韓國數學敎育學會誌 시리즈 C
<初等數學敎育>
2011. 4. 제 14권, 제 1호, 43-55

J. Korean Soc. Math. Ed. Ser. C:
Education of Primary School Mathematics
Apr. 2011, Vol. 14, No. 1, 43-55

수학적 탐구학습이 넓이공식의 학습에 미치는 효과

박 성 선 (춘천교육대학교)

수학적 탐구 학습은 학생들로 하여금 흥미로운 문제를 적극적으로 탐구함으로써 수학적 내용을 학습할 수 있고 탐구하는 과정에서 창의성이 계발될 수도 있다. 탐구 활동이 창의성을 개발시킬 수 있다는 점은, 학생들이 어떤 완성된 형태로서 수학을 암기하고 수학문제를 해결하는 것이 아니라, 수학 과제를 탐구하는 과정에서 창의적인 아이디어가 산출될 수 있다는 것이다. 이러한 점에서 수학 학습 활동에 있어서 수학적 탐구의 과정이 반드시 필요하다고 본다. 평행사변형의 넓이 공식을 도입할 때, 탐구의 과정으로 지도한다는 의미는 직사각형의 넓이 공식을 이미 알고 있기 때문에 평행사변형을 직사각형으로 어떻게 만들 것인가 하는 탐구의 과정을 반드시 거쳐야 한다는 것이다.

따라서 본 연구에서는 탐구 학습을 통한 넓이의 지도가 넓이에 관한 수학성취도에 어떤 효과를 미치는지를 알아보고 넓이 공식의 기억과 유도 과정에 영향을 주는지를 실험연구를 통하여 분석하였다.

I. 연구의 필요성 및 목적

21세기 정보화사회에서 학교 교육은 단순 기능인의 양성보다는 자기주도적으로 지적 가치를 창조할 수 있는 자율적이고 창의적인 인간의 육성에 중점을 두어야 한다는 것이 최근의 시대적 요구이다(교육인적자원부, 2007). 즉, 화석화된 지식을 수동자의 입장에서 그대로 흡수하도록 하는 교육보다는 새로운 문제 상황에 대처하고 그것을 기반으로 새로운 것을 창출해낼 수 있는 창의적인 사고 과정을 기를 수 있는 새로운 교육적 패러다임이 요구되고 있다(NCTM, 2000).

이처럼 수학교육에서 창의성이 강조되고 있음에도 불구하고 수학적 창의성에 대한 개념 정립 및 그 구성요소들을 명백하게 규명하지 못하고 있다(황동주, 2005). 또한 수학적 창의성에 대한 학문적이고 체계적인 접근이 부족하고 단계적으로 지도하는 구체적인 방안이 미흡한 실정이다(박만구, 2009).

수학에서 창의성을 강조하는 이유는 수학교육에서 학생들의 참여를 확대하고 발견과 창조의 기쁨을 맛보게 하는 것이다. 이를 위해서는 학생들이 수동적으로 수학을 전달받는 것이 아니라 수학적으로 사고하는 과정에 참여해야 한다. 수학적으로 사고한다는 것은 기존의 수학적 경험을 바탕으로 직관이나 추론을 통하여 새로운 수학적 아이디어를 창안하는 일련의 지적 활동이다. 여기서 '새로운 수학적 아이디어를 창안'하기 위해서는 몇 가지 전제가 필요한데, 그 중 가장 핵심적인 활동이 기존의 경험이나 지식에서 새로운 가설을 세워서 그 가설이 참이라는 것을 정당화하는 것이다(박성선, 2002). 이처럼 가설을 세우고 그것을 정당화하는 활동은 탐구학습에서 이루어지는 기본적 활동이다.

창의성은 문제해결력이나 탐구력과 밀접한 관련이 있으므로 탐구 학습이나 문제해결 학습 또는 발견 학습 등의 다양한 유형의 학습이 창의력을 신장시키는데 도움이 된다(Suchman, 1962; Schrenker, 1976; Ivany , 1969; Collins, 1969). 수학적 탐구 학습은 학생들로 하여금 흥미로운 문제를 적극적으로 탐구함으로써 수학자들이 하는 수학적 활동에 참여하게 하는 것이 주목적이다. 이 과정에서 학생들은 수학적 내용을 학습할 수 있고 탐구에 필요한 창의성을 개발할 수도 있다. 탐구 활동이 창의성을 개발시킬 수 있다는 점은, 학생들이 어떤 완성된 형태로서 수학을 암기하고 수학문제를 해결하는 것이 아니라, 수학 과제를 탐구하는 과정에서 창의적인 아이디어가 산출될 수 있다는 것이다.

측정 영역은 학교 수학의 주요 영역이며 일상생활에서 광범위하게 사용되는 적용분야이며(Reys et al. 1998), 다른 수학 주제를 학습하는데 도움이 된다(NCTM, 2000). 측정 영역 중에서 특히 넓이는 지도방법에 따라 수학적으로 사고할 수 있는 가능성을 충분히 제공할 수 있다(정동권, 2001). 또한, 도형의 넓이를 구하는 공식을 지도하기 위해서는 사칙연산, 도형

* 접수일(2011년 3월 17일), 수정일(2011년 4월 8일), 게재 확정일(2011년 4월 25일)
* ZDM 분류 : C72
* MSC2000 분류 : 97D40
* 주제어 : 탐구학습, 수학적 탐구, 수학적 창의성, 넓이공식

의 분할과 합성, 단위 환산 등 수학의 거의 모든 기능이 적용되기 때문에 매우 중요한 교수학적 의미를 갖고 있다(강완, 2001). 그러나 넓이를 구하는 방법은 너무 쉽게 공식화되기 때문에 그 의미를 충분히 탐구하지 않고 공식을 암기함으로써 종종 학습 실패의 원인이 되기도 한다(안선영, 2006). 그 결과, 학생들의 측정 영역의 성취도는 고학년으로 갈수록 낮게 나타나며 개념을 정확히 이해하지 못하고 단위를 제대로 사용하지 못하고 어림 능력 또한 미약하다(김택본, 1997; Stephan & Clements, 2003).

2007 개정 수학과 교육과정(교육인적자원부, 2007)에서는 도형의 넓이 지도 계열을 직사각형, 정사각형, 평행사변형, 삼각형, 사다리꼴, 마름모의 순으로 가르치고 있다. 4-2에서는 직사각형과 정사각형을, 5-1에서는 평행사변형, 삼각형, 사다리꼴, 마름모를 지도한다. 교과서의 활동을 그대로 답습함으로서 획득되는 수학적 지식은 교과서의 내용이 그대로 전달되는 수동적 지식이기 때문에, 수학교육에서 강조되어야 할 창의성이 발현되지 않을 수도 있다. 이러한 점에서 각 활동을 지도하는데 있어서 탐구의 과정이 필요하다고 본다. 탐구의 과정으로 지도한다는 의미는 가령, 평행사변형의 넓이 공식을 도입할 때, 직사각형의 넓이 공식을 이미 알고 있기 때문에 평행사변형을 직사각형으로 어떻게 만들 것인가 하는 탐구의 과정을 반드시 거쳐야 한다는 것이다. 또한, 각 도형의 넓이 공식을 지도하는 과정에서 등적 변형이나 배적 변형으로 도형을 변환하여 공식을 유도하는 것이 소개되고 있지만, 모든 활동이 이미 완성된 것으로 학생들의 창의적인 생각이 전혀 들어갈 수 없다.

따라서 본 연구에서는 탐구 학습을 통한 넓이의 지도가 넓이에 관한 수학성취도에 어떤 효과를 미치는지를 알아보고 넓이 공식의 기억과 유도 과정에 영향을 주는지를 실험연구를 통하여 분석하고자 한다.

Ⅱ. 이론적 배경

1. 창의성과 탐구 학습

창의성을 한마디로 정의하기는 어렵다. Torrance(1965)는 창의적 사고를 “문제점이나 장애 및 정보 부족을 인식하고, 그러한 어려움에 대하여 추측을 하거나 가설을 설정하고, 설정한 가설을 검토, 수정하여, 마침내 결론을 이끌어내는 과정(p. 8)”으로 설명하였다. Hass(1970)는 교실에서의 창의성을 한 사람에게 있어서 기존에 갖고 있던 아이디어를 떠올리게 하거나 새로운 아이디어를 창출해내게 하는 것이라고 정의하였다. 또한, Krulick & Rudnick(1993)은 창의성을 독특하고 반성적인 사고를 하여 새로운 결과물을 산출하는 능력으로 정의했으며 아이디어를 종합하고, 새로운 아이디어를 생각해내며, 그 효율성을 판단하는 능력을 포함한다고 하였다. 이러한 점에서 볼 때, 창의성은 어떤 상황이나 문제에 접하여 새로운 방안을 내세우거나, 새롭게 생각해 내는 것을 말한다고 하겠다.

창의성이 새로운 지식을 창출하고 문제해결을 위한 능력이라면 반드시 기초적인 탐구능력이 바탕이 되어야 하며, 탐구 방법을 기를 수 있는 탐구 학습을 통하여 창의력 향상을 기대할 수 있을 것이다. 여러 연구에서 보더라도 탐구 학습을 통하여 창의성을 향상시킬 수 있다.

Suchman(1962)에 의하면, 탐구 학습이란 학생들로 하여금 새로운 현상을 조사하고 설명하기 위한 탐구적 과정을 가르치는 것이라고 할 수 있다. 따라서, Suchman의 탐구 학습 모델은 학자들이 지식을 구성하고 원리를 창안해내는 것과 같은 종류의 과정을 경험하게 하는 것이다. Schrenker (1976)에 따르면, 탐구 학습은 과학의 이해를 증진시키며, 창의적 사고를 기르며, 정보를 수집하고 분석하는 능력 기르는데 효과적이라고 한다. Ivany(1969)와 Collins(1969)는 발견 학습에서 학생들이 접하는 상황이 새롭고 갈등을 많으며, 탐구할 자료가 풍부할수록 효과가 커진다고 보고하였다. 결국, 창의성을 촉진하기 위한 여러 가지 교수방법 중에서 탐구 학습은 효과적이라고 할 수 있다.

탐구 학습은 자기주도적인 학습자를 육성하자는 목표에서 출발하기 때문에, 탐구 학습에 참여하는 학습자에게는 적극적이고 능동적인 참여가 요구된다. 학생들은 교사가 제시하거나 발생한 새로운 상황에 대하여 흥미와 열정을 가져야 한다. 그럼으로써 학생들은 왜 그런 일이 일어났는지 의문을 갖게 되고 자료를 논리적으로 수집하여 분석하고 일반화된 결론을 도출하게 된다. 이것이 바로 탐구 학습의 일반적인 과정이라고 할 수 있다.

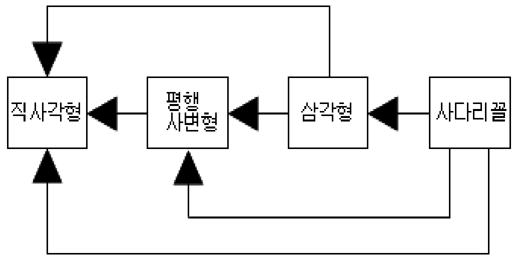
Suchman(1962)에 따르면, 탐구 학습에 임하는 학생들에게 '모든 지식은 잠정적이다'라는 태도를 갖게 하는 것이 중요하다. 학자들은 이론을 개발하고 지식을 구성하지만, 몇 십 년이 지나면 새로운 지식과 이론으로 대체될 수도 있는 것이다. 학생들은 또한 내가 탐구한 것은 다른 친구들에 의하여 수정되고 보완될 수 있다는 관대함도 가져야 한다.

탐구 과정에는 학생, 교사, 자료, 내용, 환경들 간의 고도의 상호작용을 필요로 한다. 탐구 학습에서 가장 중요한 것은 학생과 교사 모두 끊임없이 질문하고, 생각하고, 의심하고, 탐색하는 것이다. 물론, 탐구 학습에서는 교사의 간섭을 최소로 하는 것이 중요하지만, 적어도 교사는 교실에서 학생들이 탐구의 과정을 겪게 할 수 있는 장 즉, 과제나 문제 상황을 마련해 주어야 한다는 점이다.

특히, 탐구에 적절한 과제나 상황을 제시하는 것뿐만 아니라, 발문이 매우 중요한 역할을 한다. 발문은 잘 정의된 문제를 해결하기 위한 계속적인 탐구로 이끌 수 있기 때문이다. 한 가지 답만을 요구하는 발문보다는 다양한 답변이 나올 수 있는 개방적 발문이 효과적이라고 할 수 있다(Becker & Shimada, 1995).

2. 탐구활동을 통한 넓이 공식 지도

평면도형의 넓이 공식 지도에서 학생들에게 강조되어야 하는 점은 이전에 선행 학습으로 학습한 도형의 넓이 공식을 활용하게 해야 한다는 것이다. 2007개정 교육과정에서는 평면도형의 넓이 지도 계열을 직사각형, 정사각형, 평행사변형, 삼각형, 사다리꼴, 마름모의 순으로 가르치고 있다. 따라서 직사각형에 대한 넓이 공식의 지도가 이루어졌다면, 평행사변형의 넓이 공식은 이전에 학습한 직사각형의 넓이 공식을 바탕으로 하여야 한다. 다시 말해서, 평행사변형을 직사각형으로 변형하는 탐구 과정을 통해서 평행사변형의 넓이 공식을 지도해야 한다는 것이다. 이것을 도식화하면 <그림 1>과 같다.



<그림 1> 탐구 과정을 통한 도형의 넓이 지도 계열

도형의 변형 과정에서 중요한 역할을 하는 것이 바로 탐구의 과정이라고 할 수 있다. 주어진 도형의 넓이를 구하기 위해서는 이전에 학습한 도형으로 변형해야 하기 때문에 탐구가 필요하며, 이것은 바로 수학적 사고와 창의성의 발현에 중요한 영향을 미친다고 볼 수 있다. 예를 들어, 사다리꼴의 넓이 공식을 이해하기 위해서는 사다리꼴을 이전에 학습한 직사각형, 평행사변형, 삼각형으로 변형해보는 활동이 반드시 있어야 한다는 의미이다. 이러한 탐구의 과정을 통한 평행사변형, 삼각형의 넓이 공식 지도과정을 예를 들어 제시하면 다음과 같다.

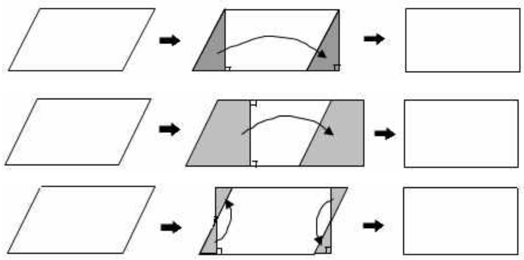
(1) 평행사변형의 넓이 지도

① 문제 상황 제시: 주어진 평면도형의 넓이는 한 변의 길이가 1인 단위 정사각형의 넓이의 몇 배 인가로 측정된다는 사실과 직사각형의 넓이는 (가로의 길이)×(세로의 길이)로 구할 수 있다는 선행학습을 상기시킨 후, 평행사변형의 넓이를 구하는 방법을 탐구하도록 한다. "이 평행사변형을 어떤 도형으로 바꾸면 넓이를 구할 수 있을까?"

② 가설 설정: '만약 평행사변형 모양을 직사각형 모양으로 변형시킬 수 있다면 직사형의 넓이를 구하는 공식을 적용하여 평행사변형의 넓이를 구할 수 있지 않을까?'라는 가설을 설정하도록 한다.

③ 탐구방법: 평행사변형 모양의 종이를 접어보거나, 오려보는 구체적인 조작을 통하여 직사각형 모양으로 변형시킬 수 있는 여러 가지 방법을 찾아본다.

■ 평행사변형→직사각형



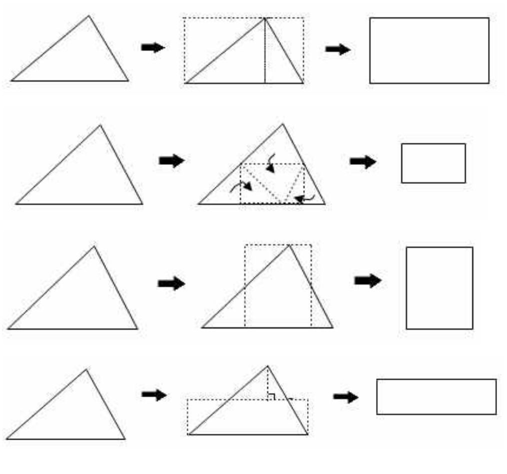
(2) 삼각형의 넓이 지도

① 문제 상황 제시: 주어진 삼각형의 넓이를 구하는 방법을 탐구하도록 한다. “이 삼각형을 어떤 도형으로 바꾸면 넓이를 구할 수 있을까?”

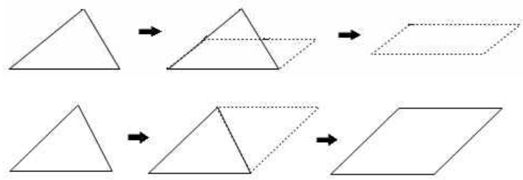
② 가설 설정: ‘만약 삼각형 모양을 이전에 학습한 직사각형과 평행사변형 모양으로 변형시킬 수 있다면, 직사각형과 평행사변형의 넓이를 구하는 공식을 적용하여 삼각형의 넓이를 구할 수 있지 않을까?’라는 가설을 설정하도록 한다.

③ 탐구방법: 삼각형 모양의 종이를 접어보거나, 오려보는 구체적인 조작을 통하여 직사각형과 평행사변형 모양으로 변형시킬 수 있는 여러 가지 방법을 찾아본다.

■ 방법 1: 삼각형 → 사각형



■ 방법 2: 삼각형 → 평행사변형



Ⅲ. 연구 방법 및 절차

1. 연구 대상

본 연구의 대상은 강원도 속초시에 소재하는 S초등학교 5학년 두 학급을 임의로 선정하였다. 이 학교의 학력은 속초시 지역에서 중간 정도에 해당하며 가정의 사회 · 경제적 수준도 대체로 중간에 속하는 편이다. 처음에는 61명이 연구에 참여하였으나 연구 과정에서 결측 자료가 포함된 1명을 제외한 60명으로 하였다. 임의로 선정된 두 학급 중 한 학급(30명)은 실험집단으로 다른 한 학급(30명)은 비교집단으로 무선 할당하였다.

2. 연구 설계

본 연구의 연구 문제를 해결하기 위하여 실험연구가 수행되었다. 실험 연구의 실험 설계는 이질 통제집단 설계(nonequivalent control group design)를 적용했으며, 그 모형을 구체적으로 나타내면 <표 1>과 같다.

<표 1> 실험 설계

<table>
<tr><th>집단</th><th>사전검사</th><th>실험 처치</th><th colspan="4">사후 검사</th></tr>
<tr><td>비교집단</td><td rowspan="2">수학학력검사</td><td>전통적 학습</td><td rowspan="2">수학성취도검사</td><td rowspan="2">넓이공식기억검사</td><td rowspan="2">넓이공식유도검사1</td><td rowspan="2">넓이공식유도검사2</td></tr>
<tr><td>실험집단</td><td>탐구학습</td></tr>
</table>

3. 검사 도구

본 연구에서 실시된 검사는 사전검사로서 수학학력 검사, 사후검사로는 수학성취도 검사, 넓이공식 기억검사, 넓이공식 유도검사1, 넓이공식 유도검사2이다. 사전검사는 실험 처치 직전에 실시되었으며, 사후검사는 실험 처치 1주일 후에 실시되었다.

(1) 수학학력 검사

사전검사인 수학학력검사는 비교집단과 실험집단이 수학학력에 있어서 동일한 집단임을 확인하고자 실시되었다. 이 검사 도구는 연구자가 초등학교 4, 5학년 수학교과서와 수학익힘책을 참고로 하여 작성하였고, 수학교육전문가로부터 내용 타당도를 검증 받았으며 검사 도구의 신뢰도는 Cronbach (α)=.765로 측정되었다. 검사문항은 20문항으로 15문항은 4지 선택형이며 5문항은 주관식이다.

사전 검사인 수학학력검사의 평균차를 t-검증한 결과, 유의확률이 .575로 비교집단과 실험지단 사이에는 유의미한 차이가 없는 것으로 나타났다<표 2>. 이를 통하여 두 집단은 동일한 집단임을 알 수 있다.

<표 2> 수학학력검사에 대한 t-검증 결과

집 단	N	M	SD	df	t	p
비교집단	30	15.93	3.841	58	.564	.575
실험집단	30	15.37	3.943			

(2) 수학성취도 검사

수학성취도 검사는 사후검사로서 실험처치의 효과 즉, 실험집단에 실시된 탐구학습이 넓이 단원의 학습에 어떤 영향을 주는 지를 알아보기 위한 것이다. 이 검사 도구는 연구자에 의하여 개발되었으며 수학교육 전문가로부터 내용 타당도를 검증받았고 신뢰도는 Cronbach (α)=.843이었다. 수학성취도 검사의 내용은 실험처치에서 학습한 평행사변형과 삼각형의 넓이와 관련된 문항들로 구성되었다. 모든 문항은 주관식으로 구성되었으며 총 20문항이다.

(3) 넓이공식 기억검사

이 검사는 탐구학습이 실시된 실험집단과 그렇지 않는 비교집단이 넓이공식을 기억하는데 있어서 차이가 있는지를 알아보기 위한 것이다. 검사의 내용은 실험처치 기간에 학습했던 평행사변형 1문항, 삼각형 1문항으로 하였다. 각 문항별로 넓이공식을 쓰도록 했으며, 각 문항의 점수는 정답(1점)과 오답(0점)으로 채점하여 산정하였다.

(4) 넓이공식 유도검사1

이 검사는 탐구학습이 실시된 실험집단과 그렇지 않는 비교집단이 넓이공식을 유도하는데 있어서 차이가 있는지를 알아보기 위한 것이다. 검사의 내용은 실험처치 기간에 학습했던 평행사변형 1문항, 삼각형 1문항으로 하였다. 각 문항별로 넓이공식을 유도하는 과정을 쓰도록 하였으며, 각 문항의 점수는 정답(1점)과 오답(0점)으로 채점하여 산정하였다.

(5) 넓이공식 유도검사2

이 검사는 실험집단에 실시된 탐구학습 방법이 다른 도형의 넓이공식을 유도하는데 전이되는지를 알아보기 위한 것이다. 검사의 내용은 실험처치 기간에 학습하지 않은 사다리꼴 1문항, 마름모 1문항으로 하였다. 각 문항별로 넓이공식을 유도하는 과정을 쓰도록 하였으며, 각 문항의 점수는 정답(1점)과 오답(0점)으로 채점하여 산정하였다.

4. 실험 처치

본 연구의 실험 처치로 실험집단에는 탐구학습을 통한 넓이공식 학습을, 비교집단에는 전통적인 방식(교과서 방법)을 통한 넓이공식 학습을 실시하였다. 이론적 배경에서 소개한 탐구활동을 통한 넓이 지도에 따라, 실험집단에는 연구자가 사전에 교수·학습 과정안을 작성하여 5-가, 7단원. 평면도형의 넓이에서 1~2차시(평행사변형의 넓이)와 3~4차시(삼각형의 넓이)에 대하여 탐구학습을 통한 넓이 구하는 활동을 제공하였다. 비교집단에는 교과서에 제시된 활동을 그대로 제공하였다. 본 연구에서 실험 집단에게 실시된 차시별 수업지도안은 <표 3>, <표 4>와 같다

<표 3> 평행사변형의 넓이(1~2차시)

학습 주제	탐구를 통하여 평행사변형의 넓이를 구하기			
학습 목표	평행사변형의 넓이 구하는 방법을 알 수 있다.			
학습 단계	학습 내용	교수학습활동		시간
		교사활동	학생활동	
도입	선행학습 상기	·직사각형의 넓이를 구하는 공식을 상기시킨다.	·직사각형의 넓이는 (가로×세로)로 구할 수 있다.	5분
전개	문제상황 제시	· 평행사변형을 제시하고, 평행사변형의 넓이를 구하는 방법을 탐구하고 논의하게 한다. –"어떻게 하면 평행사변형의 넓이를 구할 수 있을까?"	·평행사변형을 직사각형으로 변형하면 넓이를 구할 수 있음을 확인한다.	5분
전개	가설 설정	· "만약 평행사변형 모양을 직사각형 모양으로 변형시킬 수 있다면, 직사각형의 넓이를 구하는 공식을 이용하여 평행사변형의 넓이를 구할 수 있지 않을까? 라는 가설을 설정하게 한다.	·평행사변형을 직사각형으로 변형하면 넓이를 구할 수 있음을 확인한다.	15분
	탐구과정	·평행사변형 모양의 색종이를 접어보거나 오려서 직사각형 모양으로 변형하는 여러 가지 방법을 찾아보게 한다. ·자신이 만든 방법을 친구들과 논의하게 한다. ·전체 아동들을 대상으로 새로운 방법을 논의하고 아동들이 제시하지 못한 방법을 교사가 보충해 준다.	·제시된 평행사변형 모양을 여러 방법으로 직사각형으로 만들어 본다. ·평행사변형을 여러 방법으로 직사각형으로 만들어 보고 친구들과 토론해 본다. ·자신이 하지 못한 부분을 보충한다.	35분
	일반화	·다양한 모양의 평행사변형을 직사각형으로 변형하는 활동을 통하여, 직사각형의 가로, 세로와 평행사변형의 밑변, 높이와의 관계를 확인하여 평행사변형의 넓이를 구하는 방법을 일반화하게 한다.	·지금까지 배운 내용을 생각하여 넓이 공식을 생각해 본다.	10분
정리	내용정리 및 반성	·오늘 어려웠던 점에 대한 질문을 받는다. ·배운 내용과 느낀 점을 수학 일지에 적도록 한다.	·자신이 모르는 부분에 대해 질문한다. ·자신의 생각을 수학일지에 서술한다.	10분
학습 주제	탐구를 통하여 삼각형의 넓이 구하기			

<표 4> 삼각형의 넓이(1~2차시)

학습 목표	삼각형의 넓이 구하는 방법을 알 수 있다.			
학습 단계	학습 내용	교수학습활동		시간
		교사활동	학생활동	
도입	선행학습 상기	·직사각형의 넓이를 구하는 공식을 상기시킨다. ·평행사변형의 넓이를 구하는 공식을 상기시킨다.	·직사각형의 넓이는 (가로×세로)로 구할 수 있다. ·평행사변형형의 넓이는 (밑변×높이)로 구할 수 있다.	5분
전개	문제상황 제시	·삼각형을 제시하고, 삼각형 넓이를 구하는 방법을 탐구하고 논의하게 한다. –"어떻게 하면 삼각형의 넓이를 구할 수 있을까?"	·삼각형을 직사각형이나 평행사변형으로 변형하면 넓이를 구할 수 있음을 확인한다.	5분
전개	가설 설정	·"만약 삼각형을 직사각형이나 평행사변형으로 변형시킬 수 있다면, 직사각형이나 평행사변형의 넓이를 구하는 공식을 이용하여 평행사변형의 넓이를 구할 수 있지 않을까? 라는 가설을 설정하게 한다.	·삼각형을 직사각형이나 평형사변형으로 변형하면 넓이를 구할 수 있음을 확인한다.	15분
	탐구과정	·삼각형 모양의 색종이를 접어보거나 오려서 직사각형이나 평행사변형으로 변형하는 여러 가지 방법을 찾아보게 한다. ·자신이 만든 방법을 친구들과 논의하게 한다. ·전체 아동들을 대상으로 새로운 방법을 논의하고 아동들이 제시하지 못한 방법을 교사가 보충해 준다.	·제시된 삼각형 모양을 여러 방법으로 직사각형이나 평행사변형으로 만들어 본다. ·삼각형을 여러 방법으로 직사각형이나 평행사변형으로 만들어 보고 친구들과 토론해 본다. ·자신이 하지 못한 부분을 보충한다.	35분
	일반화	·다양한 모양의 삼각형을 직사각형이나 평행사변형으로 변형하는 활동을 통하여, 삼각형이 직사각형이나 평행사변형과의 관계를 확인한 후, 삼각형의 넓이를 구하는 공식을 일반화한다.	·지금까지 배운 내용을 생각하여 삼각형의 넓이 공식을 생각해 본다.	10분
정리	내용정리 및 반성	·오늘 어려웠던 점에 대한 질문을 받는다. ·배운 내용과 느낀 점을 수학 일지에 적도록 한다.	·자신이 모르는 부분에 대해 질문한다. ·자신의 생각을 수학일지에 서술한다.	10분

Ⅳ. 연구 결과 및 논의

1. 비교집단과 실험집단은 수학 학업성취도에서 차이가 있는가?

탐구학습을 통한 수학 학습이 넓이 단원의 수학 성취도에 어떤 영향을 미치는지를 알아보기 위하여 수학 성취도 검사에 대한 두 집단의 평균차를 t-검증하였다. 비교집단의 평균은 15.50, 실험집단의 평균은 15.23이었으며 유의확률이 .792로 두 집단 사이에는 유의미한 차이가 없는 것으로 나타났다<표 5>. 결국, 탐구학습을 통한 수학 학습이 넓이 단원의 수학 성취도에는 직접적으로 영향을 미친 것으로 보이지 않는다. 이는 넓이에 관한 수학성취도 검사가 공식을 암기하기만 하면 해결할 수 있는 문항들로 구성되었기 때문으로 보인다.

<표 5> 수학학력검사에 대한 t-검증 결과

집 단	N	M	SD	df	t	p
비교집단	30	15.50	4.385	58	.265	.792
실험집단	30	15.23	3.350			

2. 비교집단과 실험집단은 넓이공식(평행사변형과 삼각형) 기억 검사에서 차이가 있는가?

실험처치 1주일 후 비교집단과 실험집단은 넓이공식 기억 검사에서 차이가 있는지를 알아보기 위하여 넓이공식 기억 검사를 실시하였다. 이 검사는 기본적으로 이항분포(0 또는 1)를 이루기 때문에 두 집단의 비율차이를 검증하는 독립성 검증(χ^2)을 적용하였다. <표 6>은 집단 통계량을 나타낸 것으로 평행사변형과 삼각형의 정답 빈도수에서 큰 차이가 나지 않는다. <표 7>의 카이제곱 검정표를 보면, 평행사변형의 경우 Pearson 카이제곱은 .162, 유의확률은 .668이므로 유의수준 α=.05에서 두 집단 사이에는 유의미한 차이가 없는 것으로 나타났다. 삼각형의 경우도, Pearson 카이제곱은 .000, 유의확률이 1.000으로 두 집단 사이에는 유의미한 차이가 없는 것으로 나타났다. 즉, 비교집단과 실험집단은 평행사변형과 삼각형의 넓이 구하는 공식의 기억에 있어서 차이가 없음을 의미한다.

<표 6> 집단 통계량(평행사변형, 삼각형)

		비교집단	실험집단	전체
평행사변형	오답(0)	3	4	7
	정답(1)	27	26	53
전체		30	30	60
삼각형	오답(0)	7	7	14
	정답(1)	23	23	46
전체		30	30	60

<표 7> 카이제곱 검정표(평행사변형, 삼각형)

		값	자유도	유의확률
평행사변형	Pearson 카이제곱	.162	1	.688
	우도비	.162	1	.687
	선형 대 선형결합	.159	1	.690
	유효 케이스 수	60		
삼각형	Pearson 카이제곱	.000	1	1.000
	우도비	.000	1	1.000
	선형 대 선형결합	.000	1	1.000
	유효 케이스 수	60		

3. 비교집단과 실험집단은 넓이공식(평행사변형과 삼각형)의 유도검사에서 차이가 있는가?

실험처치 1주일 후 비교집단과 실험집단은 넓이공식을 유도하는데 있어서 차이가 있는지를 알아보기 위하여 넓이공식 유도검사를 실시하였다. 검사 문항은 넓이공식 기억검사1과 마찬가지로 평행사변형과 삼각형의 기억으로 나누어 분석하였다. 각각의 경우에 대하여 독립성 검증을 실시하였다.

<표 8>의 집단 통계량을 보면, 평행사변형의 경우 비교집단의 정답자는 10명이었으나 실험집단은 25명으로 실험집단의 정답자가 더 많았다. 삼각형의 경우 비교집단의 정답자는 10명, 실험집단의 정답자는 18명으로 역시 실험집단이 더 많았다. <표 9>의 카이제곱 검정표를 보면, 평행사변형의 경우 Pearson 카이제곱은 15.429, 유의확률은 .000이므로 두 집단 사이에는 유의미한 차이가 있는 것으로 나타났다. 또한 삼각형의 경우에도 Pearson 카이제곱은 4.286, 유의확률은 .038로 두 집단 사이에는 유의미한 차이가 있는 것으로 나타

났다. 즉, 평행사변형과 삼각형의 넓이 구하는 공식의 유도에 있어서 실험집단이 비교집단보다 더 우수하였음을 알 수 있다.

<표 8> 집단 통계량(평행사변형, 삼각형)

		비교집단	실험집단	전체
평행사변형	오답(0)	20	5	25
	정답(1)	10	25	35
전체		30	30	60
삼각형	오답(0)	20	12	32
	정답(1)	10	18	28
전체		30	30	60

<표 9> 카이제곱 검정표(평행사변형, 삼각형)

		값	자유도	유의확률
평행사변형	Pearson 카이제곱	15.429	1	.000
	우도비	16.279	1	.000
	선형 대 선형결합	15.171	1	.000
	유효 케이스 수	60		
삼각형	Pearson 카이제곱	4.286	1	.038
	우도비	4.339	1	.037
	선형 대 선형결합	4.214	1	.040
	유효 케이스 수	60		

4. 비교집단과 실험집단은 넓이공식(사다리꼴, 마름모)의 유도검사에서 차이가 있는가?

아직 학습하지 않은 넓이의 공식(사다리꼴, 마름모)을 유도하는데 탐구학습이 어떤 영향을 미치는지를 알아보기 위하여 실험집단과 비교집단에 대한 독립성 검증을 실시하였다.

<표 10>의 집단통계량을 보면, 사다리꼴의 경우 비교집단의 정답자는 14명이었으나 실험집단은 22명으로 실험집단의 정답자가 더 많았다. 마름도의 경우도 비교집단의 정답자는 10명, 실험집단의 정답자는 24명으로 역시 실험집단이 더 많았다. <표 6>의 카이제곱 검정표에서 사다리꼴의 경우 Pearson 카이제곱은 4.444, 유의확률은 .035으로 두 집단 사이에는 유의미한 차이가 있는 것으로 나타났다. 또한 마름모의 경우에도 Pearson 카이제곱은 8.297, 유의확률은 .004로 두 집단 사이에는 유의미한 차이가 있는 것으로 나타났다. 즉, 사다리꼴과 마름모의 넓이 구하는 공식의 유도에 있어서 실험집단이 비교집단보다 더 우수하였다.

<표 10> 집단 통계량(사다리꼴, 마름모)

		비교집단	실험집단	전체
사다리꼴	오답(0)	16	5	21
	정답(1)	14	22	36
전체		30	30	60
마름모	오답(0)	20	6	26
	정답(1)	10	24	34
전체		30	30	60

<표 11> 카이제곱 검정표(평행사변형, 삼각형)

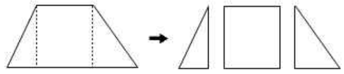
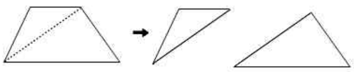
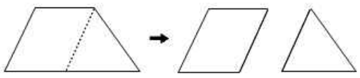
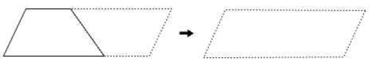
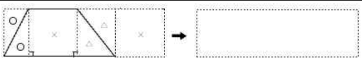
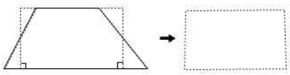
		값	자유도	유의확률
사다리꼴	Pearson 카이제곱	4.444	1	.035
	우도비	4.511	1	.034
	선형 대 선형결합	4.370	1	.037
	유효 케이스 수	60		
마름모	Pearson 카이제곱	8.297	1	.004
	우도비	8.526	1	.004
	선형 대 선형결합	8.159	1	.004
	유효 케이스 수	60		

5. 비교집단과 실험집단은 넓이공식(사다리꼴, 마름모)의 유도 방법에서 차이가 있는가?

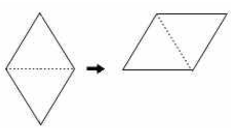
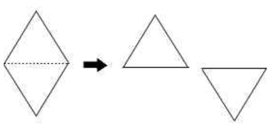
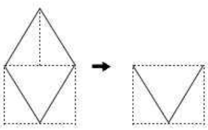
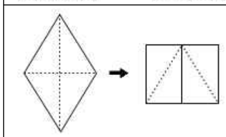
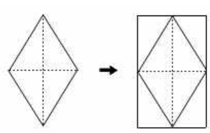
아직 학습하지 않은 사다리꼴과 마름모의 넓이공식을 유도하는 방법에 있어서 비교집단의 아동들은 교과서에 제시된 정형화된 방법을 적용하였으나, 실험집단은 교과서에 제시되지 않은 창의적인 방법을 적용하는 경우를 확인할 수 있다.

사다리꼴의 넓이공식의 유도 방법을 살펴보면(<표 12>, 비교집단의 경우 정답자 14명의 방법은 3가지 유형으로 나타났으며 11명이 사다리꼴을 삼각형 2개와 사각형 1개로 분해하는 방법을 적용하였다. 반면에 실험집단의 정답자 22명은 5가지 유형을 적용하였으며,

<표 12> 사다리꼴의 넓이공식 유도 방법

사다리꼴의 넓이공식 유도 방법	비교 집단	실험 집단
	11	2
	2	2
	1	
		11
		5
		2
계	14	22

<표 13> 마름모의 넓이공식 유도 방법

마름모의 넓이공식 유도 방법	비교 집단	실험 집단
		18
	12	
		2
		2
		1
계	12	23

특히 교과서에 제시되지 않은 창의적인 방법으로 유도하였다. 마름모의 경우에도 비교집단은 12명 전원이 마름모를 두 개의 삼각형으로 분해하여 1가지 유도 방법을 적용하였으나, 실험집단은 5가지 방법을 적용하였으며 창의적인 방법이 나타났다. 또한 실험집단의 아동들은 넓이공식을 유도할 때, 실험처치에서 학습했던 탐구과정을 적용하려고 시도하고 있다는 점이다. 즉, 사다리꼴과 마름모의 넓이공식을 유도할 때 이전에 학습한 도형으로 변형하는 방법을 사용하고 있었다.

V. 끝내는 말

본 연구에서는 수학적 탐구 과정을 통한 넓이공식의 지도가 넓이에 관한 수학성취도에 어떤 효과를 미치는지를 알아보고 넓이 공식의 기억과 유도 과정에 영향을 주는지를 살펴보았다. 본 연구를 통하여 다음과 같은 결론을 얻을 수 있다.

첫째, 탐구학습을 통한 넓이공식의 학습은 넓이를 계산하는 문제에 대해서는 큰 영향을 미치지 못하는 것으로 나타났다. 이는 넓이공식을 암기하기만 하면 넓이공식에 대한 충분한 이해 없이도 문제를 풀 수 있기 때문에 실험집단과 비교집단에서 큰 차이가 없었던 것으로 보인다.

둘째, 탐구학습을 통한 넓이공식의 학습은 넓이공식의 기억에 직접적인 영향을 주지 못하였다. 이러한 결과가 나타난 원인은 탐구학습을 통한 넓이공식의 학습은 넓이공식에 대한 탐구와 이해에 초점을 두고 있기 때문인 것으로 보인다. 즉, 비교집단의 아동들도 탐구와 이해를 하지 않고서도 넓이를 구하는 공식을 쉽게 암기할 수 있기 때문이다.

셋째, 탐구학습을 통한 학습은 넓이공식을 유도하는데 효과적이었다. 즉, 탐구학습을 한 실험집단의 학생들이 비교집단의 학생들보다 평행사변형과 삼각형의 넓이공식을 유도하는데 우수한 것으로 나타났다. 이는 탐구학습으로 넓이공식을 학습하는 과정이 넓이공식의 유도과정을 충분히 이해하는데 긍정적인 영향을 미쳤다는 것이다. 즉, 실험 처치 과정에서 넓이 공식을 암기하기 보다는 다양한 방식으로 공식을 유도하는 방법을 생각해 보는 활동이 강조되었기 때문에, 이러한 결과가 나타난 것으로 판단된다.

넷째, 탐구학습을 통한 넓이공식의 학습은 다른 도형의 넓이공식을 유도하는데 효과적이었다. 아직 학습하지 않은 사다리꼴과 마름모의 넓이공식을 유도하게 하였을 때, 실험집단의 학생들이 비교집단의 학생들보다 훨씬 더 우수하였다. 이것은 탐구학습을 통한 학습이 새로운 내용을 학습하는 것으로 전이되었음을 의미한다.

다섯째, 실험처치에서 학습하지 않은 사다리꼴과 마름모의 넓이공식을 유도하는 방법에 있어서 비교집단과 실험집단은 큰 차이가 있었다. 비교집단의 많은 아동들은 교과서에 제시된 정형화된 방법을 적용하였으나, 실험집단의 아동들은 교과서에 제시되지 않은 여러 가지 창의적인 방법을 적용하는 것으로 나타났다. 이러한 점에서 탐구학습을 통한 넓이공식 지도는 아동들로 하여금 창의적인 사고를 촉진하는데 효과적임을 알 수 있다.

따라서 도형의 넓이 공식 지도에서 학생들에게 강조되어야 하는 점은 이전에 선행 학습으로 학습한 도형의 넓이 공식을 활용하게 해야 한다는 것이다. 주어진 도형의 넓이를 구하기 위해서는 이전에 학습한 도형으로 변형해야 하기 때문에 탐구가 필요하며, 이것은 바로 수학적 사고와 창의성의 발현에 중요한 영향을 미친다고 볼 수 있다. 예를 들어, 직사각형에 대한 넓이 공식의 지도가 이루어졌다면, 평행사변형의 넓이 공식은 이전에 학습한 직사각형의 넓이 공식에 의존해야 한다는 것이다. 즉, 평행사변형을 직사각형으로 변형하는 탐구의 과정을 통해서 평행사변형의 넓이 공식을 지도해야 한다. 마찬가지로, 사다리꼴의 넓이 공식을 이해하기 위해서는 사다리꼴을 이전에 학습한 직사각형, 평행사변형, 삼각으로 변형해보는 활동이 반드시 있어야 한다는 의미이다.

참 고 문 헌

강 완 (2001). 원의 넓이 공식에 대한 교수학적 분석. 서울교육대학교 과학과 수학교육 논문집, 27, 37-68.

교육인적자원부 (2007). 개정 2007 수학과 교육과정. 서울: 교육인적자원부.

김택본 (1997). 초등학교 아동의 측도 영역에 대한 학업 성취도 분석. 한국교원대학교 석사학위논문.

박만구 (2009). 수학교육에서 창의성의 개념 및 신장 방안. 한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육 논문집>, 23(3), 803-822.

박성선 (2002). 수학적 창의성 신장을 탐구학습에 관한 소고. 한국수학교육학회지 시리즈 C <초등수학교육>, 6(2), 65-74.

안선영 (2006). 평면도형의 넓이에 대한 교사의 교수학적 내용지식과 수업 실제와의 관계 분석. 한국교원대학교 석사학위 논문.

정동권 (2001). 평면도형의 넓이 지도를 통한 수학적 사고의 신장. 인천교육대학교 과학교육논총, 13(13), 1-36.

황동주 (2005). 수학 영재 판별의 타당도 향상을 위한 수학 창의성 및 문제해결력 검사 개발과 채점 방법에 관한 연구. 단국대학교 대학원 박사학위논문

Becker, J. P., & Shimada, S. (1995). *The open-ended approach*. New York: W. H. Freeman and Company, Inc.

Collins, K. (1969). The importance of strong confrontation in an inquiry model of teaching. *School Science and Mathematics*, 69(7), 615-617.

Hass, G. (1970). *Reading in secondary teaching*. Boston: Allyn & Bacon.

Ivany, G. (1969). The assessment of verbal inquiry in elementary school science. *Science Education,* 53(4), 287-293.

Krulick, S., & Rudnick, J. A. (1999). *Innovative tasks to improve critical and creative thinking skills. In L. V. Stiff & F. R. Curcio(Eds.), Developing mathematical reasoning in grade K-12*(pp. 138-145). NCTM Yearbook.

NCTM (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: The Author.

Reys, R. E., Suydam, M. N., Lindquist, M. M., & Smith, N. L. (1998). *Helping children learn mathematics(5th ed)*. Boston: Allyn & Bacon.

Schrenker, C. (1976). The effects of an inquiry development program on elementary school children's science learning. *Doctoral dissertation*. New York University.

Stephan, M., & Clements, D. H. (2003). Linear and area measurement in prekindergarten to grade 2. In D. H. Clements, & G. Bright (Eds.), *Learning and teaching measurement* (pp.3-16). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Suchman, J. R. (1962). *The elementary school training program in scientific inquiry*. University of Illinois.

Torrance, E. P. (1965). *Rewarding creative behavior. Englewood Cliffs*, NJ: Prentice-Hall.

The Effects of Inquiry Oriented Instruction on the Learning of Area Formulas

Park, Sungsun
Chunchon National University of Education
E-mail : starsun@cnue.ac.kr

The purpose of this study was to investigate the effects of inquiry oriented instruction on the learning of area formulas. For this purpose, current elementary mathematics textbook(2007 revised version) which deal with area formulas was reviewed and then the experimental research on inquiry oriented instruction in area formulas was conducted. The results of this study as follow; First, there was no significant effect of inquiry oriented instruction on the mathematical achievement in area formula problems. Second, there was no significant effect on the memorization of area formulas. Third, there was significant effect on the generalization of area formulas. Forth, there was significant effect on the methods of generalization of area formulas. Fifth, through inquiry activities, the students can learn mathematical ideas and develop creative mathematical ideas. Finally, implications for teaching area formulas through inquiry activity was discussed. We have to introduce new area formula through prior area formulas which had been studied, and make the students inquire the connection between each area formulas.

* ZDM Classification : C72
* 2000 Mathematics Subject Classification : 97D40
* Key Words : inquired oriented instruction, mathematical inquiry, mathematical creativity, teaching of area formulas