

RF-MEMS 스위치용 마이크로 외팔보의 감쇠특성

Damping Characteristics of a Microcantilever for Radio Frequency-microelectromechanical Switches

이진우†
Jin Woo Lee

(2011년 4월 1일 접수 ; 2011년 5월 24일 심사완료)

Key Words : RF-MEMS(무선 주파수 초소형 정밀기계), Cantilever(외팔보), Squeeze-film Damping(스퀴즈 필름 감쇠), Quality Factor(Q 계수), Reynolds Equation(레이놀즈 방정식), Knudsen Number(Knudsen 번호)

ABSTRACT

A theoretical approach is carried out to predict the quality factors of flexible modes of a microcantilever on a squeeze-film. The frequency response function of an inertially-excited microcantilever beam is derived using an Euler-Bernoulli beam theory. The external force due to squeeze-film phenomenon is developed from the Reynolds equation. Slip boundary conditions are employed at the interfaces between the fluid and the structure to consider the gas rarefaction effect, and pressure boundary condition at both ends of fluid analysis region is enhanced to increase the exactness of predicted quality factors. To the end, an approximate equation is derived for the first bending mode of the microcantilever. Using the approximate equation, the quality factors of the second and third bending modes are calculated and compared with experimental results of previously reported work. The comparison shows the feasibility of the current approach.

1. 서론

가볍고 크기가 아주 작은 무선 주파수 초소형 전기 기계 스위치(RF-MEMS switch)는 낮은 삽입 손실(insertion loss)과 높은 절연(isolation) 특성으로 솔리드 스테이트 스위치(solid state switch)를 대체해 가고 있다. 일반적으로 초소형 전기 기계 시스템은 작동부(actuation part)와 전기부(electrical part)로 구성되어 있다. 4세대 멤스(MEMS) 기술이 적용된 RF-MEMS switch의 작동부는 이전 세대 멤스

에 비하여 움직임의 범위가 넓고, 접촉(contact)과 충돌(impact)이 발생하기 때문에, 주변 유체와의 상호 작용을 고려한 작동부의 동적 특성이 명확히 밝혀져야 한다. 특히, 스위치 개폐 시 발생하는 과도 진동(transient vibration)은 스위치의 유효 기간(lifetime)에 지대한 영향을 미치는 것으로 알려져 있다⁽¹⁾.

무선 주파수 초소형 전기 기계 스위치는 신호 전송 라인(transmission line)과 평행하게 놓여진 초소형 외팔보(microcantilever)를 작동부로 갖는 직렬 스위치(serial switch or resistive switch)와 양쪽 끝이 고정(clamped)된 빔 또는 막막(membrane)을 사용하는 션트 스위치(shunt switch or capacitive switch)로 나누어 진다. 직렬 초소형 전기 기계 스위치는 Fig. 1에서 보이는 바와 같이, 외팔보(cantilever)의 끝이 바닥에 닿아 있을 때 신호가 통과하고, 떨어져 있을 때 신

† 교신저자; 정회원, 아주대학교
E-mail : jinwoolee@ajou.ac.kr
Tel : (031)219-3659, Fax : (031)219-1611

이 논문의 일부는 2011년 춘계 소음진동 학술대회에서 발표되었음.

호가 차단된다. 외팔보의 상하 운동은 바닥과 외팔보 사이에 인가되는 전압에 의해 발생하는 정전기력(electrostatic force)과 외팔보의 탄성 복원력(elastic-restoring force)에 의해 결정된다. 전압이 인가되어 정전기력이 증가되면, 외팔보의 끝이 점차 강하하기 시작하고, 임계 전압에 도달하면, 갑자기 강하하여 바닥에 접촉한다. 일반적으로 접촉 속도(contact velocity)가 0이 아니므로, 첫 번째 접촉 후 몇 번의 반복 접촉이 발생한다. 또한, 스위치가 열리는 순간에도 갑작스런 외팔보 끝의 상승 운동으로, 전압이 인가되기 전의 평형 위치(equilibrium position)를 중심으로 과도 진동이 발생한다. 이러한 과도 진동은 전달 되는 신호의 질을 떨어뜨리고, 스위치 개폐 시간(switch time)과 접촉 부의 마모(wear)를 증가시켜서 장기 신뢰성(long-term reliability) 문제를 야기한다.

이러한 과도 진동을 줄이기 위해, 인가 전압을 시간에 따라 적절히 조절하여 접촉 속도를 가능한 작게 만들어 반복 접촉의 횟수를 줄이는 연구⁽²⁾와 초소형 외팔보의 동적 특성을 파악하여 설계에 반영하는 연구^(3,4)가 진행되어 오고 있다. 두 연구 모두 외팔보를 둘러싸는 유체와 외팔보의 상호 작용에 대한 완전한 이해가 필요하다. RM-MEMS 스위치의 외팔보와 바닥면 사이의 간격이 수 마이크로미터(μm)이므로, 이곳을 채우는 기체의 운동은 외팔보의 상하 운동에 반력으로 작용한다고 알려져 있다⁽⁵⁾. 이 반력은 외팔보 진동의 에너지를 소산시키는 역할을 하므로, 스퀴즈 필름 감쇠력(squeeze-film damping force)이라고 한다. 다양한 압력에서 무선 주파수 초소형 전기 기계 스위치가 포장(packaging)되어 사용되기 때문에, 압력 변화에 따른 감쇠력이 정확히 예측되어야 한다.

스퀴즈 필름 감쇠력을 예측하는 이론 모델은 크게 두 가지로 나뉜다⁽⁶⁾: 서브-연속체 모델(sub-continuum model)과 연속체 모델(continuum model). 서브-연속체 모델(sub-continuum model)에서는, 저

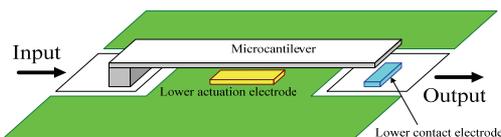


Fig. 1 Schematic of a serial RF-MEMS switch

압의 초소형 기계 시스템에서는 체적력(body force)보다 표면력(surface force)이 더 지배적이고, 이런 표면력은 유체 분자가 구조물의 표면에 충돌할 때 발생한다고 가정하여 볼츠만 방정식(Boltzmann equation)을 사용한다. 연속체 모델(continuum model)에서는 저압이라 할지라도 희박 기체 상수(gas rarefaction coefficient)만 적절히 고려된다면, 외팔보와 바닥면 사이의 기체는 연속체이고 압력 구배(pressure gradient)가 존재한다고 가정하여 레이놀즈 방정식(Reynolds equation)을 사용한다. 아직까지 두 모델 중 어느 한 모델도 모델링에 사용된 가정과 정확히 일치하는 구조물에 대한 실험으로 사용된 모델의 유효성을 입증시키지 못하고 있다.

이 논문에서는 레이놀즈 방정식을 사용하여 초소형 외팔보의 굽힘 모드(bending mode)의 Q 계수(quality factor)를 예측하는 이론적 접근 방법을 개선하고자 한다. 연속체 모델의 장점은 서브 연속체 모델에 비하여 계산 시간이 짧고, 구조의 유연성(flexibility)을 고려할 수 있기에, 외팔보의 고차 고유모드와 고유주파수를 고려한 기체 감쇠력을 예측할 수 있다. 이 과정에서 사용되는 압력 경계조건에 대한 가정을 개선하여, 계산되는 Q 계수의 정확도를 높인다. 이를 위해 레이놀즈 방정식과 빔의 진동 방정식으로부터 주파수 응답함수를 유도하고, 반 동력점 법(half-power point method)를 이용하여 Q 계수를 계산한다.

2. 기본 방정식

2.1 초소형 외팔보의 진동 방정식

Fig. 1의 직렬형 RF-MEMS 스위치는 Fig. 2와 같이 외팔보의 기저(base)와 바닥이 연결되어 있는 해석 모델로 단순화 하였다. 바닥에 상하 방향으로 조화 가진력이 가해 질 경우에 바닥 전체와 기저는 강체 운동(rigid motion)을 하고, 외팔보는 기저로부터 떨어진 거리(x 방향)에 따라 변위가 변화하는 진동 운동을 한다고 가정한다. 그리고, 외팔보와 바닥면 사이의 거리가 아주 작다고 가정하면, 외팔보의 진동 운동에 영향을 미치는 외력은 외팔보와 바닥면 사이에 존재하는 기체의 운동에 의해서만 발생한다고 할 수 있다. 바닥면의 변위($\tilde{w}_b(t)$)와 외팔보의 변위($\tilde{w}_b(x,t)$)는 식 (1)에 나타난 빔의 횡 방향

진동 미분 방정식을 만족한다⁽⁷⁾. 기체에 의해 발생하는 외력을 $\tilde{f}_d(x,t)$ 로 나타내었고, EI 는 굽힘 강성을, m 은 단위 길이당 외팔보의 질량을 나타낸다.

$$-EI \frac{\partial^4 \tilde{w}_b(x,t)}{\partial x^4} + \tilde{f}_d(x,t) = m \left(\frac{\partial^2 \tilde{w}_b(x,t)}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 \tilde{w}_s(t)}{\partial t^2} \right) \quad (1)$$

식(1)의 양변을 푸리에 변환(Fourier transform)하면 식(2)를 얻을 수 있다. 식(2)에서, ω 는 각 주파수(angular frequency)이고, 대문자로 표기된 기호는 식(1)에서 소문자로 나타낸 물리량의 푸리에 변환 결과이다.

$$-EI \frac{d^4 W_b(x|\omega)}{dx^4} + F_d(x|\omega) = -m\omega^2 (W_b(x|\omega) + W_s(\omega)) \quad (2)$$

2.2 기체의 레이놀즈 방정식

박막(thin film) 기체 운동을 지배하는 레이놀즈 방정식은 나비에-스톡스(Navier-stokes) 방정식과 연속 방정식(continuity equation)으로부터 유도된다.

(1) 단순화된 나비에-스톡스 방정식

이 해석 모델에서는 대표 길이(h)가 수 마이크로

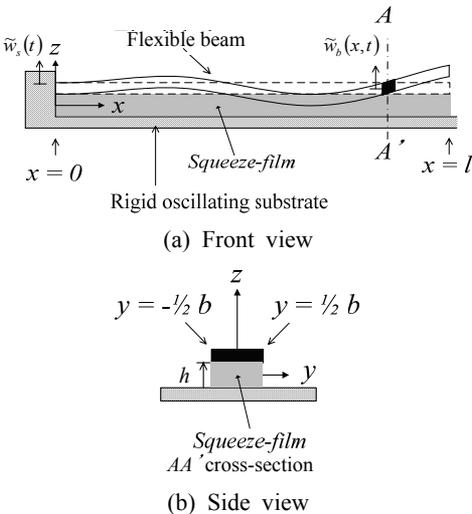


Fig. 2 Inertially excited microcantilever beam on a squeeze-film

미터이므로, 대표길이의 3제곱에 비례하는 체적력보다 제곱에 비례하는 표면력이 상대적으로 MEMS의 동특성에 더 큰 영향을 미친다. 이런 크기 효과(size effect)를 고려하면, 나비에-스톡스 방정식의 관성력과 체적력, z 방향 압력 구배(pressure gradient)가 무시될 수 있다. 이 가정을 바탕으로 선형화 과정을 거치면, 식(3)과 같은 단순화된 나비에-스톡스 방정식을 얻을 수 있다. 기체의 압력은 $\tilde{P}(x,y,t)$ 로 나타내었고, μ 는 점성 계수(viscous coefficient)이고, $\tilde{u}(x,y,z,t)$ 와 $\tilde{v}(x,y,z,t)$ 는 각각 x 방향과 y 방향의 속도를 나타낸다.

$$0 = -\frac{\partial \tilde{P}(x,y,t)}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial \tilde{u}(x,y,z,t)}{\partial z} \right) \quad (3a)$$

$$0 = -\frac{\partial \tilde{P}(x,y,t)}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial \tilde{v}(x,y,z,t)}{\partial z} \right) \quad (3b)$$

저압에서의 희박 기체 효과를 반영하기 위해서, 기체와 접촉이 일어나는 외팔보의 경계면에서 미끄러짐(slip) 현상이 발생한다고 가정한다⁽⁸⁾. 식(4)의 미끄러짐 경계 조건(slip boundary condition)에서, σ_p 와 λ 는 각각 미끄러짐 상수(slip coefficient)와 기체 분자의 평균 자유 행로(mean free path)를 의미한다.

$$\tilde{u}_{z=\pm \frac{h}{2}} = \mp \sigma_p \lambda \frac{\partial \tilde{u}}{\partial z} \Big|_{z=\pm \frac{h}{2}} \quad (4a)$$

$$\tilde{v}_{z=\pm \frac{h}{2}} = \mp \sigma_p \lambda \frac{\partial \tilde{v}}{\partial z} \Big|_{z=\pm \frac{h}{2}} \quad (4b)$$

식(3)과 식(4)로부터, \tilde{u} 와 \tilde{v} 는 압력 구배의 함수로 나타낼 수 있다.

$$\tilde{u} = -\frac{1}{2\mu} \frac{\partial \tilde{P}}{\partial x} \left\{ z^2 - \frac{h^2}{4} \left(1 + 4 \frac{\sigma_p \lambda}{h} \right) \right\} \quad (5a)$$

$$\tilde{v} = -\frac{1}{2\mu} \frac{\partial \tilde{P}}{\partial y} \left\{ z^2 - \frac{h^2}{4} \left(1 + 4 \frac{\sigma_p \lambda}{h} \right) \right\} \quad (5b)$$

(1) 상태방정식

폴리트로픽 법칙(polytropic law)을 이용하면, 압력과 기체 밀도 ρ 를 식(6)과 같이 나타낼 수 있다.

지수 η 는 폴리트로픽 지수(polytropic gas-expansion exponent)를 나타내며, 등온 과정일 때, $\eta=1$ 이고, C 는 상수이다.

$$\tilde{\rho} P^{-\eta} = C \quad (6)$$

식 (6)의 양변을 시간에 대해 미분하면, 식 (7)을 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{\rho}{\eta \tilde{P}} \frac{\partial \tilde{P}}{\partial t} \quad (7)$$

압력 \tilde{p} 는 주위 압력(ambient pressure : P_a)과 시간과 공간에 따라 변화하는 성분(\tilde{p})으로 나누어서 표현할 수 있다. 일반적으로 P_a 는 \tilde{p} 에 비하여 매우 크다.

$$\tilde{P}(x, y, t) = P_a + \tilde{p}(x, y, t) \quad (8)$$

(2) 연속 방정식

해석 영역 안의 기체는 식 (9)와 같은 연속 방정식을 만족한다.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \tilde{u})}{\partial x} + \frac{\partial(\rho \tilde{v})}{\partial y} + \frac{\partial(\rho \tilde{w})}{\partial z} = 0 \quad (9)$$

식 (5), (7), (8)을 고려하여, 식 (9)를 해석 영역의 z 방향($-h/2 \leq z \leq h/2$)으로 적분하면, 식 (10)으로 정리되는 레이놀즈 방정식을 얻을 수 있다. \tilde{w} 는 z 방향의 속도를 나타낸다.

$$\frac{\partial^2 \tilde{p}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \tilde{p}}{\partial y^2} - \frac{12G}{\eta P_a h^2} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial t} = \frac{12G}{h^3} \tilde{w}_{z=h/2} \quad (10)$$

$$G = \frac{\mu}{1 + 6\sigma_p Kn} \quad (11a)$$

$$\lambda = \frac{\mu}{P_a} \sqrt{2R \cdot T} \quad (11b)$$

식 (11a)은 희박 기체 상수(gas rarefaction coefficient)이고, Knudsen번호(Kn)는 기체 분자의 평균 자유 행로(mean free path : λ)와 기체의 특성 길이(characteristic length-이 경우 외팔보와 바닥 사이의 거리 : h)의 비로 정의 된다: $Kn = \lambda/h$. 식

(11b)에서와 같이, 평균 자유 행로 λ 는 기체 상수 R 과 온도 T 가 증가하거나 압력이 감소할 수록 증가한다. 기체와 외팔보가 접하는 지점의 z 방향 연속 조건을 고려하면, z 방향의 속도는 외팔보의 횡 방향 속도와 같다.

$$\tilde{w}_{z=h/2} = \frac{\partial \tilde{w}_b(x, t)}{\partial t} \quad (12)$$

3. 스퀴즈 필름 감쇠력

식 (12)를 고려하여, 식 (10)을 무차원화 하면, 식 (13a)를 얻을 수 있다.

$$\left(\frac{b}{l}\right)^2 \frac{\partial^2 \bar{p}}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \bar{p}}{\partial \bar{y}^2} - \frac{\alpha^2}{\eta} \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{t}} = \alpha^2 \frac{\partial \bar{w}_b}{\partial \bar{t}} \quad (13a)$$

$$\alpha^2 = \frac{12Gb^2}{h^2 P_a} \quad (13b)$$

$$\bar{x} = x/l, \quad \bar{y} = y/b \quad (13c)$$

$$\bar{p} = \tilde{p}/P_a, \quad \bar{w}_b = \tilde{w}_b/h \quad (13d)$$

외팔보의 폭(b)에 비하여 길이(l)가 아주 길다고 가정($l \gg b$)하여 식 (13a)의 첫 번째 항을 소거하고, 양변을 푸리에 변환하면, 식 (14)를 얻는다.

$$\frac{\partial^2 P}{\partial \bar{y}^2} - j\omega \frac{\alpha^2}{\eta} P = j\omega \alpha^2 \frac{W_b}{h} \quad (14)$$

식 (14)에서 P 는 \bar{p} 의 푸리에 변환이다.

3.1 양단의 압력 경계 조건

식 (14)의 무차원화 된 압력 P 를 구하기 위해서는 기체 해석 영역 양단($\bar{y} = y/b = \pm 1/2$)의 경계조건이 필요하다. 다음 세가지 경계조건을 고려할 수 있다.

$$\text{Closed end : } \nabla P_{\bar{y}=\pm 1/2} = 0 \quad (15)$$

$$\text{Open end : } P_{\bar{y}=\pm 1/2} = 0 \quad (16)$$

$$\text{Partially open : } \gamma_1 P_{\bar{y}=\pm 1/2} + \gamma_2 \nabla P_{\bar{y}=\pm 1/2} = 0 \quad (17)$$

첫 번째와 두 번째 경계 조건은 Lee et al.⁽⁹⁾에

의해 이미 고찰된 바 있다. 첫 번째 경계 조건은 물리적으로 적합하지 않고, 이 조건을 사용하면 기체 감쇠력이 사라지므로 사용할 수 없다. 두 번째 경계 조건을 사용할 경우, 기체 감쇠력을 계산할 수 있으나, 실제 경계조건과 거리가 있다고 알려져 있다^(9,10). 따라서, 세 번째 경계조건이 적절하다. 그렇지만, γ_1 와 γ_2 를 결정하기가 쉽지 않다. 이것이 연속체 모델을 사용하여 스퀴즈 필름 감쇠력을 계산하는 접근법의 가장 큰 문제점이다. 서브 연속체 모델을 이용한 접근방법에서는 이런 경계 조건 처리문제가 대두 되지 않는다.

따라서, 이 연구에서는 압력 경계 조건을 실제와 가깝게 구현할 수 있도록, 해석 영역의 폭을 증대시키고, 증가된 양 끝단에 열린 경계 조건(open boundary condition)을 부여하는 방법을 사용한다. 증가된 폭(Δy)은 Kn 와 h 의 함수로 가정한다. 유사한 접근 방법이 헬름홀츠 공명기(Helmholtz resonator)의 공진 주파수를 결정하는 과정⁽¹¹⁾과 멤스 뒤틀림 거울(MEMS torsion mirror)의 유한요소 해석 연구⁽¹²⁾에서 경계 조건을 보정하기 위해 사용되고 있다.

$$\Delta \bar{y} = \Delta y / b = f(Kn) \cdot h / b \quad (18a)$$

$$f(Kn) = \Delta y / h \quad (18b)$$

압력 경계조건에 구애 받지 않는 DSMC(direct simulation Monte Carlo)방법으로 구해진 실험식⁽¹³⁾으로부터 계산된 Q 계수와 이 논문에서 제시한 방법으로 계산된 Q 계수를 비교하여, 식 (18b)의 $f(Kn)$ 을 추정한다. 따라서, 식 (19)와 같은 압력 경계 조건을 사용한다.

$$P = 0 \quad \text{at} \quad \bar{y} = \pm(1/2 + \Delta \bar{y}) \quad (19)$$

3.2 외팔보에 작용하는 외력

식 (14)와 식 (19)로부터 스퀴즈 필름 감쇠력을 식 (20)과 같이 얻을 수 있다. 그리고, 식 (20a)을 \bar{y} 방향으로 적분하면, 스퀴즈 필름 현상에 의해, Fig. 2의 외팔보에 작용하는 외력(식 (21a) 참조)을 구할 수 있다.

$$P(\bar{x}, \bar{y} | \omega) = p_{gas} \frac{W_b(\bar{x} | \omega)}{h} \quad (20a)$$

$$P_{gas} = \left\{ \frac{\cosh(\beta(\bar{y} + \Delta \bar{y}))}{\cosh(\beta/2)} - \eta \right\} \quad (20b)$$

$$F_d(x | \omega) = -b P_{gas} \frac{W_b(x | \omega)}{h} \quad (21a)$$

$$P_{gas} = P_a \left(\frac{2}{\beta} (\tanh(\beta/2) - \eta) \right) \quad (21b)$$

$$\beta = \sqrt{j \frac{12Gb^2\omega}{P_a h^2}} \quad (21c)$$

4. 주파수 응답함수

식 (21a)를 식 (2)에 대입하면, 식 (22)를 얻을 수 있다.

$$EI \frac{d^4 W_b}{dx^4} - m\omega^2 W_b + \frac{b}{h} P_{gas} W_b = m\omega^2 W_s \quad (22)$$

모드 중첩법(mode superposition method, 식 (23) 참조)을 사용하면, 식 (22)는 식 (24)로 변환된다.

$$W_b(x | \omega) = \sum_{n=1} A_n(\omega) \Phi_n(x) \quad (23)$$

$$\sum_{n=1} A_n(\omega) \left(EI \frac{d^4 \Phi_n(x)}{dx^4} + \left(\frac{b}{h} P_{gas} - m\omega^2 \right) \Phi_n(x) \right) = m\omega^2 W_s(\omega) \quad (24)$$

식 (24)에 사용된 외팔보의 고유모드 $\Phi_n(x)$ 는 식 (25a)을 만족하고, 식 (25b)를 사용하여 정규화 되었으며, 고유주파수 ω_n 는 식 (25c)에서 구할 수 있다⁽¹⁴⁾.

$$EI \frac{d^4 \Phi_n(x)}{dx^4} - m\omega_n^2 \Phi_n(x) = 0 \quad (25a)$$

$$\int_0^l m \Phi_n(x) \Phi_m(x) dx = \delta_{nm} \quad (25b)$$

$$\cos(\beta_n l) \cosh(\beta_n l) + 1 = 0, \quad \beta_n^4 = m\omega_n^2 / (EI) \quad (25c)$$

식 (25)를 고려하면, 식 (24)는 식 (26)으로 정리 된다.

$$\frac{A_n(\omega)}{W_s(\omega)} = \frac{\omega^2}{\omega_n^2 - \omega^2 + b/h \cdot P_{gas}/m} m \int_0^l \Phi_n(x) dx \quad (26)$$

식 (26)을 이용하면, 기저의 조화 운동에 의한 외팔보의 주파수 응답함수를 구할 수 있다:

$$H(x|\omega) = \frac{W_b(x|\omega)}{W_s(\omega)} = \sum_{n=1} \frac{A_n(\omega)}{W_s(\omega)} \Phi_n(x) \quad (27)$$

5. 경계조건 보정

5.1 Gallis and Torczynski의 근사 모델⁽¹³⁾

Gallis와 Torczynski⁽¹³⁾가 제시한 이론 모델은 식 (28)과 같은 실험식(empirical equation)을 이용하여, 압력 경계 조건에 대한 정보 없이 스퀴즈 필름 현상에 의한 Q 계수를 계산한다. Lee et al.⁽⁹⁾은 Gallis와 Torczynski의 모델을 이용하여 스퀴즈 필름 감쇠력(식 (29))을 유도하였다.

$$\chi = \frac{1+8.834 \cdot Kn}{1+5.118 \cdot Kn} \quad (28a)$$

$$\tau = \frac{0.634+1.572 \cdot Kn}{1+0.537 \cdot Kn} \quad (28a)$$

$$\gamma = \frac{0.445+11.20 \cdot Kn}{1+5.510 \cdot Kn} \quad (28c)$$

$$P_{gas} = j\omega(b/h)^2 \cdot \mu \cdot (1+6\chi \cdot Kn)^{-1} \times (1+3\tau \cdot h/b+3\gamma(2h/b)^2) \quad (29)$$

식 (29)를 식 (21b) 대신 사용할 경우, Gallis와 Torczynski의 모델로부터 외팔보의 외력(21a)를 구할 수 있다⁽⁹⁾.

5.2 확장된 폭($\Delta\bar{y}$)의 근사식

식 (18b)의 $f(Kn)$ 을 식 (30)과 같은 다항식으로 가정한다.

$$f(Kn) = \sum_{i=0}^I c_i (\log_{10} Kn)^i \quad (30)$$

식 (30)에서 i 는 근사 다항식을 구성하는 각 항의 지수를, I 는 최고차항의 지수, c_i 은 계수를 나타낸다.

Table 1의 물성치⁽⁹⁾에 대하여, Gallis와 Torczynski 모델을 이용하여, 기저부의 조화 운동에 의한 외팔보의 주파수 응답함수를 구하였다. 그리고, Fig. 3에서와 같이, 반 동력점 법(half-power point method)를

Table 1 Specific values of variables for squeeze-film damping analysis⁽⁹⁾

Symbol	Quantity	Value
l	Length of cantilever	300 μm
b	Width of cantilever	18 μm
t_{beam}	Thickness of cantilever	2.25 μm
E	Young's modulus	160 GPa
ρ_{beam}	Density of cantilever	2330 kg/m^3
h	Gap height	1.83 μm
μ	Viscous coefficient	18.6 $\mu\text{Pa}\cdot\text{s}$
ρ	Density of air	1.21 kg/m^3
R	Individual gas constant	286.9 $\text{J}/(\text{K}\cdot\text{kg})$
σ_p	Slip coefficient	1.016

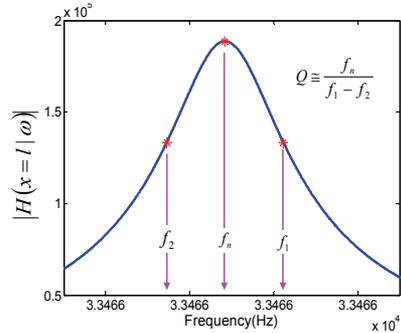


Fig. 3 Frequency response function at $P_a=0.001$ Torr (Q is quality factor)

Table 2 Curve fitting results for coefficients of an approximate equation in Eq. (30)

I	4	5	6	7
c_0	1.84	1.83	1.811	1.80
c_1	1.42	1.09	0.864	0.780
c_2	-0.413	0.306	1.19	1.65
c_3	0.0299	-0.460	-1.44	-2.21
c_4	0.00184	0.134	0.595	1.16
c_5	-	-0.0122	-0.110	-0.311
c_6	-	-	0.00766	0.0428
c_7	-	-	-	-0.00239
R^2	0.993	0.998	1.000	1.000

R^2 is the coefficient of determination, a measure of how well future outcomes are likely to be predicted by the model⁽¹⁵⁾.

이용하여, 1차 굽힘 모드(bending mode)의 Q 계수를 구하였다. 0.001 Torr에서 41.1 Torr까지 15개의 압력⁽⁹⁾에 대하여 계산된 Q 계수를 정해(exact solution)으로 가정하여, 식 (30)의 지수 i 와 계수 c_i 를 추정하였다.

Table 2는 커브 피팅(curve fitting) 기법을 이용하여 구한 최고차항의 지수 I 에 따른 근사식의 정확도와 계수 c_i 를 나타낸다. I 가 증가할수록 근사식의 정확도가 증가함을 알 수 있고, I 이 7인 경우에 비교적 정확한 근사식을 제공한다. Fig. 4는 15개의 Knudsen번호에 적합한 확장 폭($\Delta\bar{y}$)과 식 (30)을 이용해서 얻은 근사 곡선을 나타내고 있다.

식 (18), (19), (30)으로 요약되는 압력 경계 조건 변경은 스쿼즈 필름 감쇠력의 변화로 이어지고, 이로

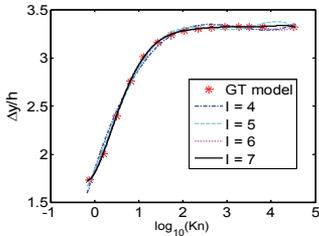
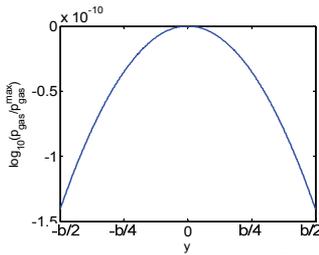
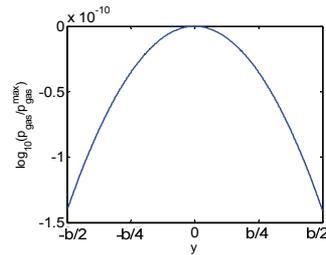


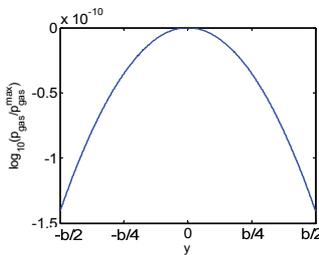
Fig. 4 Approximate curves for $I=4,5,6,7$ and extended width at 15 Knudsen numbers



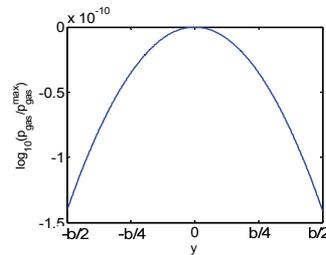
(a) 0.001 Torr



(c) 4.91 Torr



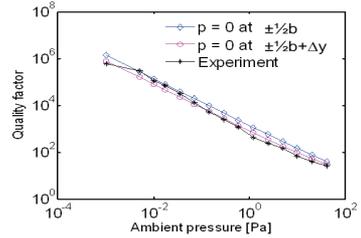
(b) 0.289 Torr



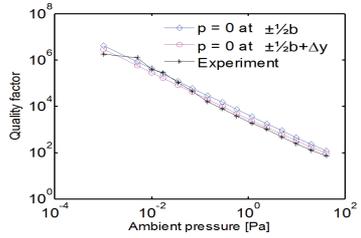
(d) 41.1 Torr

Fig. 5 Pressure distribution of the analytical model considering the extended width

인해 Q 계수 값의 변화가 발생하였음을 추측할 수 있다. 따라서, 4가지 압력에 대하여, 계산된 스쿼즈 필름 감쇠력의 분포를 Fig. 5에서 비교한다. Guo와 Alexeenko⁽¹⁰⁾의 연구에서 언급하였듯이, 실제 외팔보의 양 끝단의 압력은 0이 아님을 알 수 있다.



(a) Second bending mode



(b) Third bending mode

Fig. 6 Comparison of quality factors obtained by using the current proposed model and experimental quality factors

따라서, 스퀴즈 필름 현상의 영향을 받는 초소형 외팔보의 진동 해석시, 확장된 폭을 고려한 압력 경계 조건을 사용하는 것이 연속체 모델을 이용한 Q 계수 계산의 정확도를 높일 수 있다고 할 수 있다.

5.3 2차와 3차 굽힘 모드의 Q 계수

Table 2의 계수와 함께, $I=7$ 인 경우의 근사식(식 (30))을 사용하여 초소형 외팔보의 2차와 3차 굽힘 모드의 Q 계수를 계산하여, Lee et al.⁽⁹⁾의 연구에서 제시된 실험 결과와 비교하였다(Fig. 6 참조). 식 (19)를 압력 경계 조건으로 사용한 경우에 비하여, 해의 정확도가 매우 높아진 것을 알 수 있다.

6. 결 론

이 연구에서는 무선 주파수 초소형 전기 기계 스위치에 사용되는 초소형 외팔보의 감쇠특성을 예측하는 연속체 이론 모델을 개선하였다. 단순화된 나비에 스톡스 방정식과 연속 방정식으로부터 레이놀즈 방정식을 유도하였고, 희박 기체 효과는 미끄럼 속도 경계 조건으로 구현하였다. 압력 경계 조건을 보장하는 근사식을 제시하고, 압력 경계 조건에 구애 받지 않는 해석 모델과 비교하여 근사식의 계수를 결정하였다. 이 근사식을 이용하여 계산한 고차 굽힘 모드의 Q 계수와 실험결과의 비교는 제시한 방법의 타당성을 뒷받침하였다.

후 기

이 논문은 2009학년도 아주대학교 정착연구비 지원에 의하여 연구되었고, 또한, 지식경제부와 한국산업기술진흥원의 전략기술인력양성사업으로 수행된 연구결과이기도 합니다.

참 고 문 헌

(1) Rebeiz, G. M., 2003, RF MEMS Theory, Design, and Technology, John Wiley & Sons, Inc., New Jersey.
 (2) Czaplewski, D. A., Dyck, C. W., Sumali, H., Massad, J. E., Koppers, J. D., Reines, I., Cowan, W. D. and Tigges, C. P., 2006, A Soft-landing

Waveform for Actuation of a Single-pole Single-throw Ohmic RF MEMS Switch, Journal of Microelectromechanical Systems, Vol. 15, No. 6, pp. 1586-1594.

(3) Granaldi, A. and Decuzzi, P., 2006, The Dynamic Response of Resistive Microswitches: Switching Time and Bouncing, Journal of Micromechanics and Microengineering, Vol. 16, No. 7, pp. 1108-1115.

(4) Hong, S. H. and Lee, S. I., 2010, Vibration Analysis of the Tapping AFM Microcantilevers Using Proper Orthogonal Decomposition, Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 20, No. 4, pp. 414-421.

(5) Bao, M. and Yang, H., 2007, Squeeze Film Air Damping in MEMS, Sensors and Actuators A, Vol. 136, No. 1, pp. 3-27.

(6) Sumali, H., 2007, Squeeze-film Damping in the Free Molecular Regime: Model Validation and Measurement on a MEMS, Journal of Micromechanics and Microengineering, Vol. 17, No. 11, pp. 2231-2240.

(7) Meirovitch, L., 1967, Analytical Methods in Vibrations, Macmillan Publishing, Inc., New York.

(8) Veijola, T., Pursula, A. and Raback, P., 2005, Extending the Validity of Squeezed-film Damper Models with Elongations of Surface Dimensions, Journal of Micromechanics and Microengineering, Vol. 15, No. 9, pp. 1624-1636.

(9) Lee, J. W., Tung, R., Raman, A., Sumali, H. and Sullivan, J. P., 2009, Squeeze-film Damping of Flexible Microcantilevers at Low Ambient Pressures: Theory and Experiment, Journal of Micromechanics and Microengineering, Vol. 19, No. 10, pp. 105029-1-14.

(10) Guo, X. and Alexeenko, A., 2009, Compact Model of Squeeze-film Damping Based on Rarefied Flow Simulations, Journal of Micromechanics and Microengineering, Vol. 19, No. 4, pp. 045026-1-7.

(11) Kinsler, L. E., Frey, A. R., Coppens, A. B. and Sanders, J. V., 1982, Fundamentals of Acoustics, John Wiley and Sons, New York.

(12) Pandey, A. K., Pratap, R. and Chau, F. S., 2007, Influence of Boundary Conditions on the Dynamic Characteristics of Squeeze Films in MEMS Devices, Journal of Microelectromechanical Systems, Vol. 16, No. 4, pp. 893~904.

(13) Gallis, M. A. and Torczynski, J. R., 2004, An Improved Reynolds-equation Model for Gas

Damping of Microbeam Motion, Journal of Microelectromechanical Systems, Vol. 13, No. 4, pp. 653~659.

(14) Rao, S. S., 2004, Mechanical Vibrations, Prentice Hall, NewYork.

(15) http://en.wikipedia.org/wiki/Coefficient_of_determination.