partial r} = 4D_F \left[(\nabla \xi_{st}) \cdot \left\{ \frac{\partial}{\partial r} (\nabla \xi_{st}) \right\} \right] \quad (22)$$

여기에서 ' $\nabla_{\xi_{st}} \equiv \vec{G}_{\xi}$ ' 및 ' $\frac{\partial}{\partial r}(\nabla_{\xi_{st}}) \equiv \vec{R}_G$ '으로 두었으며, 계산의 편의를 위해 '혼합분율 기울기'와 '혼합분율 기울기의 기울기의 곱'을 치환한 것이다. 스칼라소산율의 기울기를 이용하여 화염전파속도를 표현하기 위해 식(22)를 식(19)에 대입하여 정리하면 비정상상태에서 혼합분율 기울기에 따른 화염전파속도는 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{v_{fp}}{S_L^0} = r_{cur}^* \frac{m}{\chi_a} \sqrt{\frac{\rho_u}{\rho_b} \left(\frac{\chi_{st}}{\chi_a} \right)^{m-1}} \cdot (4D_F \vec{G}_{\xi} \cdot \vec{R}_G) + \frac{\kappa_{un}}{S_L^0} r_{cur}^* \quad (23)$$

극좌표계에서 기울기연산자를 적용하여 \vec{G}_{ξ} 와 \vec{R}_G 를 구하면 다음과 같이 주어지며, 성분으로 표현할 수 있다.

$$\vec{G}_{\xi} = \hat{r} \frac{\partial \xi_{st}}{\partial r} + \hat{\theta} \frac{1}{r} \frac{\partial \xi_{st}}{\partial \theta} \quad (24)$$

$$\vec{R}_G = \hat{r} \frac{\partial^2 \xi_{st}}{\partial r^2} + \hat{\theta} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial \xi_{st}}{\partial \theta} \right) - \frac{1}{r^2} \frac{\partial \xi_{st}}{\partial \theta} \right] \quad (25)$$

v. 결론

층류 부상화염의 화염 곡률과 스칼라 소산율에 따른 화염전파속도의 실험 및 수치해석을 통하여 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

(1) 노즐 출구속도에 따른 부상높이 및 유량에 따른 부상높이를 통하여 수치해석과 실험의 결과가 다소간 오차는 있으나 부상화염의 특성을 파악하는데 활용 가능함을 알 수 있었다.

(2) Bilger에 의해 제안된 스칼라 소산율과 화염전파속도의 관계를 확인하고 Bilger의 결과와 비교하였다. 그러나 동축류 작은 노즐로 수행된 Bilger의 결과와 직접비교할 수는 없었으나 전체적으로 90% 정도의 정확도를 보이며 Bilger의 제안식과 잘 일치함을 확인하였다.

(3) 화염의 화염스트레치 분석을 통하여 화염전파속도, 스칼라소산율 및 곡률반경의 관계를 명확히 하였다. 특히 삼지화염의 화염전파속도가 삼지점에서의 곡률반경의 크기에 직접 비례하고 스칼라소산율의 변화율과 삼지점에서 곡률반경의 곱에 반비례함을 확인하였다. 또 스칼라 소산율로만 표현된 Bilger의 화염전파속도 내에 곡률반경이 직접 연관되어 있으며, 독립된 곡률반경 항과 스칼라소산

율에 연관되어 스칼라 소산율 변화율의 곱에 의존하여 표현된 항으로 구분되어짐을 알 수 있었다.

(4) 스칼라소산율과 혼합분율기울기의 관계를 통하여 혼합분율과 화염전파속도의 직접적인 관계를 확인할 수 있었다.

이상과 같은 결론을 통하여 화염안정화 메커니즘에 매우 중요한 화염전파속도에 있어서 화염전파속도의 스칼라 소산율 및 화염의 곡률반경에 대한 직접적인 연관성을 확인할 수 있었으며, 세 가지 변수의 관계성을 명확히 하였다.

감사의 글

본 연구는 지식경제부-한국산업기술평가원 지정 계명대학교 저공해 자동차부품기술개발센터의 지원에 의한 것입니다.

참고문헌

- [1] H. Phillips, "Flame in a buoyant methane layer", Tenth Symposium (international) on Combustion, The Combustion Institute, 1277~1283, (1965)
- [2] L. Muniz, M. G. Mungal, "Instantaneous flame-stabilization velocities in lifted-jet diffusion flames", Combustion and Flame, 111, 16-31, (1997)
- [3] J. W. Dold, "Flame propagation in a nonuniform mixture: analysis of a slowly varying triple flame", Combustion and Flame, 76, 71-88, (1989)
- [4] J. Boulanger, L. Vervisch, J. Reveillon, S. Ghosal, "Effects of heat release in laminar diffusion flames lifted on round jets", Combustion and Flame, 134, 355-368, (2003)
- [5] T. Plessing, P. Terhoeven, N. Peters, M.S. Mansour, "An experimental and numerical study of a laminar triple flame", Combustion and Flame, 115, 335-353, (1998)
- [6] H.G. Im, J.H. Chen, "Structure and propagation of methanol-air triple flames", Combustion and Flame, 119, 436-454, (1999)
- [7] H.G. Im, J.H. Chen, "Effect of flow strain on triple flame propagation", Combustion and Flame, 126, 1384-392, (2001)
- [8] R. D. Lockett, B. Boulanger, S. C. Harding, D. A. Greenhalgh, "The structure and stability of the laminar counter-flow partially premixed methane/air triple flame", Combustion and Flame, 119, 109-120, (1999)

- [9] C. E. Frouzakis, A. G. Tomboulides, J. Lee, K. Boulouchos, "From diffusion to premixed flames in an H_2 /air opposed-jet burner: the role of edge flames", *Combustion and Flame*, 130, 171-184, (2002)
- [10] Y. S. Ko, S. H. Chung, "Propagation of unsteady tribrachial flames in laminar non-premixed jets", *Combustion and Flame*, 118, 151-163, (1999)
- [11] S. H. Chung, B. J. Lee, "On the characteristics of laminar lifted flames in a nonpremixed jet", *Combustion and Flame*, 86, 62-72, (1991)
- [12] J. Lee, S. H. Won, S. H. Jin, S. H. Chung, O. Fujita, K. Ito, "Propagation speed of tribrachial (triple) flame of propane in laminar jets under normal and micro gravity conditions", *Combustion and Flame*, 134, 411-420, (2003)
- [13] R. W. Bilger, Y. C. Chen, "Stabilization mechanisms of lifted laminar flames in axisymmetric jet flows", *Combustion and Flame*, 122, 377-399, (2000)
- [14] H. Schlichting, *Boundary-Layer Theory*, McGraw-Hill Co., New York, (1979)
- [15] K. K. Kuo, *Principles of Combustion*, John Wiley & Sons, New York, (1993)
- [16] H. S. Um, K. H. Kim, J. S. Ha, T. K. Kim, J. Park, "Effects of fuel nozzle diameter in the behavior of laminar lifted flame", *Kigas*, 12(2), 77-84, (2008)
- [17] J. S. Ha, T. K. Kim, J. Park, K. H. Kim, "A Numerical study for the scalar dissipation rate and the flame curvature with flame propagation velocity in a lifted flame", *Kigas*, 14(3), 46-52, (2010)
- [18] J. S. Ha, T. K. Kim, J. Park, K. H. Kim, "A Study on the Flame Curvature Characteristics in a Lifted Flame", *Kigas*, 14(2), 35-40, (2010)
- [19] C. K. Law, *Combustion Physics*, Cambridge University Press, New York, (2006)