

확률적 확산모형을 이용한 외래종과 전염성 질병의 최적제어에 관한 연구*

박 호 정**

〈차 례〉

I. 서 론
II. 최적제어모형

III. 요약 및 정리

I. 서 론

경제환경의 글로벌화로 인해 외래종의 유입이 증가하면서 이에 관한 연구도 지난 10여 년 간 여러 분야에서 이루어지고 있다. 토착 환경 시스템에 유입되는 외래종의 상당수는 토착 생태계와 경제에 심각한 영향을 미친다.¹⁾ 외래종의 경제적 영향에 관한 초기 연구 중의 하나인 Pimentel *et al.*(2000)에 의하면, 미국내 5만 여 종의 비토착 생물종에 의한 경제 및 환경 피해비용은 연간 1,300억

* 이 논문은 2008년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국학술진흥재단의 지원을 받아 연구되었음(KRF-2008-332-B00059).

** 고려대학교 식품자원경제학과 부교수.

달러에 이른다. 이와 같은 피해 중 비교적 큰 규모의 피해를 초래한 외래종으로서 가장 심도 있게 연구되어 온 것으로는 얼룩말홍합(Zebra mussel 또는 학명으로는 *dreissena polymorpha*)이 있다. 얼룩말홍합은 1980년대 중반에 미국의 5대호 중의 하나인 이리 호와 휴런 호 사이에 위치한 세인트클레어 호수에서 처음 발견되었는데, 북유럽의 항구에서 출항한 화물선의 밸러스트를 통해 미국 내로 유입된 것으로 알려지고 있다.²⁾ 얼룩말홍합의 제어를 위한 연방 및 주정부 단위에서의 광범위한 노력에도 불구하고 얼룩말홍합은 이미 북미 지역에 광범위하게 퍼져 나간 상태이다.

동식물 개체 외에 미생물 단위로 유입되는 외래종으로 인한 질병 또한 최근에 그 발현빈도가 잦아지고 있다. 우리나라도 예외는 아니어서 블루길, 배스 등의 외래생물종이 확산되고 있으며, 또한 미생물 단위에서 보면 2000년대 초반의 SARS(Severe Acute Respiratory Syndrome)에서부터 최근의 신종플루(H1N1)와 구제역에 이르기까지 다양한 외래질병을 경험하기도 하였다.

이와 같은 외래종의 유입에 관한 상당수 연구는 비교적 최근에 이루어지고 있으며, 게다가 대부분 생태학적 차원에서 접근하고 있지만, 외래종이 경제에 미치는 영향의 심각성이 인식되면서 경제학 분야에서도 외래종에 관한 연구가 활발하게 진행되기 시작하였다. Olson and Roy (2002)는 외래종으로 인한 피해 비용과 외래종의 제어비용을 최소화하는 관점에서 외래생물종의 최적제어 문제를 살펴보았다. 즉, 외래종의 유입은 바람직하지 않지만, 이를 사전에 예방하는 노력이나 통제하는 데에는 막대한 비용이 수반되므로, 외래종이 끼치는 피해 비용과 비교하여 사회적으로 바람직한 최적의 제어수준을 도출하고자 하였다.

1) 외래종은 non-native species, non-indigenous species, exotic species 등으로 불리고 있으며, 또는 침입종(invasive species)으로 분류되기도 한다. 외래종에 대한 학술적 명칭의 분류와 정리는 아직 진행중에 있으며, 연구자마다 관점에 따라 다양하게 칭하고 있다 (Lockwood *et al.*, 2007, p. 3).

2) 화물선의 밸러스트는 외래생물종이 유입되는 대표적인 경로로 여겨지고 있다. 화물선이 가버울 경우에 안정적인 운항을 위하여 밸러스트 탱크에 물을 유입하고, 화물의 적재 이후에 밸러스트 탱크의 물을 방출한다. 이 과정에서 타지의 생물종이 유입될 수 있다.

Eiswerth and Johnson (2002)은 유사한 문제를 생물학적인 로지스틱 성장함수를 적용한 외래종의 최적제어 모형을 제시하였다. Gutierrez and Regev (2005)는 경제학과 생태학 모형의 유사성을 최적화 모형 관점에서 살펴보았다. 상기의 논문들은 기본적으로 외래종의 제어를 비용편익 분석의 관점에서 바라본 것으로서, 그 상대적 크기에 따라 완전제거(full eradication), 부분제거(partial eradication), 미제거(no eradication) 노력이 투입되어야 함을 논하고 있다.³⁾

이와 같은 관점에서 문제가 되는 것은 외래종의 영향을 사후적으로 계량화하는 데에 시간이 소요될 뿐만 아니라, 정량화 분석 이후에 적정 수준의 제어노력을 기울인다는 것이 현실적으로 적합하지 않은 경우가 많다는 점이다. Parker *et al.* (1999)는 외래종의 영향을 정량화하기 위해 $S = R \times A \times E$ 의 공식을 제안하였다. S 는 외래종의 영향(overall impact), R 은 외래종의 공간적 확산규모(단위는 m^2), A 는 m^2 당 외래종의 밀도, E 는 외래종의 단위당 영향을 각각 나타낸다. Parker *et al.* (1999)의 방식과 유사하지만, Ricciardi (2003)는 외래종의 성장함수를 더하여 외래종의 영향을 평가하는 공식을 제안한 바 있다. 어떠한 방식을 사용하든지간에 외래종의 영향을 평가하기 위한 기본적인 데이터의 확보와 분석에 소요되는 시간을 감안한다면 상당수 외래종의 확산을 막는데 시기적으로 늦을 수 있다.

특히 외래종이 동식물 개체가 아닌 H1N1이나 SARS와 같은 외래질병일 경우에는 초동대응 체계가 늦게 가동되면 그 사회적 비용은 천문학적으로 증가할 수 있다. 이 같은 경우에는 비용편익 분석의 관점보다는 외래질병의 팬데믹(pandemic) 발생 확률을 최소화하는 관점에서 대응할 필요가 있다. 2000년대 초에 경험한 SARS와 웨스트나일바이러스(West Nile Virus)는 외래미생물종이 전염성 질병으로 발전된 대표적인 사례로서, 그 이후 외래종과 외래질병에 대한 구분을 뚜렷이 하지 않고 있다. 비토착 병원균이나 기생충이 외래질병을 초래하

3) 외래종의 제어관련 문헌에서 제어(control)는 사전적 예방(prevention 내지는 precautionary rule), 제거(eradication)까지 포함하는 넓은 의미에서 사용되는데, 본 연구에서는 예방을 논하지는 않는다.

기 때문에, 과거의 병충해관리 기법을 개선, 적용하여 외래질병에 관해 분석하기도 한다. Saphores and Shogren (2005)은 병충해 관리를 위한 최적화 모형을 외래질병균의 확률적 확산의 제어문제로 파악하고 식물흡션 기법으로 분석하기도 하였다. 하지만 이들의 연구 역시 비용편익의 관점에서 분석되었다.

본 연구에서는 외래질병의 팬데믹 발생확률을 최소화하기 위한 최적 제어노력을 분석하도록 하며, 기존 연구와의 비교차원에서 완전제거 및 부분제거를 위한 조건을 도출하도록 한다. 외래종의 확산과정은 확정적이라기보다는 확률적이기 때문에 이를 반영하기 위해서 확률적 확산모형을 가정하였다. 또한 팬데믹 확률 최소화 문제와 비교하기 위해 사회적 비용최소화 방식에서의 최적제어문제 또한 제시, 비교하도록 한다. 이를 통해 본 연구에서는 외래질병의 관리에는 비용편익 분석의 결과보다는 더욱 적극적인 초기 대응시의 완전제거를 위한 노력의 투입이 필요함을 보여주고자 한다. 무엇보다도 본 연구는 그동안 국내에서 특별히 주목받지 못했던 외래종의 경제학적 연구에 관해 소개하는 데에도 목적을 두고 있다.

논문의 기본구성은 다음과 같다. 제Ⅱ장에서는 외래종, 외래질병의 확률적 확산모형과 최적제어문제를 분석하도록 한다. 팬데믹 확률최소화 문제와 사회적 비용최소화 문제로 구분하여 분석한다. 분석에 대한 시사점과 향후 연구과제는 제Ⅲ장에서 논하도록 한다.

Ⅱ. 최적제어모형

외래종 제어문제는 최근 자원 및 환경 경제학에서 매우 중요한 주제로 다루어지고 있다. 초기의 상당수 연구는 외래종 바이오매스의 규모나 증가율과 모니터링에 대한 불확실성이 존재하지 않는 확정적 모형을 도입하고 있다(Eiswerth and Johnson, 2002; Merel and Carter, 2008). 본 연구에서는 외래종의 확률적 확산모형을 가정하였다. 하지만, 외래종 확산에 대한 불확실성은 제어노력이 지속적으로 이루어지면서 정보가 축적되고 학습효과를 습득하게 됨에 따라 감소

한다고 보았다. 또한 사회에서는 외래종의 증가율에 관한 정보를 근거로 제어노력에 대한 수준을 결정하는 것으로 본다. t 시점에서 파악되는 외래종의 스톡을 $S(t)$ 라고 하고, 이는 다음과 같은 확률과정을 따른다고 가정한다.

$$dS(t) = \alpha(S(t), k)dt + \sigma(S(t), k)dw(t). \quad (1)$$

식 (1)에서 $\alpha(S(t), k)$ 는 외래종 스톡 $S(t)$ 의 증가율(drift rate)이며, $\sigma(S(t), k)$ 는 변동률(volatility rate)을 나타낸다. $dw(t)$ 는 $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ 상의 표준적인 위너증가(Wiener increment)로서 $E(dw(t)) = 0$, $\text{Var}(dw(t)) = dt$ 를 만족한다. 외래종의 제어노력(eradication effort)을 나타내는 k 는 증가율과 역의 관계에 있다. 또한 제어노력이 증가함에 따라 학습효과에 의해 규제당국의 정보 불확실성이 감소함으로써 변동률도 감소한다고 가정한다. D'Evelyn *et al.* (2008)은 외래종 관리를 통해 학습효과(learning by catching)를 획득하게 되고, 이는 외래종 스톡규모의 확률에 관한 새로운 정보를 제공하게 됨을 보여준 바 있다. 이와 유사하게 본 연구에서도 외래종의 모니터링에서부터 제어에 이르는 전반적인 노력을 통해 외래종 확산에 대한 생물학적 지식을 습득하게 되고 스톡규모의 예측성도 개선시킬 수 있다고 가정한다. 따라서 외래종 확산에 대한 식 (1)은 통제변수인 k 에 의해 영향을 받는 소위 확률제어과정(controlled stochastic process)에 해당된다. 정보(information)가 연속적으로 주어지는 가운데 불확실성은 존재하지만, 외래생물종의 제어노력이 증가함에 따라 불확실성이 감소한다고 본다.

또한 외래종 스톡의 확산은 생물성장함수에서 자주 이용되는 로지스틱 함수(logistic function)를 따른다고 본다. 자연증가율 r , 최대부양능력(carrying capacity) K_0 가 주어질 때, 로지스틱 함수는 $(rS(t)(1 - S(t)/K_0))$ 로 주어진다. 이상을 고려하여 식 (1)의 확률과정을 보다 구체적으로 나타내면 다음과 같다.

$$dS(t) = \left(rS(t) \left(1 - \frac{S(t)}{K_0} \right) - k\lambda S(t) - mS(t) \right) dt + \sigma(1 - k)S(t)dw(t). \quad (2)$$

λ 는 외래종 제어노력의 실효성으로서, 제어노력 k 가 행사될 때 외래종 스톡 증가율의 실제적인 감소성과를 나타낸다. m 은 외래종의 확산과정에서 토착종과의 경쟁을 통해 정착에 실패하는 부적응률을 나타낸다. 증가율을 결정하는 λ , r , m 의 파라미터 모두 $[0, 1]$ 의 공간에서 정의된다.

일련의 연구결과에서 밝혀지고 있듯이(Dennis, 2002; Drake and Lodge, 2006), 외래종의 확산과정은 식 (2)보다 훨씬 더 복잡할 수도 있다. 상당수 외래종에서 발견되는 현상으로서, 타 지역에 성공적으로 유입된다 하더라도 정착(establishment)에 필요한 충분한 개체수의 확보에 실패하여 점차 소멸되는 경우가 있다. 북미지역에 유입되었던 파리새(house finch로 불리며, 학명은 *Carpodacus mexicanus*)의 경우가 여기에 해당된다(Lockwood *et al.*, p. 160). 이른바 엘리 효과(Allee effect)로 불리는 저개체수에서의 정착실패 가능성을 본 논문에서는 고려하지 않으나, 본 연구에서 제시된 모형의 연장선상에서 분석한 Park and Lee(2011)에서 찾아볼 수 있다.

가능한 제어노력(admissible eradication effort) k 는 \mathcal{K} 의 가능한 집합내 모든 t 에 대해 $0 \leq k \leq 1$ 로 정의된다. 모든 제어과정은 피드백을 따르기 때문에, 이후 편의상 시간을 나타내는 t 는 필요한 경우를 제외하고서는 표기하지 않도록 한다. 외래종의 초기 스톡은 $S(0) = s$ 로 주어져 있다. $k=1$ 의 완전제어노력(full eradication effort)이 행사될 때 생장함수에 대한 불확실성은 완전히 해소되며, 이 경우 식 (2)의 확산과정은 일반적인 생물자원 경제학에서 활용되는 확정적인 로지스틱 함수로 표현될 수 있다.

1. 팬데믹 확률최소화 모형

여기서 우리는 외래종 스톡의 임계수준 \bar{S} 를 정의하도록 한다. 외래종 바이오매스의 스톡규모가 \bar{S} 이상일 경우에는 생태계나 환경에 지대한 영향을 미칠 수 있기 때문에, 스톡규모가 \bar{S} 에 다다른 확률을 최소화하는 문제로 본다. 임계수준 \bar{S} 에 대한 정보는 사전에 주어진 것으로 본다. 외래종 스톡이 \bar{S} 에 도

달하는 위험시기인 τ_k 는 $\tau_k = \inf\{t > 0 : S_k(t) \geq \bar{S}, k \in \mathcal{K}\}$ 와 같이 정의된다. 따라서, 위험시기 도달확률은 제어노력 k 와 스톡규모 $S(t)$ 에 대한 확률밀도함수가 $f(S(t), k)$ 일 때 다음의 식 (3)과 같이 주어진다.

$$V_k(s; \tau_0) = \int_{\tau_0}^{\tau_k} f(S(t), k) dt. \quad (3)$$

위에서 함수 $V_k(s; \tau_0)$ 는 초기 시점 τ_0 에 대해 독립적이므로 간단하게 $V_k(s)$ 로도 표현할 수 있다. 가치함수 $V_k(s)$ 는 연속이고 2계미분가능하다고 가정한다. 식 (3)의 위험도달 확률을 최소화하는 $V(s) = \min_{k \in \mathcal{K}} V_k(s)$ 의 문제로 요약할 수 있다. 따라서 정의에 의해 최적제어노력 $k^* \in \mathcal{K}$ 는 $V(s) = V_{k^*}(s) = \min_{k \in \mathcal{K}} V_k(s)$ 를 만족하는 k 가 된다. 결국 최소화 문제이기 때문에 Bellman의 최적화원리(Principle of Optimality)를 적용하여 아래를 구할 수 있다.

$$V(s) = \min_{k \in \mathcal{K}} E \left[\int_{\tau_0}^{\tau} f(S(t), s, k) dt + V(S(\tau, s, k)) \right]. \quad (4)$$

E 는 기대연산자이며, τ 는 $\tau_0 \leq \tau \leq \tau_k$ 에 의해 정의된다. Ito's lemma에 의해 미분연산자 $A^* V(s)$ 가 $A^* V(s) = (1/dt)E[V'(s)ds + 0.5V''(s)ds^2]$ 로 식을 전개하면 아래와 같은 HJB(Hamilton-Jacobi-Bellman) 방정식을 도출할 수 있다.

$$0 = \min_{k \in [0, 1]} \left(rs \left(1 - \frac{s}{K_0} \right) - k\lambda s - ms \right) V'(s) + \frac{1}{2} (1-k)^2 \sigma^2 s^2 V''(s). \quad (5)$$

식 (5)의 위험도달 확률 $V(\cdot)$ 는 다음의 두 경계조건을 만족해야 한다.

$$V(0) = 0, \quad (6)$$

$$V(\bar{S}) = 1. \quad (7)$$

경계조건이 의미하는 바는, 외래종 스탁이 0일 때 위험도달 확률 역시 0이며, 외래종 스탁이 \bar{S} 이면 위험도달은 확률 1로 발생한다는 것이다. 이는 $V(s)$ 가 s 에 대해 증가함수임을 의미하기도 한다. 경계조건 식 (6)과 식 (7)의 제약 하에 식 (5)를 최소화하는 최적화 문제로 정리된다. 동태계획을 이용하여 식 (4)를 만족하는 최적 k 를 구한 결과는 식 (5)의 최적화 문제를 푼 결과와 동일하다.⁴⁾ 최소화를 위해 식 (5)를 k 에 대해 1계미분하여 정리하면 다음을 구할 수 있다.

$$k^* = 1 + \frac{\lambda V'(s)}{\sigma^2 s V''(s)}. \quad (8)$$

외래종의 최적제어노력은 실효율 λ 가 증가함에 따라 감소한다. 만일 최적제어노력 k^* 가 존재한다면 $k^*(s) = 0$, $0 < k^*(s) < 1$, $k^*(s) = 1$ 의 세 경우로 구분될 수 있다. 아래에서는 이 세 가지 경우를 각기 독립적으로 살펴보도록 한다. 우선 가장 간단한 경우로서 완전 제어노력(full eradication effort)인 $k(s) = 1$ 이 최적일 경우를 보자. $k(s) = 1$ 일 경우 식 (5)를 정리하면 $(r(1 - s/K_0) - \lambda - m)s V'(s) \geq 0$ 이고, 또한 앞서 $V'(s) \geq 0$ 임을 보았으므로, $k(s) = 1$ 일 때 외래종 스탁의 로지스틱 증가율과 감소율(제어율 및 부적응률)과의 관계는 다음과 같이 구해진다.

$$r \left(1 - \frac{s}{K_0} \right) \geq \lambda + m. \quad (9)$$

이때 외래종 스탁의 증가율이 0인, 즉 $E(ds/dt) = 0$ 에서 기대수용능력(expected carrying capacity) $S_1 = (r - \lambda - m)K_0/r$ 을 구할 수 있다.

다음 외래종의 제어노력이 전혀 이루어지지 않는 $k(s) = 0$ 의 경우를 살펴보도록 한다. 이때 식 (5)를 정리하면 $(r(1 - s/K_0) - m)s V'(s) + 0.5\sigma^2 s^2 V''(s) \geq 0$ 이 되므로, 재정리하여 다음과 같은 식을 얻는다.

4) 이는 입증보조정리(verification lemma)에 의해 증명될 수 있는데, 본고에서는 증명과정을 생략하기로 한다. 자세한 증명과정은 Park and Lee(2011)를 참조할 수 있다.

확률적 확산모형을 이용한 외래종과 전염성 질병의 최적제어에 관한 연구

$$\frac{V'(s)}{V''(s)} \leq -\frac{1}{2}\sigma^2 s^2 \left(rs \left(1 - \frac{s}{K_0} \right) - ms \right)^{-1}. \quad (10)$$

식 (10)을 최적제어노력 식 (8)에 대입한 후, $k^*=0$ 으로 두고 정리하면 다음의 결과가 도출된다.

$$r \left(1 - \frac{s}{K_0} \right) \leq \frac{\lambda}{2} + m. \quad (11)$$

앞서와 마찬가지로 기대수용능력을 구하면 $S_0 = (r-m)K_0/r$ 임을 알 수 있다. 마지막으로 $0 < k < 1$ 의 경우를 분석하기 위해, 최적제어노력 식 (8)을 식 (5)에 대입하여

$$\left[rs \left(1 - \frac{s}{K_0} \right) - \left(1 + \frac{\lambda V'(s)}{\sigma^2 s V''(s)} \right) \lambda s - ms \right] V'(s) + \frac{1}{2} \frac{\lambda^2 V'(s)}{\sigma^2 V''(s)} = 0$$

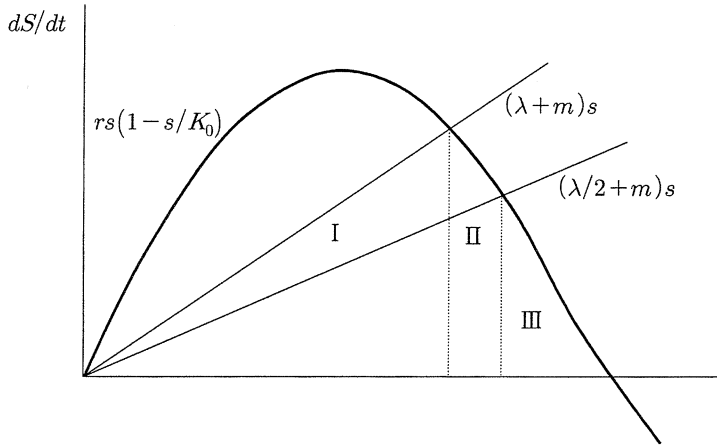
을 구한 후, 단순한 형태로 정리하여 최적제어노력 $k^*(s)$ 를 구할 수 있다.

$$k^*(s) = \frac{2}{\lambda} \left(r \left(1 - \frac{s}{K_0} \right) - m - \frac{\lambda}{2} \right). \quad (12)$$

$k^*(s)$ 에 대한 간략한 비교정태분석 결과, $\partial k^*/\partial r > 0$, $\partial k^*/\partial K_0 > 0$, $\partial k^*/\partial m < 0$ 와 같은 직관에 적합한 관계를 확인할 수 있다. 즉, 최적제어노력은 자연증가율 r 과 최대수용능력 K_0 에 비례하여 증가하며, 반면 부적응률 m 과는 (-)의 관계를 가진다. 또한 $\partial^2 k^*/\partial \lambda \partial r = -2/\lambda^2 < 0$ 으로부터, k^* 에 대한 λ 의 효과는 자연증가율의 증가에 따라 체감하는 것을 알 수 있다. 위 식의 값이 0과 1 사이에 존재하여야 하므로, 관계식을 유도하면 다음과 같다.

$$\frac{\lambda}{2} + m < r \left(1 - \frac{s}{K_0} \right) < \lambda + m. \quad (13)$$

〈그림 1〉 최적제어노력 수준의 결정



최적제어노력 k 에 대한 상기 결과를 정리하면 다음과 같다. 외래종의 로지스틱 증가율과 감소율의 관계가 $(r-s/K_0) \geq \lambda+m$ 이면 $k=1$ 의 완전제어노력을 기하며, $(r-s/K_0) \leq \lambda/2+m$ 으로 증가율이 낮으면 $k=0$, $\lambda+m > (r-s/K_0) > \lambda/2+m$ 이면 식 (12)에서 구한 $0 < k < 1$ 의 부분제어노력을 투입하는 것이 최적이다. 각 제어구간에서의 기대수용능력을 보면, $S_1 = (r-\lambda-m)K_0/r < S_0 = (r-m)K_0/r$ 로서 완전제어노력에서의 외래종 스톡이 작음을 알 수 있다.

$S(0)$ 가 III의 구간에 포함될 경우 제어율과 부적응률의 감소율이 로지스틱에 의한 증가율보다 충분히 크기 때문에 외래종 스톡 규모는 왼쪽으로 감소하게 된다. 외래종 스톡이 II의 구간에 포함될 경우에는 부분제어노력을 투입하여 스톡이 I 구간으로 이동하게 된다. 이때 증가율이 높은 I구간에서는 완전제어노력을 기울인다. 위 결과는 외래종 스톡이 $S(0) > 0$ 의 유입시 즉각적으로 완전히 제어하는 노력을 기울여야 함을 의미한다. 즉, 모니터링을 통해 외래종 유입이 확인되는 시점의 초등대응이 매우 중요하며, 제어비용과 제어편익의 상호 비교 후에 외래종 제어결정을 기울이는 것으로 시기적으로 늦음을 알 수 있다.

여기서 한 가지 더 살펴볼 점은 임계수준 \bar{S} 의 위치다. \bar{S} 는 외래종이나 외래질병의 확산이 사회적으로 심각한 문제가 될 수 있는 수준으로 정의되지만, 또한 외래종 개체를 탐지하게 되는 시점에서의 스톡으로도 볼 수 있다(Lockwood *et al.*, 2007, p. 178). 이와 같은 임계수준은 확정적인 로지스틱 성장함수에서의 최대값을 보이는 수준에서의 스톡에 해당된다.

따라서 $\lambda + m$ 이 충분히 크지 않은 상황에서는 대부분의 \bar{S} 는 $S^* = \{s : rs(1 - s/K_0) = \lambda + m\}$ 보다 작게 되므로 외래종 유입 초기부터 완전제어노력을 기울이는 것이 최적이다. 다음 절에서는 위험도달 확률 최소화 대신 사회적 관점에서의 외래종 비용 최소화 문제로 최적제어노력을 도출하도록 한다.

2. 외래종 관리의 비용최소화 관점에서의 최적제어노력

본 절에서는 외래종의 제어를 사회적 비용 최소화의 관점에서 살펴보도록 한다. 앞에서 제시한 모형은 위험도달 확률을 최소화하는 것으로서, c_1 은 외래종 스톡이 경제 및 생태계에 끼치는 단위당 사회적 비용이며, c_2 는 외래종 제어노력에 소요되는 단위당 비용을 나타낸다. 따라서 외래종이 존재하고 제어노력이 행사될 때에 사회 전체적으로는 비용 $c_1 s^\gamma + c_2 k$ 가 발생한다. k 가 증가하면 총 비용이 증가하지만 k 증대에 따라 외래종 스톡이 줄면서 외래종의 피해비용이 감소하기 때문에, 적정수준의 k 에 대해 사회적 비용을 최소화하는 문제로 볼 수 있다. 목적함수는 다음과 같이 주어진다.

$$\max_k E - \int_0^\infty (c_1 s^\gamma + c_2 k) e^{-\rho t} dt \quad (14)$$

식 (14)의 극대화 또는 비용최소화의 제약식으로 외래종 스톡의 변화율인 식 (2)가 주어지므로, Ito's lemma를 이용하여 HJB 방정식을 풀면 다음을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \rho W(s) = \max & -c_1 s^\gamma - c_2 k + \left[rs \left(1 - \frac{s}{K_0} \right) - k\lambda s - ms \right] W'(s) \\ & + \frac{1}{2} \sigma^2 s^2 W''(s) \end{aligned} \quad (15)$$

위의 HJB 방정식은 제어변수 k 에 대해 선형이므로 1계조건이 $s W'(s) = -c_2$ 와 같으며, 따라서 생물자원의 최적제어 문헌에서 자주 언급되는 소위 MRAP (Most Rapid Approach Path)를 따른다. 즉, $k \in [0, 1]$ 일 때, $s W'(s) > -c_2$ 또는 $W'(s) > -c_2/s$ 이면 최적제어노력 $k=0$ 이며, $W'(s) < -c_2/s$ 이면 $k=1$ 을 취하는 것이 최적이다.

식 (15)에 대한 폐쇄해(closed form solution)는 없으므로, 수치해석을 하도록 한다. 수치해석 기법은 다양한 종류의 비선형 함수 분석에 적합한 배열방식(collocation method)을 사용하였다(Miranda and Fackler, 2002). 배열방식은 $x \in [a, b]$ 에 대해 임의의 함수 $g(x, f(x)) = 0$ 를 만족하는 함수 $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ 를 찾는 과정을 포함한다. 미지의 함수 $f(x)$ 는 n 개의 베이스스 함수 $\phi_j(x)$ 로 구성된 선형함수 $\hat{f}(x) = \sum_{j=1}^n c_j \phi_j(x)$ 를 이용하여 계수 c_j 를 찾아서 구한다. 따라서 배열방식에 의한 음함수 해법은 식 (16)을 만족하는 n 개의 비선형방정식에서 c_j 를 수치적으로 탐색하는 방식이다.

$$g\left(x_i, \sum_{j=1}^n c_j \phi_j(x_i)\right) = 0, \quad i = 1, \dots, n \quad (16)$$

배열방식은 식 (16)을 만족하는 고정점(fixed point)을 구하는 방법으로서, 수치해석에서 광범위하게 이용되는 뉴턴 방식이나 브로이든 방식 등을 이용해서 구할 수 있다. 본 연구에서는 수치해석 단계에 가기에 앞서 폐쇄해는 구할 수 없지만 모형의 결과가 함축하는 바를 제공하는 비교정태분석을 간단히 수행하도록 한다. 고계항(higher order terms)이 존재하지 않는다고 가정하여 $W''(s) = c_2/s^2$ 을 구한 후, 이를 다시 HJB에 대입하면 최적화 제약 상태하에서의 HJB 방정식을 얻게 된다.

확률적 확산모형을 이용한 외래종과 전염성 질병의 최적제어에 관한 연구

$$\rho W(s) = -c_1 s^\gamma - c_2 k - \left[rs \left(1 - \frac{s}{K_0} \right) - klambers - ms \right] \left(\frac{c_2}{s} \right) + \frac{1}{2} \sigma^2 c_2 \quad (17)$$

좌변의 할인율을 우변으로 정리하여 $W(s)$ 에 대해 전개하면

$$W(s) = -\frac{c_1 s^\gamma}{\rho} - \frac{rc_2}{\rho} \left(1 - \frac{s}{K_0} \right) + (\lambda - 1) c_2 \frac{k}{\rho} + \frac{mc_2}{\rho} + \frac{1}{2} \sigma^2 c_2 \quad (18)$$

로 정리되는데, 여기서 $W'(s) = -\gamma c_1 s^{\gamma-1} / \rho + rc_2 / (\rho K_0)$ 임을 알 수 있다. 앞서 구한 1계조건인 $sW'(s) = -c_2$ 에 대입하여 비교하면 외래종 제어를 위한 MRAP 형태의 규칙을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\gamma c_1 \frac{s^{\gamma-1}}{\rho} < c_2 \left(\frac{1}{s} + \frac{r}{\rho K_0} \right) \text{ 이면 } k = 0 \quad (19)$$

$$\gamma c_1 \frac{s^{\gamma-1}}{\rho} > c_2 \left(\frac{1}{s} + \frac{r}{\rho K_0} \right) \text{ 이면 } k = 1 \quad (20)$$

식 (19)와 식 (20)의 좌변은 외래종의 한계피해비용의 현재가치를 나타내며, 우변은 외래종의 확산에 따른 한계제어비용의 현재가치를 나타낸다. 따라서 한계피해비용의 현재가치가 한계제어비용보다 많으면 완전제어노력을 행사하는 것이 최적이며, 그 반대의 경우에는 외래종 제어노력을 굳이 투입할 필요가 없다. 다음 절에서는 앞에서 제시한 두 모형에 대한 시뮬레이션 분석결과를 제시하도록 한다.

3. H1N1을 이용한 시뮬레이션

본 절에서의 시뮬레이션은 최적제어모형이 침입질병(invasive disease)의 제어에 대해 함축하는 바를 살펴보기 위한 것으로서, 수치의 현실적 의미는 제한되어 있다. 국내에 유입되어 정착단계까지 진전을 보인 외래종은 블루길이나 배

스 등 다양하게 있으나 본 연구에서는 외래질병의 분석을 목적으로 하고 있으며, 또한 분석을 위해서 필요한 기간별 확산규모에 대한 상세한 데이터가 확보된 사례는 외래질병 중의 하나인 신종인플루엔자밖에 확인되지 않았기 때문에 신종인플루엔자를 대상으로 분석한다. 앞의 두 모형에 대한 시뮬레이션으로 2009년의 신종인플루엔자에 관한 질병관리본부의 데이터를 사용하였다.

신종인플루엔자는 H1N1으로 불리는데, A형 인플루엔자 바이러스의 변이로 생긴 호흡기 질환으로 2009년 초 미국에서부터 출발하여 전 세계적으로 퍼졌다. 본 연구에서는 2009년 당시 국내에서 확인된 H1N1 데이터를 이용하여 위에서 제시한 최적제어노력에 대한 시사점을 실험적으로 도출한다.⁵⁾ 호흡기바이러스 실험실 통합감시 시스템에 의해 파악된 2009년의 1주~52주 자료(2008년 12월 28일~2009년 12월 26일)에 의하면 국내 검출건수 기준으로 신종인플루엔자 바이러스는 총 3,927건으로 집계되었다. 본 연구에서는 국내에서 신종인플루엔자가 확인된 2009년 33주(8월 9일~8월 15일)에서부터 2010년 1주(2009년 12월 17일~2010년 1월 2일)까지의 H1N1 파악건수 데이터를 활용하도록 한다. <그림 2>는 매주 보고된 H1N1 감염환자 수를 누적하여 2010년 1주째까지 총누적된 3,783건을 1로 정규화하여 기간별로 정리한 결과를 보여준다.

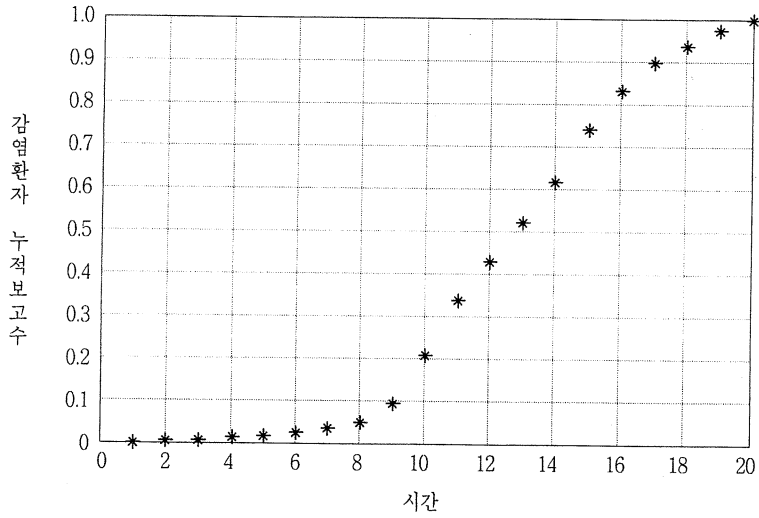
본 기간 동안 H1N1으로 인한 사망자 수는 총 209명에 이르는 것으로 집계되었는데, 사망자 수 역시 초기에는 1주일에 1명 정도에서 이후 5명까지 증가하다가, 2009년 44주부터 급작스럽게 20명 넘게 집계되기 시작하였다.⁶⁾ <그림 2>에서 보듯이 H1N1의 확산은 로지스틱 함수를 상당히 따르고 있다. 따라서 로지스틱 함수 $S(t) = se^{rt} / (1 + s(e^{rt} - 1))$ 을 이용하여 자연증가율 r 을 추정하였다. 앞서 언급했듯이 누적 H1N1 건수를 최대건수로 정규화하였기 때문에 최대수용능력 K 는 1로 전제하였다. 비선형최소자승법(NLS)으로 추정된 결과

5) 본 시뮬레이션은 최적제어모형이 침입질병(invasive disease)의 제어에 대해 함축하는 바를 살펴보기 위한 것으로서, 수치의 현실적 의미는 제한되어 있다.

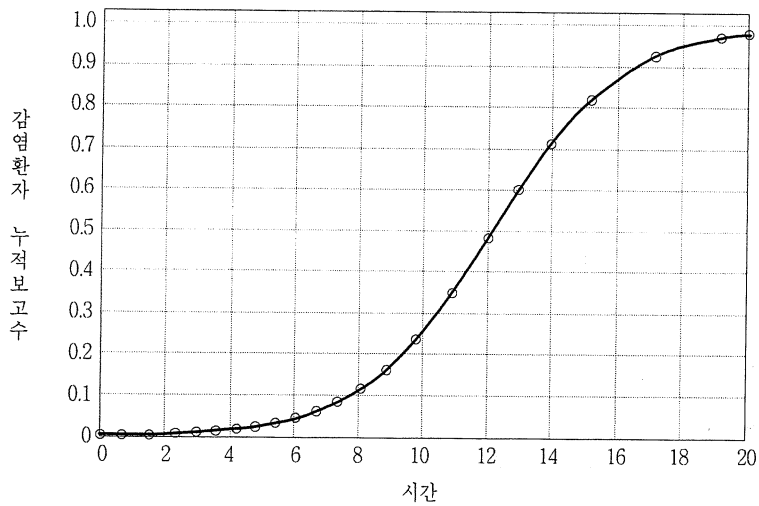
6) H1N1 사망자의 정의는 실험적으로 신종인플루엔자가 확인되어야 하고, 신종인플루엔자 이환부터 사망까지 신종인플루엔자의 완전한 회복기가 없는 경우에 해당된다(질병관리본부, 2010).

확률적 확산모형을 이용한 외래종과 전염성 질병의 최적제어에 관한 연구

〈그림 2〉 H1N1 누적건수



〈그림 3〉 로지스틱 함수 추정결과



$r=0.5$ 를 구하여 $K=1$ 일 때 로지스틱 확산으로 표현한 결과가 <그림 3>에 제시되어 있다.

제어효과율 λ 의 값이 0.1~0.35, 부적응률도 0.1~0.35까지의 변화를 주었을 때의 최적제어노력 k^* 에 대한 민감도 분석결과가 <그림 4>에 제시되어 있다. Williamson and Fitter(1996)의 이른바 ‘10의 법칙’에 따르면 외래종의 침입 단계에서 10%만이 정착하게 되고, 이 중 10%만이 확산하여 그 중에서 다시 10%만이 토착종에 영향을 주게 된다. ‘10의 법칙’은 현실을 지나치게 단순화 시켰다는 비판을 받기는 하지만(Lockwood *et al.*, 2007), 외래종의 침입 및 정착 과정에서 발현되는 복잡성을 이해하는 데 도움이 될 뿐만 아니라, 영국에서 발견한 속씨식물(angiosperm)과 소나무, 그리고 다양한 개체가 ‘10의 법칙’을 따르는 것으로 나타났다(Williamson, 1993; Lonsdale, 1994; Boag and Yeates, 2001). 본 연구에서는 H1N1 관련 실증데이터가 부재할 뿐만 아니라 시뮬레이션은 실험적이기 때문에 ‘10의 법칙’을 적용하여 앞서 추정된 자연증가율 0.5를 적용하여 부적응률 m 이 최대 0.35까지 되는 것으로 가정하였다.

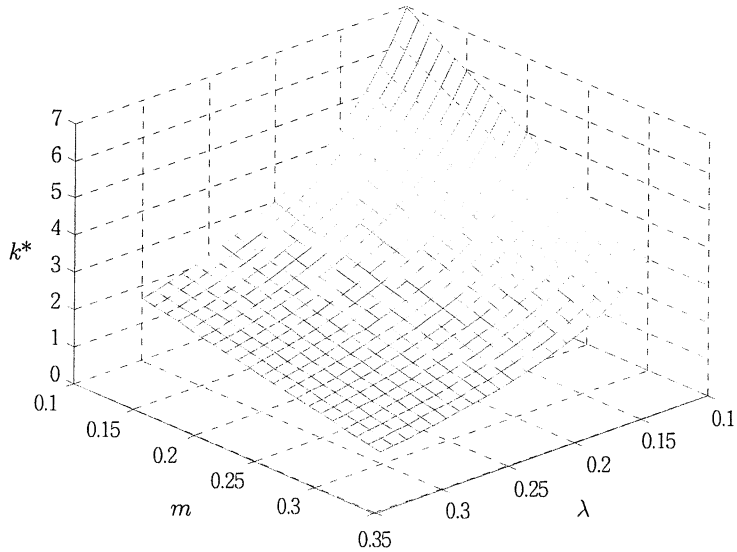
$\lambda/2 + m < r(1 - s/K_0) < \lambda + m$ 이 조건을 만족할 때 최적제어노력 k^* 는 부적응률 m 과 제어효과 λ 가 증가하면 감소하는 것으로 나타났다. 전자의 경우는 부적응률이 커지면서 제어노력 투입의 필요성이 감소하였기 때문이며, 후자의 경우는 다른 조건이 일정한 가운데서 제어효과가 커지면 제어노력이 감소하는 것이 최적이기 때문이다.

<그림 5>는 $\lambda/2 + m = 0.35$ 와 $\lambda + m = 0.4$ 의 구간 사이에서 최적제어노력 k^* 는 식 (12)를 따르게 된다. 따라서 외래질병 H1N1이 유입, 확산되기 시작한 1주~9주까지 완전제어노력이 필요하며, 그 이후에는 식 (12)의 k^* 를 따른다. 즉, 외래질병 유입 후 즉각적인 대응이 요구되며, H1N1의 경우에는 이 같은 완전제어노력은 타미플루 같은 항생제의 신속한 처방과 감염자의 격리를 통한 확산방지노력으로 해석될 수 있을 것이다.

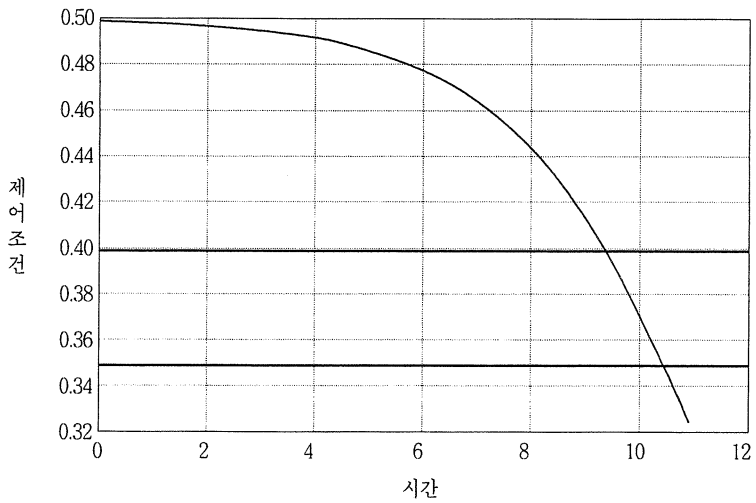
다음 제2절의 사회적 비용최소화 문제를 배열방식으로 수치해석한 결과를 제시

확률적 확산모형을 이용한 외래종과 전염성 질병의 최적제어에 관한 연구

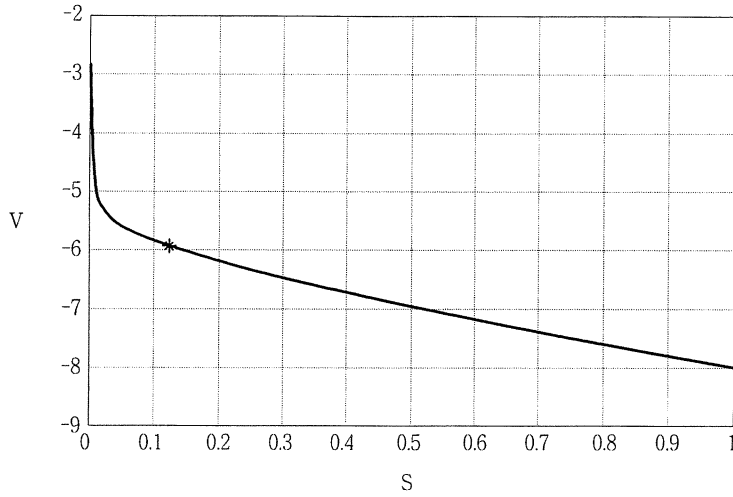
〈그림 4〉 m 및 λ 에 대한 최적제어노력의 민감도 분석



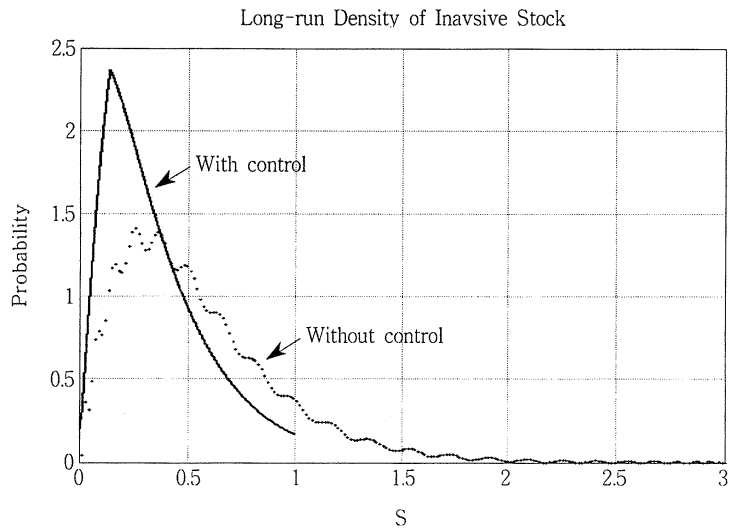
〈그림 5〉 최적제어노력 조건의 구간



<그림 6> 사회적 비용최소화를 위한 최적스톡 ($c_1 = 0.5, c_2 = 0.2$)



<그림 7> 외래종 제어노력 투입시 최적스톡의 도달확률



하도록 한다. 1계조건인 $sW'(s) = -c_2$ 를 기준으로, $W'(s) > -c_2/s$ 일 때 $k=0$, $W'(s) < -c_2/s$ 일 때 $k=1$ 의 최적화 조건을 식 (15)에 대입하여 식 (16)의 선형근사화를 이용한 배열방식을 통해 제어를 위한 최적스톡을 구한다.

외래종 스톡의 사회적 비용이 외래종 제어의 단위당 비용보다 크다고 전제하여 $c_1 = 0.5$, $c_2 = 0.2$ 로 가상적으로 설정하였다. <그림 6>에서 사회적 비용 최소화를 달성하는 외래종의 최적스톡은 0.12에 해당함을 알 수 있다. 이는 앞서 외래종 확산위험을 최소화하는 경우에 완전제어노력을 투입하는 것과 대비되는 결과인데, 그 차이는 외래종 제어를 시 소요되는 비용을 고려한 데서 발생한다. <그림 7>은 외래종 제어노력이 투입될 때 사회적 비용최소화에서 말하는 최적스톡 0.12에 도달하는 확률을 보여준다. 제어노력을 전혀 기울이지 않을 때보다는 외래종 스톡이 감소하지만, 여전히 (+) 규모의 외래종 스톡이 남아 있음을 알 수 있다.

Ⅲ. 요약 및 정리

외래종 침입과 확산문제의 발생이 빈번해지면서 최근 이에 대한 사회인식도 증가하였다. 외래종은 동식물 개체로 유입되기도 하며, 미생물 단위에서 들어와 지난 신종인플루엔자와 같은 팬더믹과 같은 외래질병을 초래하기도 한다. 전자의 경우에는 외래종 자체의 번식능력의 한계, 토착종과의 경쟁 등에 의해 초기 단계에 정착하지 못하거나 또는 심각하게 확산되기 전에 제거될 수 있는 기회가 있을 수 있다. 하지만, 후자의 외래질병에서는 초기 대응이 늦거나 미숙할 경우 확산이 광범위하게 이루어짐으로써 사회적 비용이 크게 증가할 수 있다. 따라서 외래질병의 경우에는 동식물 개체와는 달리 팬더믹의 발생확률을 최소화하는 관점에서 접근할 필요가 있다.

본 연구에서는 외래질병의 확산이 확률과정을 따를 때, 팬더믹의 발생확률을

최소화하기 위한 최적제어노력을 도출하는 모형을 제시하였다. 분석결과 외래질병의 증가율이 높은 초기 시점부터 완전제어노력을 기울이는 것이 바람직하며, 사회적 비용을 최소화하는 접근방식보다는 훨씬 적극적인 대응노력이 필요함을 살펴 보았다. 외래종 관리에 대한 대부분의 경제학적인 접근모형에서는 제어노력비용과 외래종 피해비용을 상호간에 비교함으로써 적정 수준에서의 제어노력을 강구하는 것이 합리적인 것으로 보지만, 외래질병은 피해비용에 대한 정량적 분석단계 이후 사후적으로 대책을 강구하기에는 시기적으로 적합하지 않음을 살펴보았다.

외래종 내지 외래질병에 관한 연구는 분석대상 개체의 특성에 따라 다양한 방식으로 접근하고 있다. 특히 본 연구에서 다루고 있는 외래질병의 경우에는 전염성 때문에 최근에 네트워크 기법으로 분석하거나, SIS(susceptible-infection-susceptible) 모형과 같은 생태학적인 방법과 접목해서 연구하기도 한다(Gersovitz and Hammer, 2004). 또한 Margolis and Shogren(2004)에서처럼 국제무역이 외래종의 확산에 미치는 영향에 초점을 두어, 적절한 국제무역 규범을 논하는 방향으로 분석하기도 한다. 본 연구는 이러한 다양한 모형 중의 하나로, 팬데믹 확률의 최소화 문제를 고려할 수 있음을 제시하는데 목적을 두었으며, 향후 보다 개체특성에 맞는 고유한 모형분석을 통해 정책적 시사점을 도출할 필요가 있다.

지난 신종플루나 보다 최근에는 구제역 파동의 경험에서 관찰되었듯이 질병과 관련된 침입외래종의 문제는 사회·생태적으로 매우 큰 비용을 초래할 수 있는 잠재적 위험이 큰 연구 분야이지만, 국내에서 관련 연구는 아직 활성화되지 않은 편이다. 본 논문의 한계에도 불구하고 이를 통해 외래종 연구가 확산되는데 기여하기를 바라며, 또한 외래종 연구의 특성상 융합연구가 활발하게 이루어지기를 기대한다.

본 연구에서는 데이터의 제약으로 인해 동식물 개체에서의 외래종 확산에 대한 분석은 시도하지 못하였다. 우리나라의 좁은 국토여건을 고려할 때 생태학적 취약성(vulnerability)이 높기 때문에, 외래종의 유입에 대해서는 사전적인 예방조치가 신중하게 고려될 필요가 있음을 무엇보다도 주목해야 할 것이다. 예를

들면, 현재 진행되고 있는 경인아라뱃길을 통해 5,000톤급 규모의 크루즈선이 한강 내륙까지 들어올 경우 발생할 수 있는 다양한 종류의 중국 연안 외래종의 국내 정착가능성과 프로파일링 연구가 우선적으로 수행되어야 할 것이다.

◎ 참고 문헌 ◎

1. 질병관리본부, 「인플루엔자 소식지」, 2009~2010 각 주별 호.
2. Boag, B. and G. W. Yeates, The Potential Impact of the New Zealand Flatworm, A Predator of Earthworms, in Western Europe, *Ecological Applications* 11, 2001, pp. 1276~1286.
3. Dennis, B., Allee Effects in Stochastic Populations, *Oikos* 96, 2002, pp. 389~401.
4. D'Evelyn, S. T., N. Tanuri, K. Burnett and J. A. Roumasset, Learning by Catching; Uncertain Invasion Species Populations and the Value of Information, *Journal of Environmental Management* 89(4), 2008, pp. 284~292.
5. Drake, J. M. and D. M. Lodge, Global Hot Spots of Biological Invasions : Evaluating Options for Ballast-water Management, *Proceedings of the Royal Society of London Series B : Biological Sciences* 271, 2006, pp. 575~580.
6. Eiswerth, M. E. and G. C. van Kooten, Uncertainty, Economics and the Spread of an Invasive Plant Species, *American Journal of Agricultural Economics* 84(5), 2002, pp. 1317~1322.
7. Eiswerth, M. E. and W. S. Johnson, Managing Nonindigenous Invasive Species : Insights from Dynamic Analysis, *Environmental and Resource Economics* 23(3), 2002, pp. 319~342.
8. Gersovitz, M. and J. Hammer, The Economical Control of Infectious Diseases, *The Economic Journal* 114, 2004, pp. 1~27.
9. Gutierrez, A. P. and U. Regev, The Bioeconomics of Tritrophic Systems : Applications to Invasion Species, *Ecological Economics* 52, 2005, pp. 383~396.

10. Lockwood, J. L., M. F. Hoopes and M. P. Marchetti, *Invasion Ecology*, Blackwell Publishing, 2007.
11. Lonsdale, W. M., Inviting Trouble : Introduced Pasture Species in Northern Australia, *Australian Journal of Ecology* 19, 1994, pp. 345~354.
12. Margolis, M. and J. F. Shogren, How Trade Politics Affect Invasive Species Control, Resources for the Future Discussion Paper 04-07, 2004.
13. Mehta, S. V., R. G. Haight, F. R. Homans, S. Polasky and R. C. Venette, Optimal Detection and Control Strategies for Invasive Species Management, *Ecological Economics* 61, 2007, pp. 237~245.
14. Merel, P. and C. A. Carter, A Second Look at Managing Import Risk from Invasive Species, *Journal of Environmental Economics and Management* 56, 2008, pp. 286~290.
15. Miranda, M. J. and P. L. Fackler, *Applied Computational Economics and Finance*, The MIT Press, 2002.
16. Olson, L. J. and S. Roy, The Economics of Controlling a Stochastic Biological Invasion, *American Journal of Agricultural Economics* 84(5), 2002, pp. 1311~1316.
17. Olson, L. J. and S. Roy, On Prevention and Control of an Uncertain Biological Invasion, *Review of Agricultural Economics* 27(3), 2005, pp. 491~497.
18. Park, H. and Y. Lee, Optimal Control of Stochastic Invasive Species with Allee Effects, Korea University, working paper. 2011.
19. Parker, I. M., D. Simberloff, W. M. Lonsdale, K. Goodell, M. J. Wonham, P. M. Kareiva, M. H. Williamson, B. Von Holle, P. B. Moyle, J. E. Byers and L. Goldwasser, Impact : Toward a Framework for Understanding the Ecological Effects of Invaders, *Biological Invasion* 1, 1999, pp. 3~19.
20. Pimentel, D., L. Lach, R. Zunign and D. Morrison, Environmental and Economic Costs of Non-Indigeneous Species in the United States, *BioScience* 50, 2000, pp. 53~67.
21. Ricciardi, A., Predicting the Impacts of an Introduced Species from Its Invasion History : An Empirical Approach Applied to Zebra Mussel Invasions, *Freshwater Biology* 48, 2003, pp. 972~981.

확률적 확산모형을 이용한 외래종과 전염성 질병의 최적제어에 관한 연구

22. Saphores, J. D. and J. F. Shogren, Managing Exotic Pests Under Uncertainty : Optimal Control Actions and Bioeconomic Investigations, *Ecological Economics* 52, 2005, pp. 327~339.
23. Williamson, M. H., Invaders, Weeds and the Risk from Genetically Manipulated Organisms, *Experientia* 49, 1993, pp. 219~224.
24. Williamson, M. H. and A. Fitter, The Characters of Successful Invaders, *Biological Conservation* 78, 1996, pp. 163~170.

접수일(2011년 4월 8일), 수정일(2011년 5월 29일), 게재확정일(2011년 6월 1일)

확률적 확산모형을 이용한
외래종과 전염성 질병의 최적제어에 관한 연구

박 호 정

경제환경의 글로벌화로 인해 외래종의 유입에 대한 관심이 증가하고 있다. 외래종은 동식물 개체 내지 미생물 수준에서 토착환경에 유입되어 침입종으로서의 유해한 영향을 미칠 수 있다. 본 논문은 확률적 확산과정을 이용하여 외래질병의 팬데믹 확률을 최소화하기 위한 최적제어 모형을 제시하며, 사회적 비용최소화 모형과 비교하였다. 실험적인 수치해석의 사례로 최근의 H1N1을 데이터를 이용하여 최적수준에 대한 비교정태 분석결과를 소개한다. 외래질병의 증가율이 높은 초기 시점부터 완전제어노력을 기울이는 것이 바람직하며, 사회적 비용을 최소화하는 접근방식보다는 보다 적극적인 초동대응 노력이 필요한 것으로 나타났다.

주제어: 외래종, 확률적 확산, 최적제어

Study on Optimal Control of
Stochastic Invasive Species and Infectious Disease

Hojeong Park

The problem of invasive species has been recently emerged as one of complicated issues due to increasing globalisation and its consequence of species immigrations. Since in most cases of invasive species it is less likely to fully eradicate them through human efforts, it is often interested in reducing the possibility of ecological disaster caused by the invasive species. This paper provides an optimal control model to minimize such possibility while allowing the stochastic nature of biological growth of the invasive species. Conditions under which the partial eradication effort is optimal are derived. Simple numerical illustration is provided using H1N1 data which is categorized as an invasive disease in microorganism level.

Keywords : invasive species, stochastic invasion, optimal control