

## 시간지연이 없는 공정에서의 외란제거 성능 향상을 위한 PID 제어기의 해석적 설계

무하마드 마숨 주주리 · 트롱 부 · 이문용<sup>†</sup>

영남대학교 화학공학부  
712-749 경북 경산시 대동 214-1  
(2010년 12월 18일 접수, 2011년 1월 14일 채택)

### Analytical Design of PID Controller for Improved Disturbance Rejection of Delay-Free Processes

M. Masum Jujuly, Truong Nguyen Luan Vu and Moonyong Lee<sup>†</sup>

School of Chemical Engineering, Yeungnam University, 214-1 Dae-dong, Gyeongsan-si, Gyeongbuk 712-749, Korea  
(Received 18 December 2010; accepted 14 January 2011)

#### 요 약

시간지연이 없는 다양한 범주의 안정, 적분, 불안정 공정에 대하여 비례-적분-미분(PID) 제어기의 해석적 조율 방법을 제안하였다. 2자유도 제어구조와 내부모델 제어에 기반한 제안된 방법은 설계가 간단하고 직접적이며 공정산업에 쉽게 구현할 수 있어 강화된 설정점 추종과 외란제거 성능을 얻는데 유용하게 사용될 수 있다. 몇몇 대표적 공정에 대하여 강건성을 함께 유지하면서 기존 설계 방법과 비교한 결과, 제안된 방법의 우수한 페루프 성능을 확인하였다.

**Abstract** – In this paper, the analytical tuning rules of the proportional-integral-derivative (PID) controller have been derived for a broad class of stable, integrating, and unstable processes without time delay. On the basis of the renowned internal model control (IMC) design principles and the two-degree-of-freedom (2DOF) control structure, the proposed method can be effectively used for obtaining the enhanced performances of both the disturbance rejection as well as the set-point tracking problems, since the design scheme is simple, straightforward, and can be easily implemented in the process industry. Several processes without time delay are employed to demonstrate the improved closed-loop performance of the proposed controller design in compared with the other well-known design methods in terms of the same degree of robustness.

**Key words:** PID Controller, IMC Design, Disturbance Rejection, Two-Degree-of-Freedom (2DF) Structure, Processes Without Time Delay

#### 1. 서 론

비례-적분-미분 (PID) 제어 알고리즘은 그 단순성, 강건성 및 실용성으로 인하여 지난 수 십년 간 산업제어시스템에서 널리 사용되어 왔다. PID제어기는 강건하고 이해하기 쉬운 알고리즘으로 다양한 동적 특성에 대하여 우수한 제어성능을 제공한다. 비록 고급 제어 알고리즘을 사용하면 제어 성능을 어느정도 향상시킬 수 있으나 많은 산업적 제어루프에서 잘 설계된 고전적 PID 제어기로도 만족스러운 성능을 얻을 수 있음이 증명되어 왔다. 단순하면서도 괄목할 만한 성능 향상을 가져오는 PI/PID 제어기 설계 기술은 최근 많은 연구자들에 매우 중요한 연구 이슈가 되고 있다. IMC-PID 방법이 공정 산업에서 PID 제어기를 조율하기 위한 가장 대중적인 접근

방법임은 명백하다. IMC-PID 조율방법의 가장 큰 장점 중의 하나는 페루프 성능과 모델 불확실성에 대한 강건성 사이의 절충을 위하여 한 개의 조율변수를 사용한다는 점이다.

많은 공정제어 응용에서 외란제거가 설정점 추종보다 중요한 반면 일반적으로 IMC-PID 제어기는 좋은 설정점 추종성능을 보이지만 외란제거에는 느린 성능을 보인다. 따라서 외란제거와 설정점 추종을 동시에 만족하는 IMC-PID 제어기 설계는 다시 중요하게 떠오르고 있다. Rivera 등[1], Morari와 Zafriou[2], Horn 등[3], Lee 등[4]에 의한 IMC-PID 설계 방법들이 바람직한 페루프 응답을 얻는 것에 기반한 전형적인 예이다. 이들 방법은 PID 제어기 매개변수들을 원하는 페루프 응답을 가져다 주는 이상적 제어기를 계산함으로써 구한다. 비록 결과로 나온 이상적 제어기가 표준 PID 제어기보다 더욱 복잡한 형태가 되지만 이상적 제어기는 PID 제어기나 필터를 포함한 PID 제어기 형태로 축소될 수 있다.

Horn 등[3]은 공정의 지배적 극점을 상쇄하기 위한 앞섬 항을 포

<sup>†</sup>To whom correspondence should be addressed.  
E-mail: mynlee@yu.ac.kr

<sup>‡</sup>이 논문은 KAIST 입성기 교수님의 정년을 기념하여 투고되었습니다.

합하는 새로운 형태의 IMC 필터를 제안하고 이 필터를 기반으로 하여 이차 앞섬-뒤집 필터가 연속된 PID 제어를 설계해주는 IMC-PID 조율 방법을 체계적으로 유도하였으며 고전적인 IMC 필터보다 장점을 가짐을 확인하였다. Chen and Seborg[5]은 몇몇 대표적 공정에 대하여 외란제거 성능을 향상시킨 직접합성(DS) 접근법을 제안하였다. 설정점 추종에서의 과도한 오버슈트를 피하기 위한 설정점 가중 인자가 IMC 방법과 직접합성법에 활용되었다(Horn 등[3], Lee 등[4]). 반면에 Skogestad[6]는 고차계 공정 모델을 저차모델로 축소하는 모델축소 기법을 제안하고 외란제거 성능을 향상시키는 SIMC-PID 규칙을 몇몇 뒤집시간 지배 공정에 대하여 제안하였다.

명백하게 IMC-PID 접근법에서는 PID 제어기의 성능이 주로 IMC 필터 구조에 의하여 영향 받는다. IMC-PID 설계 관련한 대부분의 이전 연구에서는 IMC 필터 구조를 IMC 제어기의 물리적 실현가능 조건을 만족할 수 있도록 단순하게 설계되어 왔다. 그러나 결과로 나오는 IMC-PID 제어기가 우수한 성능을 가지기 위해서는 IMC 필터구조가 최적으로 설계될 필요가 있다. 본 연구에서는 외란제거와 설정점 추종에서의 성능 향상을 위한 최적 IMC 필터구조가 연구되었다. 제안된 IMC 필터구조를 바탕으로 시간지연이 없는 다양한 공정에 대하여 PID 제어기의 해석적 조율방법이 개발되었다.

2. PID 제어기 설계를 위한 IMC-PID 접근법

IMC 및 그와 동등한 고전적 피드백 제어시스템의 블록선도를 Fig. 1에 나타내었다. 그림에서  $G_p$ ,  $\tilde{G}_p$ ,  $G_D$ ,  $q$ 와  $f_R$ 는 각각 실제 공정, 공정 모델, 외란, 피드백 제어기, IMC 제어기, 설정점 필터의 전달함수를 나타내고  $R$ ,  $d$  및  $C$ 는 각각 설정점, 외란, 제어변수를 의미한다. IMC 제어구조에 따라서 설정점과 외란에 대한 제어변수의 동특성 관계는 다음과 같다:

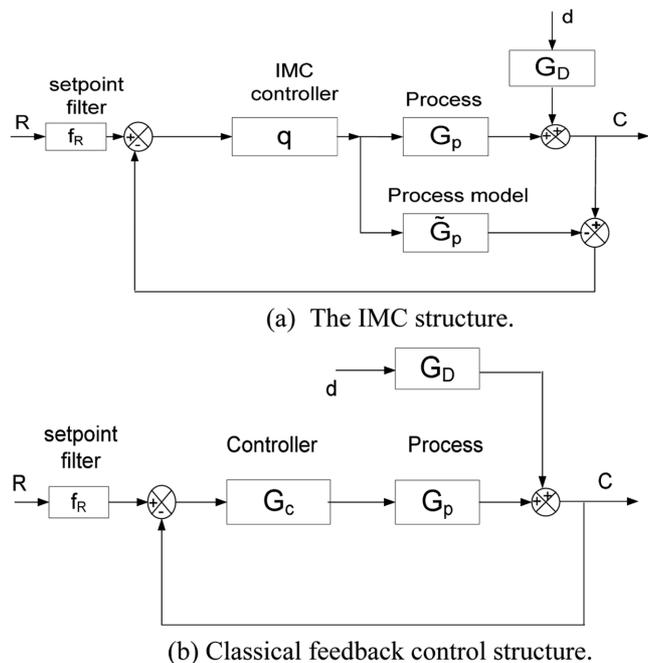


Fig. 1. Block diagram of IMC and classical feedback control structures.

$$C = \frac{G_p q}{1 + q(G_p - \tilde{G}_p)} f_R R + \left[ \frac{1 - \tilde{G}_p q}{1 + q(G_p - \tilde{G}_p)} \right] G_D d \tag{1}$$

모델오차가 없는 경우(즉,  $G_p = \tilde{G}_p$ ), 설정점 추종과 외란제거 응답은 다음과 같이 단순화될 수 있다.

$$\frac{C}{R} = \tilde{G}_p q f_R \tag{2}$$

$$\frac{C}{d} = [1 - \tilde{G}_p q] G_D \tag{3}$$

따라서 고전적 피드백제어구조에서 설정점 추종과 외란제거 응답은 다음과 같게 된다.

$$\frac{C}{R} = \frac{G_c G_p f_R}{1 + G_c G_p} \tag{4}$$

$$\frac{C}{d} = \frac{G_D}{1 + G_c G_p} \tag{5}$$

IMC 매개변수화에 의하여(Morari and Zafiriou[2]), 공정 모델  $\tilde{G}_p$ 는 다음과 같은 두 부분으로 나뉘어 진다.

$$\tilde{G}_p = P_M P_A \tag{6}$$

여기서  $P_M$ 과  $P_A$ 는 각각 제어기에 의하여 전환이 되는 부분과 안되는 부분이다. 대개  $P_A$ 는 비최소위상 부분이며 시간지연과 우반평면상의 영점을 포함한다.

이상적 IMC 제어기는 공정 모델 중 전환가능 부분의 역이지만 IMC 제어기를 구현가능하게 하기 위해서는 필터를 추가해야 한다. 따라서 IMC 제어기는 다음과 같이 설계된다.

$$q = P_M^{-1} f \tag{7}$$

또한 IMC 필터는 다음의 형태로 설계된다.

$$f = \frac{(\sum_{i=1}^m \alpha_i s^i + 1)}{(\lambda s + 1)^r} \tag{8}$$

이때  $\lambda$ 는 성능과 강건성의 절충을 위한 설계 변수이다. 차수  $r$ 은 IMC 제어기가 구현 가능한 충분히 큰 값으로 선택된다.  $\alpha_i$ 는 불안정한 극점이나 0에 가까운 극점들을 소거하도록 다음과 같이 결정된다.

$$1 - G_p q|_{s=z_1, z_2, \dots, z_m} = \left| 1 - \frac{p_A (\sum_{i=1}^m \alpha_i s^i + 1)}{(\lambda s + 1)^r} \right|_{s=z_1, z_2, \dots, z_m} = 0 \tag{9}$$

따라서 IMC 제어기는

$$q = p_m^{-1} \frac{(\sum_{i=1}^m \alpha_i s^i + 1)}{(\lambda s + 1)^r} \tag{10}$$

이때 분자항  $\sum_{i=1}^m \alpha_i s^i + 1$ 이 서보 응답에서 과도한 오버슈트를 야기할 수 있으므로 설정점 필터를 도입하여 상쇄하게 된다.

(10)을 (1)에 대입하면

$$C = p_A \frac{(\sum_{i=1}^m \alpha_i s^i + 1)}{(\lambda s + 1)^r} f_R R + \left[ 1 - p_A \frac{(\sum_{i=1}^m \alpha_i s^i + 1)}{(\lambda s + 1)^r} \right] G_D d \tag{11}$$

위의 설계 절차로부터 설정점 추종과 외란제거에 대한 원하는 페

루프 응답이 IMC 제어기 설계를 위하여 주어진다.

### 3. 시간지연이 없는 전형적인 공정에 대한 IMC-PID 조율 규칙

#### 3-1. 일차공정(FOP) 모델

화학공정에서 가장 흔하게 사용되는 근사모델은 아래와 같은 일차모델이다.

$$G_p = G_D = \frac{K}{\tau s + 1} \quad (12)$$

여기서 K와  $\tau$ 는 각각 공정의 이득과 시상수를 뜻한다. 이 경우 최적 IMC 필터구조는 다음과 같이 구해진다.  $f = (\alpha s + 1)^2 / (\lambda s + 1)^4$ . 따라서 이상적인 피드백 제어기는

$$G_c = \frac{(\tau s + 1)(\alpha s + 1)^2}{K[(\tau s + 1)^4 - (\alpha s + 1)^2]} \quad (13)$$

$\alpha$  값은 극점  $-1/\tau$ 을 상쇄하도록 선택된다.

$$\left| 1 - \frac{(\alpha s + 1)^2}{(\tau s + 1)^4} \right|_{s=-1/\tau} \quad (14)$$

따라서  $\alpha$  값은

$$\alpha = \tau \left[ 1 - \left( 1 - \frac{\lambda}{\tau} \right)^2 \right] \quad (15)$$

이상적인 피드백 제어기는 PID제어기와 고차 필터가 (16)과 같이 연속된 형태로 구해질 수 있다.

$$G_c = \frac{(\alpha s + 1)^2}{sK(4\lambda - 2\alpha)} \times \frac{(\tau s + 1)}{1 + \frac{6\lambda^2 - \alpha^2}{4\lambda - 2\alpha}s + \frac{4\lambda^3}{4\lambda - 2\alpha}s^2 + \frac{\lambda^4}{4\lambda - 2\alpha}s^3} \quad (16)$$

위의 이상적인 제어기와 일차 앞섬-뒤짐 필터가 연속된 PID제어기, 즉,  $G_c = K_c / s\tau_1(\tau_1\tau_D s^2 + \tau_1 s + 1)(cs + 1/as + 1)$ 을 비교함으로써 PID 제어기의 해석적 조율 규칙을 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$K_c = \frac{\tau + \alpha}{K(4\lambda - 2\alpha)} \quad (17a)$$

$$\tau_1 = 2\alpha \quad (17b)$$

$$\tau_D = \frac{\alpha}{2} \quad (17c)$$

여기서 필터 매개변수인 a와 b는 각각

$$a = \frac{6\lambda^2 - \alpha^2}{4\lambda - 2\alpha} \quad (18a)$$

$$c = \tau \quad (18b)$$

와 같이 얻어진다.

#### 3-2. 적분공정(IP) 모델

IP 모델의 전달함수는

$$G_p = G_D = \frac{K}{s} \quad (19)$$

IP 모델은 아래와 같이 적분항을 0에 근접한 안정된 극점으로 해석함으로써 FOP모델로 근사화할 수 있다.

$$G_p = G_D = \frac{K}{s} = \frac{K}{s + \frac{1}{\phi}} = \frac{\phi K}{\phi s + 1} \quad (20)$$

이때  $\phi$ 는 충분히 큰 임의의 상수이다. 따라서 IP모델에서의 최적 IMC필터 구조도 FOP모델의  $f = (\alpha s + 1)^2 / (\lambda s + 1)^4$ 와 같다. 따라서 이상적인 피드백 제어기는

$$G_c = \frac{(\phi s + 1)(\alpha s + 1)^2}{K\phi[(\lambda s + 1)^4 - (\alpha s + 1)^2]} \quad (21)$$

결과로 나온 PID 제어기 조율 규칙은 Table 1에 수록한 바와 같다.

#### 3-3. 이차공정(SOP) 모델

SOP 모델의 전달함수는

$$G_p = G_D = \frac{K}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)} \quad (22)$$

$f = \alpha_2 s^2 + \alpha_1 s + 1 / (\lambda s + 1)^3$ 가 최적 IMC 필터 구조가 되며 그 결과 IMC 제어기는

$$q = \frac{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)(\alpha_2 s^2 + \alpha_1 s + 1)}{K(\lambda s + 1)^3} \quad (23)$$

따라서 이상적인 피드백 제어기는

$$\begin{aligned} G_c &= \frac{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)(\alpha_2 s^2 + \alpha_1 s + 1)}{K[(\lambda s + 1)^3 - (\alpha_2 s^2 + \alpha_1 s + 1)]} \\ &= \frac{(\alpha_2 s^2 + \alpha_1 s + 1)}{3K(3\lambda - \alpha_1)} \frac{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}{1 + \frac{3\lambda^2 - \alpha_2}{3\lambda - \alpha_1}s + \frac{\lambda^3}{3\lambda - \alpha_1}s^2} \end{aligned} \quad (24)$$

(24)에서 보듯이 결과로 나온 제어기는 PID와 고차필터가 연계된 형태이다. (24)를 정리하면 아래의 PID-필터 형태를 가지는 해석적인 PID 제어기를 얻게 된다.

$$G_c = \frac{K_c}{s\tau_1} (\tau_1\tau_D s^2 + \tau_1 s + 1) \left( \frac{ds^2 + cs + 1}{bs^2 + as + 1} \right).$$

SOP에 대한 해석적 조율 규칙을 Table 1에 보였다.

$\alpha_1$ 과  $\alpha_2$  값은  $-1/\tau_1$ 과  $-1/\tau_2$ 에 위치한 극점을 상쇄하도록 다음과 같이 설정된다.

$$\begin{aligned} \left| 1 - \frac{\alpha_2 s^2 + \alpha_1 s + 1}{(\lambda s + 1)^3} \right|_{s=-1/\tau_1, -1/\tau_2} &= 0. \\ \alpha_1 &= \frac{\tau_1^2 \left[ \left( 1 - \frac{\lambda}{\tau_1} \right)^3 - 1 \right] - \tau_2^2 \left[ \left( 1 - \frac{\lambda}{\tau_2} \right)^3 - 1 \right]}{(\tau_2 - \tau_1)} \end{aligned} \quad (25)$$

$$\alpha_2 = \tau_2^2 \left[ \left( 1 - \frac{\lambda}{\tau_2} \right)^3 - 1 \right] + \alpha_1 \tau_2 \quad (26)$$

#### 3-4. 일차적분공정(FOIP) 모델

FOIP 모델의 전달함수는

$$G_p = G_D = \frac{K}{s(\tau_2 s + 1)} \quad (27)$$

**Table 1. Analytical tuning rule of the proposed controller for the various processes without time delay**

Model	IMC Filter	$K_c$	$\tau_I$	$\tau_D$	a	b	c	d	$\alpha$
$\frac{K}{\tau s + 1}$	$\frac{(\alpha s + 1)^2}{(\lambda s + 1)^4}$	$\frac{2\alpha}{K(4\lambda - 2\alpha)}$	$2\alpha$	$\frac{\alpha}{2}$	$\frac{6\lambda^2 - \alpha^2}{4\lambda - 2\alpha}$	0	$\tau$	0	$\alpha = \tau \left[ 1 - \left( 1 - \frac{\lambda}{\tau} \right)^2 \right]$
$\frac{K(-s+z)}{\tau s + 1}$	$\frac{(\alpha s + 1)^2}{(\lambda s + 1)^4}$	$\frac{\alpha}{K[z(2\lambda - \alpha) - 1]}$	$2\alpha$	$\frac{\alpha}{2}$	$\frac{4\lambda + 2\alpha + 6z\lambda^2 + z\alpha^2}{4z\lambda - 2z\alpha - 2}$	0	$\tau$	0	$\alpha = \tau \left[ 1 - \sqrt{\frac{1}{z + \frac{1}{\tau}} \left( 1 - \frac{\lambda}{\tau} \right)^2} \right]$
$\frac{K}{s}$	$\frac{(\alpha s + 1)^2}{(\lambda s + 1)^4}$	$\frac{2\alpha}{K\phi(4\lambda - 2\alpha)}$	$2\alpha$	$\frac{\alpha}{2}$	$\frac{6\lambda^2 - \alpha^2}{4\lambda - 2\alpha}$	0	$\phi$	0	$\alpha = \phi \left[ 1 - \left( 1 - \frac{\lambda}{\phi} \right)^2 \right]$ $\alpha_1 = \frac{m_1}{(\tau_2 - \tau_1)}$
$\frac{K}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}$	$\frac{\alpha_2 s^2 + \alpha_1 s + 1}{(\lambda s + 1)^3}$	$\frac{\alpha_1}{K(3\lambda - \alpha_1)}$	$\alpha_1$	$\frac{\alpha_2}{\alpha_1}$	$\frac{3\lambda^2 - \alpha_2}{3\lambda - \alpha_1}$	$\frac{\lambda^3}{3\lambda - \alpha_1}$	$\tau_1 + \tau_2$	$\tau_1 \tau_2$	$\alpha_2 = \left[ \left( 1 - \frac{\lambda}{\tau_2} \right)^3 - 1 \right] \tau_2^2 + \alpha_1 \tau_2$
$\frac{K}{s(\tau s + 1)}$	$\frac{\alpha_2 s^2 + \alpha_1 s + 1}{(\lambda s + 1)^3}$	$\frac{\alpha_1}{K\phi(3\lambda - \alpha_1)}$	$\alpha_1$	$\frac{\alpha_2}{\alpha_1}$	$\frac{3\lambda^2 - \alpha_2}{3\lambda - \alpha_1}$	$\frac{\lambda^3}{3\lambda - \alpha_1}$	$\tau + \phi$	$\tau\phi$	$\alpha_2 = \frac{m_2}{(\tau - \phi)}$ $\alpha_2 = \left[ \left( 1 - \frac{\lambda}{\tau} \right)^3 - 1 \right] \tau^2 + \alpha_1 \tau$
$\frac{K(-s+z)}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}$	$\frac{\alpha_2 s^2 + \alpha_1 s + 1}{(\lambda s + 1)^3}$	$\frac{\alpha_1}{K(3z\lambda - 2z\alpha_1 + 2)}$	$\alpha_1$	$\frac{\alpha_2}{\alpha_1}$	$\frac{3 + 3z\lambda^2 + \alpha_1 - z\alpha_2}{3z\lambda - 2z\alpha_1 + 2}$	$\frac{\alpha_2 + z\lambda^3 + 3\lambda^2}{3z\lambda - 2z\alpha_1 + 2}$	$\tau_1 + \tau_2$	$\tau_1 \tau_2$	$\alpha_1 = \frac{n_1 - n_2}{(\tau_2 - \tau_1)} + (\tau_2 + \tau_1)$ $\alpha_2 = n_2 - \tau_2(\tau_2 - \alpha_1)$

여기서  $m_1 = \tau_1^2 \left[ \left( 1 - \frac{\lambda}{\tau_1} \right)^3 - 1 \right] - \tau_2^2 \left[ \left( 1 - \frac{\lambda}{\tau_2} \right)^3 - 1 \right]$ ;  $m_2 = \phi^2 \left[ \left( 1 - \frac{\lambda}{\phi} \right)^3 - 1 \right] - \tau^2 \left[ \left( 1 - \frac{\lambda}{\tau} \right)^3 - 1 \right]$ ;  $n_1 = \tau_1^2 \left( 1 - \frac{\lambda}{\tau_1} \right)^3 \left( \frac{z - \frac{1}{\tau_1}}{z + \frac{1}{\tau_1}} \right)$ ;  $n_2 = \tau_2^2 \left( 1 - \frac{\lambda}{\tau_2} \right)^3 \left( \frac{z - \frac{1}{\tau_2}}{z + \frac{1}{\tau_2}} \right)$

따라서 다음과 같은 SOP 모델로 근사화될 수 있다.

$$G_p = G_D = \frac{K}{s(\tau s + 1)} = \frac{K}{\left( s + \frac{1}{\phi} \right) (\tau_2 s + 1)} = \frac{\phi K}{(\phi s + 1)(\tau s + 1)} \quad (28)$$

$$G_c = \frac{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)(\alpha_2^2 + \alpha_1 s + 1)}{K[(s + z)(\lambda s + 1)^3 - (-s + 1)(\alpha_2 s^2 + \alpha_1 s + 1)]} \quad (32)$$

이 모델에 대한 해석적인 조율 규칙은 Table 1에 나타난 바와 같다.

이 모델에 대한 해석적 조율 규칙은 Table 1에 보인 바와 같다.

### 4. 성능 및 강건성 지표

#### 3-5. 우반평면(RHP) 영점을 가지는 일차공정 모델 전달함수는 다음과 같다.

$$G_p = G_D = \frac{K(-s+z)}{\tau s + 1} \quad (29)$$

여기서  $z$ 는 우반평면 상의 영점이다. 이 경우 최적 IMC 필터구조는  $f = (\alpha s + 1)^2 / (\lambda s + 1)^4$  로 구하여졌다.  $(-s + z)$ 는 전환 불가 부분이므로 분자와 분모에 모두  $(s + z)$ 로 나누게 되면 이상적인 피드백 제어기는

$$G_c = \frac{(\tau s + 1)(\alpha s + 1)^2}{K[(s + z)(\lambda s + 1)^4 - (-s + z)(\alpha s + 1)^2]} \quad (30)$$

이에 따른 해석적인 조율 규칙은 Table 1과 같다.

#### 3-6. RHP 영점을 가지는 이차 공정 모델 이 경우의 전달함수는 다음과 같다.

$$G_p = G_D = \frac{K(-s+z)}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)} \quad (31)$$

$f = (\alpha_2 s^2 + \alpha_1 s + 1) / (\lambda s + 1)^3$  이 최적 IMC 필터 구조가 되고 따라서 이상적인 피드백 제어기는

본 연구에서 제어시스템의 성능 및 강건성은 다음의 지표들을 사용하여 평가되었다.

#### 4-1. 오차적분 기준

통상적인 성능지표인 아래와 같은 절대오차 적분(IAE)이 제어시스템의 성능을 평가하기 위하여 고려되었다.

$$IAE = \int_0^{\infty} |e(t)| dt \quad (33)$$

여기서 오차신호  $e(t)$ 는 설정점과 측정치 간의 차이를 의미한다.

#### 4-2. 최대 공명피크(Mp) 기준

최대 공명피크  $M_p$ 는 페루프 주파수 응답의 최대치(즉, 보충 민감도함수의 최대치)로 정의되며 성능과 강건성을 모두 고려하는 좋은 지표로 널리 인정되고 있다[7,8].

$$M_p = \max_{\omega} \left| \frac{G_c(j\omega)G_p(j\omega)}{1 + G_c(j\omega)G_p(j\omega)} \right|, \forall \omega \quad (34)$$

본 논문에서는 공정한 비교를 위하여 모든 시뮬레이션 예제에서 비교되는 제어기들을 같은  $M_p$  값을 가지도록 설계함으로써 같은 강건성 수준을 유지하도록 하였다.

4.3. 제어기 출력 변동(TV)

조작변수의 변동 정도를 평가하기 위하여 제어기 출력  $u(t)$ 의 변동 정도를, 즉, 제어기 출력 변동의 총합을 계산하였다. 제어기 출력을 순차 집합  $[u_1, u_2, u_3, \dots, u_n]$ 으로 이산화하여 표현했을 때,  $TV = \sum_{i=1}^n |u_{i+1} - u_i|$ 는 가능한 작은 값을 가지는 것이 출력의 평탄함을 나타내게 되어 바람직하다.

4.4. 설정점 및 미분치 가중

Åström과 Hägglund[9]은 설정점 가중 및 미분 가중을 포함하는 좀더 일반적인 2 자유도 제어구조를 제안하였다. 설정점 및 미분 가중을 포함하는 PID 제어기 출력은

$$u(t) = K_c \left( \gamma R(t) - C(t) + \frac{1}{\tau_I} \int_0^t [R(t) - C(t)] dt + \tau_D \frac{d[\beta R(t) - C(t)]}{dt} \right) \quad (35)$$

여기서  $\gamma$ 와  $\beta$ 는 추가적인 매개변수이다. (11)로 주어진 제어기는 2 자유도 구조를 가진다. 설정점 가중계수  $\gamma$ 는  $0 \leq \gamma \leq 1$  범위이며 미분 가중계수  $\beta$ 도  $0 \leq \beta \leq 1$ 로 한정된다.  $\gamma$ 를 줄일수록 설정점 추종시의 오버슈트가 감소하게 되며,  $\beta$ 를 줄일수록 미분동작에 의한 순간 반동현상이 줄어들게 된다.  $\gamma$ 와  $\beta$ 값은 외란제거 응답과 노이즈 응답에는 아무런 영향을 미치지 않으며 다만 설정점 추종 응답에 영향을 미치게 된다(Chen and Seborg[5]). 본 논문의 모든 시뮬레이션 예에서  $\beta=1$ 을 적용하였으며  $f_R = (\gamma\tau_I s + 1)/(\tau_I \tau_D s^2 + \tau_I s + 1)$ 로 설정점 필터를 사용하였다.

5. 시뮬레이션 결과

공정산업에서 널리 사용되고 있는 몇몇 대표적 공정 모델에 대하여 시뮬레이션 연구를 수행하였다. 모든 시뮬레이션에서 성능 및 강건성 지표를 계산하여 다른 기존 방법들의 결과와 비교하였다.

예 1. 다음과 같은 일차 공정을 고려하였다.

$$G_p = G_D = \frac{4}{6s+1} \quad (36)$$

제안된 PID 필터 제어기를 Horn *et al.*[3]과 Lee *et al.*[4]에 의한 제어기와 비교하였다. Horn *et al.*[3]의 경우, 일차 뒤집 필터를 사용하고 있으며 Lee *et al.*[4]은 고전적인 PID 제어기를 채택하고 있다. 공정한 비교를 위하여 모든 제어기는  $M_p=1.056$ 을 만족하도록 조정되었다. 제어기 매개변수 값과 결과로 나온 성능지표 값들은 Table 2에 보인 바와 같다. Fig. 2에 이들 세 제어기의 펄스 응답을 상호 비교하였다. 그 결과, 제안된 제어기가 다른 기존 제어기 보다 설정점 추종과 외란제거에서 모두 우수한 성능을 보임을 확인할 수 있었다.

예 2. 다음의 이차공정 모델을 고려하였다.

$$G_p = \frac{1.5}{(3s+1)(9s+1)} \quad (37)$$

이 시뮬레이션 연구에서는 제안된 PID 제어기를 Horn *et al.*[3]과 Lee *et al.*[4]에 의한 제어기들과 비교하였다. 모든 제어기는  $M_p=1.065$ 의 동일한 강건성을 가지도록 조율되었다. 제어기 변수 값과

Table 2. Controller parameters and resulting performance indices for the FOP model

Method	$K_c$	$\tau_I$	$\tau_D$	$\lambda$	$M_p$	Set-point			Disturbance		
						IAE	TV	Overshoot	IAE	TV	Overshoot
Proposed <sup>a</sup>	24.771	0.475	0.119	0.20	1.056	0.449	4.329	0.012	0.021	1.112	0.028
Horn <i>et al.</i> <sup>b</sup>	4.629	8.918	1.963	1.70	1.056	3.206	0.607	0.011	1.927	1.129	0.416
Lee <i>et al.</i> <sup>c</sup>	1.515	2.918	0	1.70	1.056	1.126	0.996	0.013	1.927	1.130	0.417

$$^a G_c = K_c \left( 1 + \frac{1}{s\tau_I} + \tau_D s \right) \left( \frac{bs+1}{as+1} \right), a=6.239, b=6; f_R = \frac{0.047s+1}{0.056s^2+0.474s+1}, \gamma=0.10$$

$$^b G_c = K_c \left( 1 + \frac{1}{s\tau_I} + \tau_D s \right) \left( \frac{1}{as+1} \right), a=6, b=0; f_R = \frac{6.421+1}{17.509s^2+8.918s+1}, \gamma=0.72$$

$$^c G_c = K_c \left( 1 + \frac{1}{s\tau_I} + \tau_D s \right); f_R = \frac{2.393s+1}{2.918s+1}, \gamma=0.82$$

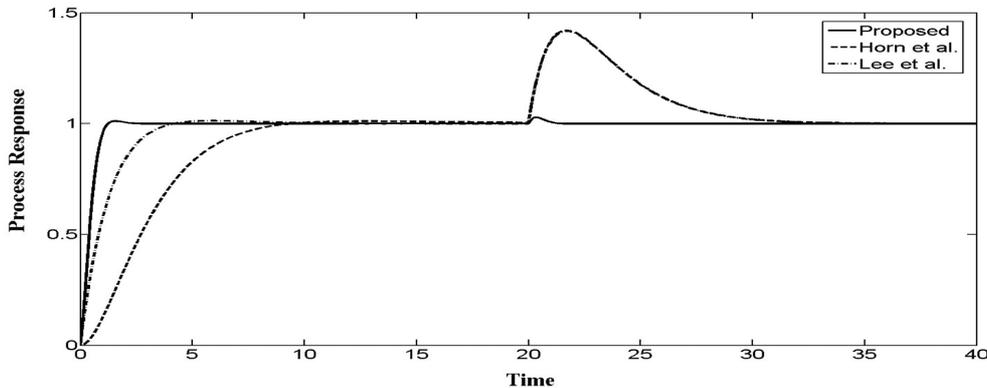


Fig. 2. Simulation results of PID controller for both unit set-point change (t=0) and unit step disturbance (t=20) for the FOP model.

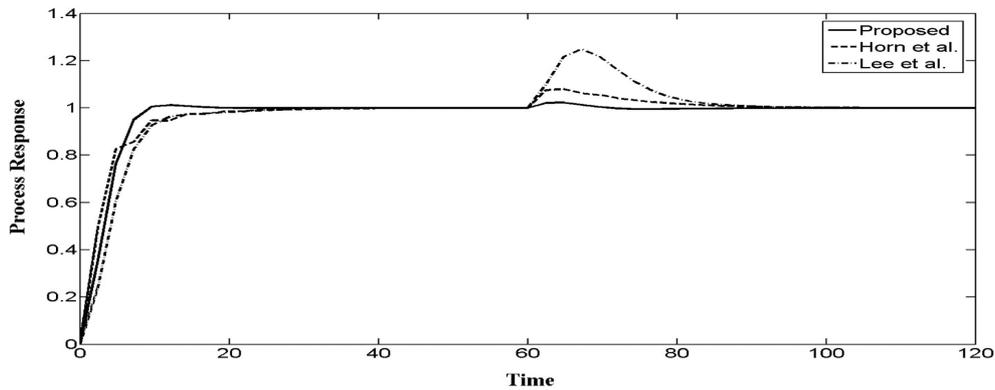
**Table 3. Controller parameters and resulting performance indices for the SOP model**

Method	$K_c$	$\tau_I$	$\tau_D$	$\lambda$	Mp	Set-point			Disturbance		
						IAE	TV	Overshoot	IAE	TV	Overshoot
Proposed <sup>a</sup>	41.038	3.359	0.961	1.138	1.065	3.539	7.705	0.016	0.229	1.207	0.026
Horn <i>et al.</i> <sup>b</sup>	10.976	12	2.25	0.900	1.065	3.725	11.066	0	1.076	1.316	0.083
Lee <i>et al.</i> <sup>c</sup>	2.784	8.379	1.148	3.150	1.065	4.937	3.850	0	3.002	1.198	0.250

$${}^a G_c = K_c \left( 1 + \frac{1}{s\tau_I} + \tau_D s \right) \left( \frac{ds^2 + cs + 1}{bs^2 + as + 1} \right), a = 27, b = 12, c = 12, d = 27, f_R = \frac{0.034s + 1}{3.229s^2 + 3.359s + 1}, \gamma = 0.01$$

$${}^b G_c = K_c \left( 1 + \frac{1}{s\tau_I} + \tau_D s \right) \left( \frac{ds^2 + cs + 1}{bs^2 + as + 1} \right), a = 3.333, b = 1, c = 1.971, d = 0, f_R = \frac{9s + 1}{27s^2 + 12s + 1}, \gamma = 0.75$$

$${}^c G_c = K_c \left( 1 + \frac{1}{s\tau_I} + \tau_D s \right); f_R = \frac{5.446s + 1}{9.619s^2 + 8.379s + 1}, \gamma = 0.65$$

**Fig. 3. Simulation results of PID controller for both unit set-point change ( $t=0$ ) and unit step disturbance ( $t=60$ ) for the SOP model.**

결과로 나온 성능지표 값들은 Table 3에 나타내었으며 이들 제어기에 의한 페루프 응답은 Fig. 3에 보인 바와 같다. 그림과 표의 결과로부터 제안된 제어기의 우수한 성능을 명확히 확인할 수 있다.

## 6. 결 론

시간지연이 없는 다양한 공정들에 대하여 PID와 필터가 연계된 제어기의 해석적 설계 방법을 제안하였다. 외란제거와 설정점 추종 성능을 향상시키는 최적의 IMC 필터 구조를 찾고 이를 기반으로 해석적인 제어기 조율방법을 유도하였으며 시뮬레이션 결과로부터 제안된 제어기의 우수한 성능을 확인할 수 있었다.

## 감 사

본 연구는 국토해양부 가스플랜트사업단의 연구비 지원에 의해 수행되었습니다. 이 논문을 임선기 교수님의 KAIST 정년퇴임 기념 논문으로 헌정합니다.

## 참고문헌

- Rivera, D. E., Morari, M. and Skogestad, S., "Internal Model Control. 4. PID Controller Design," *Ind. Eng. Chem. Process Des.*

*Dev.*, **25**, 252-265(1986).

- Morari, M. and Zafriou, E., *Robust Process Control*, Prentice-Hall: Englewood Cliffs, NJ(1989).
- Horn, I. G., Arulandu, J. R., Christopher, J. G., VanAntwerp, J. G. and Braatz, R. D., "Improved Filter Design in Internal Model Control," *Ind. Eng. Chem. Res.*, **35**, 3437-3441(1996).
- Lee, Y., Park, S., Lee, M. and Brosilow, C., "PID Controller Tuning for Desired Closed-Loop Responses for SI/SO Systems," *AIChE J.*, **44**, 106-115(1998).
- Chen, D. and Seborg, D. E., "PI/PID Controller Design Based on Direct Synthesis and Disturbance Rejection," *Ind. Eng. Chem. Res.* **41**, 4807-4822(2002).
- Skogestad, S., "Simple Analytic Rules for Model Reduction and PID Controller Tuning," *J. Process Control*, **13**, 291-309(2003).
- Harris, S. L. and Mellichamp, D. A., "Controller tuning using Optimization to Meet Multiple Closed Loop Criteria," *AIChE J.*, **31**, 484-487(1985).
- Truong, N. L. V., Lee, J. and Lee, M., "Design of Multi-loop PID Controllers Based on the Generalized IMC-PID Method with Mp Criterion," *IJCAS*, **5**, 212-217(2007).
- Åström, K. J. and Hägglund, T., *PID Controllers: Theory, Design, and Tuning*, Instrument Society of America: Research Triangle Park, NC(1995).