〈학술논문〉 DOI:10.3795/KSME-B.2011.35.6.603 ISSN 1226-4881

어파인변환 기반 하이브리드 PIV§

도덕희*† ·조경래**· 이재민***
* 한국해양대학교 해양과학기술연구소, ** 한국해양대학교 기계정보공학부, *** 한국해양대 기계공학과

Hybrid Particle Image Velocimetry Based on Affine Transformation

Deog Hee Doh*† , Gyong Rae Cho** and Jae Min Lee***
* Division of Mechanical and Information Engineering, Korea Maritime Univ.,
** Research Institute of Marine Science and Tech., Korea Maritime Univ.,
*** Dept. of Mechanical Engineering, Korea Maritime Univ.

(Received December 16, 2010 ; Revised March 15, 2011 ; Accepted March 15, 2011)

Key Words: PIV(입자영상유속계), PTV(입자추적유속계), Virtual Image(가상영상), Cross-Correlation PIV(상호상관 PIV), 2F-Match Probability Method(2프레임 확률일치법), Affine Transformation(어파인변환)

초록: 입자추적유속계(PTV)는 나노 및 바이오 분야의 유체유동장에서는 각 입자들을 추적하여 속도측정을 하는 관계로 많은 강점이 있다. 그러나 측정원리상 보간에 의한 속도장 측정오차를 피할 수 없는 관계로 PTV기술을 사용함에 있어서 제한적이었다. 본 연구에서는 어파인변환 알고리듬을 PIV 및 PTV측정에 도입함으로써 보간에 의한 오차를 줄일 수 있는 어파인변환 기반 하이브리드 PIV알고리듬을 구축하였다. 구축된 알고리듬에 대한 성능평가를 위하여 Green-Taylor와유동의 수치적 데이터를 이용한 가상영상에 대한 시험을 실시하였으며, 이로부터 입자수가 2000개 이상일 때 최적의 측정성능임을 확인하였으며 상호상관PIV법 및 확률일치PTV법보다 우수한 측정성능임을 확인하였다. 나아가 길이비 2:1(6cm x 3cm)인 장방형 물체후류(Re=5,300)에 대한 실험영상에 대한 실제 계산을 통하여 구축된 알고리듬에 대한 측정성능의 우수성을 확인하였다.

Abstract: Since PTV (particle tracking velocimetry) provides velocity vectors by tracking each particle in a fluid flow, it has significant benefits when used for nano- and bio-fluid flows. However, PTV has only been used for limited flow fields because interpolation data loss is inevitable in PTV in principle. In this paper, a hybrid particle image velocimetry (PIV) algorithm that eliminates interpolation data loss was constructed by using an affine transformation. For the evaluation of the performance of the constructed hybrid PIV algorithm, an artificial image test was performed using Green−Taylor vortex data. The constructed algorithm was tested on experimental images of the wake flow (Re = 5,300) of a rectangular body (6 cm × 3 cm), and was demonstrated to provide excellent results.

- 기호설명 -

$I(x,y)$: 입자의 밝기정보(256 level)
I_0 : 입자 최대밝기정보(level)
x_p, y_p : 입자의 영상상에서의 좌표[pixel]
d_p : 입자의 지름[pixel]

1. 서 론

디지털영상처리를 이용하여 유체유동의 속도장을 계측하는 방법으로서, 두 입자영상 간의 밝기분포의 상관계수를 계산해서 속도를 계산하는 PIV(Particle Image Velocimetry)법과 입자영상의 중심궤적을 추적하는 PTV(Particle Tracking Velocimetry)법으로 구분할 수 있다.[1~3]

PIV법은 격자점을 기준으로 연속되는 두 입자영상의 밝기분포를 상관하여 계수값이 최고인 점을 찾는 방법으로 속도장 및 와도, 순환과 같은 물리량을 구하기에 용이하다. 특히, PIV에 의해 계산된 속도구배를 이용하여 속도구배에 의한 변형을 영상에 적용하는 등의 방법을 통하여 PIV에 의한 측정성능을 향상시키는 연구가 진행되어왔다.

§ 이 논문은 대한기계학회 2010년도 추계학술대회 (2010. 11. 3.-5., ICC제주) 발표논문임
† Corresponding Author, doh@hhu.ac.kr
© 2011 The Korean Society of Mechanical Engineers

PTV법은 영상에서 개별입자를 인식한 다음, 입자의 궤적을 직접 추적하는 방법으로서 입자 하나에 의하여 얻어진 속도벡터에 대한 정확도는 좋으나 입자의 개수, 알고리듬 등에 영향을 많이 받으며, 특히, 물리량 해석에 필요한 격자구조를 갖추기 위해서는 보간(Interpolation)을 행해야하는데 보간 방법 및 옵션에 따라 다른 결과를 보이는 단점이 있다.

본 논문에서는 PIV와 PTV를 장점을 이용한 방법인 입자중심 정보 기반의 PIV 알고리듬 개발을 연구의 목적으로 하고 있다.

2. 어파인변환 알고리듬

Fig. 1은 어파인변환 기반의 하이브리드 PIV알고리듬의 계산과정을 나타낸다. 먼저 두 영상의 입자좌표를 구하고 이들 입자좌표를 이용하여 확률일치PTV법[4]으로 초기 속도벡터를 구한다. 얻어진 초기 속도벡터를 이용하여 어파인변환(Affine Transformation)법으로 격자상에서의 최종 속도벡터를 구하였다.

유체변형에 있어서는 회전, 전단, 신축 및 이동변형과 같은 변형이 동시에 발생되어 있는 관계로 이를 고려하기 위하여 다음의 어파인변환식으로 표현되는 선형 기하학변환을 적용하였다.

$$\begin{bmatrix} x_s - x_0 \\ y_s - y_0 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}}_{Deformation} \underbrace{\begin{bmatrix} x_f - x_0 \\ y_f - y_0 \end{bmatrix}}_{n} + \underbrace{\begin{bmatrix} a_{13} \\ a_{23} \end{bmatrix}}_{Translation} \quad (1)$$

여기서, x_f, y_f는 첫 번째 영상, x_s, y_s는 두 번째 영상에서의 입자중심의 좌표를 나타내고, x_o, y_o는

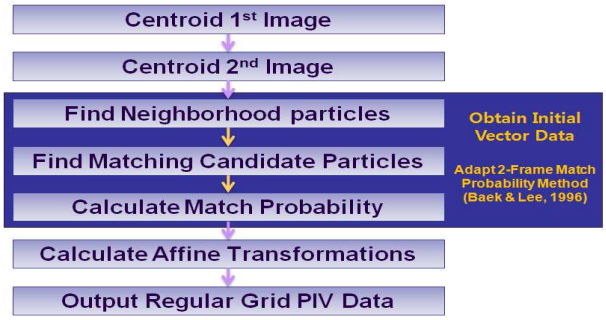


Fig. 1 Procedure of an affine transformation based PIV

PIV계산에서와 같이 계산격자 좌표를 나타낸다. 두 영상 시간차를 △t라고 하면 윗 식은 다음 식 (2)로 표시될 수 있다.

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \frac{1}{\Delta t}\begin{bmatrix} a_{11}-1 & a_{12} \\ a_{21} & a_{22}-1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x-x_0 \\ y-y_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_0 \\ v_0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

여기서, $u=(x_s-x_f)/\Delta t$, $v=(y_s-y_f)/\Delta t$
$u_o=a_{13}/\Delta t$, $v_o=a_{23}/\Delta t$이다.

유체변형(transformation)에 기여하는 항은 다음 식 (3)으로 표시될 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \partial u/\partial x & \partial u/\partial y \\ \partial v/\partial x & \partial v/\partial y \end{bmatrix} = \frac{1}{\Delta t}\begin{bmatrix} a_{11}-1 & a_{12} \\ a_{21} & a_{22}-1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

구하고자 하는 속도는 u_o, v_o인데, 이를 구하기 위해서는 a_{11}~a_{23}까지의 계수를 구하여야 하는데, 이를 위하여 전술의 확률일치PTV법[4,5]으로 초기 속도벡터를 시작으로 모든 격자점상에서의 변형이 최소화될 때까지 반복계산을 수행함으로써 최종속도벡터를 구하였다. 이때, 정해진 아주 짧은 시간안의 유체의 유동을 선형으로 가정하면, 주어진 격자점의 2차원면적은 위의 식을 만족하게 되므로 3개 이상의 입자 쌍의 위치정보를 이용하여 최소자승법으로 미지수를 구하였다.

3. 성능평가

알고리듬의 성능을 평가하기 위해서 가상영상 테스트 및 실제 실험영상의 결과를 비교 분석하였다.

3.1 가상영상 시험

성능평가를 위하여 본 연구에서는 강한 회전성을 보이며 유체의 식 (4), (5)와 같이 연속성 및 Navier-Stokes방정식을 만족하는 Taylor- Green의 와유동을 사용하였다.[6] Fig. 2는 이를 나타내는 속도벡터이다. 이 속도벡터의 시점과 종점에서의 위치 데이터를 이용하여 가상영상을 작성하였다.

$$u = W\sin(2\pi k/L)\cos(2\pi k/L) \quad (4)$$

$$v = -W\cos(2\pi k/L)\sin(2\pi k/L) \quad (5)$$

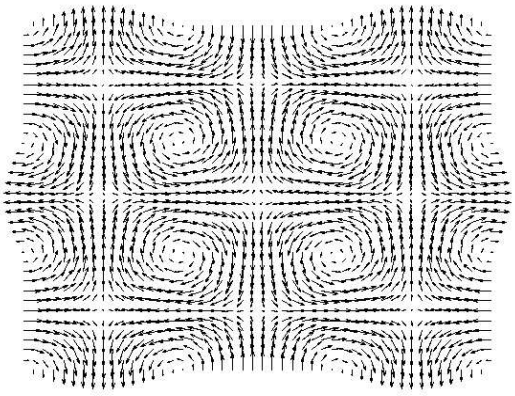
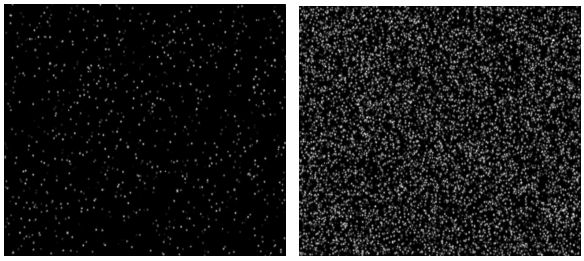


Fig. 2 Simulated Taylor-Green vortex flow



(a) Particle No.=1,000 (b) Particle No.=15,000

Fig. 3 Generated virtual image

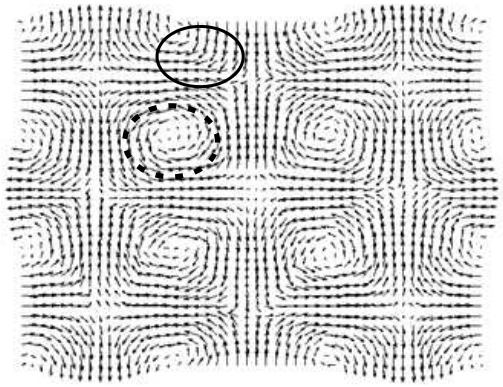
여기서 u와 v는 각각 x와 y방향의 속도성분을 W는 최대 속도성분의 크기를 나타내며 k는 웨이브 넘버를 L은 와의 크기를 나타낸다. 본 연구에서는 가상영상의 크기를 640 x 480 pixels을 사용하였으며, k는 1.0으로 두었고 와의 크기는 x, y 각각 160, 120 pixels로 설정하였다. W는 2~12 pixels 까지 2씩 증가시키면서 총 6가지 경우를 사용 하였다. 입자는 아래 식 (6)으로 표시되는 가우시안(Gaussian) 분포를 사용하였다.

$$I(x,y)= I_0\exp\left(-\frac{(x-x_p)^2+(y-y_p)^2}{(d_p/2)^2}\right) \qquad (6)$$

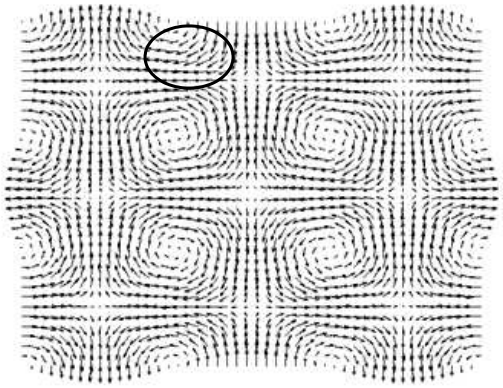
여기서 $I(x,y)$는 입나의 위치 x,y에서의 입자의 밝기를, I_0는 입자의 최대밝기, x_p, y_p는 공간상의 입자 중심 위치이고, d_p는 입자의 크기를 나타낸다.[7]

본 연구에서는 실제 영상과 유사한 가상영상을 제작하기 위해 입자의 밝기(I_0)를 0~200 사이에서, 입자의 크기(d_p)는 0.5~2.0pixles 사이에서 가우시안 분포를 가질 수 있도록 랜덤하게 발생하였다. 사라지는 입자 및 생성되는 입자를 고려하기 위해 입자개수의 ±5%입자를 소멸 또는 생성시켰다. 입자개수는 1000, 2000, 4000, 7000, 10000, 15000으로 변화시키면서, 최대 이동거리와 함께 총 36가지 경우에 대해 100쌍의 가상영상을 제작하였다. Fig. 3은 각각 입자개수가 1000개와 15000개 일 때의 가상영상을 나타낸다. 알고리듬의 성능비교를 위해 상호상관PIV[8] 및 확률일치PTV[4]법에 의한 계산을 수행하였고 확률일치PTV법에 의한 결과를 상호상관PIV에 의한 결과와 비교를 위하여 동일한 위치의 격자점상에서 가우시안 보간법(Gaussian Interpolation)[5]을 사용하여 보간하였고, PIV계산을 위한 상호상관영역은 49 x 49 pixels로 설정하였으며, 정량적 비교를 위하여 본 연구에서 제안하는 어파인변환 기반의 PIV알고리듬(이하 Affine법)에 의한 계산을 할 때도 동일한 영역을 설정하였다.

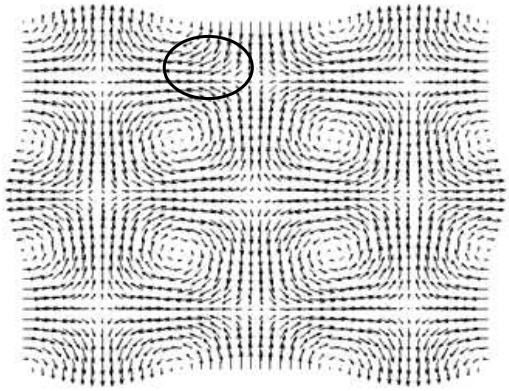
Fig. 4(a), (b), (c)는 입자 개수가 4000이고 최대 이동거리가 6 pixels 일 때의 속도장 계산결과를 나타낸다. 세 알고리듬 모두 주어진 와유동과 비슷한 결과를 보여주는 것처럼 보이지만 상호상관 PIV법에 의한 결과는 자세히 보면 확률일치PTV법(Match-Probability PTV)과 Affine법에 의한 결과보다 와의 중심(점선 원으로 표시)에서 부자연스러운 구조를 나타내고 있으며 확률일치PTV법에 의한 결과에서도 일부(원으로 표시)에서 오류벡터가 나타나 있음을 알 수 있다. 또한, 와의 바깥쪽 부분에 있어서도 부자연스런 유동구조를 나타내고 있으며(실선 원으로 표시), Affine법에 의한 것이 가장 자연스러운 것으로 나타났으며 이에 대한 정량적 비교는 Fig. 5에 나타나 있다. Fig. 5는 입자수가 각각 1000, 2000, 10000개 일 때의 세 알고리듬에 의하여 얻어진 속도벡터 데이터와 가상영상 작성에 사용되었던 데이터와의 오차를 픽셀(pixels)단위로 나타낸 것을 나타낸다. 즉, 가로축(x축)은 두 영상간의 픽셀(pixels) 이동거리를 나타내고 세로축은 픽셀단위(pixels)의 오차크기를 나타낸다. 100쌍의 속도벡터 결과를 이용한 평균오차를 나타낸다. 입자 개수 1000개의 경우 Affine법에 의한 오차가 급증함을 알 수 있는데 이는 어파인 변환을 위해서는 최소 3개 이상의 입자 개수가 있어야 하는데 주어진 반경 안에 입자개수가 너무 적어서 발생하는 것으로 주위 입자를 찾을 반경을 증가시켜주면 되나 본 연구에



(a) By cross-correlation PIV



(b) By Match-Probability PTV

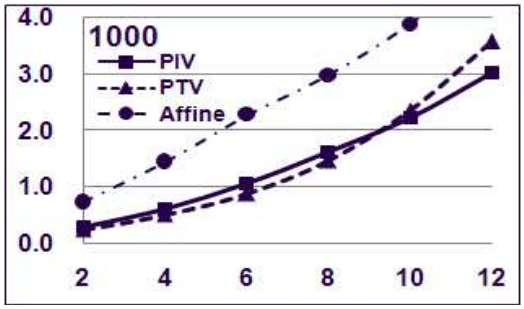


(c) By Affine based PIV

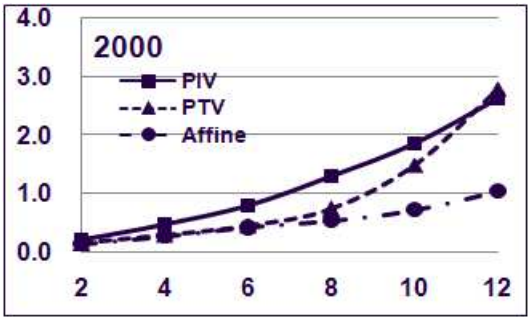
Fig. 4 Vector fields obtained by cross-correlation PIV, Match-Probability PTV and Affine PIV

서는 세 알고리듬의 비교가 목적이므로 24 pixels(상관영역 49pixels에 해당)로 고정하였다. 입자수가 2000개 이상일 때는 Affine법에 의한 오차는 급감하게 됨을 알 수 있다. 이후 입자수를 증가시키더라도 경향은 동일하였다.

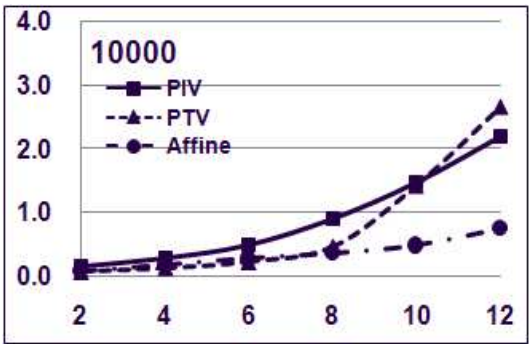
입자의 이동거리를 점점 증가시켰을 때에는 Affine법에 의한 오차는 1pixel이하로 속도벡터 측



(a) At particle number = 1000



(b) At particle number = 2000



(c) At particle number = 10000

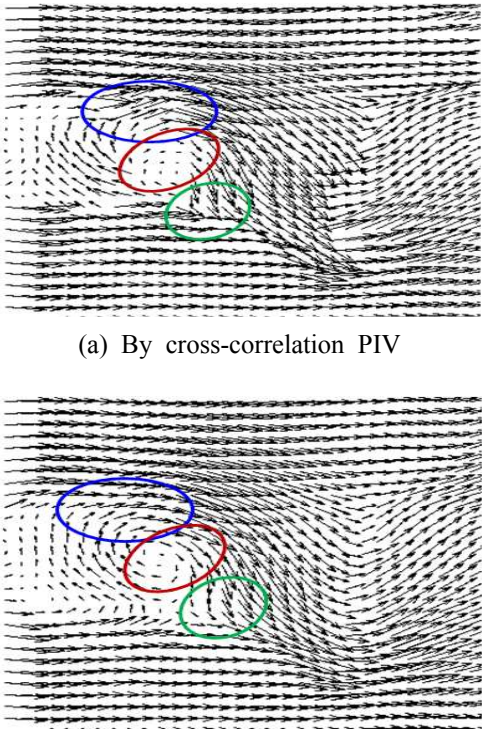
Fig. 5 RMS errors between the calculation results and the original vectors

정성능이 가장 우수함을 알 수 있다. 또한 입자수가 증가하면 할수록 Affine법에 의한 계산오차는 줄어들지 않는 반면 다른 두 측정법은 점점 증가해 감을 알 수 있다. 입자개수가 2000 정도 이상에서부터 오차가 증가하지 않는 것으로 보아 Affine법에 의한 PIV법의 적용은 입자개수가 최소 2000개 이상에서 최적임을 추론할 수 있다.

이로부터 어파인변환 기반의 하이브리드 PIV법은 상호상관PIV법과 확률일치PTV법에 의한 결과보다 우수한 성능을 보임을 알 수 있다.

3.2 실제 실험영상 시험

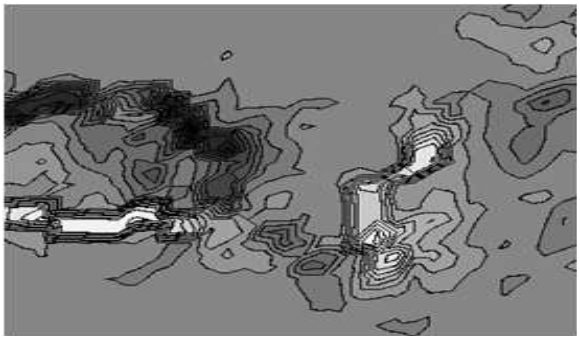
실제 PIV 적용 가능성을 평가하기 위해서 크기



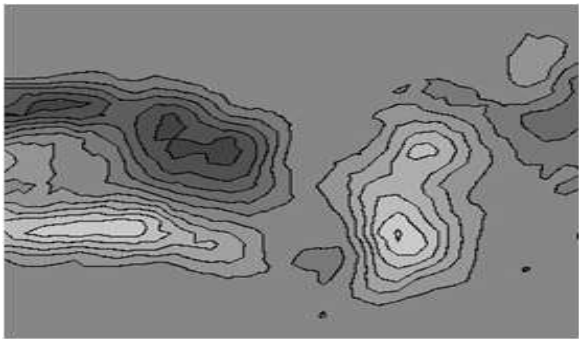
(a) By cross-correlation PIV

(b) By Affine Method

Fig. 6 Vector fields obtained by two methods



(a) By cross-correlation PIV



(b) By Affine method

Fig. 7 Vorticity fields obtained by two methods

가 6cm x 3cm(2:1)인 장방형 물체 후류의 실험영상(레이놀즈수=5,300)에 대해 상호상관PIV법과 Affine법을 적용하였으며 그 결과를 Fig. 6과 Fig. 7에 나타내었다. Fig. 6(a)는 상호상관PIV법에 의하여 계산된 순간속도벡터장을 나타내고 Fig. 6(b)는 Affine법에 의한 순간속도벡터장을 나타낸다. 그림에서 보이는 바와 같이 실제 유동장에서도 와 구조뿐만 아니라 속도 변화가 심한 영역(대, 중, 소로 표시된 원)에서도 Affine법에 의한 결과가 상호상관PIV법에 의한 결과보다 유체의 연속성을 잘 나타내고 있음을 알 수 있다. Fig. 7(a)와 (b)는 각각 속도장으로부터 계산된 순간 와도장의 결과를 나타낸다. 상호상관PIV법에 의하여 얻어진 와도장은 와의 연결이 불연속적인 반면에 Affine법에 의한 와도장은 유체유동에서 예상될 수 있는 연속성을 잘 나타내고 있음을 알 수 있다.

4. 결과 및 토론

Affine변환 기반 하이브리드 PIV법을 개발하는 과정에서 다음과 같은 결론을 얻었다.

Taylor-Green 와유동에 대한 가상영상 시험으로부터, 입자수가 최저 2,000개 이상이기만 하면 Affine변환 기반 하이브리드 PIV법은 상호상관PIV법과 확률일치PTV법보다 측정오차가 훨씬 적었으며 두 영상간의 이동거리가 10pixels이상이 되어도 오차는 서브픽셀(sub-pixel)수준이었다. 이때, 계산결과 비교의 일관성을 유지하기 위하여 상호상관PIV법과 확률일치PTV법 및 Affine변환 기반 하이브리드 PIV법에서의 계산영역을 각각 49 x 49 pixels의 동일한 영역으로 설정하여 비교하였다.

유체의 변형(회전, 신축 및 전단, 이동)을 동시에 고려한 계산법인 관계로 상호상관PIV법과 확률일치PTV법의 원리상 발생되는 속도벡터의 필터링 효과, 보간에 의한 오차가 발생하지 않아 측정성능이 우수한 것으로 나타났다.

장방형 물체 후류의 실제 실험영상에 대한 계측으로부터 Affine변환 기반 하이브리드 PIV법은 상호상관PIV법보다 속도장의 연속성을 잘 나타내었으며 와구조 역시 잘 표현해 낼 수 있음을 확인하였다.

후 기

본 연구는 한국연구재단 도약과제(R0A-2008-000-20069-0)의 지원으로 수행되었으며 이에 감사드립니다.

참고문헌

(1) Adrian, R. J., 1991, “Particle-Imaging Techniques for Experimental Fluid Mechanics," *Ann. Rev. J. Fluid Mech.*, Vol. 23, pp. 261~304.

(2) Doh, D. H., 2002, Current State of PTV and its Developments," *Journal of KSME*, Vol. 42, No. 5, pp. 36~40.

(3) Doh, D. H., Kim, D. H., Cho, K. R., Cho, Y. B., Saga, T. and Kobayashi, T., 2002, "Development of Genetic Algorithm based 3D-PTV Technique," *J. of Visualization*, Vol. 5, No. 3, pp. 243~254.

(4) Baek, S. J. and Lee, S. J., 1995, "Development of a new 2-Frame Particle Tracking Algorithm using Match Probability," *Trans. of the KSME(B)*, Vol. 19, No. 7, pp. 1741~1748.

(5) Doh, D. H. Kim, D. H., Choi, S. H., Hong, S. D., Kobayashi, T. and Saga, T., 2000, "Single-Frame 3-D PTV for High Speed Flows," *Exp. in Fluids*, Vol. 29, pp. 85~98,

(6) Song, X., Yamamoto, F. Iguchi, M. and Murai, Y., 1999, "A New Tracking Algorithm of PIV and Removal of Spurious Vectors using Delaunay Tessellation," *Exp. in Fluids*, Vol. 26, pp. 371~380.

(7) Okamoto, K., Nishio, S., Kobayashi, T. and Saga, T., 1997, "Standard Images for Particle Imaging Velocimetry," *Meas. Science and Technology*, Vol. 11, No. 6, pp. 685~692.

(8) Utami, T., Blackwelder, R. F. and Ueno, T., 1991, "A Cross-correlation Technique for Velocity Field Extraction from Particulate Visualization," *Exp. in Fluids*, Vol. 10, No. 4, pp. 213~223.