

## 변분다중스케일법을 이용한 파형벽면이 있는 채널 난류 유동의 대와류모사

장경식,<sup>\*1</sup> 윤범상,<sup>2</sup> 이주성<sup>3</sup>

### LARGE EDDY SIMULATION OF FULLY TURBULENT WAVY CHANNEL FLOW USING RESIDUAL-BASED VARIATIONAL MULTI-SCALE METHOD

Kyoung sik Chang,<sup>\*1</sup> Bum Sang Yoon<sup>2</sup> and Joo Sung Lee<sup>3</sup>

*Turbulent flows with wavy wall are simulated using Residual-based Variational Multiscale Method (RB-VMS) which is proposed by Bazilves et al(2007) as new Large Eddy Simulation methodology. Incompressible Navier-Stokes equations are integrated using Isogeometric analysis which adopt the basis function as NURBS. The Reynolds number is 6760 based on the bulk velocity and averaged channel height. And the amplitude ( $a/\lambda$ ) of wavy wall is 0.05. The computational domain is  $2\lambda \times 1.05\lambda \times \lambda$  in the streamwise, wall normal and spanwise direction. Mean quantities and turbulent statistics near wavy wall are compared with DNS results of Cherukat et al.(1998). The predicted results show good agreement with reference data.*

**Key Words :** 변분 다중스케일법 (Variational Multi-scale Method), 등기하해석 (Isogeometric analysis) 파형 벽면 (Wavy Wall), 난류 유동 (Turbulent flow)

### 1. 서 론

파형 벽면(wavy wall)을 가지는 채널 난류 유동은 일반 채널 유동과는 달리 파형의 벽면으로 인하여 압력구배가 주기적으로 변하면서, 파형 높이 대 길이 비가 충분히 크게 되면 유동의 박리가 발생하고 재순환 영역이 존재하는 특성을 나타낸다. 이는 채널 내부의 열전달 성능을 향상시키기 위한 목적으로 적용되거나 파형 액체 필름 위를 흘러가는 가스 유동의 특성을 이해하기 위한 기본 연구로 활용되는 등 공학적으로 자주 접하게 되는 유동 형태로서 현재까지 많은 연구가 이루어졌다. Hudson et al.[1]의 실험에서는 파형 높이 대 길이 비가 0.05인 파형 벽면을 가지며 채널의 반폭과 속도를 기준

으로 레이놀즈수 3380에 해당하는 유동에 대하여, 박리 지점과 재부착 지점을 측정하고 난류 강도 및 레이놀즈 응력, 생성항 분포를 살펴보았다. 수치해석 접근 방법에서는, Maass and Shumann[2]이 6760의 레이놀즈 수에 해당하는 파형 채널 유동에 대해 직접수치모사 기법(Direct Numerical Method)을 수행하여 Hudson et al.[1]의 실험 결과와 비교하였다. 이 계산에서 사용된 격자는  $(N_x, N_y, N_z) = (256, 128, 96)$ 이며 유한차분법이 적용되었다. Cherukat et al.[3]은 스펙트럴 요소 방법을 적용한 직접수치모사 기법을 이용하여 Maass and Shumann[2]과 같은 유동 조건에 대하여 수치해석을 수행하여,  $(N_x, N_y, N_z) = (48, 21, 64)$ , 7th order Lagrange interpolants) 평균 속도장 및 난류량들이 Hudson et al.[1]의 실험 결과와 잘 일치함을 보여주었다. 또한 벽근처의 난류 특성이 유동의 박리에 의해 형성된 전단층과 밀접한 관계가 있음을 규명하였다. 최근들어 Yoon et al. [4]은 가상경계법(IBM)을 적용한 직접 수치모사 기법  $(N_x, N_y, N_z) = (250, 150, 100)$ 을 이용하여 파형 폭과 길이 비에 따른 유동 현상의 차이를 살펴보았다. 하지만 직접수치모사를 수행할 경우 난류 경계층의 kolmogorov 스케

접수일: 2010년 12월 17일, 심사완료일: 2011년 4월 29일,

게재확정일: 2011년 5월 2일.

1 정회원, 한서대학교 항공기계학과

2 정회원, 울산대학교 조선해양공학과

3 울산대학교 조선해양공학과

\* Corresponding author, E-mail: kschang76@hotmail.com

일까지 분해하기 위해 106 오더의 격자수가 필요하므로 계산 시간 및 비용 측면에서 큰 부담이 된다. 이를 극복하기 위한 방안으로 대와류모사 기법(Large Eddy Simulation)이 적용될 수 있으며, Smagorinsky 형태의 동적 모델링 방법은 박리가 존재하는 유동에 대하여 그 예측 능력의 탁월함이 이미 많은 연구자들에 의해서 검증되었다.

본 연구에서는 대와류모사를 위한 변분다중스케일법(Variational Multiscale Method)을 소개하고 박리 유동에 대한 그 예측 능력을 살펴보고자 한다. 변분다중스케일법은 Hughes et al.[5]에 의해 소개된 방법으로써, 기존의 필터를 적용한 지배방정식 대신에 변분투영(variational projection)을 사용하여 조밀한 스케일 방정식으로부터 에디 점성항을 모델링하는 방법이다. 이로 인해 벽근처 비균일 필터 적용에 의한 에러를 피할 수 있으며 성긴 스케일 방정식의 수치적 일관성(consistency)를 유지할 수 있다. 초기 모델의 경우 에디 점성항을 모델링하기 위해 기존의 Smagorinsky 형태의 동적 모델링 방법을 사용하여 등방성 난류 유동 및 채널 난류 유동에 적용하여 기존의 방법보다 더 나은 결과를 보여주었다. 하지만 너무 성긴 격자에서 지배 방정식을 차분할 경우 에너지 전달 양이 작게 예측되는 단점을 보여주었다. 최근 들어 Bazilevs et al.[6]은 기존의 에디 점성항의 모델링 방법을 사용하지 않는 잔류 기반의 변분 다중스케일법(Residual based Variational Multiscale Method)를 제안하였는데, perturbation series 와 fine-scale Green's operator를 적용하여 조밀한 스케일(fine-scale) 지배 방정식의 근사해를 구한 다음 이를 성긴 스케일(coarse-scale) Navier-Stokes 방정식에 적용하는 방법이다. 이때 근사해의 형태가 성긴 스케일 지배방정식의 잔류(residual)의 형태로 나타나게 되므로 잔류 기반의 VMS (RB-VMS)라 부른다. 이 기법을 등방성 난류 유동, 채널 난류 유동에 적용하여 기존의 난류 모델링 기법과 비교하였다.

하지만 현재까지 다양한 형상에서의 박리 및 재부착과 같은 복잡한 난류 유동 현상에 RB-VMS를 적용하여 이 기법의 예측 정도와 타당성을 살펴본 예는 많지 않은 실정이다. 본 연구에서는 RB-VMS 기법을 이용한 대와류모사를 통해 직접 수치모사 기법보다 적은 수의 격자로 파형 벽면이 존재하는 채널 난류 유동을 해석하여, 기존의 DNS 및 실험 결과와 비교함으로써 이 모델링 기법의 예측 가능성을 살펴보고자 한다.

## 2. VMS 기법의 정식화

지배방정식으로 비압축성 Navier-Stokes 방정식이 적용되었

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{u} \otimes \mathbf{u}) + \nabla p = \nu \Delta \mathbf{u} + \mathbf{f} \quad \text{in } Q \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (2)$$

여기서  $f: Q \rightarrow \mathbb{R}^d$ 는 유체에 작용하는 힘이며  $\nu$ 는 동점도(kinematic viscosity)를 나타낸다.

주어진 식을 약형(weak form)으로 나타내면 아래 변분식과 같이 나타낼 수 있다.  $V$ 를 지배방정식의 해와 가중함수(weighting function)의 공간으로써 동일하다고 가정한다.

$$B(W; U) = B_1(W, U) + B_2(W, U) = L(W) \quad (3)$$

여기서

$$B_1(W, U) = (w(T^-), u(T^-))_\Omega - \left( \frac{\partial w}{\partial t}, u \right)_\Omega + (q, \nabla \cdot w, p)_Q + (\nabla^s w, 2\nu \nabla^s U)_Q \quad (4)$$

$$B_2(W, U, V) = -(\nabla w U, u \otimes v)_Q \quad (5)$$

$$L(W) = (w, f)_Q + (w(0^+), u(0^-))_\Omega \quad (6)$$

$\Omega$ 는 해석하고자하는 공간 영역을 의미하며  $Q = \Omega \times ]0, T[ \subset \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^+$ 는 공간-시간 영역을 나타낸다.  $B_1(\cdot, \cdot)$ 는 bilinear form이며  $B_2(\cdot, \cdot, \cdot)$ 는 trilinear form으로 정의된다 [6].

약형(weak form)의 해 공간  $V$ 를 식 (7)과 같이 성긴 스케일 공간(coarse scale space)과 조밀한 스케일 공간(fine scale space)으로 나누어 각 스케일의 지배방정식을 분리할 수 있다.

$$V = \bar{V} \oplus V' \quad (7)$$

$\bar{V}$ 는 유한 차원의 공간으로써 실제로 계산되는 값들에 해당되며  $V'$ 는 조밀한 스케일 공간이다. 이를 이용하여 기존의 변분식을 가중함수의 성긴 스케일과 조밀한 스케일로 나누면 다음과 같다.

$$B(\bar{W}; \bar{U} + U') = L(\bar{W}) \quad (8)$$

$$B(W'; \bar{U} + U') = L(W') \quad (9)$$

여기서

$$B(\bar{W}; \bar{U} + U') = B_1(\bar{W}, \bar{U}) + B_1(\bar{W}, U') + B_2(\bar{W}, \bar{U}, \bar{U}) + B_2(\bar{W}, \bar{U}, U') + B_2(\bar{W}, U', \bar{U}) + B_2(\bar{W}, U', U') \quad (10)$$

$$B(W'; \bar{U} + U') = B_1(W', \bar{U}) + B_1(W', U') + B_2(W', \bar{U}, \bar{U}) + B_2(W', \bar{U}, U') + B_2(W', U', \bar{U}) + B_2(W', U', U') \quad (11)$$

$\bar{U}$  와  $U'$  은 각각 앞에서 정의된  $\bar{V}$ ,  $V'$  공간에 속하는 값들으로써 ( $\bar{U} \subset \bar{V}$ ,  $U' \subset V'$ ), 분해된 속도 스케일과 비분해 속도 스케일을 의미한다. 식 (11)은 식 (12)로 재정리 할 수 있다.

$$B_u(W', U') + B_2(W', U', U') = \langle W', Res(\bar{U}) \rangle_{V', V'} \quad (12)$$

여기서

$$B_u(W', U') = B_1(W', U') + B_2(W', U', \bar{U}) + B_2(W', \bar{U}, U') \quad (13)$$

$$\langle W', Res(\bar{U}) \rangle_{V', V'} = L(W') - B_1(W', \bar{U}) - B_2(W', \bar{U}, \bar{U}) \quad (14)$$

$Res(\bar{U})$ 는 성긴 스케일에 의한 잔류(residual)를 의미한다. 위 식을 바탕으로 조밀한 스케일에서의  $U'$ 을  $\bar{U}$  와  $Res(\bar{U})$ 로 나타내어지는 함수의 해로 표현할 수 있다.

$$U' = F'(\bar{U}, Res(\bar{U})) \quad (15)$$

식 (15)를 식 (8)에 대입하여 직접 풀게 되는 식은 다음과 같다.

$$B(\bar{W}, \bar{U} + F'(\bar{U}, Res(\bar{U}))) = L(\bar{W}) \quad (16)$$

Bazilev et al.[6]은 성긴 스케일에서의 잔류 즉  $Res(\bar{U})$ 가 작을수록  $U'$  값이 0에 가까워진다는 가정을 통해 섭동 급수(perturbation series)를 적용하여 식 (15)를 급수 전개하면 Green's operator 형태로 나타낼 수 있음을 보였다. 이 경우 Green 함수의 정확한 해를 구하는 것은 불가능하기 때문에 Hughes and Sangalli[7]는 Green's operator에  $L^2$ -projector를 투영시킨 fine-scale Green's operator를 이용하여 조밀한 스케일의 해를 근사화 할 수 있음을 보였는데, Bazilevs et al.[6]은 이를 이용하여  $\tau$ 와 국부 성긴 스케일의 잔류(residual)의 곱으로 비교적 간단한 형태로 나타내어지는 Residual-based VMS 식을 제안하였다.

$$\tilde{U}' \approx -\tau Res(\bar{U}) \quad (17)$$

이때  $\tau$  는 element-wise stabilization operator로써[6] 아래의 fine-scale Green operator 형태의 식에 의해 계산되어진다.  $Q^e$ 는 space-time element,  $\tilde{G}_{\bar{U}}'$ 는 fine-scale Green operator를 의미하며 fine-scale Green operator에 의해 계산된 비분해 속도값을  $\tilde{U}'$ 로 나타내었다.

$$\tau|_{Q^e} = \frac{1}{|Q^e|} \int_{Q^e} \int_{Q^e} \tilde{G}_{\bar{U}}'(x, t; \hat{x}, \hat{t}) dQ d\hat{Q} \quad (18)$$

$\tilde{U}'$ 를 속도 벡터와 압력 변수로 나누어 표현하면,

$$\tilde{U}' = \begin{Bmatrix} \tilde{u}' \\ \tilde{p}' \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_M I_{3 \times 3} & 0 \\ 0 & \tau_C \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} r_M(u^h, p^h) \\ r_C(u^h) \end{Bmatrix} \quad (19)$$

$r_M$  과  $r_C$  는 운동량 방정식과 연속방정식을 통한 잔류(residual)를 나타내며  $\tau_M$  과  $\tau_C$  는 아래 식과 같다.

$$\begin{aligned} r_M(u^h, p^h) &= \frac{\partial u^h}{\partial t} + u^h \cdot \nabla u^h + \nabla p^h - \nu \Delta u^h - f \\ r_C(u^h) &= \nabla \cdot u^h \\ \tau_M &= \left( \frac{4}{t^2} + u^h \cdot G u^h + C_I \mu^2 G : G \right)^{-1/2} \\ \tau_C &= (\tau_M g \cdot g)^{-1} \\ G_{ij} &= \sum_{k=1}^3 \frac{\partial \xi_k}{\partial x_i} \frac{\partial \xi_k}{\partial x_j} \\ g_i &= \sum_{j=1}^3 \frac{\partial \xi_j}{\partial x_i} \end{aligned} \quad (20)$$

$x_i$ 는 물리적 공간(physical space)의 좌표를,  $\xi_k$ 는 매개변수 공간(parametric space)에서의 좌표를 의미한다.  $\tau_M, \tau_C$ 는 momentum 식과 continuity 식에 해당하는 element-wise stabilization operator 이다.  $C_I$ 는 inverse estimate로부터 유도되는 값으로써 36으로 정하였으며,  $C_t$  값은 4를 사용하였다[6].

최종적으로 Residual-based VMS 지배방정식에 대한 차분식은 다음과 같이 표현된다.

$$B^{MS}(W^h, U^h) - L^{MS}(W^h) = 0 \quad (21)$$

$$\begin{aligned}
 B^{MS}(W^h, U^h) = & B^G(W^h, U^h) \\
 & + (u^h \cdot \nabla w^h + \nabla q^h, \tau_{MM}(u^h, p^h))_{\Omega} \\
 & + (\nabla \cdot w^h, \tau_{Fc}(u^h))_{\Omega} \\
 & + (u^h \cdot (\nabla w^h), \tau_{MM}(u^h, p^h))_{\Omega} \\
 & - (\nabla w^h, \tau_{MM}(u^h, p^h)) \otimes \tau_{MM}(u^h, p^h)_{\Omega}
 \end{aligned} \tag{22}$$

$$L^{MS}(W^h) = (w^h, f)_{\Omega} \tag{23}$$

$$\begin{aligned}
 B^G(W^h, U^h) = & \left( w^h, \frac{\partial u^h}{\partial t} \right)_{\Omega} - (\nabla w^h, u^h \otimes u^h) \\
 & - (\nabla \cdot w^h, p^h)_{\Omega} + (q^h, \nabla \cdot u^h)_{\Omega} \\
 & + (\nabla^s w^h, 2\nu \nabla^s u^h)_{\Omega}
 \end{aligned} \tag{24}$$

식 (22)을 살펴보면, 오른쪽 항의 두, 세 번째 항은 유한요소해석에서의 SUPG[9] 또는 GLS[10]와 같은 안정화 항(stabilization term)을 의미하며 나머지 두 항은 residual-based VMS에 해당하는 항이다.

위식을 Jansen et al. [11]에 의해 제안된 generalized- $\alpha$  방법을 이용하여 적분하였으며 식 (21-24)를 풀기 위하여 two-stage predictor-multicorrector 기법을 적용한 Newton's method를 사용하였다. 자세한 알고리즘은 Bazilevs et al.[6]에 기술되어있다.

### 3. Simulation 개요

본 연구에서는 RB-VMS 기법을 적용하여 3차원의 파형벽면이 있는 채널 유동을 해석하였다. 채널의 평균 높이(H)와 속도(Ub)를 기준으로 레이놀즈수(Re= UbH/ $\nu$ )는 6760에 해당하는 완전 발달된 난류 유동 조건이며 파형 벽면은  $\cos(2\pi x/\lambda)$ 의 형태로써 폭(a)과 파형 길이( $\lambda$ )의 비를 0.05로 두었다. 계산 영역의 크기는 유선 방향, 높이 방향, 폭 방향이  $2\lambda \times 1.05\lambda \times \lambda$ 로 Yoon et al. [4]의 직접수치모사 계산 영역과 동일하게 정하였다. 격자 크기는 각 방향으로  $64 \times 32 \times 32$ 의 수를 가지며 NURBS 기저함수의 차수를 2차로 두어 계산하였다. 기존의 DNS에서 사용된 격자수와 비교해보면, Yoon et al.[4]의 DNS에서는 대략  $1.25 \times 10^6$  개, Maass and Schumann[2]의 DNS에서는 대략  $3.0 \times 10^5$  개의 격자수가 사용되었으며, 본 연구에서는  $3.3 \times 10^4$  개의 격자수가 사용되어 10~40배의 차이를 보이고 있다. 각각의 계산마다 계산 영역이 다르므로 단위 파형 길이와 폭에 대하여 계산한 격자수를 이용하여 비교하였다. 유선 방향과 폭 방향으로서는 균일한 격자를 가지지만, 높이 방향으로서는 난류 경계층을 잘 모사하기 위하여 벽 근처에서 조밀한 비균일 격자를 가진다. 그림 1은 XY 평면에 대한 격자와 병렬화 계산을 위한 블록을 나타내고 있다.

채널의 횡방향은 주기조건을 주었으며 채널의 벽은 점착조건(no-slip) 적용하였다. 채널 입출구에는 주기 조건을 적용하

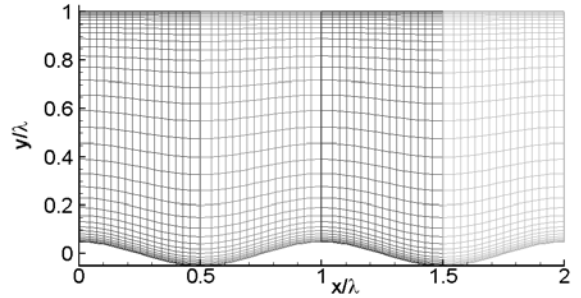


Fig. 1 Grid system

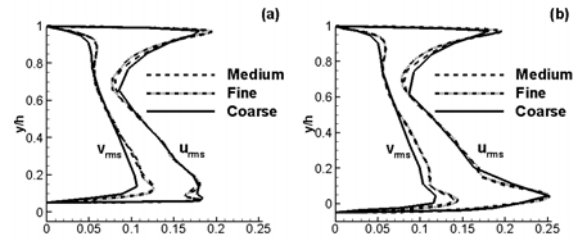


Fig. 2 Grid convergence test: urms, vrms at two positions (a)  $x/\lambda=0.0$  (crest), (b)  $x/\lambda=0.0$  (trough)

면서 유도압력구배를 조절하여 유선방향으로 일정한 질량 유량을 보존하도록 하였다.

### 4. 계산 결과

격자에 따른 계산 결과의 영향을 살펴보기 위하여 세 개의 다른 격자(coarse, medium, fine mesh)에 대하여 격자 테스트를 수행하였다. NURBS 기저함수의 차수는 2차로 모두 동일하며 성긴(coarse) 격자의 경우 유선 흐름 방향, 벽높이 방향 및 횡방향에 대하여  $32 \times 16 \times 16$ 의 수를, 중간(medium) 격자는  $64 \times 32 \times 32$ , 조밀한(fine) 격자는  $128 \times 64 \times 64$ 의 격자수를 가진다. 각각의 격자에 따른 속도 섭동( $u_{rms}$ ,  $v_{rms}$ )의 분포를 파고(crest)와 파저(trough), 두 지점에 대하여 비교하여 그림 2에 나타내었다. 중간 격자와 조밀한 격자의 경우 같은 형태의 분포를 보이고 있으나 성긴 격자의 경우 그 값을 충분히 예측하지 못하고 있음을 알 수 있다. 특히 피크가 발생하는 지점 근처에서는 그 차이가 큼을 알 수 있다. 이를 바탕으로 중간 격자가 본 연구에 타당하다고 보고 중간 격자를 이용하여 RB-VMS의 예측 정도를 살펴보고자 한다.

시간과 횡방향에 대한 평균 유동장을 계산하여 속도 벡터와 유선도를 그림 3에 나타내었다. 벽면 근처의 난류 경계층

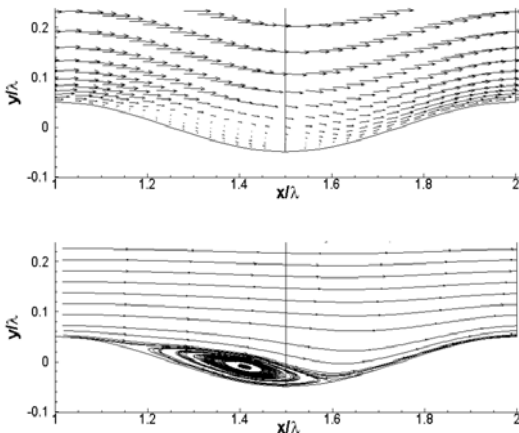


Fig. 3 Mean velocity vectors and streamlines

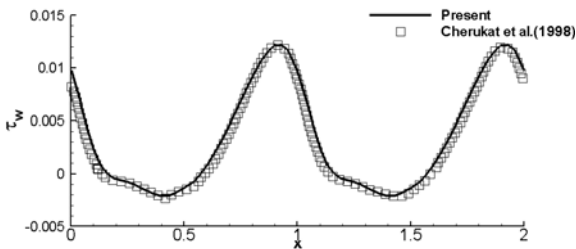


Fig. 4 Wall shear stress at wavy wall

을 잘 모사하고 있음을 알 수 있으며, 파형 벽면을 따라 유동의 박리가 발생하고 최저점을 지나 다시 재부착이 되면서 재순환 영역이 나타나고 있다. 정확한 박리 지점과 재부착 지점을 예측하기 위하여 파형벽면에서의 전단응력의 분포를 계산하여 그림 4에 나타내었다. 계산 결과 박리가 시작되는 지점은  $x/\lambda = 0.15$  이며 재부착 지점은  $x/\lambda = 0.58$  로 계산되었는데 이는 Cherukat et al. 의 직접수치모사 결과 [3] ( $x/\lambda = 0.14, 0.59$ ) 와 Hudson et al. 의 실험 결과 [1] ( $x/\lambda = 0.22, 0.58$ ) 를 비교했을 때 잘 일치하는 것을 보여준다. 계산 영역에서 평판에 해당하는 윗 벽면에서의 전단응력 크기는 0.0043으로 예측되었으며 이는 DNS의 결과 0.0045 값과 4%의 차이를 보이고 있다.  $x/\lambda \approx 0.40$ 에서 최저값을 가진 후에 급격하게 증가한 뒤,  $x/\lambda \approx 0.92$ 에서 최대값을 가지는 경향이 파고마다 반복되며 DNS 결과와 잘 일치함을 보여주고 있다.

그림 5와 6은 각 지점( $x/\lambda = 0.1, 0.3, 0.5, 0.7$ )에서의 유선방향 속도와 수직방향 속도 프로파일을 DNS 결과 [3]와 비교한

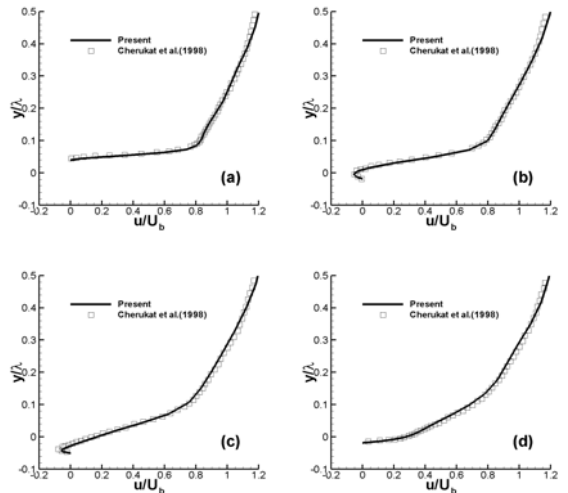


Fig. 5 Streamwise velocity profiles (a) $x/\lambda = 0.1$ , (b) $x/\lambda = 0.3$ , (c) $x/\lambda = 0.5$ , (d) $x/\lambda = 0.7$

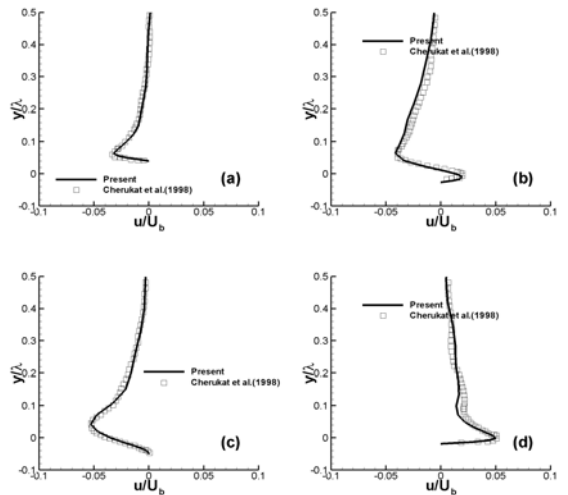


Fig. 6 Vertical velocity profiles (a) $x/\lambda = 0.1$ , (b) $x/\lambda = 0.3$ , (c) $x/\lambda = 0.5$ , (d) $x/\lambda = 0.7$

것으로써, DNS 계산보다 적은 격자로도 유동의 박리와 박리에 의한 재순환 영역의 크기를 잘 예측하고 있다. 파형 벽면의 파고 지점 근처인 (a)지점( $x/\lambda = 0.1$ )은 박리가 일어나기 전의 지점이며 (b) 지점의 이전에서 박리가 발생하여 (c) 지점에 걸쳐 재순환 영역이 존재하다가 다시 (d) 지점 이전에서 재부착이 발생하게 된다.

그림 7의 파형벽면에서의 평균 압력 분포를 살펴보면 역압력구배와 순압력구배가 반복적으로 나타나고 있으며 역압력

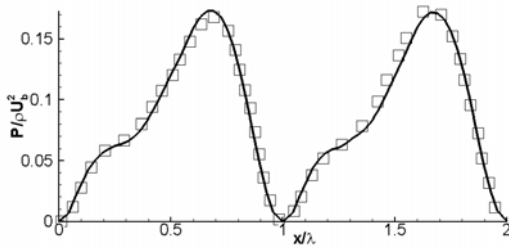


Fig. 7 Mean pressure at wavy wall

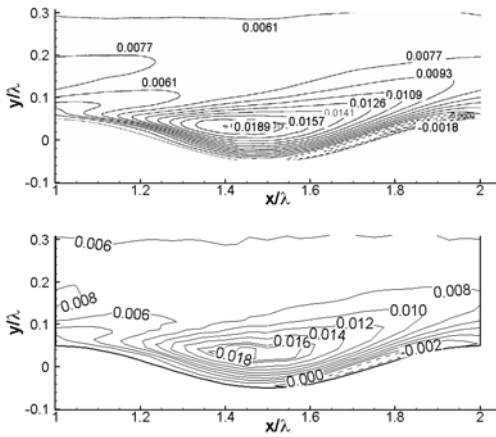


Fig. 8 Reynolds stress ( $u'v'$ ) contours (up) DNS [3], (down) RB-VMS

구배 영역에서 유동이 분리되는 전형적인 박리 유동 형태를 보이고 있다.  $x/\lambda=0.68$  근처에서 최대 압력값을 가지면서 그 이후는 순압력구배가 다음의 파고 지점까지 발생하고 있음을 알 수 있으며 이 결과는 DNS 결과와 잘 일치하고 있다.

평균 분해된 레이놀즈 응력(resolved Reynolds stress)  $u'v'$  분포도를 그림 8에 나타내었다. 파형벽면의 파저 부분 윗부분 ( $x/\lambda=0.45$ )에서 최대 응력 값을 나타내고 있으며 재부착 지점 근처부터 파형 벽면을 따라 음의 레이놀즈 응력 값을 보여주고 있다. 이는 Cherukat et al. [3]의 DNS에서 최대 응력 지점을 ( $x/\lambda=0.40$ )으로 예측한 결과와 음의 레이놀즈 응력값 지역의 분포 결과와 잘 일치하고 있다. 또한 그림 9에서의 난류 운동에너지 프로파일도 앞에서의 속도 프로파일과 같이 각 지점( $x/\lambda=0.1, 0.3, 0.5, 0.7$ ) 별로 비교하였고, DNS 결과와 잘 일치하고 있음을 알 수 있다.

파형 벽면을 가지는 난류 유동의 응집 구조 (Coherent structures) 를 살펴보기 위하여 조밀한 격자 결과에 대하여 Q-criterion [12] 을 계산하여 등표면선도 (isosurface)를 그림

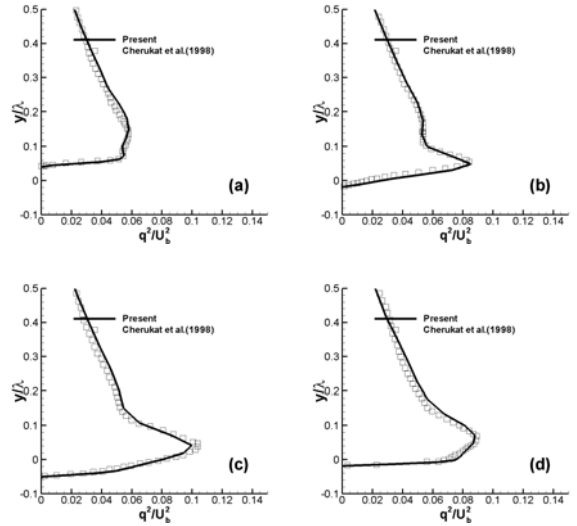


Fig. 9 Turbulent kinetic energy profiles

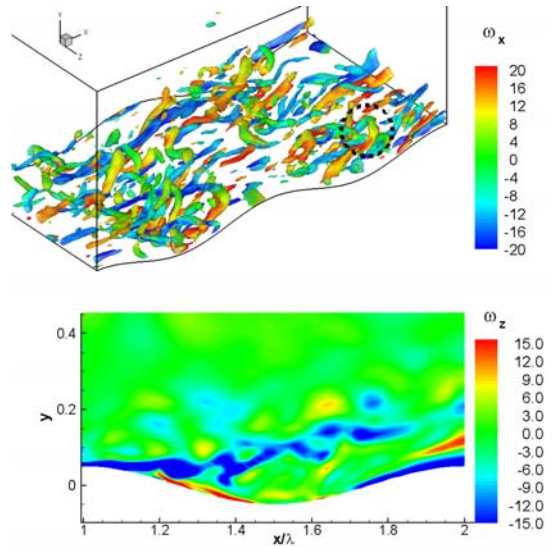


Fig. 10 (Top) Isosurface of coherent structures at instantaneous time of fine mesh, (Bottom) Spanwise vorticity contours in xy plane

10 (Top)에 나타내었으며 유선방향의 와도( $\omega_x$ )크기를 동시에 나타내었다. 그림에서 알 수 있듯이, 파저 (trough) 지점에서 생성되어 다음의 파고 (crest) 또는 파저 까지 펼쳐 있는 구조와 재부착 지점 근처에서 생성되어 다음의 파고까지 펼쳐 있는 구조가 주된 구조임을 알 수 있다. 또한 재부착 지점 근처에서 hairpin vortices (원점선 부분)가 생성되고 있다. 하지만

난류 경계층에 의해 유도된 유선방향의 와류로 인해 횡방향으로 발달된 와류는 거의 발견되지 않는다. 그림 10 (Bottom) 은  $z/\lambda=0.5$  지점에서의 횡방향 등와도선도 ( $\omega_z$ ) 를 나타낸 것으로, 재순환 영역과 전단층의 상호작용으로 높은 강도의 와도가 발생되어 흘러가다가 쪼개어지고 있다. 이때 파고 지점에서의 전단층은 재부착 지점 이후 벽근처에서 발생한 와류시트 (vortex sheet)로부터 기인된다.

### 5. 결론

박리와 재부착이 존재하는 파형 벽면의 채널 유동에 대하여 잔류기반의 변분다중스케일 법(RB-VMS)을 적용한 대외류모사를 수행하여 이 기법의 적용 가능성을 살펴보았다.

2차의 NURBS 기저함수를 이용하여 파형벽면을 정확히 나타낼 수 있었으며 직접수치모사의 격자 수보다 적은 격자를 이용하여 RB-VMS 계산을 수행하였다. 시간과 횡방향에 따른 평균 속도와 압력 분포를 구하여 직접수치모사 결과와 비교하였으며 박리와 재부착 지점을 비교적 정확히 예측할 수 있었다. 또한 레이놀즈 응력과 난류 운동 에너지와 같은 속도 섭동의 분포도 기존의 결과와 잘 일치함을 알 수 있었다.

### 후 기

본 연구는 한국연구재단을 통해 교육과학기술부의 WCU 사업, 중견연구지원사업의 지원을 받았으며, 슈퍼컴퓨터 계산은 한국과학기술정보연구원의 지원을 받아 수행되어 이에 관계 기관께 감사를 드립니다. (R33-10150, 2010-1132, KSC-2009-S01-0017) ).

### 참고문헌

[1] 1996, Hudson, J.D., Dykhno, L., and Hanratty, T.J. "Turbulence production in flow over a wavy wall," *Experiments in Fluids*, Vol.20, pp.257-265.

[2] 1994, Maass, C., and Schumann, U., "Numerical simulation of turbulent flow over a wavy boundary," *Proc. First ERCOFTAC Workshop on Direct and Large Eddy Simulation*, pp.287-297.

[3] 1998, Cherukat, P., Na, Y., Hanratty, T.J., "Direct numerical

simulation of a fully developed turbulent flow over a wavy wall," *Theoretical and computational fluid dynamics*, Vol.11, pp.109-134.

[4] 2009, Yoon, H.S., El-Samni, O.A., Huynh, A.T., Chun, H.H., Kim, H.J., Pham, A.H. and Park, I.R., "Effect of wave amplitude on turbulent flow in a wavy channel by direct numerical simulation," *Ocean Engineering*, Vol.36, pp. 697-707.

[5] 2000, Hughes, T.J.R., Mazzei, L. and Jansen, K.E., "Large-eddy simulation and variational multiscale method," *Computing and Visualization in Science*, Vol.3, pp.47-59.

[6] 2007, Bazilevs, Y., Calo, V.M., Cottrell, J.A., Hughes, T.J.R., Reali, A. and Scovazzi, G., "Variational multiscale residual-based turbulence modeling for large eddy simulation of incompressible flow," *Comput. Methods Appl. Engrg.*, Vol.197, pp.173-201.

[7] 2007, Hughes, T.J.R. and Sangalli, G., "Variational multiscale analysis : the finescale Green's function, projection, optimization, localization, and stabilized methods," *SIAM Journal of Numerical Analysis*, Vol.45, pp.539-557.

[8] 1987, Johnson, C., "Numerical solution of partial differential equations by the finite element method," *Cambridge University Press, Sweden*.

[9] 1982, Brooks, A.N. and Hughes, T.J.R., "Streamline Upwind/Petrov-Galerkin Formulations for convection dominated flows with particular emphasis on the incompressible Navier-Stokes equations," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol.32, pp.199-259.

[10] 1985, Donea, J., Belytschko, T. and Smolinski, P., "A generalized Galerkin method for steady state convection-diffusion problems with application to quadratic shape fuction," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol.48, pp.25-43.

[11] 1999, Jansen, K.E., Collis, S.S., Whiting, C.H. and Shakib, F., "A better consistency for low-order stabilized finite element methods," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol.190, pp.305-319.

[12] 2000, Dubief, Y. and Delcayre, F., "On coherent-vortex identification in turbulence", *Journal of Turbulence*, Vol. 1, pp.1-20.