

정규화법에 의한 2자유도 제어계에서 제어기의 설계

Design of controller in control system with two degrees of freedom by the normal method

하홍곤*
Hong-Gon Ha*

요약

많은 제어기법들이 제어계의 제어성능을 개선하기 위해 제안되고 있다. 제어계에서 제어에 대한 자유도는 독립적으로 조정할 수 있는 페루프 전달함수의 수로 결정된다. 목표치 추종 및 외란억제에 2자유도 제어기법이 많이 이용되고 있다.

본 논문에서는 PID 제어기를 2자유도 제어기법을 이용하여 제어계를 설계할 수 있는 정규화법을 제안하였다. 제안한 설계법은 제어대상의 전달함수의 계수값을 이용하여 계의 전달함수를 정규화 하고, 제어기의 계수들이 결정되도록 하였다. 이 방법으로 설계된 제어계를 이용하여 2자유도 제어계를 구성하였다. 시뮬레이션 결과를 통하여 제안한 알고리즘의 유효성을 확인 하였다.

Abstract

Many control techniques have been proposed in order to improve the control performance of the control system. The degree of freedom on control in the control system is decided by the number of the closed-loop transfer function which can adjust independently. The controller design scheme with two degrees of freedom(TDOF) is extensively used for securing the good control performance to trace a desired value and reject disturbance.

In this paper, PID controller is used by controller with TDOF and the design method for control system with TDOF is proposed by the normal method. Using the coefficients of the transfer function of the plant, the transfer function of the control system is normalized by the proposed design method and the parameters of the controller are determined. The control system with the TDOF is constructed by using this method. Through the simulation results, the usefulness of the proposed algorithm is proved.

Keywords : PID controller, Two degrees of freedom, Normal method

I. 서론

현대 산업현장에서 운용자 및 사용자들의 여러 요구 조건들을 신속 정확하게 충족시킬 수 있는 자동화 설비의 개발이 필요하다. 이 필요성이 자동화의 가속화, 고속화 그리고 고정도 및 고정밀의 제어를 요구하게 되었다.[1,2] 이러한 제어계는 반도체, 정보통신, 생산시스템에 관련 운동제어에 핵심적인 요소이다. 일반적으로 제어계는 제어대상의 비선형특성으로 인하여 종래의 선형제어 이론으로 만족할 만한 제어특성과 제어계의 정확한 수학적 모델의 선정이 어렵다. 이러한 문제점을 해결하기 위해 제어 변수가 적어지면서도 속응성의 개선, 외란이나 부하변동에 의한 계 응답의 변동에 대한 보상, 비선형성의 개선 등에 대한 제어기법들이 많이 연구되고 있다.[3,4,5,6] 특히 고속, 고정도, 고정밀 등을 요구하는 산업현장에서는 제어가 용이하고, 제어

기의 구조가 간단한 비례-적분-미분(Proportional - Integral-Derivative :PID)제어기가 많이 이용되고 있다.

이 PID제어기를 이용한 제어계에서 계의 출력이 목표치를 추종하도록 계수들을 조정하면 외란 제어 시 난조가 발생하게 되고, 외란에 강인하도록 PID제어기의 계수들을 설정하면 목표치 추종 시 과도현상이 발생하게 되고[7], 계의 파라미터가 어떤 조건하에서 변동하는 경우 계 전달함수의 극점이 변동하게 되므로 안정도가 감소하고, 과도응답이 발생하게 된다. 이러한 과도응답을 억제하고, 외란인가 시 외란에 강인한 제어기가 필요하게 된다.[8] 일반적으로 제어계에서 제어에 대한 자유도는 독립적으로 조정할 수 있는 페루프의 전달함수의 수로 결정된다. 그러므로 목표치 추종 시 과도응답의 개선과 부하변동이나, 외란에 의한 계의 응답 변동의 개선을 위해 구조가 간단하여 응용이 용이하고, 강인성이 검증된 2자유도(Two - Degree - of - Freedom; TDOF) 제어기법이 많이 이용되고 있다.[9,10]

본 논문에서는 PID 제어기를 2자유도 제어기로 이용하여 2자유도 제어계를 설계할 수 있는 방법을 정규화법으로 제안하였다.[11,12] 제안한 설계법은 제어대상 전달함수의 계수값을 이용하여 계의 전달함수를 정규화하여 2자유도 제어기의 계수들이

* 동의대학교

투고 일자 : 2010. 11. 15 수정완료일자 : 2011. 1. 28

계재확정일자 : 2011. 2. 2

* 이 논문은 2010년도 동의대학교 학술연구지원비를 받아 연구된 것임

결정되도록 하였다 그리고 제안한 설계법으로 2자유도 제어계를 구성하여, 시뮬레이션으로 그 유효성을 확인 하였다.

II. 정규화법을 이용한 2자유도 제어기 설계

2.1 정규화법을 이용한 2자유도 제어기

2자유도 제어계란 외란 제거기능과 목표치 추종성능 두 가지의 조건을 만족하도록 하는 제어계로서, 속응성 개선과 외란에 의한 제어계의 성능이 저하 될 경우 계의 응답을 보상하기 위한 2자유도 제어계의 구성도가 그림1 이다.[1,2]

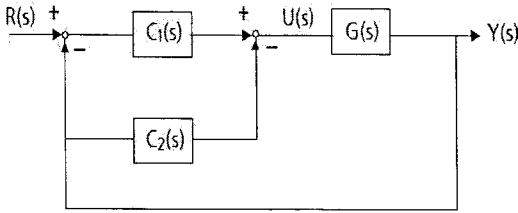


그림 1. 2자유도 제어계의 구성도
Fig 1. Block Diagram of control system with two degrees of freedom

그림 1의 제어계에서 $R(s)$ 는 기준입력, $U(s)$ 제어대상의 입력, $Y(s)$ 는 출력, $G(s)$ 는 제어대상의 전달함수, 그리고 $C_1(s)$ 와 $C_2(s)$ 는 제어기의 전달함수이다. 그림1의 구성도에서 입력 $R(s)$ 에서 출력 $Y(s)$ 까지 전달함수 $M(s)$ 는

$$M(s) = \frac{C_1(s)G(s)}{1 + \{C_1(s) + C_2(s)\}G(s)} \quad (1)$$

이다. 그리고 제어대상 $G(s)$ 에 대한 감도 $S_G(s)$ 는

$$S_G(s) = \frac{1}{1 + \{C_1(s) + C_2(s)\}G(s)} \quad (2)$$

이다. 식(2)에서 감도 $S_G(s)$ 는 $C_1(s) + C_2(s)$ 에 관계한다. $C_1(s) + C_2(s)$ 를 비례-적분-미분(Proportional-Integral-Derivative; PID)제어기로 $C_1(s)$ 은

$$C_1(s) = a_1k_p + \frac{k_i}{s} + b_1k_d s \quad (3)$$

로 그리고 $C_2(s)$ 는

$$C_2(s) = a_2k_p + b_2k_d s \quad (4)$$

로 하면 $C_1(s) + C_2(s)$ 는 비례-적분-미분(Proportional-Integral-Derivative; PID)제어기로 $C_1(s)$ 는 기동 시 속응성을 개선하기 위해서, $C_2(s)$ 는 PD제어기로 계의 응답특성의 변화를 보상하기 위해 사용 하였다.

식(3)과 식(4)에서 k_p, k_i 및 k_d 는 PID제어기의 비례, 적분 및 미분 계수이며, $C_1(s) + C_2(s)$ 가 PID제어기로 되기 위해서 2자

유도 계수 a_1, a_2 및 b_1, b_2 는 다음과 같다.

$$a_1 + a_2 = 1 \quad (5)$$

$$b_1 + b_2 = 1 \quad (6)$$

직류 서보 전동기를 구동원으로 각 위치를 제어 할 때 직류 서보 전동기의 전달함수 $G(s)$ 는

$$G(s) = \frac{k_m}{s(s + T_0)} \quad (7)$$

이다. 식(3), 식(4) 그리고 식(7)을 식(1)에 대입하면

$$M(s) = \frac{b_1k_dk_ms^2 + a_1k_pk_ms + k_ik_m}{s^3 + (T_0 + k_mk_d)s^2 + k_mk_p s + k_ik_m} \quad (8)$$

가 된다.

식(8)의 특성방정식

$$s^3 + d_2s^2 + d_1s + d_0 = 0 \quad (9)$$

에 다음의 변수를 이용하여

$$s = s_i d_0^{1/3} \quad (10)$$

로 정규화한다.[11,12]

$$d_0(s_i^3 + \alpha s_i^2 + \beta s_i + 1) = 0 \quad (11)$$

식(10)에서 계수 d_0, d_1 그리고 d_2 는

$$d_0 = k_ik_m, \quad d_1 = k_mk_p, \quad d_2 = T_0 + k_mk_d \quad (12)$$

이고, 식(11)에서 계수 α 와 β 는

$$\alpha = d_2d_0^{-1/3}, \quad \beta = d_1d_0^{-2/3} \quad (13)$$

이다. 식(11)에서 $\alpha = \beta$ 이면 다음과 같이 된다.

$$d_0(s_i + 1)\{s_i^2 + (\alpha - 1)s_i + 1\} = 0 \quad (14)$$

식(8)의 분자에 식(10)을 대입하여 $s_i + 1$ 로 인수분해 되기 위한 조건을 구하면 다음과 같다.

$$d_0 = -b_1k_dk_md_0^{2/3} + a_1k_pk_md_0^{1/3} \quad (15)$$

그러므로 $\alpha = 3$ 일 때 식(8)은

$$M(s) = \frac{k_mb_1k_d}{d_0^{1/3}} \frac{s_i - 1 + \{(a_1k_p)/(b_1k_d d_0^{1/3})\}}{(s_i + 1)^2} \quad (16)$$

이다. 식(16)에서

$$\frac{a_1k_p}{b_1k_d d_0^{1/3}} = 2 \quad (17)$$

이면 식(16)는

$$M(s) = \frac{k_mb_1k_d}{d_0^{1/3}} \frac{1}{s_i + 1} \quad (18)$$

이다. 식(18)에 식(10)을 대입하여 정리 하면

$$M(s) = \frac{k_m k_d b_1}{s + d_0^{1/3}} \quad (19)$$

이므로 계의 전달함수는 간단한 1차계가 되고, 시정수는 $d_0^{1/3}$ 이다.

식(8)과 식(19)에서 계의 입력이 단위 계단함수 일 때 최종치 가 같아야 하므로 최종치 정리에서 다음의 관계가 얻어 진다.

$$\frac{k_m b_1 k_d}{d_0^{1/3}} = 1 \quad (20)$$

2.2 제어기의 설계

그림1의 2자유도 제어계의 구성도에서 제어기 $C_1(s)$ 와 $C_2(s)$ 를 설계하기 위해서 위의 관계식들을 이용한다.

식(12)와 식(13)에서 그리고 $\alpha = \beta = 3$ 의 조건에서 적분계수 k_i 와 미분계수 k_d 는

$$k_i = (k_m/27)^{1/2} k_p^{3/2} \quad (21-a)$$

$$k_d = (27k_i/k_m^2)^{1/3} - (T_0/k_m) \quad (21-b)$$

이다. 식(15) 및 식(17)에서 a_1 은

$$\alpha_1 = 0.6667 \quad (22)$$

이고, a_2 는 식(5)에서

$$\alpha_2 = 0.3333 \quad (23)$$

식(12)와 (19)에서 b_1 은

$$b_1 = \frac{1}{k_d} (k_i/k_m^2)^{1/3} \quad (24)$$

이다.

위의 관계식을 이용하여 비례계수 k_p 을 설정해 주면 적분계수 k_i , 미분계수 k_d 그리고 2자유도 계수 b_1 과 b_2 가 계산되도록 하였다.

III. 시뮬레이션 및 고찰

그림 1의 2자유도 제어계를 시뮬레이션하기 위해 사용한 $C_1(s)$ 는 PID 제어기로 식(3)을 그리고 $C_2(s)$ 는 PD제어기로 식(4)을 사용하였다. 직류서보 전동기의 모델은 다음과 같이 설정 하였다.[11]

$$G(s) = \frac{526.6}{s(s + 43.25)} \quad (25)$$

그러므로 식(21)에서 적분계수 k_i 및 미분계수 k_d 는

$$k_i = 4.416 k_p^{(3/2)} \quad (26)$$

$$k_d = 0.046 \{ k_i^{(1/3)} - 1.785 \} \quad (27)$$

이다. b_1 은 식(24)에서

$$b_1 = 0.0153 k_i^{(1/3)} / k_d \quad (28)$$

이다. b_2 는 식(6)에서

$$b_2 = 1 - b_1 \quad (29)$$

이고,

$$0 < b_1, b_2 < 1 \quad (30)$$

이 되어야 한다. 그리고 식(27)에서 k_d 의 값이 양이 되기 위해서

$$k_i > 5.687 \quad (31)$$

되어야 한다.

위의 결과 식을 이용하여 그림1을 MATLAB의 Simulink로 시뮬레이션 하였다. 그리고 식(30)의 조건을 만족하는 범위에서 사용한 제어기의 계수는 표1과 같다.

표 1. 제어기의 계수

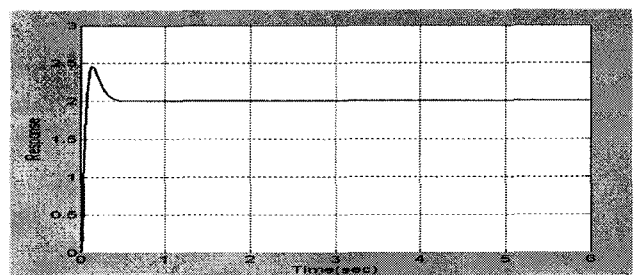
Table 1. Coefficients of controller

No.	PID제어계	2자유도 제어계		
		Test1	Test2	Test3
k_p	2.8	2.8	9.8	16.8
k_i	20.6903	20.6903	135.4778	304.0836
k_d	0.0442	0.0442	0.1541	0.2272
a_1	1	0.6667	0.6667	0.6667
a_2	0	0.3333	0.3333	0.3333
b_1	1	0.9509	0.5098	0.4528
b_2	0	0.0491	0.4902	0.5472

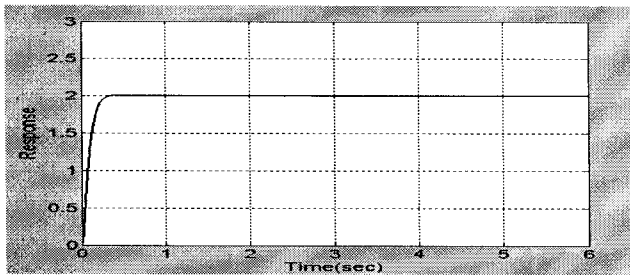
표1의 PID제어계는 비례계수 k_p 가 2.8일 때 식(21)로 계산 한 적분 및 미분계수 k_i 와 k_d 의 PID제어기의 계수값과 2자유도 계수 $a_1=b_1=1$, 그리고 $a_2=b_2=0$ 인 즉 PID제어계이다. 그리고 표1의 Test1, Test2 그리고 Test3는 비례계수 k_p 가 각각 2.8, 9.8 그리고 16.8일 때 위의 관계식으로 계산한 2자유도 제어계의 제어 기 계수값이다.

3.1 기동시 계의 응답특성

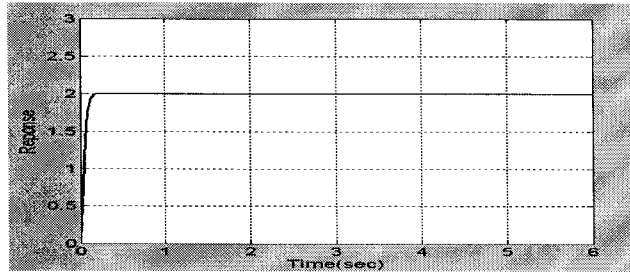
그림2는 크기가 2인 계단입력을 인가하였을 때 계의 응답 특성이다.



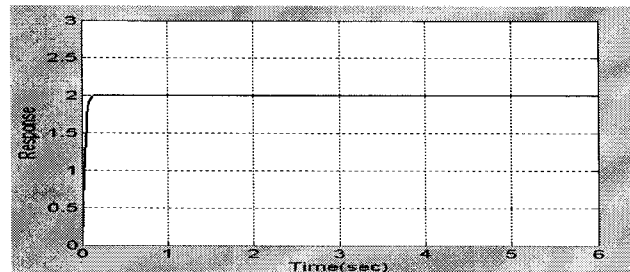
(a) PID 제어계



(b) Test1



(c) Test2



(d) Test3

그림 2. 계단 입력에 대한 계 응답

(a) PID제어계 (b) Test1 (c) Test2 (d) Test3

Fig 2. Response characteristics of control system on step input

(a)PID control system (b) Test1 (c) Test2 (d) Test3

그림2 (a)는 표1의 PID 제어계를 사용한 계 응답특성으로 계 응답에 상당한 과도응답이 발생하여 정상상태에 도달하는 시간이 길어지고 있다. 기동 시 이러한 과도응답 상태를 제거하여 정상상태에 도달하는 시간을 단축시키기 위해 위에 설계한 2자유도 제어계를 사용하였다. 그림2 (b)는 표1의 Test1 값을 이용한 계 응답특성으로 과도응답 상태가 완전히 제거되어 정상상태에 도달하는 시간이 그림 2 (a)에 비해 크게 단축되었다. 그림2 (b)의 계 응답특성에서 정상상태에 도달하는 시간을 개선하기 위해 표1의 Test2 값을 이용한 계 응답특성이 그림2 (c)이다. 이 그림2 (c)의 계 응답특성은 그림2 (b) 계 응답특성에 비해 상승시간이 단축되었고, 그리고 정상상태에 도달하는 시간도 개선되었다. 그림2 (c)의 계 응답특성을 보다 개선시키기 위해 표1의 Test3 값을 이용한 계 응답특성이 그림2 (d) 이다. 이 그림2 (d)의 계 응답특성은 그림2 (c)의 계 응답특성에 비해 정상상태에 도달하는 시간이 개선되었음을 알 수 있다.

표 2. 응답의 상승시간

Table 2. Rising Times of each response

그래프 번호	(a)	(b)	(c)	(d)
상승시간(msec)	90	290	187	173

위의 결과에서 k_p 값이 클수록 기동 시 계 응답특성은 과도응답 발생 없이 상승시간이 단축되고, 정상상태에 도달하는 시간이 개선된 것을 알 수 있었다. 이것은 식(21-a)에서 알 수 있는 것처럼 비례계수 k_p 가 증가 할수록 적분계수 k_i 가 증가하고, 적분계수 k_i 의 증가로 식(12)의 d_0 증가하여 시정수가 감소한 것이다. 각 응답에 대한 상승시간을 표2에 보였다.

3.2 계단 입력 변화 시 계의 응답특성

계의 입력이 변할 때 계 응답특성을 고찰하기 위해 계단입력의 크기가 1에서 시간 3(sec)되는 점에서 3로 변화시킨 계의 응답특성이 그림3 이다. 그림3 (a)에서 빨간색은 계의 입력, 녹색은 PID 제어계의 계 응답특성, 파란색은 표1의 Test1 응답특성이다. 그림 3에서 계의 입력이 변할 때 PID제어계에서는 과도응답이 발생하여 정상상태에 도달하는 시간이 늦어지는 것을 알 수 있다. 그러나 계의 입력이 변할 때도 설계한 2자유도 제어계의 응답특성은 과도응답의 발생 없이 PID제어계의 응답특성에 비해 빠르게 정상상태에 도달하는 것을 알 수 있다.

그러므로 설계한 2자유도 제어계는 입력변화 시 과도응답의 발생 없이 빠르게 정상상태에 도달하는 것을 알 수 있다.

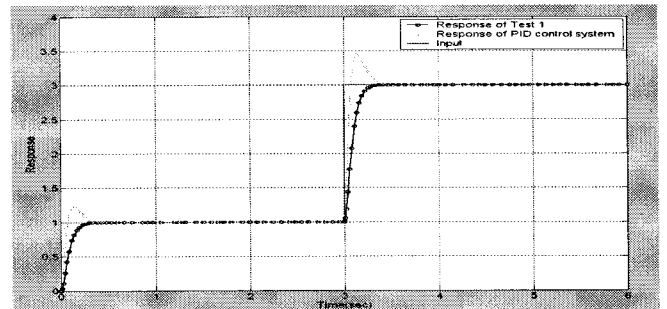


그림 3. 입력 변화에 대한 계의 응답특성

(Red : Input, Green : PID 제어계 응답
Blue : Test1의 응답)

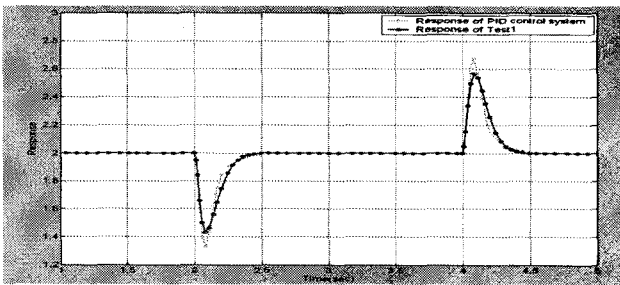
Fig 3. Response characteristics of control system by varying step input

(Red : Input, Green : Response of PID control system
Blue : Response of Test 1)

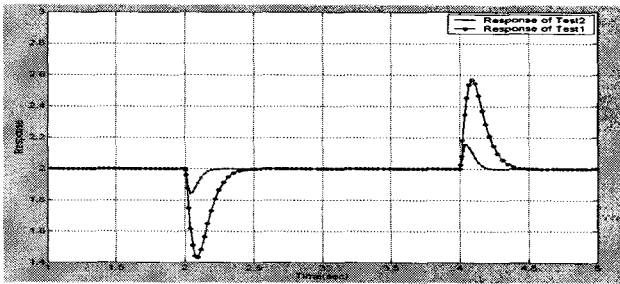
3.3 부하변동 시 계의 응답 특성

계단입력의 크기가 2인 계의 정상상태 응답에 크기 2인 계 단상의 부하를 시간2(sec)에 “-”로 그리고 시간 4(sec)에 “+”로 인가한 계의 응답 특성이 그림4 이다. 그림4 (a)에서 녹색은 표1

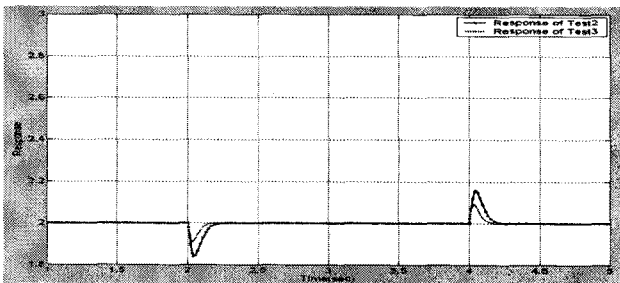
의 PID 제어계의 응답특성, 파랑색은 표1의 Test1 값을 사용한 부하변동에 대한 계 응답특성으로 PID제어계의 응답특성이 부하변동 시 응답 변동폭이 약간 커서 표1의 Test1인 계의 응답특성에 비해 약간 늦게 정상상태에 도달하는 것을 알 수 있다. 그림 4 (b)에서 파랑색은 표1의 Test1, 검정색은 표1의 Test2을 사용한 계 응답특성으로 비례계수 k_p 값이 큰 Test2의 응답특성이 부하변동에 대한 변동 폭이 적어 빠르게 정상상태에 도달하는 것을 알 수 있다. 그림 4 (c)에서 검정색은 표1의 Test2, 분홍색은 표1의 Test3에 대한 계 응답특성으로 그림 4 (c)에서 비례계수 k_p 값이 큰 분홍색의 계 응답특성이 비례계수 k_p 값이 적은 검정색의 응답특성에 비해 부하변동에 대한 응답변동 폭이 감소하여 정상상태에 도달하는 시간이 크게 개선 된 것을 알 수 있다.



(a) Green : PID 제어계 , Blue : Test 1



(b) Blue : Test 1 , Black : Test2



(c) Black : Test 2 , Magenta : Test 3

그림 4. 부하변동에 의한 계 응답특성
 (a) Green : PID 제어계, Blue : Test1
 (b) Blue : Test1, Black : Test2
 (c) Black : Test2, Magenta : Test3

Fig 4. Response characteristics of control system by load variation

- (a) Green : PID control system, Blue : Test1
- (b) Blue : Test1, Black : Test2
- (c) Black : Test2, Magenta : Test3

그러므로 부하변동 시에도 비례계수 k_p 값이 증가 할수록 부하변동 시 변동의 폭이 감소하여 정상상태에 도달하는 시간이 크게 개선되는 것을 알 수 있다.

IV. 결론

본 논문에서는 PID제어기를 2자유도 제어기로 이용하여 2자유도 제어계를 설계하는 방법으로서 정규화법을 제안하였다. 이 방법은 제어대상의 전달함수를 이용하여 제어기의 계수값이 결정되도록 하는 방법으로서 시뮬레이션 결과로부터 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 기동 시 계 응답에 과도응답이 완전히 제거되고 비례계수 값이 클수록 정상상태에 도달하는 시간이 단축 되고
2. 계단입력의 변화 시에도 계의 응답특성에도 과도응답 이 발생 하지 않고 빠르게 정상상태에 도달하였고,
3. 부하변동 시에도 비례계수 값이 클수록 부하변동에 대한 변동 폭이 적어 정상상태에 도달하는 시간이 개선 된 것을 알 수 있었다.

이상의 결론에서 제안한 2자유도 제어기는 정밀을 요하는 위치 제어, 2자유도제어 등 많은 제어분야에 이용 가능하리라 사료된다.

참고 문헌

- [1] 하홍곤, 이창호 "이득 설계가 간단한 선형전동기 2자유도 PID 위치제어기 구현" 한국 신호처리 · 시스템학회 논문지 8권 2호, PP.124-129 2007
- [2] 하홍곤 "외란관측기를 기반한 2자유도 제어계의 설계" 한국 신호처리 · 시스템학회 논문지 11권 1호, PP.74-79 2010
- [3] Yamada and M. Nakagawa "Positioning control of a servo motor mechanism with an oscillatory load" 計側 自動制御學會 論文誌 Vol.18, No.1, pp.84-91, 1981
- [4] Toru Yamamoto, Hirokazu Ishihara, Sigeru Omata and Toshiyuki Kitamori "A Construction of discrete-time control system with I-PD structure by model matching method" 計側 自動制御學會 論文誌 Vol.27, No.8, pp.899-906, 1991
- [5] 정성중, 김민석 "외란관측기를 이용한 서보계의 통합설계" 대한기계학회 논문지 A권 제 29권 제 4호 pp.591 - 599 2005.
- [6] 최연옥, 이형기 "DIDF방법을 이용한 주기성 외란의 제거" 대한 전기학회 논문지 59권 1호, PP.168-175, 2010
- [7] 이창호, 김종진, 하홍곤 "새로운 파라미터 조정법에의한 2자유도 PID제어기" 한국 신호처리 · 시스템학회 하계학술대회 논문지 7권 1호, PP.85-88 2006

- [8] 하홍곤, 이창호 “이득 설계가 간단한 선형전동기 2자유도 PID 위치제어기의 설계” 한국 신호처리 • 시스템학회 논문지 8권 2호, PP,124-129, 2007
- [9] S.Yamamoto, M. Sugiura, and K. Matsuse " Improvement of performance of a linear pulse servo motor control system using two degree of freedom controller" T. IEE. Japan, Vol.115-D, No.3,pp, 42-55,1995
- [10] Mituhiko Araki, Hidefumi Tanuchi " Two-Degree - of-Freedom PID Controllers" International Journal of Control Automation and System, Vol.1, No.4, pp.401-411,2003
- [11] 김성대 “위치제어를 위한 I-PD제어계에서 PD제어기의 설계” 한국신호처리 • 시스템학회 논문지 10권, 4호, pp,262-266,2009
- [12] H.Hanafusa, H. Asada and T. Mikoshi"Design of Electrohydraulic servo system for articulated robot arm Control" Proceeding of IFAC symposium on Pneumatic and Hydraulic components,Warsaw Poland pp.223~228, 1980



하 홍곤(Hong-Gon Ha)

1973 동아대학교 전자공학과 졸업(공학사)
1977 동아대학교 대학원 졸업(공학석사)
1984 중앙대학교 대학원 졸업(공학박사)
현재 동의대학교 공대 전자공학과 교수

※ 관심분야:제이론, 지능형 및 비선형제어 등
