

너셀부 전단력을 고려한 타워-블레이드 연성계의 고유치 해석 Eigenvalue Analysis of a Coupled Tower-blade System Considering the Shear Forces of a Nacelle

김민주*·강남철†

Minju Kim and Namcheol Kang

(2011년 1월 12일 접수 ; 2011년 4월 26일 심사완료)

Key Words : Wind Turbine System(풍력 발전기), Stability(안정성), Coupled System(연성계), Eigenvalue Analysis (고유치 해석), Shear Force(전단력), Method of Weighted Residual(가중 잔차법)

ABSTRACT

Eigenvalue analysis of a wind turbine system was investigated analytically. It is derived that the equations of motion of a tower and a blade are coupled by shear forces inter-connected by boundary conditions. The eigenvalues of the coupled system was calculated using Galerkin method and it is found that the system becomes unstable when the tower and blade modes are coalesced. Further, parameter studies for the eigenvalues were performed with respect to the rotating speed of a blade, nacelle mass, blade and tower densities.

1. 서 론

2005년 기후협약에 따른 도쿄의정서가 공식 발효되면서 세계 각국의 온실가스 감축에 관한 노력이 확대되고 있다. 현재 우리나라는 온실 가스 삭감 의무 대상국은 아니지만 전 세계 이산화탄소 배출량의 1.8%를 차지하는 세계 9위의 이산화탄소 배출 국가로써 2013년 이후의 감축 대책을 논의하는 포스트 도쿄의정서에서 온실 가스 삭감 의무국이 유력하다⁽¹⁾. 이를 위한 정책으로 에너지 효율 연구, 신재생 에너지 개발 연구 등이 활발히 진행 되고 있다.

신재생에너지의 한 분야인 풍력 발전기는 바람을 에너지원으로 한다는 점에서 무공해 발전이 가능하며 최근의 생산성 증가와 기술 개발에 따라 풍력발전기의 대형화가 이루어지고 있다⁽²⁾. 그러나 대형

풍력발전기는 높은 효율로 많은 전력을 생산할 수 있는 장점이 있지만, 블레이드 또는 타워의 파손이 발생할 경우 심각한 재앙을 초래하기도 하기 때문에 정확한 동적 해석이 필요한 실정이다⁽³⁾.

이러한 필요성에 발맞추어 국내에서도 많은 연구가 진행되었는데, 김석현⁽⁴⁾ 등은 750 kW 풍력발전기 타워의 구조 진동 특성을 단순 모델 해석과 실험을 통하여 파악하였으며, 대관령 풍력 실증 단지에 통합 모니터링을 구축하여 진동을 장기간 모니터링하여 종합 평가하였다⁽⁵⁾. 또한, 이강수⁽⁶⁾ 등은 해상 풍력 발전 Jacket의 고유진동수를 유한요소 해석을 통하여 구하고 하중 및 부가수 질량의 영향을 파악하였다.

회전하는 블레이드는 터빈이나 헬리콥터 회전익과 같은 종래의 공학적 제품과 유사하기 때문에 많은 연구가 진행되고 있지만, 타워 구조물과 블레이드 간의 연성 해석은 미비한 실정이다. Murtagh⁽⁷⁾는 풍력발전기의 동적 응답을 구하기 위하여 회전하는 블레이드의 동적 변위에 의해 발생하는 전단력을 타워의 끝단부에 적용하여 해석하였다. 반면,

† 교신저자; 정희원, 경북대학교 기계공학부
E-mail : nckang@knu.ac.kr
Tel : (053)950-7545, Fax : (053)950-6550
* 정희원, 경북대학교 대학원 기계공학부

Burton⁽⁸⁾은 타워 상단부의 동적 거동을 블레이드에 작용하는 하중으로 고려하여 블레이드의 운동 특성을 해석하였다. 하지만 이러한 연구는 블레이드와 타워 간의 단방향의 연성 효과(one-way coupling)만을 고려한 부분적인 연성해석이라는 한계가 있다.

이 연구에서는 풍력발전기 너셀부 전단력을 고려한 타워-블레이드 상호 연성계의 고유치 해석을 수행하였다. 블레이드와 너셀의 관성력 및 블레이드의 회전 효과를 타워 끝단에서 발생하는 전단력으로 고려하였고, 타워 상단부의 거동을 블레이드에 작용하는 외력으로 고려하여 쌍방향 연성(two-way coupling) 해석을 수행하였다. 연성된 운동방정식과 경계조건으로부터 Galerkin method를 적용하여 구조물의 고유치를 수치적으로 계산하였다. 이를 통하여, 회전 속도에 따른 풍력발전기의 안정성(stability)과 연성 법칙(coupling rule)을 도출하였으며, 너셀 질량, 타워 및 블레이드 밀도와 같은 설계 인자 변경에 따른 풍력발전기 타워-블레이드 구조물의 운동 특성을 해석하였다.

2. 타워-블레이드 연성계 모델링

풍력발전기 타워-블레이드 연성계의 운동을 해석하기 위하여, 타워의 끝단에 집중 질량 M_0 의 너셀이 고정되어 있고 여기에 블레이드가 부착되어 각속도 Ω 로 회전하는 구조물을 고려한다(Fig. 1 참조). 여기서, 단위 부피당 밀도는 ρ , 단면적은 A , 탄성계수는 E , 단면의 관성모멘트는 I 이며, 타워의 경우는

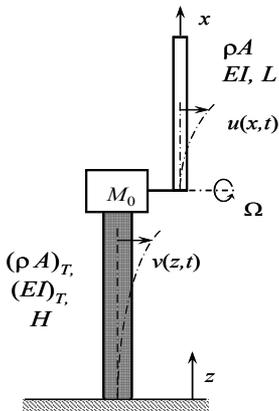


Fig. 1 A simplified coupled tower-blade model

아래첨자 T 를 사용하여 표기하였다. 또한, 타워와 블레이드의 길이는 각각 H , L 이며, 모두 균일(homogeneous)하고 단면적이 일정한 Bernoulli-Euler 보로 가정한다. 또한, 해석의 편의를 위해 타워와 블레이드는 Fig. 1에 도시한 바와 같이 한쪽 방향으로만 거동하는 것으로 가정한다.

타워의 면외 방향(transverse) 변위, $v(z,t)$ 를 해석하기 위하여 타워에 관한 운동방정식을 다음과 같이 고려한다⁽⁹⁾.

$$(\rho A)_T \frac{\partial^2 v(z,t)}{\partial t^2} + (EI)_T \frac{\partial^4 v(z,t)}{\partial z^4} = 0 \quad (1)$$

이때, 타워는 지면에 고정되어 있고, 타워의 끝단에는 회전하는 블레이드가 장착된 너셀부가 연결되어 있다. 따라서, 지면에서는 고정단의 경계조건을 만족하고, 끝단에서는 타워, 너셀, 블레이드에 의한 전단력의 힘 평형 조건으로부터 다음과 같은 경계조건을 유도할 수 있다(Fig. 2 참조).

$$z=0, \quad v(z,t) = \frac{\partial v(z,t)}{\partial z} = 0 \quad (2)$$

$$z=H, \quad \frac{\partial^2 v(z,t)}{\partial z^2} = 0 \quad (3)$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial z} \left((EI)_T \frac{\partial^2 v(z,t)}{\partial z^2} \right) \right]_{z=H} = (M_0 + \rho A L) \frac{\partial^2 v(z,t)}{\partial t^2} \Big|_{z=H} + \int_0^L \rho A \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} dx \quad (4)$$

여기서, $u(x,t)$ 는 블레이드의 면외 방향 변위를 나타낸다.

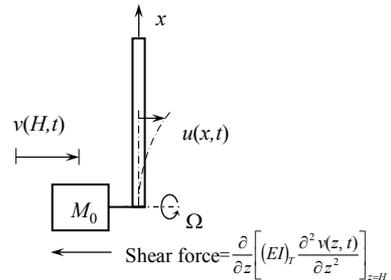


Fig. 2 Free body diagram of the nacelle and a rotating blade

회전하는 블레이드는 타워의 끝단에 위치한 너셀에 고정되어 있기 때문에 타워 끝단의 거동이 블레이드에 외력으로 작용하게 되어 다음과 같은 운동방정식으로 표현된다⁽¹⁰⁾.

$$\rho A \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} + EI \frac{\partial^4 u(x,t)}{\partial x^4} - \frac{\partial}{\partial x} \left[F_c(x) \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} \right] = -\rho A \frac{\partial^2 v(z,t)}{\partial t^2} \Big|_{z=H} \quad (5)$$

이때, 블레이드 임의의 점 x 에 작용하는 원심력은 다음과 같이 더미변수(dummy variable) s 를 이용하여 계산할 수 있으며⁽⁹⁾,

$$F_c(x) = \int_x^L \rho A s \Omega^2 ds \quad (6)$$

블레이드는 한쪽 끝단이 너셀에 고정되어 있으므로 다음과 같은 고정단-자유단의 경계조건을 만족한다.

$$x=0, \quad u(x,t) = \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} = 0 \quad (7)$$

$$x=L, \quad \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} = \frac{\partial^3 u(x,t)}{\partial x^3} = 0 \quad (8)$$

3. Galerkin Method를 이용한 고유치 해석

타워-블레이드 연성계의 운동방정식과 경계조건을 Galerkin method를 이용하여 연성계 구조물의 운동 특성을 파악하고자 한다. Galerkin method는 가중 잔차법(method of weighted residual)으로써 정확하게 구하기 어려운 미분방정식의 해를 근사적으로 구할 수 있다는 장점이 있다.

타워와 블레이드가 각각 조화진동을 한다고 가정하면 타워와 블레이드의 면외 방향(transverse) 변위는 다음과 같고,

$$u(x,t) = U(x)e^{i\omega t}, \quad v(z,t) = V(z)e^{i\omega t} \quad (9)$$

변수분리법(separation of variables)을 이용하면 각각의 운동방정식으로부터, 상미분 방정식과 경계조건식을 얻을 수 있다. 타워에 관한 관계 식(1)~

(4)로부터 다음의 식을 얻게 된다.

$$(EI)_T \frac{d^4 V(z)}{dz^4} - \omega^2 (\rho A)_T V(z) = 0 \quad (10)$$

$$z=0, \quad V(z) = \frac{dV(z)}{dz} = 0, \quad (11)$$

$$z=H, \quad \frac{d^2 V(z)}{dz^2} = 0, \quad (12)$$

$$\left[\frac{d}{dz} \left((EI)_T \frac{d^2 V(z)}{dz^2} \right) \right]_{z=H} = -\omega^2 \left[(M_0 + \rho AL)V(H) + \int_0^L \rho AU(x) dx \right] \quad (13)$$

유사한 과정으로 블레이드의 운동방정식과 경계조건에 관한 식(5), (7), (8)은 아래 식과 같이 변환된다.

$$-\omega^2 \rho AU(x) + EI \frac{d^4 U(x)}{dx^4} - \frac{d}{dx} \left[F_c(x) \frac{dU(x)}{dx} \right] = \omega^2 \rho AV(H) \quad (14)$$

$$x=0, \quad U(x) = \frac{dU(x)}{dx} = 0 \quad (15)$$

$$x=L, \quad \frac{d^2 U(x)}{dx^2} = \frac{d^3 U(x)}{dx^3} = 0 \quad (16)$$

여기서, 타워와 블레이드에 대한 변위 $U(x)$ 와 $V(z)$ 는 각각의 근사해를 구하기 위하여 다음과 같은 형태로 가정한다.

$$U(x) = \sum_{j=1}^N a_j \phi_j(x), \quad V(z) = \sum_{j=1}^M b_j \psi_j(z) \quad (17)$$

이때, a_j 와 b_j 는 미지의 계수(undetermined coefficient)이며 $\phi_j(x)$ 와 $\psi_j(z)$ 는 시행 함수(trial function)이다. 또한, N 과 M 은 각각 블레이드와 타워의 근사해를 급수로 전개한 항의 개수이다.

이제, 식(17)을 식(10)과 식(14)에 대입하여 타워와 블레이드에 대한 잔차(residual)로부터 Galerkin method를 적용하면 다음과 같은 연성 행렬 방정식을 얻을 수 있다. 즉,

$$\begin{bmatrix} (k_{11})_{ij} & 0 \\ 0 & (k_{22})_{ij} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_i \\ b_j \end{Bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} (m_{11})_{ij} & (m_{12})_{ij} \\ (m_{21})_{ij} & (m_{22})_{ij} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_i \\ b_j \end{Bmatrix} = 0 \quad (18)$$

여기서,

$$(k_{11})_{ij} = \int_0^L EI \phi_i''(x) \phi_j''(x) dx + \frac{1}{2} \int_0^L \rho A \Omega^2 (L^2 - x^2) \phi_i'(x) \phi_j'(x) dx \quad (19)$$

$$(k_{22})_{ij} = \int_0^H (EI)_T \psi_i''(z) \psi_j''(z) dz \quad (20)$$

$$(m_{11})_{ij} = \int_0^L \rho A \phi_i(x) \phi_j(x) dx \quad (21)$$

$$(m_{12})_{ij} = \int_0^L \rho A \phi_i(x) \psi_j(H) dx \quad (22)$$

$$(m_{21})_{ij} = \int_0^L \rho A \psi_i(H) \phi_j(x) dx \quad (23)$$

$$(m_{22})_{ij} = (M_0 + \rho AL) \psi_i(H) \psi_j(H) + \int_0^H (\rho A)_T \psi_i(z) \psi_j(z) dz \quad (24)$$

이때, 식 (18)은 a_i 와 b_j 가 자명해(non-trivial solution)를 갖지 않게 하기 위하여 행렬식(determinant)이 0이 되어야 하는 조건으로부터, 특성방정식(characteristic equation)을 구하여 타워-블레이드 연성계 구조물의 고유진동수를 수치적으로 계산할 수 있다. 여기서, $\psi_j(H)$ 는 일정한 값을 갖기 때문에 $(m_{12})_{ij}$ 와 $(m_{21})_{ij}$ 는 대칭이고, 연성계는 양의 정부호(positive definite)를 만족한다.

4. 해석 결과

블레이드가 회전 하는 경우 타워-블레이드 연성계구조물의 진동 특성을 알아보았다. 실제 가동 중인 풍력발전기 J48/750의 제원을 사용하여 (Table 1 참조), 블레이드의 회전 속도 증가에 따른 고유진동수를 Matlab을 사용하여 계산하였다. 타워와 블레이드의 소재는 강과 알루미늄으로 고려하였다. 타워의 끝단에 부착되어 블레이드의 끝단을 고정시켜 주는 너셀은 집중 질량으로 가정하였다.

Table 1 Specification of J48/750⁽¹¹⁾

Model	J48/750
Hub height	46 m
Rotor diameter	48 m
Operation speed	8 ~ 26.5 RPM
Rated wind speed	14 m/s
Survival wind speed	59.5 m/s During 5 seconds
Rotor shaft	Horizontal
Weights	Rotor with blades : 9,000 kg Nacelle : 30,000 kg Tower : 40,000 kg

4.1 Instability

신뢰할 만한 수렴성을 나타내는 급수 항의 개수 N 과 M 이 모두 30인 경우에 대하여 연성되지 않은 경우와 타워와 블레이드가 상호 연성된 경우의 고유진동수를 각각 계산하여 Fig. 3에 함께 도시하였다. 점선은 연성되지 않은 경우이고, 실선은 연성된 경우의 고유진동수를 나타낸다. 또한, 이해를 돕기 위하여 연성되지 않은 타워 및 블레이드의 진동 모드를 차수에 따라 각각 1T, 2T 또는 1B, 2B 등으로 표기하였다. 연성되지 않은 경우, 블레이드는 회전 속도가 증가함에 따라 강성 효과(stiffening effect)로 인하여 고유진동수가 증가하지만⁽¹²⁾, 타워는 블레이드의 회전과는 무관하므로 일정한 값을 유지하며 안정(stable)한 상태를 유지한다.

그러나, 타워와 블레이드가 서로 연성될 경우, 시스템의 거동은 상호작용에 의하여 정상 상태에서의 응답이 불안정(unstable)할 수 있다. 즉, Fig. 3에 나타난 바와 같이, 연성되지 않은 타워와 블레이드의 진동 모드는 고유치의 허수부가 모두 0의 값을 가지므로 응답이 안정한 상태를 유지하지만, 연성된 타워-블레이드 시스템은 타워의 2차 모드와 블레이드의 1차 또는 3차 모드가 근접하는 지점에서 모드 일치(mode coalescence) 현상이 발생하고 고유치의 허수부가 양의 값을 갖게 되어 구조물이 불안정(unstable)한 상태가 된다⁽¹³⁾. 반면, 타워 1차 모드와 블레이드 1차 모드가 근접하거나 타워 2차 모드와 블레이드 2차 또는 4차 모드가 근접할 경우 연성작용에 의하여 고유치 휨현상(eigenvalue veering) 현상이 발생한다.

이러한 현상을 일반화하면, 타워의 홀수 모드와 블레이드의 홀수 모드가 근접하거나 타워의 짝수

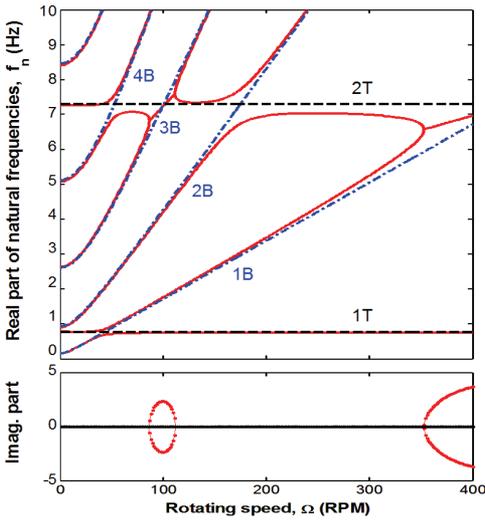


Fig. 3 Eigenvalues of the tower-blade system with respect to blade rotating speed, Ω (dashed line: uncoupled, solid line: coupled tower-blade system)

모드와 블레이드의 짝수 모드가 근접할 경우 고유치 뒤틀림 현상이 발생하고, 타워의 홀수 모드와 블레이드의 짝수 모드, 또는 타워의 짝수 모드와 블레이드의 홀수 모드가 근접하는 경우에는 모드 일치 현상이 발생하는 이른바 연성 법칙(coupling rule)을 도출할 수 있다. 이러한 연성 법칙은 블레이드 회전 속도 이외에 너셀 질량, 블레이드 또는 타워의 밀도 등 설계 인자 변화에 따른 고유치 변화를 계산하여 추가적으로 확인할 필요가 있다.

4.2 Parameter study

타워-블레이드 구조물의 연성 효과를 확인하기 블레이드가 20 RPM으로 회전할 때를 기준으로 너셀 질량과 블레이드 및 타워 밀도의 설계 인자 변경에 대한 고유치 해석을 수행하였다.

우선, 30,000 kg의 너셀 질량을 기준으로 너셀의 질량이 0.04 ~ 8배로 변화하는 경우에 대한 고유치를 계산하여 Fig. 4에 도시하였다. 타워의 경우 너셀 질량이 증가함에 따라 질량 효과(mass effect)로 인하여 고유치가 감소하고, 블레이드의 고유치는 너셀 질량의 영향을 받지 않아 일정함을 알 수 있다. 굵은 세로선으로 표시한 기준 너셀 질량에서는 모드 일치(mode coalescence) 현상이 발생하지 않기 때문에 타워-블레이드 연성계는 안정함을 알 수 있다.

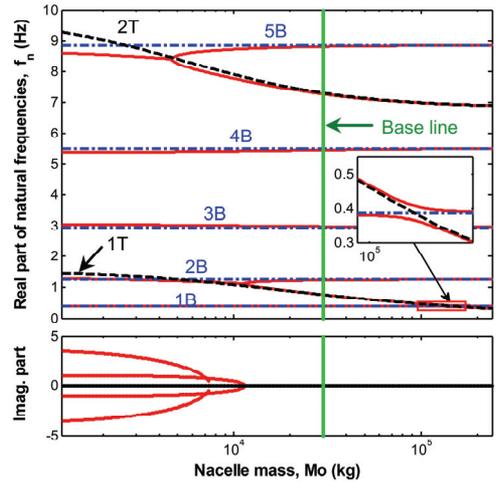


Fig. 4 Eigenvalues of the tower-blade system with respect to nacelle mass, M_0

그러나, 너셀 질량이 약 1,000 kg 이하인 지점에서 타워 1차 모드와 블레이드 2차 모드, 타워의 2차 모드와 블레이드의 5차 모드가 근접할 때 모드 일치 현상이 발생하며 연성계는 불안정하게 된다. 따라서 설계 관점에서 너무 가벼운 너셀의 질량은 계의 불안정성을 유발할 수 있으므로, 정확한 연성 해석을 통하여 안정적인 너셀부 질량을 계산하는 과정이 필요하다.

블레이드의 밀도 변화에 대한 타워-블레이드 연성계의 고유치를 계산하여 Fig. 5에 도시하였다. 동일한 타워와 일정한 속도로 회전하는 블레이드에 대하여 밀도가 증가하는 경우, 블레이드 고유치는 감소하며 특정한 값으로 수렴하는 모드 군집(mode clustering) 현상이 발생한다⁽¹³⁾. 굵은 세로선으로 표시한 기준 밀도를 갖는 지점에서는 모드 일치 현상이 발생하지 않아 구조물이 안정하지만, 블레이드의 밀도가 작거나 커질 경우에는 모드 일치가 발생하여 구조물의 불안정이 예상된다. 이 해석 결과에서는 블레이드가 약 3,000 kg/m³의 밀도를 갖는 재질로 설계 될 경우 타워의 2차 모드와 블레이드의 5차 모드가 근접하게 되어 모드 일치가 발생하여 구조물이 불안정하게 된다.

타워의 밀도 변화에 대한 고유치를 계산하여 Fig. 6에 도시하였다. 타워의 밀도가 증가하는 경우 연성되지 않은 블레이드의 고유진동수는 일정하나, 타워의 고유치는 감소한다. 이러한 현상은 타워의 1차

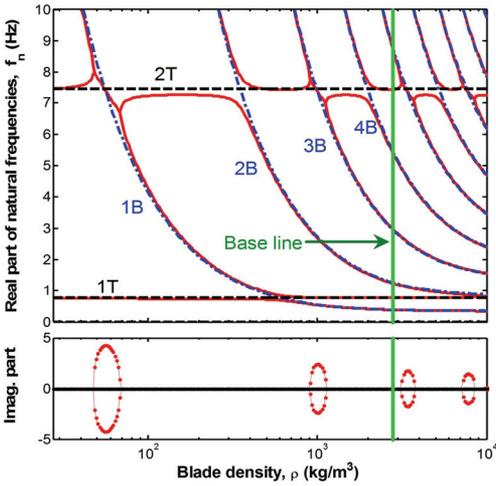


Fig. 5 Eigenvalues of the tower-blade system with respect to blade density, ρ

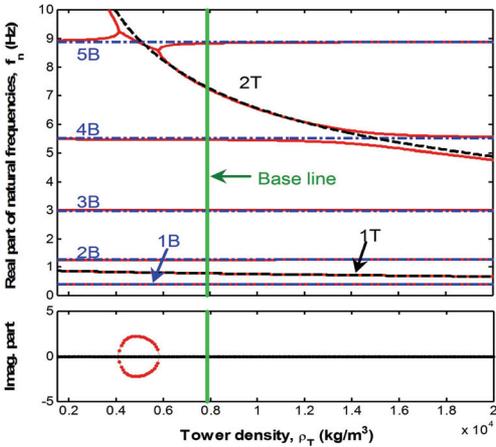


Fig. 6 Eigenvalues of the tower-blade system with respect to tower density, ρ_T

모드 보다 2차 모드에서 확인한 감소를 확인할 수 있었으며, 연성계의 경우 타워가 약 4,000~6,000 kg/m³의 밀도를 갖도록 설계 된 경우 타워 2차 모드와 블레이드 5차 모드가 일치하여 구조물이 불안정 하게 된다. 또한 타워의 밀도가 14,000 kg/m³인 부근에서는 앞서 기술한 연성 법칙이 적용되어, 고유치 휨현상이 발생한다.

5. 결론 및 토의

이 연구에서는 풍력발전기 타워-블레이드 구조물

의 너셀부 전단력을 고려한 연성해석을 통하여 고유치를 계산하고, 설계인자 변경에 따른 연성계의 안정성 해석을 수행하였다. 너셀부 전단력 상호 작용을 고려하여 연성된 운동방정식과 경계조건을 유도하고 고유치를 계산하여 운동 특성을 파악하였다.

블레이드의 회전 속도 증가에 따른 타워와 블레이드 모드의 변화를 계산하여 두 개의 모드가 근접할 경우 발생하는 고유치 휨현상(eigenvalue veering) 또는 모드 일치(mode coalescence) 현상을 확인하였다. 특징적으로, 모드가 일치하는 순간에는 고유치의 허수부가 양의 값을 가지게 되어 구조물이 불안정하게 된다. 이러한 고유치 휨현상 또는 모드 일치 현상이 발생하는 조건을 일반화하여 연성 법칙(coupling rule)을 도출할 수 있었다.

너셀의 질량, 블레이드의 밀도, 타워의 밀도 등의 설계 인자를 변경하여 고유치 해석을 수행하였다. 각각 일정한 범위의 설계 조건을 벗어날 경우 불안정이 예측 되었다. 따라서, 풍력발전용 타워-블레이드 시스템의 설계 시, 안정적인 운전 조건 확보를 위하여 정확한 연성해석이 필요할 것으로 사료된다.

후 기

이 논문은 2010년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업임(No. 2010-0006654).

참 고 문 헌

- (1) Lee, S. and Cho, Y., 2007, Comparing CO₂ Abatement Cost Patterns of OECD Countries, Journal of Environmental Policy, Vol. 6, No. 4, pp. 55~81.
- (2) Lee, E. and Mo, S., 2009, Outlook and Competitive Analysis of the Domestic Wind Power Industry, Hana Institute of Finance, Industry Research Reports, No. 17.
- (3) Caithness, W., 2009, Summary of Wind Turbine Accident Data to 31 March 2009, Caithness Windfarm Information Forum, [Online]http://www.caithnesswindfarms.co.uk.
- (4) Kim, S., Nam, Y. S. and Eun, S., 2005, Vibration Characteristics of the Tower Structure of a

750 kW Wind Turbine Generator, Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 15, No. 2, pp. 219~224.

(5) Kim, S., Yoo, N. S. and Kim, Y. H., 2007, Vibration Monitoring and Power Performance Evaluation of a Small Stand-alone Wind Turbine Generator, Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 17, No. 2, pp. 114~120.

(6) Lee, K. S., Lee, J. T. and Son, C. Y., 2007, A Study of Natural Frequency of Offshore Wind Turbine Jacket, Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 17, No. 2, pp. 130~135.

(7) Murtagh, P. J., Basu, B. and Broderick, B. M., 2005, Along-wind Response of a Wind Turbine Tower with Blade Coupling Subjected to Rotationally Sampled Wind Loading, Engineering Structures, Vol. 27, pp. 1209~1219.

(8) Burton, T., Sharpe, D., Jenkins, N. and

Bossanyi, E., 2001, Wind Energy Handbook, JohnWiley & Sons, Ltd, England, Chap. 5.

(9) Meirovitch, L., 2000, Fundamentals of Vibrations, McGraw-Hill Companies, Inc., NewYork, Chap. 9.

(10) Chopra, A. K., 1995, Dynamics of Structures, Prentice-Hall, Inc., NewJersey, Chap.16.

(11) General Data About Jeumont J48/750 Wind Turbine, [Online]<http://www.thewindpower.net/wind-turbine-datasheet-165-jeumont-j48-750.php>.

(12) Kim, M. and Kang, N., 2010, Vibration Analysis of a Rotating Cantilever Beam with Tip Mass Using DTM, Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 20, No. 11, pp. 1058~1063.

(13) Kang, N., 2004, Aeroelastic Flutter Mechanisms of a Flexible Disk Rotating in an Enclosed Compressible Fluid, Journal of Applied Mechanics, Vol. 71, No. 1, pp. 120~131.