

혼합물 실험에서의 EVOP법

임용빈*† · 조 호* · 김영일**

* 이화여자대학교 자연과학대학 통계학과

** 중앙대학교 정보시스템학과

EVOP in Experiments with Mixtures

Yong Bin Lim*† · Ho Cho* · YoingIl Kim**

* Department of Statistics, Ewha Womans University

** Department of Information System, ChoongAng University

Key Words : Evolutionary Operation, Experiments with Mixtures, Screening Vital Few Components, Determining Operation Conditions

Abstract

Evolutionary operation (EVOP) proposed by Box(1957) is a method for continuous monitoring and improvement of a full-scale manufacturing process with the objective of moving the current operating conditions toward the better ones. EVOP in experiments with mixtures consists of screening vital few components and making small changes in the current operating condition by making small increments in the proportion of the screened component. In this paper, how to determine operating conditions in EVOP in experiments with mixtures around the current operating condition is proposed. The proposed methods are illustrated with the simulated data based on the well known flare experimental data described by McLean and Anderson(1966).

1. 서 론

Box(1967)에 의해서 제안된 EVOP(Evolutionary OP ration)법은 제조 현장에서 실제로 생산을 진행시키 나가면서 생산 공정을 감시하고 향상된 공정조건을 점진적으로 찾기 위한 잘 알려진 실험계획 방법이다. Box 박사가 언급한 바와 같이 EVOP법의 철학은 ‘제조 공정은 제품의 생산 뿐만 아니라 제품을 향상시키는 방법에 관한 정보를 제공할 수 있도록 실행되어야 한다.’는 것이다. EVOP법은 제조 현장에서 주로 사용되나 최근에는 파일럿 플랜트에서도 최적조건을 찾기 위하여 사용되고 있고, 주로 화학공장을 중심으로 활용되어 왔다. EVOP법에서 고려하는 인자의 수는 두 개를 주로 사용

하며 많아도 세 개 정도이다. EVOP법은 변화된 공정의 조건에서 제품을 생산하고 있기 때문에 EVOP법의 공정조건들은 현재의 공정조건에 미세한 변화를 주어서 결정된다. 이를 위해 인자의 수준의 폭을 약간만 변화시켜 주면서 반응변수의 조그만 변화를 진화적인 개념으로 탐지하여 품질을 향상시켜 보려는 공정조작법이 EVOP법이다.

혼합물 실험에서는 혼합물의 구성 성분을 결합하여 혼합물을 만든 후에, 혼합물 실험을 실시하고 반응변수를 측정한다. 혼합물 실험의 인자(또는 설명변수)들은 혼합물의 구성 성분이다. 혼합물 실험은 반응변수의 평균이 혼합물 구성 성분들의 비율만의 함수이고 혼합물의 총량에는 영향을 받지 않는 반응표면 실험의 특수한 경우이다. 석유화학분야에서 가솔린의 혼합비율이나, 반도체와 LCD 분야에서의 식각용액의 혼합비, 식품료업에서의 과즙음료의 혼합비율의 결정, 접착력을 향상시키기 위한 접착제, 표백력과 세탁력을 최적화하는 세

† 교신저자 yblim@ewha.ac.kr

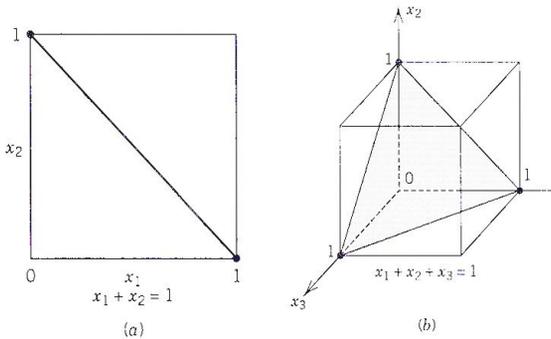
※ 이 논문은 2009년도, 2010년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단(2009-0072518, 2010-0023217)의 부분적 지원을 받아 수행된 연구임

재의 혼합비 등 혼합물을 활용하는 제조업의 분야는 광범위하다.

q 개 성분의 혼합물에 있어서 x_i 를 i 번째 성분의 혼합비율이라고 하면, 혼합비율들은 다음과 같은 관계식을 만족해야 하기에,

$$x_1 + x_2 + \dots + x_q = 1, x_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, q \quad (1)$$

혼합물 실험의 실험 공간은 $q-1$ 차원 심플렉스 공간이 된다.



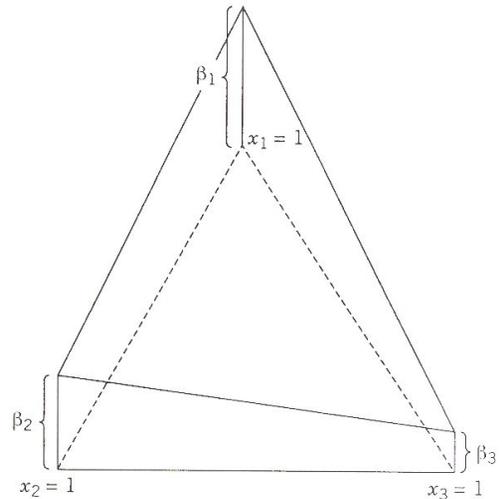
<그림 1> $q=2$ 와 $q=3$ 인 경우의 혼합물 실험공간

$q=2$ 와 $q=3$ 인 경우의 혼합물 실험공간이 <그림 1>에 주어지는데, 혼합 비율들의 합이 1이라는 식 (1)의 제약 조건 때문에 혼합물 성분들의 관계가 독립적이지 않아서 한 가지 성분의 비율이 변하면 다른 성분들의 비율도 같이 변함을 시각적으로 확인할 수 있다.

혼합물 실험공간에서의 모형은 혼합 비율들의 합이 1이라는 식 (1)의 제약조건 때문에 상수항과 순수 2차항들을 포함하지 않는 Scheffe의 정준 다항식을 가정한다. 일차모형은

$$E(y) = \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_q x_q \quad (2)$$

이다. $q=3$ 인 경우의 일차모형이 <그림 2>에 도시된다. i 번째 성분만으로 만들어진 순수 혼합물(pure mixture)에서의 반응변수의 평균이 i 번째 성분의 비율 x_i 의 회귀계수 β_i 와 같고, 성분 1과 성분 2를 섞은 혼합물에 대한 반응변수의 평균은 각각의 성분만으로 구성된 순수 혼합물에서의 반응변수의 평균의 선형 결합에 의해서 결정됨을 주목하라. 즉, 성분들을 혼합한 효과가 선형 혼합(linear blending) 효과만 존재한다.



<그림 2> 일차 혼합물 반응표면

또한 엔지니어링의 전문지식으로부터의 정보나 비용 절감 등의 경제적인 이유에 의하면, 혼합물 성분들의 비율에 대한 제한조건이 알려지는 경우가 흔히 존재한다. 즉, 각 성분의 혼합비율이 $0 \leq x_i \leq 1$ 의 모든 값을 취할 수 있는 것이 아니라 제한된 구간인

$$0 \leq a_i \leq x_i \leq b_i \leq 1, i = 1, 2, \dots, q \quad (3)$$

안에서만 값을 취할 수 있는 경우이다. 일반적으로 식 (3)을 만족하는 제한된 실험영역을 그려보면, $k=3$ 인 경우에 삼각형이 되지 않고, $k=4$ 인 경우에 사면체가 되지 않는다. $k=3$ 인 경우에 제한된 실험영역의 모양은 삼각형, 사각형, 오각형, 육각형 중의 하나가 된다.

혼합물 제조 현업에서도 현재의 공정조건 $s=(s_1, s_2, \dots, s_q)$ 에 미세한 흔들림을 주면서 제품을 생산하여 점진적으로 향상된 공정조건을 찾아가기인 혼합물 EVOP 법에 관심이 높아지고 있다. Lim & Park(2007)은 EVOP 법의 분석 흐름도와 혼합물 EVOP법의 실험점을 결정하는 일반적인 원칙을 제시하였다. 현업에서는 몇 개의 공정조건에 대해서만 변화를 줄 수 있기 때문에, 우선 q 개의 성분들 중에서, 핵심적인 성분 두 세 개를 선별하여 선별된 성분의 비율에 약간의 증분인 δ_i 를 주는 방법에 의해서 현재의 공정조건 s 둘레에 약간의 흔들림을 줄 수 있다.

이 논문에서는 혼합물 EVOP법의 현재의 공정조건인 s 둘레에 존재하는 공정조건의 선택에서, 핵심적인 성분들을 선택하는 방법과 선별된 핵심적인 성분 대

한 증분의 크기인 δ_i 의 결정방법을 제시하고, 혼합물 EVOP 법의 현재 사이클 까지의 실험자료를 분석한 결과, 처리효과와 p-값이 0.05 이하로 한 단계(phase)의 실험이 끝난 경우에, 새로운 공정조건을 결정하는 방법들을 제시한다. 첫 번째 방법은 실험자료의 평균이 가장 큰 공정조건을 찾는 방법이고, 두 번째 방법은 Tukey의 다중비교(Multiple comparison) 방법을 적용하여, 실험 자료의 평균이 가장 큰 공정조건과 동질적인 그룹을 찾아내어서, 동질적인 그룹의 실험조건들의 평균을 새로운 공정조건으로 정하는 방법이다. 기존의 잘 알려진 혼합물 실험 자료인 McLean and Anderson(1966)의 혼합물 실험 자료의 분석 결과로부터 실제 모형을 가정하고, 가정된 모형으로부터 시뮬레이션을 통해 생성된 자료에 대해서 각 혼합물 성분에 대한 증분의 크기인 δ_i 의 결정방법을 탐색적으로 제시하고, 새로운 공정조건을 찾는 두 방법의 효율성을 비교한다.

2. 혼합물 EVOP법의 공정조건 결정

q개의 혼합물 성분들 중에서 핵심 성분들을 선별하는 방법을 생각해 보자. 편의상 혼합물의 품질 특성이 클수록 좋은 경우인 망대특성이라고 가정하자. 따라서 향상된 공정조건이란 현재의 공정조건보다 반응변수의 평균값이 큰 공정조건을 의미한다. 현재의 공정조건 s에서 특정 성분의 혼합비율을 높이면, 반응변수의 평균값이 증가하는 경향을 보인다는 엔지니어링의 전문지식이 있는 경우에는 우선적으로 이 성분을 선별한다. 기존의 혼합물 실험자료의 분석결과를 활용할 수 있는 경우에는 현재의 공정조건 s를 기준으로 각 성분별로 Cox 방향 좌표축에서의 예측치의 그래프인 Trace Plot을 그려보고, 현재의 공정조건 s에서 가파르게 증가하는 경향을 보이는 성분들을 우선적으로 선별한다.

혼합물 EVOP법의 실험점을 결정하기 위해서 선별된 각 혼합물 성분에 대한 증분(increment)의 크기인 δ_i 값으로는 현재의 공정조건 s에서 성분별 상한값까지의 간격의 1/2, 1/4, 1/8 정도를 고려한다. 즉, 각 성분의 혼합 비율이 식 (3)의 제약조건을 만족하는 경우에는 $\delta_i = (b_i - s_i)/2$, $\delta_i = (b_i - s_i)/4$ 와 $\delta_i = (b_i - s_i)/8$ 를 증분의 크기로 고려한다.

혼합물 EVOP법의 실험점인 공정조건들을 결정해보자. 각각의 선별된 성분의 실험점은 해당 성분의 공정조건 s를 중심으로 Cox 좌표축을 정의하여 결정하는

데, i 번째 성분의 Cox 좌표축은 현재의 공정조건인 s와 (q-1) 차원 심플렉스 공간의 꼭지점인 $x_i = 1$, $i = 1, 2, \dots, q$ 를 연결하는 직선이다. 현재의 공정조건인 s를 중심으로 Cox 좌표축의 방향에 따라서 (q-1) 차원 심플렉스 공간을 축소시킨 심플렉스 공간의 꼭지점이 새로운 실험점의 후보가 된다. 성분의 수인 q=4 이고, 선별된 성분이 x_1, x_2, x_4 인 경우를 가정하자. 대응되는 Cox 좌표축의 방향에 따른 축소량의 크기를 달리하면, 현재의 공정조건 s 둘레에 흔들림의 크기를 달리하는 실험점을 생성할 수 있다. 각각의 선별된 성분의 흔들림의 크기를 δ_i , $i = 1, 2, 4$ 라고 하면, 현재의 공정조건을 포함하는 혼합물 EVOP 법의 4개의 실험점은

$$\begin{aligned}
 & (s_1, s_2, s_3, s_4) \tag{4} \\
 & (s_1 + \delta_1, s_2 - \delta_1 \times \frac{s_2}{1-s_1}, s_3 - \delta_1 \times \frac{s_3}{1-s_1}, s_4 - \delta_1 \times \frac{s_4}{1-s_1}) \\
 & (s_1 - \delta_2 \times \frac{s_1}{1-s_2}, s_2 + \delta_2, s_3 - \delta_2 \times \frac{s_3}{1-s_2}, s_4 - \delta_2 \times \frac{s_4}{1-s_2}) \\
 & (s_1 - \delta_4 \times \frac{s_1}{1-s_4}, s_2 - \delta_4 \times \frac{s_2}{1-s_4}, s_3 - \delta_4 \times \frac{s_3}{1-s_4}, s_4 + \delta_4)
 \end{aligned}$$

이다. 4개의 공정조건을 랜덤한 순서로 고정시키고, 반응변수를 관측하면, 하나의 사이클의 실험이 끝난다. 각 사이클이 끝난 후에는, 사이클을 블록으로 간주하고, 처리를 4개의 실험점으로 간주하여, 랜덤화 블록 계획법에 의하여 현재 사이클 까지의 실험자료를 분석한다. 처리효과와 p-값이 0.05 이하이면, 4개의 공정조건에서 반응변수의 평균값이 동일하다는 귀무가설을 기각하고, 4개의 공정조건에 관한 정보를 기반으로 새로운 공정조건을 선택하고, 일 단계의 EVOP법이 완성이 된다. p-값이 0.3 이상이면 고려된 공정조건에서 반응변수의 평균에 차이가 없다는 결론을 내리고, 그 사이 값에서는 추가 실험을 실시하여 다음 사이클의 실험자료를 얻는다.

다음 단계의 EVOP법에서 현재의 공정조건에 해당되는 새로운 공정조건을 결정하는 첫 번째 방법은 실험자료의 평균이 가장 큰 공정조건을 찾는 방법이다. 두 번째 방법은 공정조건의 개수인 4 그룹의 처리의 평균에 대한 Tukey의 다중비교(Multiple comparison) 방법을 적용하여, 실험 자료의 평균이 가장 큰 공정조건과의 쌍체 비교에서 p값이 0.25이상인 처리들을 실험자료의 평균이 가장 큰 공정조건과 동질적인 그룹으로 간주하고, 동질적인 그룹의 실험조건들의 평균을 새로운 공정조건으로 정하는 방법을 제시한다.

3. 시뮬레이션 자료에 대한 혼합물 EVOP법 사례분석

McLean and Anderson(1966)의 조명탄 혼합물 실험의 목적은 광도(y)가 높은 조명탄을 만드는 것이다. 조명탄을 만들기 위하여 4개의 혼합물 성분들인 마그네슘(x_1), 질산나트륨(x_2), 질산스트론튬(x_3)과 접착제(x_4)가 사용된다. 공학 지식을 활용할 때에 혼합물 성분들에 다음의 제약조건이 부과된다.

$$\begin{aligned} 0.40 \leq x_1 \leq 0.60, 0.10 \leq x_2 \leq 0.50, \\ 0.10 \leq x_3 \leq 0.50, 0.03 \leq x_4 \leq 0.08 \end{aligned} \quad (5)$$

McLean and Anderson(1966)의 조명탄 혼합물 실험자료에 근거하여 다음의 모형을 가정하고 시뮬레이션에 의해 반응변수인 광도에 관한 자료를 생성한다.

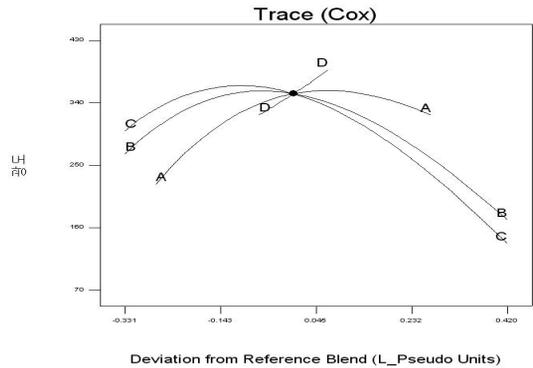
$$\begin{aligned} y = 56.3x_1 + 1155.7x_2 + 1073.3x_3 + 2784.6x_4 \\ - 2985.7x_1x_2 - 3208.0x_1x_3 - 23691.5x_2x_3 \\ + 62138.1x_1x_2x_3 + \epsilon \end{aligned}$$

여기서 오차항 ϵ 의 분포로 서로 독립인 $N(0, \sigma^2)$ 을 가정한다.

이 모형에서 표준편차인 $\sigma = 5$ 인 경우와 $\sigma = 10$ 인 경우에 기대값이 0 인 정규분포로부터 난수를 생성하여 각각의 혼합물 실험조건에서 반응변수의 값을 생성한다.

현재의 공정조건으로는 중앙점 근처의 자료점인 (5., 22., 22., 06)을 가정한다. 4개의 성분들 중에서 핵심 성분을 선별하는 방법으로는 기존의 실험자료의 분석으로부터 현재의 공정조건을 중심으로 각 성분별로 Cox 방향 좌표축에서의 예측치의 그래프인 Trace Plot을 활용하여, 현재의 공정조건에서 증가하는 경향을 보이는 성분들을 선별한다. Trace Plot이 <그림 3>과 같이 주어지는 경우에 증가하는 성분만을 선별하면 x_1 & x_4 에 대응되는 2개의 성분이 선별되고, 3개의 성분을 선별하면, 감소하는 경향이 다소 둔화되는 x_2 성분을 포함하여 x_1, x_2, x_4 에 대응되는 A, B, D가 선별이 된다.

실험점을 결정하는 각 혼합물 성분에 대한 증분(increment)의 크기인 δ_i 값으로는 현재의 공정조건에서 성분별 상한값 까지의 간격의 1/2, 1/4, 1/8 정도를 고려한다. 예를 들어서 x_1 의 경우에는 $\delta_1 = (.6 - .5)/2 = 0.05$, 0.025와 0.0125를 고려하고, EVOP법의 변경된 실험 조건에서도 실제로 제품이 생산되는 점을 주목하여 EVOP법의 증분의 크기를 결정하는 방법과 각 단계마다



<그림 3> Trace Plot

최적조건을 결정하는 방법을 비교하려 한다. 여기서 조명탄의 광도의 규격 하한이 280 이라 가정하자. 즉, 조명탄의 광도가 280 이하이면, 불량품으로 간주하여 폐기처분을 해야 한다.

먼저 공격적으로 3개의 성분이 선별되고 $\sigma = 10$ 이고 증분을 현재의 공정조건에서 성분별 상한값 까지의 간격의 1/2인 δ 로 결정한 경우에, 단계별 최적조건을 결정방법으로 실험자료의 평균이 최대인 조건을 취하는 EVOP법의 실행과정을 살펴보자.

단계 1 현재의 공정조건인 $s = (.5, .22, .22, .06)$ 에서 선별된 성분들인 x_1, x_2, x_4 의 증분인 $\delta = (.05, .0125, .01)$ 이고, 식 (4)에 의해서 결정된 실험점은 $s_1 = (.55, .198, .198, .054)$, $s_2 = (.4199, .3450, .1847, .0504)$, $s_4 = (.2177, .2177, .07)$ 이다. 4개의 실험점에서 생성된 광도의 자료는 이다. 사이클을 블록으로 간주한 랜덤화 블록계획법에 의한 p-값은 0.01로 단계 1의 실험이 끝나고, 단계 2에서의 현재의 공정조건은 실험자료의 평균이 가장 큰 값인 x_4 를 증분시킨 s_4 로 정한다.

실험점	s	s1	s2	s4
cycle 1	363.214	342.399	223.306	397.114
cycle 2	369.159	361.457	236.844	360.483

단계 2 현재의 공정조건인 $s = (.4947, .2177, .2177, .07)$ 에서 선별된 성분들인 x_1, x_2, x_4 의 단계 2의 증분은 단계 1의 증분의 1/2을 취하여 $\delta = (.025, .0625, .005)$ 이고, 식 (4)에 의해서 결정된 실험점은 $s_1 = (.5197, .2069, .2069, .0665)$, $s_2 = (.4552, .2802, .2069, .0665)$, $s_4 = (.4920, .2165, .2175, .075)$ 이다. 4개의 실험점에서 생성된 광도의 자료는 이다. 사이클을 블록으로 간주한

랜덤화 블록계획법에 의한 p-값은 0.02로 단계 2의 실험이 끝나고, 단계 3에서의 현재의 공정조건은 실험자료의 평균이 가장 큰 값인 x_1 를 증분시킨 s_1 으로 정한다.

실험점	s	s1	s2	s4
cycle 1	371.843	386.513	330.092	371.594
cycle 2	375.106	373.149	315.953	385.836

단계 3 현재의 공정조건인 $s = (.5197, .2069, .2069, .0665)$ 에서 선별된 성분들인 x_1, x_2, x_4 의 단계 3의 증분은 단계 2의 증분의 1/2을 취하여 $\delta = (.0125, .03125, .0025)$ 이다. 식 (4)에 의해서 결정된 실험점은 $s_1 = (.5322, .2015, .2015, .0648), s_2 = (.4992, .2382, .1987, .0639), s_4 = (.5183, .2063, .2063, .0690)$ 이다. 4개의 실험점에서 생성된 광도의 자료는 이다. cycle 2까지의 실험자료의 분산분석 결과, p-값이 0.252로 0.3보다 작아서 다음 사이클의 실험자료를 생성하고, cycle 3까지의 누적 실험자료를 분산분석한 결과 처리효과에 대한 p-값은 0.043으로 단계 3이 끝나고, 단계 4에서의 현재의 공정조건은 실험자료의 평균이 가장 큰 값인 x_1 을 증분시킨 s_1 으로 정한다.

실험점	s	s1	s2	s3
cycle 1	368.904	412.145	382.382	389.469
cycle 2	370.478	377.518	358.799	378.608
cycle 3	368.062	383.648	348.341	385.033

단계 4 현재의 공정조건인 $s = (.5322, .2015, .2015, .0648)$ 에서 선별된 성분들인 x_1, x_2, x_4 의 단계 4의 증분은 단계 3의 증분의 1/2을 취하여 $\delta = (.00625, .015625, .00125)$ 이다. 식 (4)에 의해서 결정된 실험점은 $s_1 = (.5384, .1988, .1988, .0639), s_2 = (.5218, .2171, .1976, .0635), s_4 = (.5315, .2012, .2012, .0660)$ 이다. 4개의 실험점에서 생성된 광도의 자료는 이다. 사이클을 블록으로 간주한 랜덤화 블록계획법에 의한 p-값은 0.89로 처리 그룹간에 차이가 없다는 결론을 내리고, 공정조건은 단계 4의 실험자료의 평균이 가장 큰 값인 현재의 공정조건인 s 를 추천하고 EVOP법이 끝난다. s 에서의 시뮬레이션 모형으로부터 계산된 기대값은 376.14이다. EVOP법을 실행하기 전의 기존의 공정조건인 $s = (.5, .22, .22, .06)$ 에서 계산된 기대값은 361.37으로 이 경

우의 상대효율은 향상된 공정조건과 기존의 공정조건에서의 기대값의 비율인 1.041이다.

실험점	s	s1	s2	s4
cycle 1	397.334	363.376	357.540	366.197
cycle 2	364.624	374.523	386.891	369.803

위 사례에 대한 다중비교 방법을 적용한 새로운 공정 조건의 결정은 단계 1의 실험 자료에서 실험 자료의 평균이 가장 큰 실험점인 s_4 그룹과 동질적인 처리 그룹을 찾는 것으로 시작된다. s 그룹과 p-값이 0.89, s_1 그룹과 p-값이 0.53으로 p-값이 모두 0.25보다 크기 때문에, s_4 그룹과 동질적인 처리 그룹으로 간주하고, 단계 2에서의 현재의 공정조건은 동질적인 3 그룹인 s_4, s, s_1 의 평균값인 $(.5149, .2119, .2119, .0613)$ 을 단계 2의 현재의 공정조건으로 결정한다.

이와 같은 방법으로 결정된 3개 성분 A,B,D가 선별된 경우 상대효율을 비교한 <표 1>을 살펴보면, 실험자료의 평균을 최대화 하는 조건이 Tukey의 다중비교 적용에 의한 방법보다 상대효율이 대체로 높음을 확인할 수 있어서, 이 사례에서는 실험자료의 평균을 최대화 하는 조건을 최적조건으로 추천한다. 이제 증분을 결정하는 방법을 생각해 보자. $\sigma = 10$ 이고 증분을 현재의 공정조건에서 성분별 상한값 까지의 간격의 1/2인 δ 로 결정한 경우에는 단계 4에서 멈추었고, 현재의 조건에서의 기대값인 361.37을 기준으로 EVOP법이 제안하는 최적조건인 $(.5322, .2015, .2015, .0648)$ 에서 기대값이 376.14로 EVOP법의 상대효율은 향상된 조건과 현재조건에서의 기대값의 비율인 1.041이다. 반면에 증분을 $\delta/2$ 로 결정한 경우에는 단계 3에서 멈추었고, 상대효율은 1.028 이다. 증분을 $\delta/4$ 로 결정한 경우에는 단계 3에서 멈추었고, 상대효율은 1.005 이다. 그런데 증분을 δ 로 결정한 경우에 단계 1에서 최악의 조건에서의 실험자료의 평균에 문제가 있다. Trace Plot에서 현재의 공정조건 둘레로 감소하는 경향을 보이는 x_2 를 증가시키는 경우에 해당되는 조건에서의 실험자료의 평균이 230 근처로, 실제 생산에서는 용납할 수 없는 불량품에 대응되는 값이다. 반면에 증분을 $\delta/2$ 로 결정한 경우에는 첫 단계의 해당조건에서 실험자료의 평균이 311 정도로, 다른 실험조건에서의 실험자료의 평균보다는 작지만, 실제 생산에서 합격품으로 용인될 수 있는 값이다. 증분을 $\delta/4$ 로 결정한 경우에는 해당조건에

<표 1> 3개 성분 A,B,D가 선별된 경우 상대효율 비교

최적 조건에서의 반응변수의 기대값 및 상대효율 비교								
			maximum			tukey		
			반응변수	상대효율	최종단계	반응변수	상대효율	최종단계
$\sigma = 5$	δ	광도	387.24	1.072	phase4	381.03	1.054	phase4
	$\delta/2$	광도	371.47	1.028	phase3	371.27	1.027	phase4
	$\delta/4$	광도	365.85	1.012	phase2	363.68	1.006	phase2
$\sigma = 10$	δ	광도	376.14	1.041	phase4	371.47	1.028	phase3
	$\delta/2$	광도	371.47	1.028	phase3	366.95	1.015	phase2
	$\delta/4$	광도	363.29	1.005	phase3	365.35	1.011	phase2

현재 조건에서의 광도:361.372

<표 2> 2개 성분 A,D가 선별된 경우 상대효율 비교

최적 조건에서의 반응변수의 기대값 및 상대효율 비교								
			maximum			tukey		
			반응변수	상대효율	최종단계	반응변수	상대효율	최종단계
$\sigma = 5$	δ	광도	381.90	1.057	phase2	381.90	1.057	phase2
	$\delta/2$	광도	368.06	1.019	phase2	368.06	1.019	phase2
$\sigma = 10$	δ	광도	374.91	1.037	phase1	374.91	1.037	phase1
	$\delta/2$	광도	361.37	1.000	phase1	361.37	1.000	phase1

서의 실험자료의 평균이 340 정도로 더 안정적이지만, 상대효율의 상승폭은 미미하다. $\sigma = 5$ 인 경우에도 증분에 따른 상대효율의 변화는 상대 효율이 다소 크다는 점을 제외하고는 $\sigma = 10$ 인 경우와 유사하다. 따라서 공격적으로 성분이 선별된 경우에는 증분을 현재의 공정 조건에서 성분별 상한값까지의 간격의 1/4인 $\delta/2$ 로 결정하기를 추천한다.

다음으로 Trace Plot에서 증가하는 성분인 x_1 & x_4 에 대응되는 2개의 성분 A, D만 선별되는 보수적인 경우를 생각하자. 이 경우에는 현재조건을 포함하여 3개의 실험조건에서의 반응치의 평균을 비교하는 문제가 되는데, 실험자료의 평균을 최대로 하는 조건이 Tukey의 다중비교 적용에 의한 조건과 동일하게 됨을 <표 2>에서 확인할 수 있다. 각 증분에서의 상대효율을 살펴보자. $\sigma = 5$ 이고 증분을 δ 로 결정한 경우에는 단계 2에서 멈추었고, 상대효율은 1.057이다. 또한 EVOP법에서 후보로 고려된 3개의 실험조건 중에서 실험자료의 평균의 최소값이 356으로 실제 생산에서 합격품으로

충분히 용인될 수 있는 값이다. 반면에 증분을 $\delta/2$ 로 결정한 경우에는 상대효율이 1.019이다. $\sigma = 10$ 인 경우는 불확실성이 커져서, EVOP법의 상대효율이 다소 떨어지지만, 증분을 δ 로 결정한 경우의 상대효율이 높아서, 이를 추천한다. 이 사례에서는 보수적인 핵심 성분 선별법이 공격적인 성분 선별법보다 효율적이다.

4. 요약 및 결론

혼합물 EVOP법의 중요한 관심사는 현재의 공정조건인 s 둘레에 미세한 흔들림을 주는 공정조건들을 결정하는 것이다. 이 논문에서는 미세한 흔들림을 줄 핵심적인 성분들을 선별하는 방법과 선별된 핵심적인 성분에 대한 증분의 크기인 δ 의 결정방법을 제시하고, 혼합물 EVOP 법의 현재 사이클까지의 실험자료를 분석한 결과, 처리효과와 p-값이 0.05 이하로 한 단계(phase)의 실험이 끝난 경우에, 새로운 공정조건을 결정하는 방법들이 소개된다. McLean and Anderson(1966)

의 조명탄 혼합물 실험자료에 근거하여 모형을 가정하고, 시뮬레이션에 의해 반응변수인 광도에 관한 자료를 생성하고, 생성된 자료를 토대로 제시된 방법들을 예시한다.

시뮬레이션에 의한 혼합물 EVOP법의 분석결과를 정리하면,

(1) 혼합물 EVOP법의 각 단계에서 실험자료의 평균을 최대로 하는 조건을 다음 단계의 현재 조건으로 추천한다.

(2) 혼합물 EVOP법을 시작할 때에 보수적으로 성분을 선별한 경우, 즉 기존의 혼합물 자료 분석에서 구한 Trace Plot에서 현재의 조건에서 증가하는 경향의 성분만을 선별한 경우에는 증분으로 현재의 공정조건에서 성분별 상한값까지의 간격의 1/2인 δ 를 추천한다. 공격적으로 선별한 경우, 즉 현재의 조건에서 완만하게 감소하는 성분들도 포함한 경우에는 증분으로 $\delta/2$ 를 추천한다. 물론 증분에 의한 혼합물 EVOP법의 공정조

건이 엔지니어링의 전문지식에 부합되는지를 검토해야 한다.

참고문헌

- [1] Box, G.E.P.(1957). "Evolutionary operations: a method for increasing industrial productivity", *Applied Statistics*, Vol.6, 81-101.
- [2] Cornell, J.(2002). *Experiments with Mixtures*, 3rd ed., New York: Wiley
- [3] Lim, Yong B. and Park, S.H.(2007). "Number of cycles in evolutionary operation", *J. of Korean Statistical Society*, Vol. 36, 201-208
- [4] Mclean, R.A. and Anderson, V.L.(1966). "Extreme vertices design of mixture experiments", *Technometrics*, Vol. 8, 447-454.
- [5] Myers, R.H. and Montgomery, D.C.(2009). *Response Surface Methodology*, 3rd ed., New York: Wiley

2011년 9월 26일 접수, 2011년 10월 31일 수정, 2011년 11월 7일 채택