

슬로싱 해석을 위한 CCUP 기반 시뮬레이션 기술 개발

박종천,¹ 황성철,² 정세민^{*3}

DEVELOPMENT OF A NUMERICAL SIMULATION METHOD FOR THE ANALYSIS OF SLOSHING PROBLEMS BASED ON CCUP SCHEME

J.-C. Park,¹ S.-C. Hwang² and S.-M. Jeong^{*3}

A new computational program, which is based on the CIP/CCUP(Constraint Interpolation Profile/CIP Combined Unified Procedure) method, has been developed to numerically analyse sloshing phenomena dealt as multiphase-flow problems. For the convection terms of Navier-Stokes equations, the RCIP(Rational function CIP) method was adopted and the THINC-WLIC(Tangent of Hyperbola for Interface Capturing-Weighted Line Interface Calculation) method was used to capture the air/water interface. To validate the present numerical method, two-dimensional dam-breaking and sloshing problems in a rectangular tank were solved by the developed method in a stationary Cartesian grid system. In the case of sloshing problems, simulations by using a improved MPS(Moving Particle Simulation) method, which is named as PNU-MPS(Pusan National University-MPS), were also carried out. The computational results are compared with those of experiments and most of the comparisons are reasonably good.

Key Words : RCIP(Rational function Cubic Interpolated Propagation or Constrained Interpolation Profile), CCUP법(CIP Combined Unified Procedure Method), 슬로싱(Sloshing), 자유표면유동(Free-surface Flow), 이상류(Multiphase-flow), THINC-WLIC(Tangent of Hyperbola for Interface Capturing-Weighted Line Interface Calculation)

1. 서 론

움직이는 탱크 내부에 부분적으로 적재된 유체가 일으키는 유동현상인 슬로싱(sloshing)은 각종 액체 저장 탱크 수송 시스템의 안정성과 밀접한 관계를 가지고 있어, 광범위한 산업 분야에서 중요시 되고 있다. 선박의 경우, 슬로싱 외에도 해수와 선체의 바닥이 부딪히는 현상인 슬래밍(slamming), 해수가 선박의 갑판을 때리는 현상인 그린워터(green-water) 등과 이에 동반하는 유체 충격하중 예측에 대한 연구가 활발히 진행되어 왔다. 액체 저장 탱크를 가지고 있어 슬로싱 문제가 중요하다고 여겨지는 대표적인 선종으로서 LNG선이 있

며, 최근에는 LNGC, LNG-FPSO, FSRU와 같은 신개념의 선박들이 건조되고 있으며, 모든 종류의 선박에 있어 대형화가 진행됨에 따라 선박의 구조적 안전성 및 운동성능 확보를 위한, 슬로싱 현상의 정확한 해석에 관한 필요성이 강조되고 있다.

일반적으로, 자유표면을 포함하는 물리현상은 비선형성이 강하기 때문에, 수치적 해석이 매우 까다롭고 복잡하다. 이에, 비선형 자유표면 유동을 해석하기 위해 다양한 선행 연구들이 수행되어 왔다. 오일러리안 프레임(Eulerian frame)을 기반으로, 자유표면 근처에 라그랑지안(Lagrangian) 입자나 세그먼트(segment)를 배치하여 그 거동을 풀거나 이동격자를 이용하는 방법들은, 전도(truncoer) 등의 현상이 일어나지 않는 비교적 완만한(mild)한 단상류(single phase flow) 해석에 주로 이용되어져 왔으나, 쇄파(wave breaking)나, 본 연구의 대상이 되는 슬로싱처럼 기체-액체의 비선형성이 아주 강하게 상호작용하는 경우에는 적합하지 않다. 이외에 대표적인 격자 기반의 오일러 접근법으로는 SOLA-VOF(Volume Of Fluid)법[1], Level-set법[2], 밀도함수법[3] 및 이를 개량한 방법들이 다수 존재한다. 오일러리안 프레임을 기반으로 하는 특정 물리량의

접수일: 2010년 12월 28일, 심사완료일: 2011년 5월 12일,
게재확정일: 2011년 5월 13일.

1 정희원, 부산대학교 조선해양공학과

2 정희원, 부산대학교 대학원 조선해양공학과

3 정희원, Department of Environment Systems,

University of Tokyo, Tokyo, Japan

* Corresponding author, E-mail: jeong@k.u-tokyo.ac.jp

지배방정식에는 대류항이 나타나며, 대류항의 처리방법은 해의 정확성과 계산 안정성에 큰 영향을 끼친다. 해의 정도를 향상시키기 위해서는 고차의 스킴을 사용하는 것이, 계산의 안정화를 위해서는 상류화(upwinding) 기법을 사용하는 것이 일반적이다. 그러나, 상류화기법은 중심차분에 인공적인 수치 점성을 부여하여 안정성을 도모하는 방법이기 때문에, 수치확산이 존재한다. 이로 인해, 슬로싱과 같은 복잡한 자유표면의 비선형운동을 장시간 계산할 경우, 확산의 영향으로 그 형상을 정확하게 묘사하기 힘들며, 질량이 보존되지 않는 등의 문제가 발생한다. 반면, 유동전체를 라그랑지안 프레임에서 처리하는 대표적인 방법으로는 SPH(Smoothed Particle Hydrodynamics)[4], MPS(Moving Particle Semi-implicit or Moving Particle Simulation)[5] 등이 있다. 이런 방법들은 대류항이 존재하지 않기 때문에 수치적 확산이 나타나지 않는다는 점과, 복잡한 유동도 비교적 간단히 처리 가능한 장점이 있다. 최근, 황성철 등[6]은 MPS를 개량하여 MPS에서 고질적으로 나타나던 압력진동 문제를 해결하고, 정도 높은 결과를 보였으나, 국소적인 계산정도 향상과 3차원에서의 계산시간 단축이 과제에 남아 있다.

대류항의 이산화 과정에서 발생하는 수치확산을 줄이기 위한 수치기법의 하나로써, 각 계산점에서의 물리량뿐만 아니라, 물리량의 공간구배(미분)도 이용하는, CIP법(Cubic Interpolated Propagation or Constrained Interpolation Profile)[7]이 있다. 수치확산이 적다는 점과, 일반적으로 대류항에 사용되는 기법이 최소 3점에서 5점 사이의 정보를 필요로 하는 것에 반해, 인접 2점만의 정보로 3차 정도의 정확도를 갖는다는 점 또한 CIP법의 장점 중에 하나이다. Yabe 등[8]은 지배방정식의 모든 대류항에 CIP법을 적용하고, 압축성 및 비압축성 유동을 동일한 지배방정식을 이용하여 해석하는, 다상류문제(multi-phase flow problem)의 해법으로서 CCUP(CIP-Combined Unified Procedure)법을 제안하였다. 이 때, 기-액 경계면(자유표면)의 위치는 각 상의 연속방정식으로부터 구한 밀도로부터 구해진다. CIP의 개량형으로서는 원형의 3차 보간함수의 근사에 유리함수를 이용하는 RCIP(Rational function CIP)[9]이 있으며, 보존형 지배방정식을 사용하는 준라그랑지안 방법들로서 CIP-CSL(Conserved Semi-Lagrangian) [10]과 이의 개량형인 CIP-CSL2, CIP-CSL3, CIP-CSL4법 등이 있다.

오일러리안 프레임의 다상류해석을 수행하는 경우, 계면 포착(interface capturing)을 위해서 밀도함수 등으로 정의한 자유표면의 수송방정식을 푸는 방법이 일반적이다. 이 때, 자유표면의 수송방정식의 대류항에 사용되는 CIP기반의 방법들로는 (R)CIP법, Tangent함수 등의 변환함수(digitizer)법이 있으며, Xiao 등[11]에 의해서 제안된 보존형의 VOF계 기법의 하나인 THINC(Tangent of Hyperbola for INterface Capturing)법은

다차원에서의 확장이 용이하고, 수치 확산을 크게 줄일 수 있다고 알려져 있다.

본 연구에서는, 슬로싱 시의 자유표면의 거동, 기체 및 액체의 유동과 이에 동반하여 발생하는 유체 충격 하중의 정확한 예측을 위하여, 2차원 비압축성 점성유동의 다상류 문제를 대상으로 개발된 수치해석기법을 소개한다.

본 연구에서 개발된 기법은 압축성을 가정한 Navier-Stokes 방정식을 사용하였으며, 대류항에는 CIP-CSL2이상이 가지는 정확도를 유지하면서, CSL계열의 문제점(예를 들면, 코딩의 복잡함, 다차원확장의 어려움, 다차원확장을 위해 사용되는 차원분해(dimension split)시 발생하는 과도한 메모리 사용 등)을 개량한 RCIP법을 사용하였다. 계면포착을 위해서는, VOF-PLIC(Piece-wise Linear Interface Calculation)와 비슷한 정확도와 코딩이 보다 단순한 THINC-WLIC법[12]을 사용하였다. 한편, 속도-압력 연성에는 MAC형의 알고리즘인 Fractional Step법을 채택하였다. 이때, 압력의 포아송(Poisson) 방정식은 SOR법을 이용하여 반복 계산에 의해 구한다. 개발된 수치해석기법의 검증을 위해 댐 붕괴 문제를 해석한 후, 주 해석대상인 2차원 직사각 탱크내의 슬로싱 문제에 대해 라그랑지안 프레임을 기반으로 하는 PNU-MPS(Pusan National University-MPS)법[21] 및 실험 결과와의 비교를 통하여 타당성을 검증하였다.

2. 지배방정식

원래 CCUP 기법은 압축성 및 비압축성 유체가 단상 혹은 다상으로 존재하는 경우의 유동을, 하나의 동일한 지배방정식을 사용하여 푸는 방법으로, 이 때 사용되는 지배방정식은 압축성 유체의 연속방정식 및 Navier-Stokes방정식이다.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + u_i \frac{\partial \rho}{\partial x_i} = -\rho \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} (\mu S_{ij}) + f_i \quad (2)$$

여기서, u 는 속도, t 는 시간, ρ 는 밀도, p 는 압력, μ 는 점성계수, S_{ij} 는 점성응력, f_i 는 중력 등의 외력이다.

여기에, 온도변화가 없음을 가정하고 밀도-압력에 단열법칙(adiabatic law)를 적용하면 음속 C_s 를 포함한, 식(3)을 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial p}{\partial t} + u_i \frac{\partial p}{\partial x_i} = -\rho C_s^2 \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \quad (3)$$

원형 CCUP법의 경우에 있어서 다상류의 경우, 계면의 위

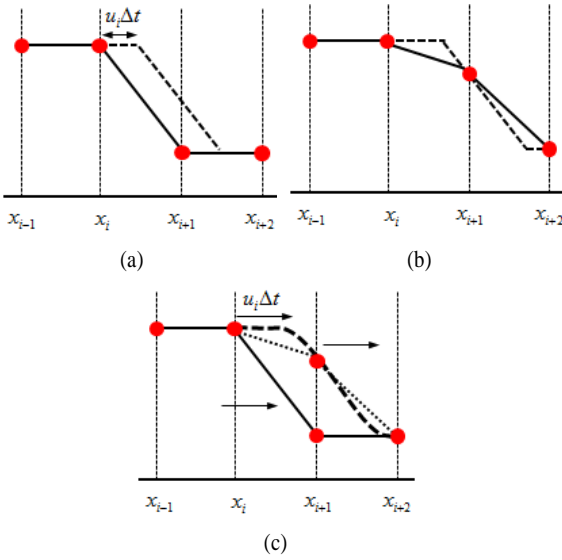


Fig. 1 Schematic view of CIP method

치는 식(1)의 밀도장으로부터 구한다. 본 연구에서는, 코딩의 간결성을 위하여 압축성에 의한 영향은 미미하다는 가정하에, 비압축성을 가정한 지배방정식을 사용하였다[13]. 즉, 식(1)을 대신하여 식(4)를 사용되었으며, 기-액 경계면의 포착에는 식(6)과 같은 밀도함수의 수송방정식을 사용하였다.

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \tag{4}$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} (\mu S_{ij}) + f_i \tag{5}$$

$$\text{단, } \rho = \sum_m \rho_m \phi_m, \mu = \sum_m \mu_m \phi_m, m = \begin{cases} 1 & (\text{liquid}) \\ 2 & (\text{gas}) \end{cases}$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + u_i \frac{\partial \phi}{\partial x_i} = 0 \tag{6}$$

식(6)의 ϕ 는 밀도함수로, 기체와 액체의 경우 각각 0.0과 1.0으로 설정하였으며, 식(5)에 나타나는, 각 격자에서의 평균 밀도 및 점성계수는 각 상의 대표값과 밀도함수의 값을 이용하여 구한다. 대류항 처리기법으로서는, Navier-Stokes 방정식에 대해서는 RCIP법을, 밀도함수의 수송방정식에 대해서는 THINC-WLIC법을 사용하였다. 전체 계산 알고리즘은, Fractional Step법과 동일하며, 상세한 내용은 다음 장에 서술한다.

3. 수치해석기법

3.1 (R)CIP법

CIP법의 기본적인 아이디어는 어떤 물리량의 분포가 이동하는 대류문제를 해석할 때, 물리량뿐만 아니라 이의 공간구배까지 이용하여 분포를 구성하는 방법이다. 식(7)과 같은 1차원 대류문제를 일반적인 격자기반의 오일러리안 접근법으로 해석하는 경우, Fig. 1(a)와 같이 원형 그대로 이동하여야 하는 물리량의 분포는 선형 내삽법으로 인하여 Fig. 1(b)의 점선과 같은 형태로 변형되어 인식되어 진다. 반면, 식(8)와 같이 물리량의 공간구배(미분)도 동시에 이용하는 CIP법에서는, Fig. 1(c)의 점선처럼 원형에 접근한 분포를 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial f}{\partial t} + u \frac{\partial f}{\partial x} = 0 \tag{7}$$

$$\frac{\partial g}{\partial t} + u \frac{\partial g}{\partial x} = -\frac{\partial u}{\partial x} g, \quad g = \frac{\partial f}{\partial x} \tag{8}$$

일반적으로 CIP법에서는 두 개의 계산점(x_i 와 x_{i-1})사이의 프로파일을 식(9)와 같은 3차 다항식으로 근사하며, 이 때 구해야 하는 4개의 미지수(a_i, b_i, c_i, d_i)는 식(10)과 같이 양단의 물리량과 물리량의 공간구배로부터 구할 수 있다.

$$F_i(x) = a_i(x-x_i)^3 + b_i(x-x_i)^2 + c_i(x-x_i) + d_i \tag{9}$$

$$F_i(x_i) = d_i = f_i, \quad \frac{dF_i(x_i)}{dx} = c_i = g_i$$

$$F_i(x_{i-1}) = -a_i \Delta x^3 + b_i \Delta x^2 - c_i \Delta x + d_i = f_{i-1}$$

$$\frac{dF_i(x_{i-1})}{dx} = 3a_i \Delta x^2 - 2b_i \Delta x + c_i = g_{i-1} \tag{10}$$

$$a_i = \frac{g_i + g_{iup}}{D^2} + \frac{2(f_i - f_{iup})}{D^3}$$

$$b_i = \frac{3(f_{iup} - f_i)}{D^2} - \frac{2g_i + g_{iup}}{D^3}$$

여기서, $D = -\Delta x$ 이며, iup 는 i 의 상류 점을 나타낸다.

현재 시간 스텝을 n 이라고 할 때, 다음 시간 스텝($n+1$)에서의 값은, 상기의 프로파일을 $u\Delta t$ 만큼 이동시킨, $f_i^{n+1} = F(x-u\Delta t)$, $g_i^{n+1} = dF(x-u\Delta t)/dx$ 가 된다. 즉 식(11)과 같은 형태가 된다.

$$\begin{aligned} f_i^{n+1} &= a_i \xi^3 + b_i \xi^2 + c_i \xi + f_i^n, \\ g_i^{n+1} &= 3a_i \xi^2 + 2b_i \xi + g_i^n \end{aligned} \tag{11}$$

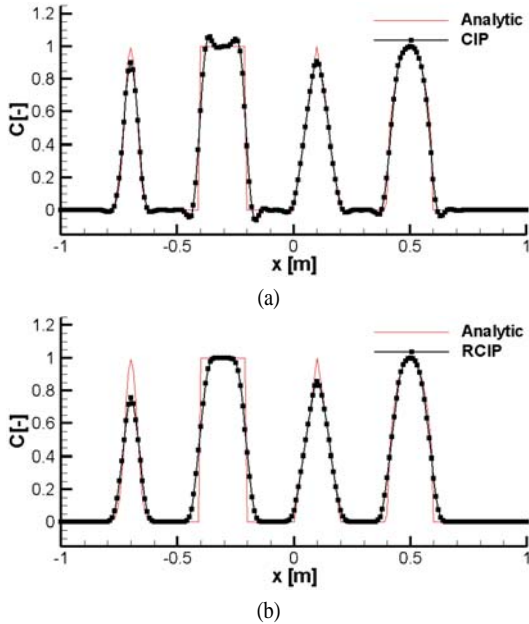


Fig. 2 Comparison of the solutions for one-dimensional advection problems solved by (a) CIP and (b) RCIP methods after moving 2m with the advection velocity of 1m/s

이 때, $\xi = -u\Delta t$ 이다.

상술한 CIP 뿐만 아니라, 2차 이상의 다항식을 근사적으로 이용하는 경우, Fig. 2(a)와 같이, 직각파형처럼 값이 급격히 변화하는 부근을 제대로 표현할 수 없다. 이를 해결하기 위하여, 식 (12)와 같은 RCIP법[9]이 제안되었다.

$$F_i(x) = \frac{a_i(x-x_i)^3 + b_i(x-x_i)^2 + c_i(x-x_i) + d_i}{1 + \alpha B(x-x_i)} \quad (12)$$

Xiao 등[9]은 위 식에서의 α 가 0이면 원형의 CIP가 되어, 값이 크게 변화하지 않는 구간에서 3차의 정도를 가지며 급격히 값이 변화하는 구간에 대해서 $\alpha=1$ 을 사용한다. 이 경우 근사된 값이 단조성(monotonicity)과 요철성(convex-concave properties)을 모두 보존함을 수학적으로 증명하였다. 식(12)를 풀기 위해서는, a_i, b_i, c_i, d_i 및 B 의 5개의 계수를 구하여야만 하므로, 앞서 설명한 CIP법에 사용된 4가지 제약조건만으로는 부족하나, 식(12)의 분모가 급격한 기울기를 갖는 경계에서만 유효하게 식(12)를 다음과 같은 2차함수로 가정할 수 있다.

$$F_i(x) = \frac{b_i(x-x_i)^2 + c_i(x-x_i) + d_i}{1 + \alpha B(x-x_i)} \quad (13)$$

식(13)의 경우는, 필요한 계수 b_i, c_i, d_i, B 를 $i, i_{up} = i \pm 1$ 의 2점에서의 값 f, g 로부터 구할 수 있다. 이를 통해 식 (14)를 구할 수 있다.

$$B = [(S-g_i)/(g_{i_{up}}-S)-1]/D, \quad S = (f_{i_{up}}-f_i)/D \quad (14)$$

위식의 각 계수는 식(15)와 같으며, 다음 시간 스텝의 물리량과 이의 공간구배는 식(16)과 같다.

$$\begin{aligned} a_i &= [g_i - S + (g_{i_{up}} - S)(1 + \alpha BD)]/D^2 \\ b_i &= S\alpha B + (S - g_i)/D - \alpha D \\ c_i &= g_i + f\alpha B, \quad d_i = f_i \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} f_i^{n+1} &= \frac{a_i \xi^3 + b_i \xi^2 + c_i \xi + f_i}{1 + \alpha B \xi} \\ g_i^{n+1} &= \frac{dF}{dx} = \frac{3a_i \xi^2 + b_i \xi + f_i}{1 + \alpha B \xi} - \frac{(a_i \xi^3 + b_i \xi^2 + c_i \xi + f_i)\alpha B}{(1 + \alpha B \xi)^2} \end{aligned} \quad (16)$$

계산에 있어, 계산점 양단의 구배가 반대 방향인 경우 $g_i \cdot g_{i_{up}} \leq 0$, 즉 물리량이 급격하게 변하는 셀에서만 $\alpha=1$ 이 된다. Fig. 2(b)에서 보이듯이, RCIP법의 채용으로 진동문제가 대폭 해소됨을 알 수 있다. 2차원 이상의 경우에 대해서는 지면관계상 설명을 생략하며, 자세한 내용은 문헌[14]에서 찾을 수 있다.

3.2 Fractional Step Method

2장에서 설명한 비압축성을 가정한 지배방정식은 이하와 같은 Fractional Step 알고리즘에 의하여 속도 및 압력의 연성이 이루어진다. 본 연구에서는 대류항에 CIP기반의 기법이 적용되므로, 지배방정식에 유속의 공간구배에 대한 식이 필요하다. 식(5)를 공간에 대해서 미분하면, 다음과 같은 유속의 공간구배에 대한 식을 얻게 된다.

$$\frac{\partial(u_i)_\xi}{\partial t} + u_j \frac{\partial(u_i)_\xi}{\partial x_j} = -\partial(u_j)_\xi \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial H_i}{\partial \xi} \quad (17)$$

여기서, 2차원의 경우, 아래첨자 $\xi = \partial()/\partial \xi (\xi = x_1, x_2)$, H_i 는 압력항과 점성항을 나타낸다. 전체적인 계산은 아래와 같이 3단계로 이루어지게 된다.

Interface Capturing Step

본 계산의 대상인 슬로싱처럼, 다른 상 사이의 자유표면이 존재하는 경우, 식(6)을 3.3절에 설명할 THINC-WLIC법을 사용하여 풀어, 그 위치를 찾는다.

Advection Step

식(5)와 (17) 중 대류에 해당하는 항만을 앞 절에서 설명한 RCIP법으로 풀어서 중간 속도(u^*)와 구배($u_\xi^*(x)$)를 구한다.

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = 0 \tag{18}$$

$$\frac{\partial(u_i)_\xi}{\partial t} + u_j \frac{\partial(u_i)_\xi}{\partial x_j} = -(u_j)_\xi \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \tag{19}$$

$$u^*(x) = u^n(x - u^n \Delta t) \tag{20}$$

$$u_\xi^*(x) = u_\xi^n(x - u^n \Delta t) \tag{21}$$

여기서, 첨자 n 은 전 시간스텝을 나타낸다.

Non-advection Step 1

중간속도(u^*)를 이용하여, 식(5)의 압력항을 제외한 항들을 계산한다. 확산항의 경우, 중심차분을 이용하여 구해졌다.

$$\frac{u^{**} - u^*}{\Delta t} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} (\mu S_{ij}) + f_i \tag{22}$$

Non-advection Step 2

속도-압력 연성을 위하여, 식(23)에 발산을 취하고 연속방정식을 적용하면 식(24)와 같은 압력 Poisson방정식을 얻게 되며, 얻어진 압력장에서 다음 시간스텝(n+1)의 속도를 구하게 된다. 압력 Poisson방정식의 해법으로서는 SOR법이 채택되었다. 이렇게 얻어진 무발산(divergence-free) 조건의 속도장으로부터 속도의 공간구배를 식(25)와 같이 구한다.

$$\frac{u_i^{n+1} - u_i^{**}}{\Delta t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p^{n+1}}{\partial x_i} \tag{23}$$

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial p^{n+1}}{\partial x_j} \right) = \frac{1}{\Delta t} \frac{\partial u^{**}}{\partial x_i} \tag{24}$$

$$u_i^{n+1} = u_i^{**} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p^{n+1}}{\partial x_i} \tag{25}$$

$$(u_i)_\xi^{n+1} = (u_i)_\xi^* + \frac{u_i^{n+1} - u_i^*}{\Delta \xi} \tag{26}$$

3.3 THINC-WLIC법

본 계산과 같이 다상류 유동문제를 해석하는 경우, 정확한 계면의 포착이 중요하며, 계면포착을 위해 풀게 되는 식(6)의 대류항에 앞서 설명한 원형의 CIP법을 적용할 수도 있으며,

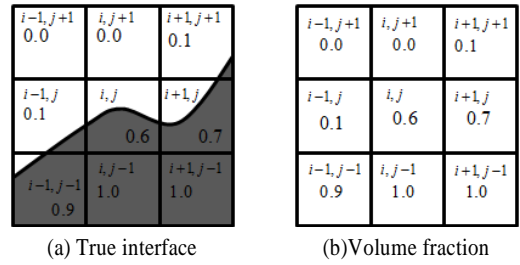


Fig. 3 Missing of information on true interface when using VOF-type method

실제 원형 CCUP법에서는 식(6)에도 Navier-Stokes방정식의 대류항과 같은 원형CIP을 사용했다. 그러나, 자유표면과 같이 보다 급격한 구배의 경계를, 한 개의 격자의 해상도에서 좀 더 정확히 재현하기 위해서는 약간의 개선이 필요하다. 계면 포착에 사용되는 대표적인 방법인 VOF법이나 Level-set법에 사용되는 VOF 함수(혹은 밀도함수)에 tangent 형의 변환함수를 이용하거나, 오버샷(overshot)을 제어하기 위한 제한자(limiter)를 사용하는 MinB스킵 등이 그 예이며, 3.1절에서 설명한 RCIP법도 유효한 방법으로 알려져 있다. 또한, 보존형 지배방정식을 사용하는 세미-라그랑지안적 접근법인 CIP-CSL(Conservative Semi-Lagrangian)법은 CIP-CSL3이상의 경우 높은 정도와 안정성을 보인다고 알려져 있다[15]. 그러나, CIP-CSL3이상의 경우, 다차원 계산으로의 확장이 번거로우며, 일반적으로 사용되는 차원분할을 이용할 경우, 계산량 및 필요한 메모리의 양이 증가하는 단점이 있다.

이에, Xiao 등[11]에 의하여 불연속점이 존재하는 물리량의 경계를 효율적으로 찾기 위하여 THINC기법이 개발되었고, Hu[13], Kishev[15], Kashiwagi 등[16]에 의하여 자유표면 문제에 적용되어 왔으며, 최근에는 Yokoi[12]가 THINC법의 확장용이성에 덧붙여 원형이상의 정확도를 갖는 THINC-WLIC(Weighted Line Interface Calculation)법을 제안하였으나, 아직 그 적용 예는 드물며, 특히 댐붕괴나 슬로싱과 같은 격렬한 자유수면의 유동에 적용된 예는 없다.

VOF(혹은 밀도함수)를 사용하여 계면을 포착할 때, 가장 어려우면서 중요한 문제는 물리적인 체적율과 급격한 기울기의 계면을 포착할 수 있는 적절한 내삽(혹은 재구성)법이다. 하지만, VOF형의 방법을 사용하는 경우, Fig. 3(a)와 같은 경계(특성함수 $\chi_{i,j}$)는 하나의 VOF값($\phi_{i,j}$)으로 셀 중심에서 정의되어 저장되므로, 이 한 셀에서의 값만으로는 실제 경계의 특성을 구하기가 어렵다. 따라서, 주어진 $\phi_{i,j}$ 의 분포로부터 특성함수 $\chi_{i,j}$ 를 재구성하는 방법이 중요한 문제이며, WLIC법은 자유표면을 Noh와 Woodward가 제안한 SLIC(Simple Line

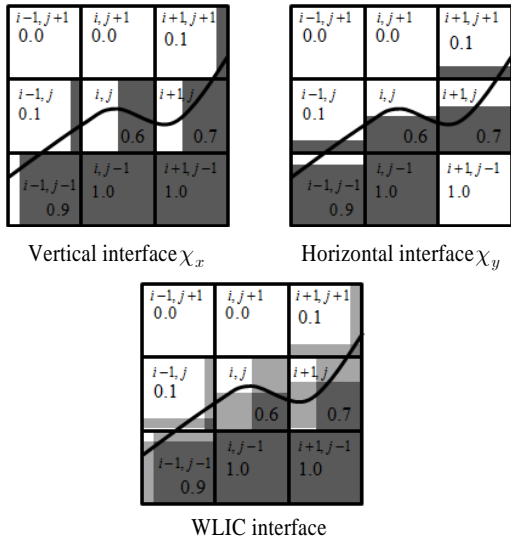


Fig. 4 Interface reconstruction by WLIC method

Interface Calculation)법[17]과 유사하게 구성하는 방법이다. SLIC과 같은 간편성을 가지면서, 면접선(surface normal) 정보를 보다 유용하게 이용하도록 한 WLIC에서는 Fig. 4와 같은 수직경계와 수평경계의 정보를 모두 사용한다. 이 때, 이 경계들은 식 (27)과 같이 면접선 벡터 $\mathbf{n}_{i,j}$ 에 의해서 가중처리된다.

$$\chi_{i,j}(x,y) = \omega_{x,i,j}(\mathbf{n}_{i,j})\chi_{x,i,j}(x,y) + \omega_{y,i,j}(\mathbf{n}_{i,j})\chi_{y,i,j}(x,y) \quad (27)$$

위 식에서 ω_x 와 ω_y , χ_x 와 χ_y 는 Fig. 4에 보이는 수직방향과 수평방향의 가중치와 특성함수이며, 식 (28)-(29)를 만족해야만 한다.

$$\omega_{x,i,j} + \omega_{y,i,j} = 1 \quad (28)$$

$$\begin{aligned} \phi_{i,j} &= \frac{1}{\Delta x \Delta y} \iint_{\Omega_{i,j}} \chi_{x,i,j}(x,y) dx dy \\ &= \frac{1}{\Delta x \Delta y} \iint_{\Omega_{i,j}} \chi_{y,i,j}(x,y) dx dy \end{aligned} \quad (29)$$

여기서의 가중치 값은 아래와 같이 주어진다.

$$\omega_{x,i,j} = \frac{|\mathbf{n}_{x,i,j}|}{|\mathbf{n}_{x,i,j}| + |\mathbf{n}_{y,i,j}|}, \quad \omega_{y,i,j} = \frac{|\mathbf{n}_{y,i,j}|}{|\mathbf{n}_{x,i,j}| + |\mathbf{n}_{y,i,j}|} \quad (30)$$

여기서 \mathbf{n}_x 와 \mathbf{n}_y 는 법선벡터 \mathbf{n} 의 수직방향 성분과 수평방향

성분이다. 경계면의 법선 계산은 3×3 격자를 이용하여 단순 평균하여 계산한다.

$$\begin{aligned} \mathbf{n}_{x,i,j} &= \frac{1}{4} \left(\mathbf{n}_{x,i+1/2,j+1/2} + \mathbf{n}_{x,i-1/2,j+1/2} \right. \\ &\quad \left. + \mathbf{n}_{x,i+1/2,j-1/2} + \mathbf{n}_{x,i-1/2,j-1/2} \right) \\ \mathbf{n}_{y,i,j} &= \frac{1}{4} \left(\mathbf{n}_{y,i+1/2,j+1/2} + \mathbf{n}_{y,i-1/2,j+1/2} \right. \\ &\quad \left. + \mathbf{n}_{y,i+1/2,j-1/2} + \mathbf{n}_{y,i-1/2,j-1/2} \right) \end{aligned} \quad (31)$$

이때 법선벡터는 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned} \mathbf{n}_{x,i+1/2,j+1/2} &= \frac{1}{2\Delta x} (\phi_{i+1,j} - \phi_{i,j} + \phi_{i+1,j+1} - \phi_{i,j+1}) \\ \mathbf{n}_{y,i+1/2,j+1/2} &= \frac{1}{2\Delta y} (\phi_{i+1,j} - \phi_{i,j} + \phi_{i+1,j+1} - \phi_{i,j+1}) \end{aligned} \quad (32)$$

WLIC의 경계면은 Fig. 4에서 보이는 수직·수평 경계면의 평균으로 구한다. 수평방향 유속(flux)의 계산은 아래와 같다.

$$\begin{aligned} F_{x,i+1/2,j} &= - \int_{y_{i,j-1/2}}^{y_{i,j+1/2}} \int_{x_{i-1/2,j}}^{x_{i+1/2,j} - u_{i+1/2,j}\Delta t} \chi_{x,i,j}(x,y) dx dy \\ &= - \int_{y_{i,j-1/2}}^{y_{i,j+1/2}} \int_{x_{i-1/2,j}}^{x_{i+1/2,j} - u_{i+1/2,j}\Delta t} (\omega_{x,i,s,j}\chi_{x,i,s,j} + \omega_{y,i,s,j}\chi_{y,i,s,j}) dx dy \\ &= - \int_{y_{i,j-1/2}}^{y_{i,j+1/2}} \int_{x_{i-1/2,j}}^{x_{i+1/2,j} - u_{i+1/2,j}\Delta t} \omega_{x,i,s,j}\chi_{x,i,s,j} dx dy \\ &\quad - \int_{y_{i,j-1/2}}^{y_{i,j+1/2}} \int_{x_{i-1/2,j}}^{x_{i+1/2,j} - u_{i+1/2,j}\Delta t} \omega_{y,i,s,j}\chi_{y,i,s,j} dx dy \\ &= F_{x,x,i+1/2,j}(\omega_{x,i,s,j}\chi_{x,i,s,j}) + F_{x,y,i+1/2,j}(\omega_{y,i,s,j}\chi_{y,i,s,j}) \end{aligned} \quad (33)$$

여기서, $F_{x,i+1/2,j}$ 는 ω_y 와 χ_y 로부터 계산되어지는 x 방향 유속이다. 이 유속의 계산에 본 연구에서는 식(34)과 같이, Xiao 등에 의해 제안된 1차원 THINC스킴을 이용하였다.

$$\chi_{x,i} = \frac{1}{2} \left\{ 1 + \alpha_\chi \tanh \left(\beta \left(\frac{x - x_{i-1/2}}{\Delta x} - \tilde{x}_i \right) \right) \right\} \quad (34)$$

여기서 α_χ 와 β 는 각각 경계면의 방향과 특성함수의 평활화(smoothing)기능을 의미하며, α_χ 는 아래와 같이 정의된다.

$$\alpha_\chi = \begin{cases} 1 & \text{if } \mathbf{n}_{x,i} \geq 0 \\ -1 & \text{if } \mathbf{n}_{x,i} < 0 \end{cases} \quad (35)$$

이때 1차원 법선벡터 $\mathbf{n}_{x,i} = \phi_{i+1} - \phi_{i-1}$ 이다. β 는 단위 계단함수의 부드러움의 정도를 나타내며, 본 연구에서는 격자간

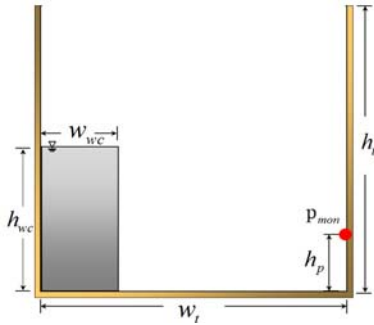


Fig. 5 Schematic description of set up for dam-broken simulation

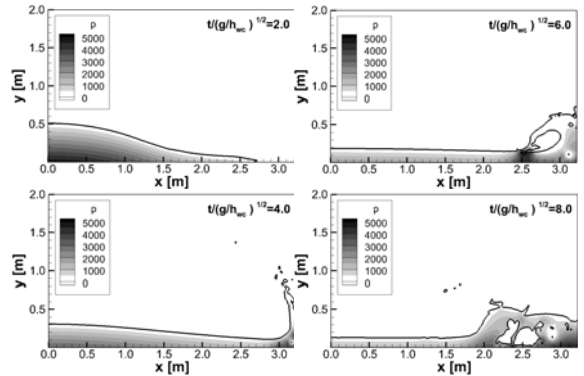


Fig. 7 Snapshots of the pressure field and free-surface behavior for dam-breaking case 2

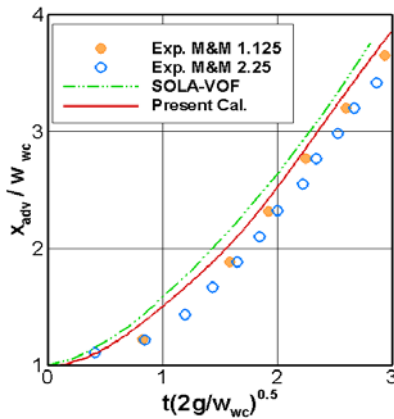


Fig. 6 Comparison for position change of leading edge of collapsed water column for dam-breaking case 1

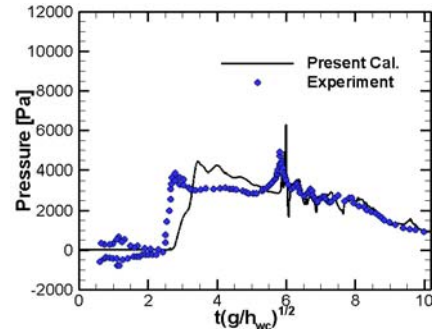


Fig. 8 Comparison of the time histories of the local pressure measured at the monitoring point for dam-breaking case 2

격에서 완전한 기울기를 갖는 $\beta = 3.5$ 를 사용하였다.

4. 수치 시뮬레이션

4.1 댐붕괴 문제

개발된 계산코드의 기본 검증 문제로서, 널리 알려진 댐(물기둥) 붕괴 문제에 대한 수치시뮬레이션을 수행하였다. 초기설정은 Fig. 5와 같으며, 전 방향 등간격 직각격자가 사용되었다. Case 1~3에 대한 상세한 내용은 각각 문헌 [18], [19] 및 [13]에서 찾을 수 있다. 벽면에서의 속도와 압력의 경계조건으로, 각각 no-slip조건과 Neumann 조건을 사용하였다.

4.1.1 Case1 ($w_t = 1.6\text{ m}, h_t = 1.6\text{ m}, w_{wc} = 0.4\text{ m}, h_{wc} = 0.8\text{ m}$)

수평 및 수직 방향의 격자수는 160개로 동일하다. 붕괴된 유체의 바닥에서의 선단(leading edge) 위치의 시간변화를 무차원하여 Fig. 6에 보이고 있다. 개발된 계산조직의 결과가 실험치에 근접한 값을 보이고 있음을 알 수 있다.

4.1.2 Case2 ($w_t = 3.22\text{ m}, h_t = 2.0\text{ m}, w_{wc} = 1.2\text{ m}, h_{wc} = 0.6\text{ m}$)

수평 및 수직 방향의 격자수는 각각 322개와 200개로 0.01 m의 등간격 격자가 사용되었다. Fig. 7과 8에서는 각각 계산된 압력분포와 자유수면 형상의 스냅샷과, 탱크의 우측벽면 ($h_p = 0.16\text{ m}$)에서 측정된 압력의 시계열을 실험값과 비교하여 보여주고 있다. 초기 피크값이 나타나는 시간이, 실험보다 약간 늦게 나타나는 점을 제외하면, 기존의 계산결과[19]와 비교하여 약간 개선되었다.

4.1.3 Case3 ($w_t = 1.18\text{ m}, h_t = 0.68\text{ m}, w_{wc} = 0.3\text{ m}, h_{wc} = 0.12\text{ m}$)

수평 및 수직방향으로 0.005m의 등간격 격자가 사용된 본 케이스의 경우, 탱크의 우측벽면($h_p = 0.10\text{ m}$)에서 측정된 압력의 최대값과 발생시간이 실험치와 일치하고 있으며, 0.6 초 이후의 형상은 문헌[20]의 계산결과와 유사한 경향을 보이고 있다(Fig. 9).

4.2 슬로싱 문제

슬로싱 계산을 위해 적용된 모델은 Fig. 10와 같은 길이(L)

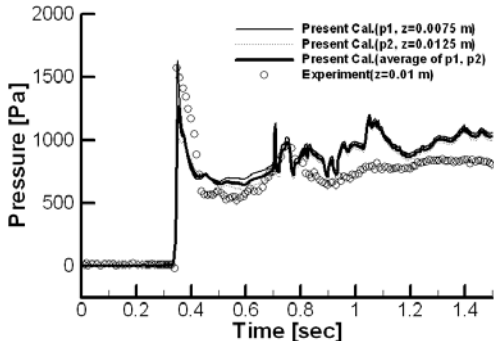


Fig. 9 Comparison of the time histories of the local pressure measured at the monitoring point for dam-breaking case 3

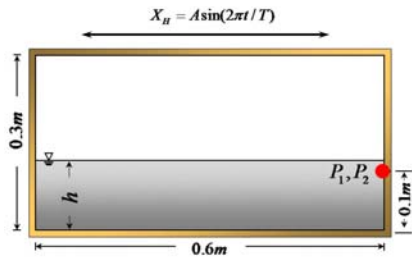


Fig. 10 Schematic view of tank with dimensions and principal pressure gauge positions indicated

0.6m, 높이(H) 0.3m의 사각형 탱크이며, 탱크 내에 h(m)의 높이로 물이 차 있는 경우에 대하여, 길이 방향으로 주기적으로 진동하는 경우에 대한 계산을 수행하여, Kishev의 실험결과 [15] 및 PNU-MPS법[21]을 이용한 계산결과와 비교하였다. 이때, 탱크의 운동은 $X_H = A \sin(2\pi t/T)$ 을 따른다. CCUP기반의 오일러리안 계산 수행 시에는 격자를 움직이지 않고, 외력으로 부여하도록 하였다. 수평 및 높이 방향의 격자수는 각각 60개 및 30개로, 전 방향 격자간격은 0.01 m로 동일하다. 벽면에서의 경계조건은 4.1절과 동일하다.

4.2.1 Case 1 ($h = 0.12m, A = 0.05m, T = 1.50s$)

탱크 좌측 벽면 상의 높이 0.10m 위치(P1)에서 측정된 압력의 시계열 데이터를 실험 및 PNU-MPS법을 이용한 계산결과와 비교하여 Fig. 11에 나타내었다. 최대값 및 형상 모두 실험결과와 비교적 좋은 일치치를 보이고 있다.

4.2.2 Case 2 ($h = 0.12m, A = 0.05m, T = 1.30s$)

공진으로 인하여 자유표면이 복잡한 양상을 띠는 경우에 대한 계산을 수행하였다. 임의의 시간부터 0.1T 간격으로 자유

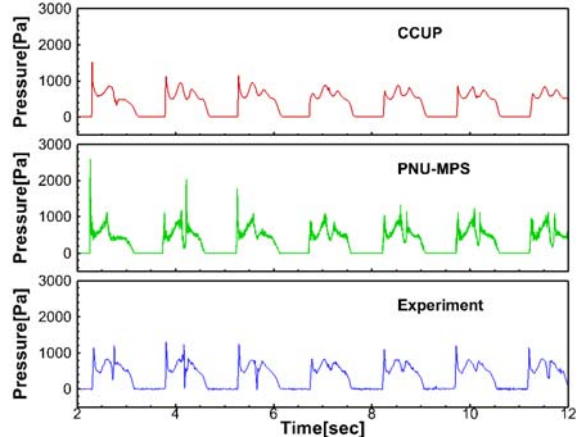


Fig. 11 Comparisons of the time histories of the local pressure measured at the monitoring point P1 for the case 1

표면의 변화와, 계산의 경우에는 압력분포도 같이 Fig. 12에 나타내었다. 왼쪽이 실험, 가운데와 오른쪽은 각각 PNU-MPS 법과 CCUP법을 통해 얻은 결과이며, 전체적인 유체의 거동을 유사하게 재현하고 있음을 알 수 있다. CCUP법의 계산 결과는 속도벡터장을 보여주고 있으며, 유체가 벽면에 충돌 직후에 기체영역에 강한 와류(vortex)가 생성되는 것을 볼 수 있다. 공기와 물의 밀도차가 크기 때문에 그 영향은 크지 않다고 생각되나, 보다 정밀한 해석을 위해서는 이에 의한 영향을 검토해볼 필요가 있다고 생각된다.

압력의 시계열 데이터를 보면(Fig. 13), PNU-MPS의 경우는 주기 및 절대값 모두 실험과 유사한 결과를 보여주고 있으나, CCUP법의 경우에는, 절대값이 작게 나타나고 있다. 최대충격 하중의 정확한 예측이 탱크내부의 슬로싱 문제해석에 있어서 중요함을 감안하면, 개발된 CCUP기반의 계산조직에 대한 보다 정밀한 검토가 필요하다고 사료 된다.

계산영역 내의 공기와 물의 총질량의 시간변화를 각각의 초기치에 대한 비로 나타내어 Fig. 14에 보이고 있다. 8주기 정도의 계산을 수행한 후에 변화량은 0.05% 미만으로, 개발된 계산기법의 보존성이 매우 우수함을 알 수 있다.

5. 결 론

탱크 내부의 슬로싱 유동을 해석하기 위해서, 다상유동의 수치해석기법의 하나인 CIP기반의 CCUP법을 근간으로 하여 개발된 오일러리안 프레임의 수치기법을 소개하였다. 개발된 수치기법과, 비선형 자유수면 유동을 정확하게 묘사할 수 있다고 알려진 라그랑지안 프레임의 PNU-MPS법을 이용하여,

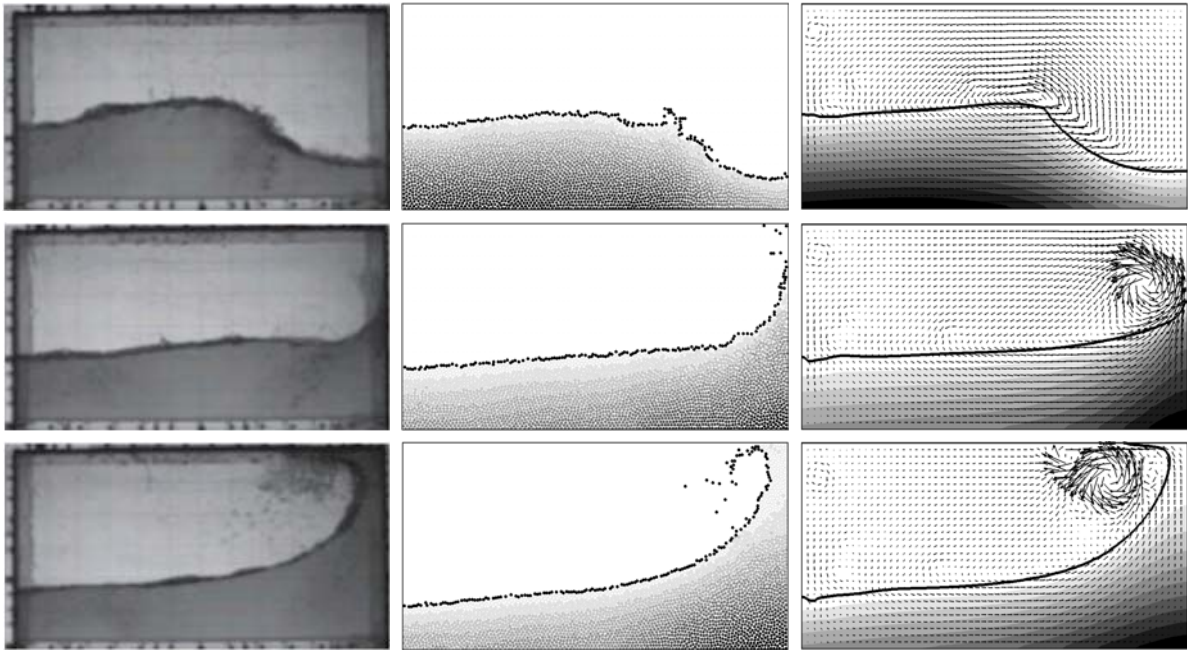


Fig. 12 Comparison of air-water interface profiles (left : experiment, center: PNU-MPS, right : CCUP)

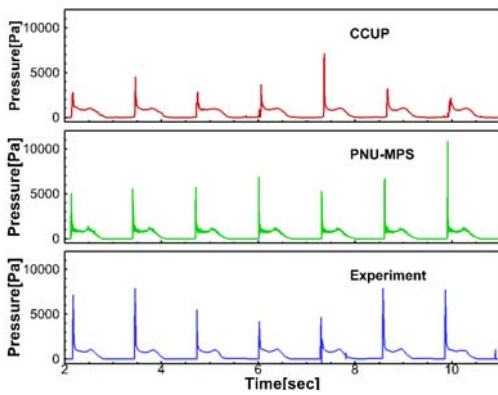


Fig. 13 Comparisons of the time histories of the local pressure measured at the monitoring point P2 for the case 2

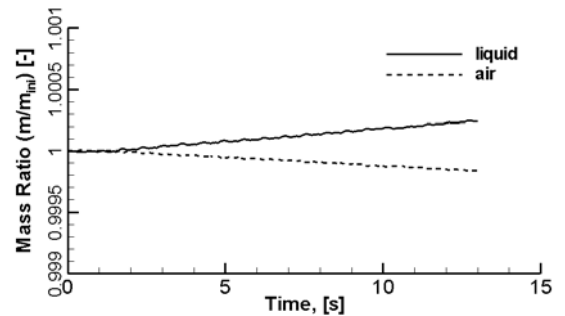


Fig. 14 Time histories of the mass ratio of liquid and air for the case 2

사각형 탱크 내부의 슬로싱 유동에 대한 수치해석을 수행하였다. 계산된 자유표면의 형상과 특정위치에서의 압력의 시간 변화는, 전반적으로 실험 결과와 비교적 좋은 일치를 보였다.

CIP기반의 기법은 직각격자계에서는 부등간격의 격자를 사용하더라도 3차 정도를 유지하나, 물체적합좌표계나 비구조 격자등을 사용하여 좌표변환 등을 수행하면 정도가 떨어지는 것으로 알려져 있다. 이에 본 계산기법을 보다 효과적으로 사

용하기 위해서는 직각격자계를 기반으로 내/외부 물체 등을 표현할 수 있는 수치기법의 검토와 도입이 필요하다. 이를 통해서, 자유수면을 포함한 복잡한 형상의 물체의 내/외부 다상 유동, 나아가 물체의 운동까지 포함시키는 해석이 가능해질 것이라 기대된다.

후 기

본 연구는 지식경제부의 “해상 LNG 터미널(FSRU) 엔지니어링 기술 개발(총괄주관기관 : 한국해양연구원)” 과제의 지

원으로 수행된 연구 결과를 포함하고 있으며, 연구비 지원에 감사를 표합니다.

참고문헌

- [1] 1981, Hirt, C.W. and Nichols, B.D., "Volum of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries," *JCP*, Vol.39, pp.201-225.
- [2] 1994, Sussman, M., et al., "A level set approach for computation solutions to incompressible two-phase flow," *JCP*, Vol.114, pp.272-280.
- [3] 1995, Miyata, H. and Park, J.C., "Ch.5 Wave breaking simulation," *Potential flow of fluids*, ed. M. Rahman, *Computational Mechanics Publications*, UK., pp.149-176.
- [4] 1988, Monaghan, J.J., "An Introduction to SPH," *Comput. Phys. Comm.*, Vol.48, pp.89-96.
- [5] 1996, Koshizuka, S. and Oka, Y., "Moving-Particle Semi-implicit Method for Fragmentation of Incompressible Fluid," *Nucl. Sci. Eng.*, Vol.123, pp.421-434.
- [6] 2010, 황성철, 외2인, "유체 충격 하중 예측을 위한 MPS 법의 개량," *한국전산유체공학회지*, 제15권, 제1호, pp.71-80.
- [7] 1987, Takewaki, H. and Yebe, T., "The Cubic-interpolated pseudo particle (CIP) method Application to Nonlinear and Multidimensional Hyperbolic Equations," *JCP*, Vol.70, No.2, pp.355-372.
- [8] 1991, Yabe, T., "A Universal Cubic Interpolation Solver for Compressible and Incompressible Fluids," *Shock Waves*, Vol.1, No.3, pp.187-195.
- [9] 1996, Xiao, F. et al., "Constructing oscillation preventing scheme for advection equation by rational function," *Comput. Phys. Comm.* Vol.93, pp.1-12.
- [10] 2001, Xiao, F., and Yabe, T., "Completely Conservative and Oscillationless Semi-Lagrangian Scheme for Advection Transportation," *JCP*, Vol.170, pp.498-522.
- [11] 2005, Xiao, F. et al., "A simple algebraic interface capturing scheme using hyperbolic tangent function," *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, Vol.48, pp.1023-1040.
- [12] 2007, Yokoi, K., "Efficient implementation of THINC scheme: A simple and practical smoothed VOF algorithm," *JCP*, Vol.226, pp.1985-2002.
- [13] 2004, Hu, C., "A CIP-based method for numerical simulations of violent free-surface flows," *Journal of Marine Science and Technology*, Vol.9, pp.143-157.
- [14] 1996, Xiao, F. et al., "Constructing a multi-dimensional oscillation preventing scheme for the advection equation by a rational function," *Comput. Phys. Comm.*, Vol.94, pp.103-118.
- [15] 2006, Kisev, Z.R. et al., "Numerical simulation of violent sloshing by a CIP-based method," *Journal of Marine Science and Technology*, Vol.11, pp.111-122.
- [16] 2008, Kashiwagi M. et al., "CFD Computations of Strongly Nonlinear Wave-body Interactions on the Free Surface," *6th Osaka colloquium on seakeeping and stability of ships*, Osaka, Japan, pp.93-100.
- [17] 1976, Noh, W.F. and Woodward, P., "SLIC(Simple line interface Calculation)," in *Springer Lecture Notes in Physics(Springer-Verlag, Berlin.New York)*, Vol.59, pp.330-339.
- [18] Martin, J.C. and Moyce, W.J. (1952), "An experimental study of the collapse of liquid columns on a rigid horizontal plane," *Philos. Trans. Roy. Soc. London, Ser.A* , Vol.244, No.882, pp.312-324.
- [19] 2009, Park, I.R., et al., "Study on the effects of turbulence intensity and surface roughness on the free surface and pressure in a shallow water tank," *Proc. Joint Conf. Korean Association of Ocean Sci. and Tech. Societies*, pp.604-651.
- [20] 2009, Hu, C. and Kashiwagi, M., "Two-dimensional numerical simulation and experiment on strongly nonlinear wave - body interactions," *Journal of Marine Science and Technology*, Vol.14, pp.200-213.
- [21] 2011, Lee, B.H., Park, J.C., Kim, M.H. and Hwang, S.C., "Step-by-step improvement of MPS method in silulating violent free-surface motions and impact-loads," *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, Vol.200, pp.1113-1125.