

초등학교 4학년 소수단원에서의 수학과 PBL 모형 적용 수업 분석¹⁾

강미애* · 송상현**

본 연구는 초등학생에게 알맞은 수학과 PBL(문제중심학습)의 목표와 모형을 개발하여 실제 수업에 적용·분석함으로써 수학 교과에서의 PBL에 대한 실천적 이해와 구체적인 방안을 제시하는 것을 목적으로 한다. 본 연구는 7차 개정 수학과 교육과정의 목표를 구현할 수 있도록 지식, 기능, 태도 영역으로 구분하여 10가지 목표를 설정하고 수학과 PBL 목표 기준을 표로 제시하였다. 또한 기존의 PBL 모형을 수정·보완하여 초등학교에 적합한 수학과 PBL 모형을 개발하고자 수학적 의미화, 수리 정보 수집 단계를 추가하고 정리단계를 강화한 초등학교 수학과 PBL 모형을 제시하였다. 이를 초등학교 4학년 소수 단원에 두 차례의 현장 적용을 하는 동안 4명의 개별 학생들의 수학과 PBL 목표 도달여부와 반응을 살펴보았다.

1. 들어가는 말

7차 개정 수학과 교육과정(교육인적자원부, 2007)에서는 사회적 변화와 최근 교육 경향을 반영하여 “기초적인 수학적 지식과 기능을 습득하고 수학적 의사소통 능력을 길러 생활 주변에서 일어나는 현상과 문제를 합리적으로 해결하려는 능력과 수학에 대한 긍정적 태도를 기른다.” 라는 목표를 제시함으로써 학교에서 배운 수학적 지식과 기능을 가지고 일상의 문제를 해결하기 위해 계획을 세우고 의사결정하는 활동을 강조하고 있다.

습득한 수학적 지식과 기능을 일상생활의 문제를 해결하는 데 적용하고 응용해 보는 활동은 아주 중요하다. 7차 교육과정의 교과서에서도 이 활동의 중요성을 인식하고 ‘생활에서 알

아보기’, ‘적용해 보기’ 활동을 통해 생활 주변 현상과 수학을 서로 연계하고 그 속에서 수학적 지식이나 개념을 찾아보고 응용해 보도록 하고 있으나 실생활과 관련 없는 수학적 소재나 문제는 오히려 학생들에게 수학에 대한 흥미와 관심을 떨어뜨렸고 실생활 문제 해결에 도움을 주지 못하는 수학적 지식과 기능은 수학을 비활성 지식으로 남게 하였다(장민수, 2004).

7차 개정 수학과 교육과정의 교과서에서는 ‘탐구활동’이라는 차시를 통해 학습 내용을 단원에서 전개한 방법과 다른 방법으로 소개하고 있다. 이는 교과서에서 제시하는 교수·학습방법만이 유일한 것이 아니라 다양한 교수·학습방법이 필요하다는 것을 의미한다. 특히 무한한 정보와 급변하는 사회 변화 속에서 합리적인 문제 해결과 의사결정을 위해 복잡하고 다양한 상황 속에서 나에게 필요한 정보를 수집, 조직, 재구성하고 이를 다른 사람과의 의사소

* 인천당초등학교(mytrees77@hanmail.net, 제1저자)
** 경인교대/아주대(song2343@hanmail.net, 교신저자)
1) 이 글은 강미애(2011)의 석사학위논문을 요약/수정한 것임.

통을 통해 문제를 합리적으로 해결하는 능력과 태도가 중시되고 있다. 이러한 능력과 태도를 효과적으로 신장시키기 위해 수학과 PBL (Problem Based Learning, 이하, PBL) 모형을 고려할 필요가 있다.

본 연구는 역사 발생학적으로 수학의 실용성에 주안점을 두고 정리된 소수를 통해 “생활 속에서 부딪히는 여러 현상을 수학적 지식을 이용하여 이해하고 해결하는 활용할 수 있다.” (교육과학기술부, 2010)는 것을 학생들에게 일깨워주고 이를 통해 7차 개정 수학과 교육과정에서 추구하는 능력과 태도를 함양할 수 있도록 한다.

실생활과 관련된 비구조화 된 소수 문제를 학생들 스스로 해결해 보는 수학과 PBL을 통해 다음과 같은 연구 내용을 알아보고자 한다. 첫째, 초등학교 수학과 수업에서 활용할 수 있는 PBL의 목표와 방향을 논의한다. 둘째, 초등학교 4학년 수학 소수 단원에서 적합한 수학과 PBL 모형을 개발하고 이를 적용한 실제 수업을 분석한다.

II. 이론적 배경

PBL은 1969년 캐나다의 McMaster 의과대학 교수인 Barrows 교수에 의해 시작된 것이다. 그는 기존의 수업이 의과 대학 수업에 잘 맞지 않는다는 결론에서 시작하여, 자신의 경험적 틀에 의한 새로운 수업 모형을 선보였고 최근에는 의과대학뿐만 아니라 여러 기관이나 단체들의 프로그램으로 적용되고 있으며 구성주의 이론적 성원을 받아 새로운 교육방법으로 널리 활용되기 시작하였다(박인옥, 1999). PBL은 실생활과 밀접한 비구조화 된 문제 상황을 제시하고 이를 학습자 스스로 필요한 정보들을 수

집하고 조직하여 문제를 해결해 나가는 자기 주도적 학습 과정이면서 학습자들 간의 상호작용을 통해 문제를 해결해 가는 협력학습으로 교과와 관련된 지식과 사고력을 동시에 요구하는 교수·학습 방법이라고 볼 수 있다.

1. PBL의 문제

PBL은 실제적이고 비구조적인 문제로부터 학습이 시작된다. PBL에서 제시되는 문제는 비구조화되어 있으며, 실제적이고 교육 내용 체계와 관련성을 갖는다. 즉, PBL의 문제는 일상 생활에 실재(實在)하는 복잡하고 비구조적인 문제를 풀어나가는 것으로 학생들의 관심과 흥미를 끌 수 있을 만한 내용으로 구성된다. 또한 문제 그 자체에 문제 해결을 위한 정보가 모두 제시되지 않기 때문에 학생들 스스로 필요한 정보를 찾고 재조직해야 한다. 이때 단순한 문제가 아닌 다소 복잡한 구조의 문제를 제시함으로써 학생들의 인지적 활동을 자극할 수 있어야 하며 동시에 교육 과정에 포함되는 내용을 학생들이 교육 과정에 제시하는 목표에 도달할 수 있도록 해야 한다(윤희정, 2009).

PBL에서 비구조화된 문제란 기존의 수업과 PBL의 가장 주목할 만한 차이점이라고 할 수 있다. Jonassen(1997)과 Gallagher 외(1995)는 구조적 문제와 비구조적 문제의 차이점을 비교하여 설명하였다. 첫째, 비구조화 된 문제는 문제의 정의가 분명하게 규명되어 있지 않다. 따라서 학습자들은 문제를 해결하기 위해서는 학습자 스스로 재 정의할 필요가 있다. 둘째, 비구조화 된 문제는 문제 해결에 부가적인 정보가 필요하다. 문제를 학습자 스스로 재정의 하다 보니 그 정의에 따른 정보도 필요하고 문제 자체에 문제해결을 위한 모든 정보가 주어지지 않았기 때문에 문제 해결을 위한 정보를 수집

하고 이를 조직해서 활용해야 한다. 셋째, 구조적 문제는 문제 해결(정답) 그 자체에 초점을 두지만 비구조화 된 문제는 문제 해결안보다는 그 문제를 해결해 나가는 과정, 그 자체에 초점을 맞추고 있다. 넷째, 비구조화 된 문제는 다양한 답을 가진다. 구조적 문제는 단 하나의 정답을 가지지만 비구조화 된 문제는 학습자의 재정의에 따라 또는 정보에 따라 다양한 답이 나올 수 있다. 다섯째, 비구조화 된 문제는 흥미나 관심도가 구조화된 문제보다 훨씬 높다. 따라서 학생들의 학습 동기가 높아져 문제 해결에 적극적으로 참여하게 되어 자기 주도적 학습이 이루어지게 된다.

PBL은 실제적인 문제를 다룬다(Savery & Duffy, 1995). 실제적인 문제란 인위적으로 만들어진 문제가 아니라 학생들이 일상생활에서 직접 경험하거나 주변에서 발생할 수 있는 문제를 의미한다. 이러한 문제는 잘 정리되어 있지 않고, 불확실하며 복잡한 특징을 가지고 있는 반면 학생들의 흥미나 참여도가 높다.

이와 같은 특성을 지닌 PBL에 좋은 문제를 Duch(2001)는 다음과 같이 제시하여 설명하였다. 첫째, 흥미와 동기유발을 위하여 다루는 주제가 실제 세계와 관련되어야 한다. 특히 문제가 학습자들에게 친근한 맥락의 것일 때, 학습자들은 문제 해결의 이해 당사자가 된 것으로 느낄 것이다. 둘째, 문제의 정보는 학습자들로 하여금 무엇이 필요하며, 어떤 정보가 관련되어 있으며, 문제를 해결하기 위해 어떤 단계를 거쳐야 하는지를 학습자 스스로 결정하도록 요구해야 한다. 셋째, 문제는 충분히 복잡해야 한다. 문제의 길이와 복잡성은 학습자들이 단지 학습의 부담을 줄이는 형식의 협동학습으로는 부족하다는 것을 느낄 수 있는 정도가 되어야 한다. PBL의 역량은 학습자들이 나누어서 학습한 것을 종합하는 능력에 있다. 넷째, 문제

의 개방성은 문제의 첫 단계에서 이루어지는 질문들은 구성원들이 모두 논의에 참여할 수 있는 수준의 것이어야 한다. 다섯째, 과정의 내용 목표는 사전지식과 새로운 지식이 연결되어 문제에 통합되어야 한다.

2. 학습의 형태

PBL은 협동학습과 자기 주도적 학습을 강조한다. 강인애(1998)는 PBL의 구조는 '팀 학습'과 '자기 주도적 학습'으로 보고 있다. PBL은 우선 문제가 주어지면 팀으로 나뉘어 각 팀 안에서 그 문제를 통해 자신들이 학습하게 될 학습활동을 결정하도록 한다. 이는 기존의 학습과 달리 학습자들로 하여금 자신들이 주어진 문제를 통해 학습하고자 하는 것을 스스로 결정함으로써 구성주의에서 말하는 학습자 주도적 학습의 첫 단계를 실천한다고 할 수 있다. PBL은 학습자의 자기 주도적인 자세와 태도, 환경 속에서 문제 해결이라는 공동의 목표를 위해 모둠 구성원간의 협력을 해야 한다. 단지 의견을 모으기만 하는 협동학습이 아니라 학생들 간의 의사소통을 통해 모둠 내에서 스스로 역할을 분담하고 활동 내용을 선정하여 수행하게 된다.

3. 교사와 학생의 역할

PBL은 학습자 중심이다. 즉 PBL은 '교수'에서 '학습'으로의 전환이라는 대전제로부터 출발한다(이종두, 2000). 따라서 기존의 교육 방식에 비해 교사의 역할은 상당히 축소되고 변화된 양상을 띠는 반면에 학생의 역할은 강조되고 그에 따른 의무와 책임도 부여되게 된다. PBL에서 교사는 학습의 조력자이며 동시에 동료 학습자가 된다. PBL에서 학생들은 능동적으로

지식을 구성하고 새로운 정보를 기존의 알고 있는 지식이나 정보와 비교하며, 다른 학생들과 의사소통을 하는 소그룹 형태로 학습하게 된다. 이러한 환경 하에서 학생은 실제 문제 해결자, 전문가, 자기 주도적 학생, 의사 소통자, 주창자, 학생 커뮤니티의 참여자, 과학자, 도제자, 탐색자, 창의적 비판적 사고자, 개별 학습자, 자료 관리자로서의 역할을 수행하게 된다(Savin-Baden & Major, 2004; 김경희, 2007, 24-26에서 재인용).

PBL의 또 다른 특성의 하나는 교사의 역할 변화이다. 변화된 교사의 역할에 대해 Delisle(1997)은 3가지를 제시하고 있다. 첫째, 교육과정 개발자로서 교사는 PBL에 필요한 문제를 개발해야 한다. 둘째, 학습의 안내자, 촉진자로서 교사는 수업 과정에 무엇을 어떻게 학습할 것인지에 대한 교수·학습 절차와 방법을 안내하고 촉진시켜 학생들이 스스로 문제를 해결해 나가는 성취감을 느낄 수 있도록 이끌어 주어야 한다. 셋째, 평가자로서 교사는 문제의 효율성에 대한 평가, 학생들의 학습 과정이나 결과에 대한 평가, 교사 자신의 교수·학습 과정의 실행에 대한 평가를 수행하여야 한다. 김경희(2007)는 PBL에서의 교사의 역할을 PBL이 실행되기 전에는 교육과정 개발자, 실행 중에는 학습의 안내자, 촉진자로서의 역할을 제시하였다.

4. PBL의 평가

PBL의 평가는 ‘학습자 중심’이라는 전제가 우선되어야 한다. 따라서 PBL의 평가는 기존과는 판이한 방식을 도입하게 되는 것이 당연하다(강인애, 1998). PBL의 평가는 첫째, 교사의 평가뿐만 아니라 학습자 개인의 자기 평가, 그리고 동료평가, 모둠간의 평가 등 모두 포함된

다. 둘째, 평가는 학습의 결과뿐만 아니라 과정 속에서 수시로 행해지게 된다. 셋째, 평가의 방법에 있어서도 단순히 객관식 방법을 통한 지식의 습득 여부를 평가하는 것이 아니라 학습자 스스로 자신의 학습에 대한 생각을 정리, 검토할 수 있도록 성찰저널을 활용하고, 프로그램 진행 전과 후의 생각의 변화, 지식의 습득 등을 확인해 볼 수 있는 질문 등을 활용한다든지, 좀 더 다양한 많은 자료를 활용해서 종합 평가를 하는 것이다.

5. PBL의 모형

강인애(1998)는 PBL의 문제해결력, 관련 분야의 지식과 기술의 습득, 자신이 견해를 분명히 제시, 설명, 옹호, 반박할 수 있는 능력, 협동학습능력을 강조하면서 PBL을 또 하나의 구성주의적 교수·학습 방법이라고 설명하였다. 이는 PBL이 새로운 교수·학습 방법이 아니라 기존의 교수·학습 방법이 변형된 것이라고 하였다. 수학교과에서 널리 사용되고 있는 Polya의 문제해결학습과 Freudenthal의 현실적 수학교육(RME), 그리고 Parnes의 창의적인 문제해결학습(CPS)을 PBL과 비교한 후, PBL 대해 좀 더 자세히 알아보도록 한다.

<표 II-1> 문제해결의 단계와 절차 비교

종류 단계	문제해결학습	RME	CPS	PBL
1	문제 이해	직관적 탐구	관심영역 발견	수업 도입
2	계획의 작성	개념적 수학적화	자료발견	문제 제시
3	계획실행	형식화	문제발견	문제 후속
4	반성	일반화	아이디어 발견	결과물 제시 및 발표
5			해결방법 발견	문제 결론과 해결 이후
6			수용발견	

<표 II-1>에서 알 수 있듯이 각 교수·학습 방법들은 서로 다른 단계와 절차에 따라 학습이 이루어지고 있으며 각기 서로 다른 특징을 가지고 있다. 이를 PBL의 특징인 문제의 실제성, 학습의 형태, 부가 정보의 필요성, 최종 목표에 따라 비교·설명할 수 있다.

<표 II-2> 교수·학습 방법의 요소별 비교

종류 요소	문제 해결학습	RME	CPS	PBL
문제의 실제성	비실제적 문제	실제적인 맥락문제	발견된 문제	비구조화 된 실제적 문제
학습 형태	상관없음	협동학습	상관 없음	협동 학습
부가 정보	없음	없음	있음	있음
최종 목표	문제해결 능력	수학화	창의적 문제 해결	합리적 문제 해결

첫째, 문제의 실제적 측면을 살펴보면, PBL과 RME는 문제의 현실성을 중요시하고 있다. 비록 초등학교에서 다루는 수학적 지식이 초보적이고 간단한 것일지라도 생활 속에서 부딪히는 여러 가지 문제를 수학적 지식을 활용하여 이해하고 해결하는 데 활용하도록 하고 있으며 이는 PBL과 RME에서 제시하는 문제 유형에서 그 특징을 찾아볼 수 있다.

둘째, PBL은 협동학습을 중시하고 있다. 혼자서는 해결하기 어려운 복잡하고 비구조화 된 문제를 학생들 간의 협력과 분담을 통해 자주적으로 해결하도록 하고 있다. 이 과정 속에서 수학적 문제 상황에 대해 탐구, 토의, 묘사, 설명할 수 있음으로써, 자신의 수학적 지식을 발전시키는 데 능동적으로 참여하는 수학적 의사소통이 이루어지게 된다. 협동학습은 수학 수업에서 교사가 일방적으로 설명하고 학생들은 수동적으로 듣는 것이 아니라 학생들 사이의 활발한 의사소통을 통해 수학적 개념, 기능, 원리를 가르치고 배우는 아주 중요한 활동이 된

다(교육과학기술부, 2010).

셋째, PBL과 CPS는 문제 해결을 위해서 추가적인 정보를 필요로 한다. 그러나 폴리야의 문제해결학습과 RME의 경우는 제시된 문제 속에 충분한 정보가 주어져 있는 구조화 된 문제이기 때문에 주어진 문제 속에서 전략을 사용한다든지 또는 수학적 사고에 의해 학습이 진행될 수 있다. 하지만 PBL은 경우에는 추가적인 정보가 없을 경우, 문제를 해결할 수 없을 뿐만 아니라 정보에 의해 문제 그 자체가 변할 수도 있기 때문에 부가적인 정보의 수집과 활용 활동은 매우 중요하다.

넷째, 수학과 교수·학습 방법의 최종 목표를 살펴보면, 강조하는 바가 서로 다를 수 있다. PBL은 수학적 지식을 활용하여 문제를 합리적인 해결하는 데 주안점을 두고 있다. 반면, 폴리야의 문제해결학습은 문제해결 4단계를 걸쳐 학생들의 문제해결력 신장을 강조하고 있다. RME는 실제적인 맥락 속에서 학생들의 수학화를 이루고자 하며 더 나아가 이런 활동이 현실 세계에 대한 학생들의 관점에 영향을 미치기를 바라고 있다. 마지막으로 CPS는 이미 발견되지 않은 창의적인 문제 해결안을 도출하고자 하는 목표를 가지고 있다.

PBL 모형은 의과대학에서 Barrows가 처음 개발하였지만 이를 적용·발전시킨 Barrows & Myers(1993)의 모형이 많이 활용되고 있다. 그러나 Barrows & Myers(1993)의 모형은 의과대학이라는 특수한 상황 속에서 만들어진 모형으로 교육 현장에 그대로 투입되기에는 어려움이 있어 Barrows의 모형을 변형시킨 Savery & Duffy(1995)의 모형을 사용하기도 한다. 국내에서는 사회나 과학 교과에서 주로 Barrows & Myers(1993)에 기반을 둔 강인애(1998)의 교수·학습 모형과 조연순(2006)의 교수·학습 모형이 활발히 활용되고 있다.

<표 II-3> PBL 모형 간의 비교

Barrows& Myers	강인애	조연순	허 난	신현성
수업도입	문제 제시	문제 정의	문제 이해하기	도입
문제제시	과제 수행	문제해결계획	문제해결 계획 세우기	문제 상황 설정
		탐색 및 탐색	탐색하기	문제 상황의 단순화
후속문제		해결책 고안	미니강의	문제 해결
			문제 해결하기	결과 토론
결과물 제시 및 발표	발표 및 평가	발표 및 평가	정리	자기 평가
문제결론과 해결이후				

최근 신현성·윤재연(2007)은 수학과에서의 PBL 모형의 중요성을 인식하고 수학과에 적합한 PBL 모형에 관해 중학생을 대상으로 실시하였으나 성취도나 문제해결태도에 대한 효과 연구에 초점을 맞추고 있다. 허난(2009)은 수학과 PBL을 위한 문제분석기준 개발과 학습모형에 관한 연구를 통해 중학교에서 활용 가능한 PBL 문제 분석 기준표와 수학과 PBL 모형을 연구하였다. 허난의 수학과 PBL 모형에서는 탐색하기와 문제해결하기단계 사이에 미니 강의 단계를 신설하였는데 이는 ‘탐색하기’의 과정에서 학습한 내용을 토대로 해결안을 마련하는 과정 이전에 적용되는 단계로서 학습자 스스로 정의하기 어려운 수학적 개념이나 용어에 대한 정의가 필요할 때 선택적으로 투입하는 과정이며 수학적 개념을 정의할 수 있도록 안내해주는 단계이다. 문제 이해력과 수학적 활동이 미흡한 초등학생에게는 탐색하기 이후의 미니 강의보다는 탐색하기 이전에 문제를 이해하고 문제를 수학적 상황으로 생각해 보는 활동이 더욱 필요하다. 또한 이런 활동은 선택적 활동이 아니라 필수적인 활동이 되어야 한다.

III. 연구 방법 및 절차

본 연구는 수학과 PBL 목표를 개발하고, 개발한 목표에 따라 수학과 PBL 모형을 제시하고 이를 수업에 적용하였다. 수업의 적용 과정을 통하여 나타나는 수학과 PBL 목표 달성 여부를 수업 단계별로 분석하여 수학과 PBL 모형을 구체화하였다.

1. 수학과 PBL 목표

<표 III-1> 수학과 PBL의 목표

목표 영역	수학과 PBL 목표
지식 (K)	문제에서 구하려는 바를 알 수 있다.
	문제에서 주어진 조건을 알 수 있다. 활용된 수학적 개념, 원리, 법칙을 이해할 수 있다.
기능 (A)	필요한 수학적 정보나 내용을 찾을 수 있다.
	문제를 합리적으로 해결하기 위해 수학을 활용할 수 있다.
	내용이나 생각을 수학적 표현으로 나타낼 수 있다.
태도 (T)	해결안에 대한 일반화를 통해 다른 문제에 적용할 수 있다.
	문제 해결에 관심과 흥미를 갖고 적극 참여할 수 있다.
	수학적으로 의사소통하려는 태도를 가진다. 수학의 중요성과 활용도를 인식할 수 있다.

본 연구는 수학과 PBL 목표 개발과 적용을 위해서, 7차 개정 교육과정을 토대로 수학과 PBL의 목표를 지식, 기능 태도 영역으로 구분하고, 각 영역에 부합되는 수학과 PBL 목표를 설정한 다음, 본 연구에서 개발한 수학과 PBL 모형의 단계별로 제시하였다.

2. 수학과 PBL 모형

수학 교과에 적합한 PBL 모형을 제시하기 위해서는 선행 연구와 예비 실험을 통해 기존의 PBL 모형을 수학 교과에 그대로 적용할 때

발생할 수 있는 문제점과 그 문제점을 기반으로 수학 교과에 적합한 PBL 모형을 제시할 필요가 있다. 그리고 제시한 학습 모형을 현장에 적용해 보고 그 결과를 분석하면서 학교 현장에 실천적 이해와 도움이 되는 수학과 PBL 모형을 구체화할 필요가 있다.

본 연구에서는 Barrows & Myers(1993)의 PBL 모형을 수정·보완하여 수학교과에 적합한 PBL 모형을 개발하고자 예비 실험에서 드러난 문제점을 보완하여 다음과 같이 수학과 PBL 모형을 설계하였다.

<표 III-2> 수학과 PBL 모형



첫째, Barrows & Myers(1993)의 문제 제기 단계를 본 연구에서는 수학적 의미화 단계와 문제해결 단계로 구분하였다. Barrows & Myers(1993)모형에서는 교사가 문제를 제시하면 그 순간부터 학생들은 그 문제를 해결하기 위해서 역할을 분담하고 문제를 분석하기 시작한다. 그리고 학생들 스스로 해결안을 세워보고, 알고 있는 사실이나 더 알아야 할 사실 등을 의논하고 그것을 해결하기 위한 실천 계획을 세우게 된다. 하지만 초등학교 수학교과에서는 이와 같은 현상을 기대하기 어렵다. 예비 실험에서도 드러났듯이 초등학생들은 일상의 비구조화 된 문제가 제시되면 이를 수학적 상황의 문제로 판단하지 못하고 평소에 학생들이 문제

를 해결하던 방식으로 해결하는 모습을 보였다. 따라서 제시된 문제 상황을 수학적 문제 상황으로 이해하도록 하는 것이 무엇보다 중요하다. 이를 위해 제시된 문제를 수학적 상황의 문제로 이해하고 해결 방안을 수학적으로 고찰하는 활동을 독립적으로 마련할 필요가 있어 이를 ‘수학적 의미화 단계’라 명명하였다. 이는 폴리아의 ‘문제이해’ 단계와는 다소 다른 점을 가진다. 폴리아의 문제이해는 문제를 해결하기 위해 문제를 이해하는 과정으로 언어적 진술이나 미지의 것, 자료, 또는 조건 등을 파악하는 것이다. 하지만 본 연구의 수학적 의미화는 수학적 상황의 문제가 아닌 일상의 실제적이고 비구조화 된 문제를 수학적 상황의 문제로 전환하는 사고의 과정을 의미한다. 이때, 주어진 PBL문제를 단순화하거나 분해하여 다양한 상황의 수학 문제로 변화시킬 수 있는 것이다.

둘째, 문제해결단계에서는 앞의 활동 후, 수학적 상황으로 문제를 해결하기 위해 본격적으로 학생들 스스로 자기 주도적, 협력 학습을 하는 시간이다. 이 단계에서는 제시된 문제의 해결안을 설정해 보고, 학생들이 알고 있는 기존의 지식이나 정보 또는 문제에서 제시된 조건들을 살펴보고, 학생들이 문제 해결을 위해 부족한 정보는 어떤 내용이고 어떤 과정을 거쳐야 하는지를 모색하고 방법을 제시하는 활동이다. 특히 이 단계에서 학생들의 의사소통이 가장 활발하게 진행되게 된다. 이 때 교사는 학생들의 활동을 촉진하고 격려하는 촉진자와 학생들의 활동 과정을 평가하는 평가자의 역할을 수행하게 된다. 이 단계에서 학생들은 다음 <표 III-3>과 같은 문제해결표를 작성하게 된다.

해결안은 이 문제의 해결안을 미리 생각해보는 것이다. 따라서 그 해결안에는 타당한 해결안도 있고 그렇지 못한 해결안도 포함될 수 있다. 또한 해결안은 모둠별로 생각할 수도 있

고 개인, 또는 전체적으로 생각해 볼 수도 있다. 따라서 본 연구에서는 개인적으로 해결안에 대해 이야기해 보고 이를 다시 모둠별로 작성하도록 하였다. 알고 있는 내용은 주어진 문제로부터 알 수 있는 사실 외에도 자신이 어디선가 들은 사실이나 알고 있는 내용을 중심으로 작성하게 된다. 이때 학생들의 의견보다는 사실, 또는 학습 내용을 기재하도록 한다. 특히 이 부분에서 학생들의 선행 지식을 충분히 이끌어낼 수 있도록 해야 한다. 더 알아야 할 내용은 앞에서 생각한 해결안을 해결하기 위해서 학생들이 궁극적으로 수집하거나 습득해야 할 정보를 의미한다. 실천 계획은 역할 분담을 논의하고 구체적으로 실천 계획을 기록하는 곳이다. 더 알아야 할 내용에서 조사내용을 분담하거나 다음 활동을 위한 준비물이나 재료 등을 기재하고 담당자를 선정하여 기록한다.

<표 III-3> 문제해결표 1

구분	해결안	알고 있는 내용	더 알아야 할 내용	실천계획
활동 내용				

셋째, 수리정보수집단계를 마련하였다. 이 단계는 학생들이 스스로 작성한 <문제해결표 1>에 따라 더 알아야 할 내용을 찾아보는 단계이다. 이 단계의 활동은 현실적으로 학교에서 이루어지기 어렵다. 특히 교사가 학생들이 필요한 정보를 모두 비치해 두고 제공해 준다면 좋겠지만 사실상 불가능한 상황이고 만일 그렇게 된다면 오히려 아동들의 해결안이나 사고가 제한 받을 수밖에 없다. 따라서 이 단계는 해결안학습을 통해 아동들이 충분한 시간과 다양한 방법을 통해 학생들이 필요로 하는 정보나 내용을 찾아보도록 하며 이는 개인 또는 모둠별로 이루어질 수 있다.

넷째, 문제해결단계는 수집한 정보와 내용을

바탕으로 최종적인 문제 해결안을 도출하고 그 해결안을 다른 학생들에게 발표할 수 있도록 발표 자료를 작성하는 시간이다. 이 때 학생들이 개별적, 또는 모둠별로 수집한 정보와 내용을 <문제해결표 2>를 통해 정리하고 분석하여 기존의 해결안을 수정·보완하거나 새로운 해결안을 도출하게 된다. 이때 알고 있는 내용은 <문제해결표 1>에서 언급되었던 내용 중에서 최종 해결안을 도출하는 과정에 활용된 선행 지식이나 학습 내용을 의미하고, 새로 알게 된 내용은 기존에는 몰랐지만 수리정보수집단계를 통해 새로 알게 된 사실이나 내용을 적어 보도록 한다. 마지막으로 발표 계획은 최종 해결안을 다른 사람에게 쉽고 간결하게 설명할 수 있도록 발표 자료를 표나 그림, 그래프 또는 식등을 사용해서 다양한 형식으로 작성하는 계획을 구체적으로 기록하는 곳이다.

<표 III-4> 문제해결표 2

구분	최종 해결안	알고 있는 내용	새로 알게 된 내용	발표계획
활동 내용				

마지막 단계는 정리 및 평가 단계이다. 이 단계에서는 앞에서 작성한 문제 해결안의 발표 자료를 다양한 방법으로 발표하고 문제 해결안을 정리하여 수학적으로 체계화·일반화를 시도하는 단계이다. 또한 이 단계에서 잘 모르는 개념이나 정리 등을 교사에게 질문하고 교사는 이를 설명해 줌으로써 학생들의 수학적 개념화가 이루어지게 한다. 또한 이 단계를 통해 학생들이 새로운 수학적 개념이나 원리, 또는 더 심화된 내용을 학습할 수 계기나 발판이 되도록 한다. 발표 및 정리활동 후 학생들은 평가를 통해 자기, 동료, 모둠 간의 평가를 실시하게 된다.

PBL 수업도입단계에서는 일상생활과 관련된

간단한 문제를 제시하여 학생들의 수업 동기를 유발한 후 PBL에 대한 소개와 활동 내용을 자세히 설명한다. 1차에서의 <부모님의 심부름>과 2차에서의 <김연아 선수와 아사다 마오 선수의 피겨 경기>를 통해 학생들의 동기를 유발하고 자연스럽게 PBL을 소개하고 앞으로 전개될 활동에 대해 설명하였다.

<표 III-5> 1차 PBL 문제

선생님께서 자료실에서 가져온 주전자를 수영이에게 주면서 물을 주전자의 0.6만큼 채워오라고 하였습니다. 수영이는 주전자에는 눈금도 없는데 어떻게 주전자의 0.6을 채울까 고민하였습니다. 여러분이 수영이라면 주전자에 물을 0.6만큼 어떻게 채우겠습니까? 여러 가지 방법을 생각해 보고 가장 적당하다고 생각되는 방법으로 이야기해 봅시다.

<표 III-6> 2차 PBL 문제

학교 대표로 나갈 멀리뛰기 선수를 뽑으려고 합니다. A, B, C, D, E의 선수 중 어떤 선수를 대표로 출전시키면 좋을까요? 그리고 그 기준은 무엇입니까? A선수는 3일 동안 아침, 점심, 저녁으로 나누어서 하루에 3번씩 기록을 재었다. 첫날 첫 번째 기록은 1.86m, 두 번째는 1.95m, 세 번째는 1.90m이었다. 둘째 날에는 비가 왔는데 첫 번째는 1.98m, 두 번째는 2m, 세 번째는 1.98m가 나왔다. 마지막 날에는 첫 번째 2.04m, 두 번째는 2.07m, 세 번째는 2.08m가 나왔다. B선수는 점심시간을 이용해서 2주 동안 기록을 재었다. 첫 주 월요일에는 200cm, 화요일에는 198cm, 목요일에는 205cm, 금요일에는 198cm이었다. 다음 주에는 월요일에는 204cm, 화요일에는 195cm, 목요일에는 194cm, 금요일에는 200cm가 나왔다. C선수는 일주일 동안 시간 날 때마다 기록을 재었다. 첫 주 월요일 4교시 체육시간에 1.99m, 화요일 저녁 시간에 2.12cm, 수요일 점심시간에 1.88m로 나왔다. 그리고 그 날은 비가 왔다. 목요일에는 아침시간에 1.95cm가 나왔고 금요일에는 점심시간에 1.87cm가 나왔다. 그 날은 운동하기에 무척 더운 날씨였다. 토요일과 일요일에는 오전에 1.97m씩 기록했다. D선수는 저녁시간을 이용하여 격일로 2번씩 총 8회를 측정하였다. 첫 번째는 1.94cm, 두 번째는 1.94cm, 세 번째는 1.99cm, 네 번째는 2.01m, 다섯 번째는 2.09cm, 여섯 번째와 일곱 번째는 2m, 여덟 번째는 1.98cm가 나왔다. 그런데 다섯 번째, 여섯 번째를 측정하던 날은 선선해서 운동하기에 무척이나 좋은 날씨였다.

수학적 의미화단계는 Barrows & Myers의 PBL 모형에서 문제 제시 단계에 해당되는 단계로서 단순히 문제만 제시하는 것이 아니라

문제의 의미를 이해하고 문제를 수학적 상황으로 해석할 수 있도록 하는 시간이다. 이 단계에서 제시하는 문제는 일상생활과 관련된 복잡하고 실제적인 비구조화 된 문제로서 아직 문제 상황을 단순화하고 수학적화 하는 활동이 미흡한 초등학생에게는 무엇보다 중요한 활동이며 교사의 역할 또한 중요하다. 이 때 교사는 학습의 안내자로서 발문을 통해 학생들이 문제를 수학적으로 이해하고 수학적으로 의미화 할 수 있도록 유도하는 것이 필요하다. 본 연구에서 제시한 문제들은 충분한 정보가 제공되지 않은 비구조화 된 문제이면서 일상생활과 아주 밀접하고 빈번한 문제이다. 하지만 학생들은 이 문제를 해결할 때, 이 문제를 합리적으로 해결하기 위해서 자신이 알고 있는 지식이나 내용을 충분히 활용하지 않는다. 따라서 본 연구는 학생들이 일상생활에 접할 수 있는 복잡하고 비구조화 된 다양한 문제를 합리적으로 해결하기 위해 수학적 지식과 내용을 활용하도록 위와 같은 문제들을 제시하였다.

3. 연구 대상자 및 자료 수집

본 연구의 대상자는 인천 D초등학교 4학년 1개 학급에서 방과 후 시간의 여유가 있는 보통 수준의 학생 4명이고, 1년 동안 총 2회에 걸쳐 수업을 실시하였다.

<표 III-7> PBL 단계별 시간

학습 단계	차시	시간
수업도입	1/4	80분
수학적 의미화		
문제 해결 계획	2/4	-
수리정보수집	가정학습	
문제 해결	3/4	80분
정리 및 평가	4/4	

1차, 2차 수학과 PBL 모형을 실제 수업에 적용해 보고 그 결과를 앞에서 제시한 단계별 목

표에 따라 학생들의 도달 여부를 살펴보고, 이를 토대로 수학과 PBL에 대한 결론을 얻었다. 연구 자료 분석은 학습 단계별 학습 과정에 초점을 두고 학습자의 목표 달성 여부를 수집한 자료나 연구자의 관찰을 통해 해당 사례를 추출하는 형식과 학습단계별 PBL 목표 분석 기준표를 사용하여 각 단계별 도달 정도를 체크하였다. 수학과 단계별 PBL 목표분석 기준표를 <표 III-8>과 같이 제시하였다.

<표III-8> 수학과 PBL단계별 목표 분석 기준표

학습단계	목표영역	목 표	그렇다	보통	아니다
수학적 의미화	K	문제에서 구하려는 바를 알 수 있다.			
	K	문제에서 주어진 조건을 알 수 있다.			
	A	문제를 합리적으로 해결하기 위해 수학을 활용할 수 있다.			
	T	문제해결에 관심과 흥미를 갖고 적극 참여할 수 있다.			
문제 해결 계획	A	문제를 합리적으로 해결하기 위해 수학을 활용할 수 있다.			
	A	필요한 수학적 정보나 내용을 찾을 수 있다.			
	A	내용이나 생각을 수학적 표현으로 나타낼 수 있다.			
	T	문제해결에 관심과 흥미를 갖고 적극 참여할 수 있다.			
T	수학적으로 의사소통하려는 태도를 가진다.				
문제 해결	K	활용된 수학적 개념, 원리, 법칙을 이해할 수 있다.			
	A	필요한 수학적 정보나 내용을 찾을 수 있다.			
	A	내용이나 생각을 수학적 표현으로 나타낼 수 있다.			
	T	문제를 합리적으로 해결하기 위해 수학을 활용할 수 있다.			
정리 및 평가	T	수학의 중요성과 활용도를 인식할 수 있다.			
	T	문제해결에 관심과 흥미를 갖고 적극 참여할 수 있다.			
	T	수학적으로 의사소통하려는 태도를 가진다.			
	T	수학의 중요성과 활용도를 인식할 수 있다.			

IV. 연구 결과 및 분석

1. 1차 수학과 PBL 모형 적용 및 결과 분석

수업도입단계에서는 동기유발, 수업 소개, 학습목표 제시를 순차적으로 진행하였다. 전시학습 내용과 본 학습 목표와 관련된 <부모님 심부름>이야기 자료 통해 학생들의 학습 동기를 유발시키고 이번 시간에 학습 할 내용과 목표를 자연스럽게 제시하였다. 또한 앞으로 진행될 수업에 대한 소개를 자세히 설명하였다. 이 단계에서는 학생들의 자기 주도적 학습이나 협력학습이 이루어지는 것이 아니므로 본 연구에서는 이 단계에 대한 분석을 하지 않았다.

수학적 의미화 단계에서는 본 연구 문제인 <주전자에 물 떠오기>문제를 칠판에 제시하였다. 문제가 제시되자, 학생들은 문제를 읽고 깊게 생각하기 보다는 단순히 떠오르는 생각만을 이야기하기 시작하였다. 대다수의 학생들이 ‘눈금도 없는’이라는 문제의 의미를 제대로 파악하지 못하였으며 주어진 문제에서 어떤 정보나 내용이 더 있어야 하는지도 전혀 알아내지 못하였다. 이 때 교사는 발문을 통해 학생들이 제시된 문제가 기존의 문제와 다른 비구조화된 문제라는 것을 인식시키고 다른 방향으로 문제를 생각해 볼 수 있도록 유도해야 한다. 학생들은 수학적 의미화단계를 통해 비로소 문제에서 구하려는 바를 정확하게 인식하나 주어진 조건이나 자신이 알고 있는 선행 지식을 잘 인식하지 못하여 다른 단계에 비해 비교적 낮은 성취도를 보였다. 또한 학생들은 문제에 어떤 정보나 내용이 필요하다는 것을 막연하게 인식은 하였으나 ‘그것이 무엇이다’라는 것을 구체적으로 생각하지 못하였다. 그러나 문제 자체에 대해서는 매우 흥미를 갖고 적극적으로 발표를 하는 모습을 볼 수 있었다.

문제해결계획단계에서는 학생들 간의 의사소통이 활동이 가장 활발하게 이루어진 단계로서 계획보다 많은 시간이 소요되었다. 수학적 의미화 단계까지는 전체 학생과 교사와의 학습이 이루어졌지만 이 단계에서는 모둠별로 나뉘어

학생들 스스로가 주체가 되어 문제의 해결 방안을 생각하고 그 해결 계획을 세웠다. 이 때 교사는 학생의 질의 시 응답을 해 주고 학생들을 격려하고 도와주는 조력자 역할을 수행하였다. 기존 연구에서는 모둠 구성원에 따라 역할 분담을 하였으나 본 연구에서는 모듬의 역할을 부여하지 않았다. 그 이유는 예비 실험에서 역할을 부여하였더니 역할의 의무만 하느라 자신의 의견을 제대로 피력하지 못하였다. 따라서 역할 분담을 하지 않고 활동을 실시하였더니 자연스럽게 모듬의 리더가 생기고, 그 리더는 사회자와 기록자 역할을 수행하고 나머지 학생들은 자신의 의견을 이야기 하면서 리더의 기록을 도와주거나 발표 자료를 만드는 것을 볼 수 있었다. 수학적 의미화단계 이후, 학생들은 제시된 문제 상황을 서로 의논하여 이를 수학적으로 생각하고 표현하려는 모습을 나타내었다. 따라서 수학적 의사소통에 관한 항목에 대한 달성도는 높게 나왔다. 학생들이 문제 상황을 수학적으로 생각하고 이를 표현하기는 하였지만 아직 자신이 알고 있는 수학적 내용과 개념을 어떻게 문제를 해결하는데 활용할 수 있는지에 대한 인식이 부족하였다. 그래서 이를 수학적 방법이 아닌 다른 방법으로 해결해 보려는 모습도 엿볼 수 있었다. 수리정보수집단계에서는 <문제해결표 1>에서 작성한 더 알아야 할 내용이나 정보를 스스로 찾고 수집하는 단계였다. 이 단계는 현실적으로 교실에서 시행되기는 시간적, 환경적으로 불가능하여 가정 학습으로 투여하였다. 그 결과 아동들은 개별적으로 정보를 수집하기보다는 공동으로 자료를 수집하기를 좋아하였다. 특히 이 단계에서 학생들은 인터넷이나 문서에 의존하기보다는 직접 실험을 통한 자료를 수집하였다. 그리고 백분율이나 비율에 관한 수학적 개념을 부모님이나 형제·자매로부터 조사해 왔다.

문제해결단계는 새롭게 알게 된 정보나 내용

을 정리·분석하여 문제해결단계에서 작성한 해결안을 수정·보완하여 최종적인 해결안을 마련하는 단계이다. 이 단계에서 학생들은 새로 알게 된 내용과 기존의 알고 있는 내용을 구분하여 작성해 보고 이를 토대로 기존의 해결안이 올바른 해결안인지를 검토하였다. 그리고 새로운 해결안을 작성할 수도 있고 기존의 해결안을 수정·보완할 수도 있다. 이 단계에서 기존의 해결안을 수정한 학생들이 많았으며 해결안도 좀 더 구체적이고 논리적이었다. 또한 새로운 수학적 개념을 형성하고 이를 일반화하려는 모습을 보였다.

문제해결단계에서 학생들은 자료를 수학적으로 표현하고 해결안을 스스로 정리하는 과정을 통해 문제 해결 계획 단계에서 달성하지 못했던 수학의 활용에 대한 인식도가 높아졌다. 하지만 문제해결을 위해 활용된 수학기념이나 원리에 대한 이해 정도가 연구 대상에 따라 차이를 보였다.

발표 및 평가단계에서는 앞에서 도출한 해결안을 친구들에게 효과적으로 설명하고 이해시키고자 발표 자료를 발표하고 자기, 동료, 모듬간의 평가를 실시하는 단계이다. 이 과정을 통해 학생들은 자신의 해결 방안을 표나 그림, 그래프 등 다양한 형식으로 표현하고 이를 보고서나 역할극 등 다양한 방법으로 발표하였다. 본 연구에서는 주로 그림을 통해 해결 방안을 제시하였고, 학생들의 보고서 형식이나 역할극으로 발표하기를 좋아하였다. 발표 및 평가단계에서 학생들은 수학의 중요성 및 활용에 대한 인식과 자신의 생각을 수학적으로 표현하려는 성취가 매우 높았다. 그러나 해결안에 대한 정리가 잘 진행되지 않아 해결안에 대한 일반화나 심화가 잘 이루어지지 않아서 이 항목에 대한 달성도가 낮은 편이다. 자기 평가에서는 대체로 자신에게 후한 평가를 주고 있었으나 그 이유를 정확하게 기술하지는 못하였

다. 따라서 효과적인 평가를 위해서는 평가 부분에 대한 세밀한 계획과 평가 내용에 대한 필요성을 느꼈다.

<표 IV-1> 1차 PBL 단계별 아동 성취 결과

학생 단계	학생 A	학생 B	학생 C	학생 D	평균 점(%)
수학적 의미화	12 (100)	9 (75)	11 (91)	10 (83)	10.50 (93)
문제 해결 계획	15 (100)	13 (87)	13 (87)	14 (93)	13.75 (91)
문제 해결	21 (100)	17 (80)	17 (80)	20 (95)	18.75 (89)
발표 및 평가	12 (100)	11 (91)	10 (83)	11 (91)	11.00 (90)
총점 (60점)	60 (100)	50 (83)	51 (85)	55 (91)	54.00 (90)

앞의 표에서도 알 수 있듯이 학생들의 수학과 PBL 목표 달성도는 상당히 높은 것으로 나타났다. 60점 만점에 54점으로 90%의 도달도가 나왔다. 특히 평소의 수학 성취도와 수학 학습에 태도가 좋은 학생A의 경우는 모든 항목의 목표를 달성하였고 소수와 분수, 백분율의 관계를 스스로 파악하고 체계화하였다. 또한 PBL 학습에 대해 상당한 관심과 흥미를 갖고 도전적으로 임하였다. D학생의 경우 문제해결단계에서는 문제에 대한 수학의 활용 항목에 대한 달성도가 비교적 낮았지만 수리정보수집과 문제해결단계를 지나면서 수학의 응용성을 인식하고 그 항목에 대한 달성도가 향상되었다. 또한 문제를 해결 하는 과정 속에서 해결안을 다른 문제에도 응용할 수 있게 되었다. 학생B와 학생C의 경우, 문제 해결에 관심을 갖고 적극적으로 참여하였으나 문제 해결안에 대한 일반화 과정을 잘 이해하지 못하였고 이 과정에서 대두된 백분율 개념을 정확하게 이해 못하였다.

2. 1차 수학과 PBL 모형 적용 및 결과 분석

2차 수학과 PBL 수업도입단계에서는 <김연아 선수>와 <아사다 마오 선수>의 피겨 스케이팅 동영상을 보고 그 둘 선수의 점수 차이에 대해 이야기 하고 그것을 어떻게 알아내었는가? 그리고 그것을 구하기 위해서 우리가 알고 있는 내용이나 학습한 내용은 무엇인지를 생각하도록 하였다. 이후 진행될 PBL 수업에 대한 소개, 학습목표를 자연스럽게 제시하였다. 동기 유발로 제시한 두 선수의 동영상을 보고 학생들은 상당한 관심과 흥미를 보였으며 앞으로 전개될 수업에 대한 기대도 높았다.

수학적 의미화 단계에서는 <학교 대표 선수를 뽑아라.>라는 문제를 TV화면과 학습지로 제시하였다. <학교 대표 선수를 뽑아라.> 문제는 상당히 긴 문장의 문제로서 다 같이 읽어 보고 생각해 보는 시간을 우선 가지도록 하였다. 이미 PBL 수업을 해 본 경험이 있어 학생들은 더 이상 이 문제를 단순하게 생각하지 않았다. 그래서 각 선수의 기록과 변수가 될 수 있는 날씨나 시간에 밀줄을 그으면서 정독을 하는 모습을 볼 수 있었다. 수학적 의미화 단계에서 학생들은 문제를 읽고 문제에서 구하려는 바를 정확하게 인식하고 대체로 문제에서 주어진 조건도 잘 파악하였다. 1차 PBL에서는 주어진 조건이나 자신이 알고 있는 내용을 잘 인식하지 못하여 정보의 필요성을 잘 알지 못하였으나 2차 PBL에서는 정보의 필요성을 충분히 인식하였다. 그리고 실제로 학교에서 육상대회가 있어 학생들은 이 문제에 대해 높은 관심과 참여를 보였다.

1차 PBL 수업에서는 문제해결계획단계에서 학생들 간의 의사소통 활동이 활발하여 당초의 계획보다 많은 시간이 소요되었다. 따라서 2차 PBL에서는 문제해결계획단계의 시간을 크게

늘리다 보니 오히려 학생들의 집중도가 떨어져 학생들의 관심과 참여도가 떨어졌다. 그래서 열심히 참여하는 학생과 참여하지 않는 학생으로 나뉘게 되어 작은 갈등의 모습도 볼 수 있었다. 학생B와 학생D의 경우, 문제해결계획단계의 문제에 제시된 내용을 표나 그래프로 정리하여 각 선수들 간의 기록을 수치로 살펴보고 노력하였다. 그러나 학생A와 학생B의 경우 초반에는 적극 참여하였지만 표나 그래프 작성 시간이 길어지고 대화에 진전을 보이지 않자 다소 활동에 흥미를 잃기 시작하였다. 학생A의 경우, 자신의 의견이 충분히 반영되지 않고 다른 친구들이 자신의 이야기를 이해하지 못하자 다소 수업 참여도가 떨어졌지만 후반에 '평균'이라는 새로운 수학적 개념이 들어가자 다시 의욕적으로 참여하였다.

1차 수학과 PBL의 수리정보수집단계에서는 실험을 통해 자신들에게 필요한 정보를 수집하고 이를 수학적으로 해석하는 자료를 활용하였다. 하지만 2차 PBL에서는 초반부터 수학적으로 접근하여 필요한 수학적 내용과 개념을 부모님이나 책을 통하여 수집하였다. '소수의 나눗셈'이나 '평균'에 대한 개념과 방법을 이 단계에서 얻었다. 그리고 1차 PBL에서는 실험을 통해 자료를 수집하였기 때문에 공동으로 하였으나 2차 PBL에서는 개별적으로 자료를 수집하고 이를 다른 학생들에게 설명하는 모습을 볼 수 있었다.

문제해결단계에서는 자신이 수집한 자료를 다른 친구들에게 설명하고 이를 바탕으로 해결안을 수정·보완하는 모습을 나타내었다. 또한 이 과정에서 자신이 조사한 내용이나 자료에 대한 자부심과 긍지를 나타내며 활동에 적극적으로 참여하였다. 자료를 정리하면서 해결안을 모색하고 동시에 발표 자료도 작성하는 모습을 나타내었다. 그리고 이를 어떻게 발표할 것인

가도 이 단계에서 모색하였다. '평균'과 '소수의 나눗셈'이라는 새로운 수학적 개념이 들어가면서 학생C의 경우 평균의 개념을 어려워하는 모습을 보였지만 다른 학생들은 이 개념에 대해 잘 이해를 하였다. 하지만 소수의 나눗셈 계산을 자신의 능력으로 할 수 없다는 것을 알고 이를 계산기를 사용하여 그 결과를 도출하였다. 그러나 아직까지 평균이나 총점을 문제 해결안에 활용하려는 의지는 부족해 보였다. 학생A의 경우는 적극적으로 평균 개념을 활용하여 문제를 해결하고자 하였으나 다른 학생들은 평균이나 총점, 최고기록보다는 그래프 상으로 나타난 모습, 그리고 앞으로의 예상되는 양상을 활용하여 문제 해결안을 도출하고자 하였다.

1차 정리 및 평가단계에서는 그림이나 설명하는 글로 발표 자료를 만들고 이를 역할극으로 발표를 하였다. 그러나 2차 수학과 PBL에서는 표와 그래프를 문서로 작성하여 TV화면에 띄우고 이를 발표하는 형식으로 바뀌었다. 그리고 그 결과물을 살펴보면, 학생들이 문제를 좀 더 수학적으로 접근하려고 하고 이를 수학적으로 문제를 해결하려는 모습을 볼 수 있다. 또한 심화된 개념이나 내용에서는 이를 이해하고 있는 학생들이 다른 학생들에게 설명하는 수학적 의사소통 모습을 볼 수 있었다. 1차 수학과 PBL의 경우, 학생들의 발표 후 이를 정리하는 시간을 가지 않고 평가를 실시하였다. 그 결과, 문제를 해결하였음에도 불구하고 이를 다른 문제에 적용한다든지, 일반화 하지 못하는 모습을 발견하였다. 따라서 2차 수학과 PBL에서는 발표 후 전체 학생과 함께 이를 정리해보는 시간을 갖도록 하였다. 그래서 각 모듈의 해결안에서 합리적인 해결안이 무엇이고 그 이유를 생각해 보도록 하였다. 그리고 문제를 해결하는 동안, 활용한 수학적 개념이나 내용들

이 어떤 역할을 했으며 문제 해결안을 다른 문제 상황이나 생활에 적용할 수 있는지를 논의해 보도록 하였다. ‘소수의 나눗셈’이나 ‘평균’이라는 4학년에게는 다소 어려운 내용이나 개념을 다른 문제에 적용하거나 활용하지 못하였으나 그래프를 작성하거나 총점을 활용하거나 최고기록을 비교해 보는 활동을 다른 문제에 충분히 활용하였다. 정리 활동을 한 후, 학습자들은 평가지를 통해 자기, 동료, 모둠원간의 평가를 실시하였다.

본 연구를 통해 학생들은 실제적이고 비구조화 된 문제 상황을 수학적 문제 상황으로 인식하며 문제 해결을 위해 스스로 계획을 세우고 정보를 수집하여 합리적인 문제 해결안을 도출하였다. 이 활동을 통해 학생들은 자신이 배운 소수의 개념, 소수의 덧셈과 뺄셈이 우리 일상 일상의 문제를 해결하는데 어떻게 활용될 수 있는지를 인식하였고 문제 해결 과정 속에서 그 내용들을 스스로 재정립하고 더 심화된 평균이나 확률이라는 수학적 개념으로 발전시키나갔다. 또한 학생들 스스로가 학습의 주인이 되어 동료들과 협동하여 문제를 해결해 나가려는 모습을 볼 수 있었다. 마지막으로 학생들은 수학이 우리 일상과 밀접한 관계를 맺고 있으며 일상의 문제를 해결하는데 얼마나 유용하고 중요한가를 인식하게 되었다.

효과적인 수학과 PBL의 실행을 위해서 다음과 같은 몇 가지를 제안하고자 한다.

첫째, 수학적 의미화 단계에서 학습자들이 실제적이고 비구조화 된 문제를 교사의 발문을 통해 수학적 상황의 문제로 인식할 수 있도록 해야 한다. 예를 들면, <대표 선수를 뽑아라.>의 문제에서 학생들이 그 선발 기준을 외모나 성실성이 아닌 선수의 기록에 초점을 두고 활동을 전개할 수 있게 해야 한다.

둘째, 문제해결 계획단계나 문제해결 단계의

시간 배분이 중요하다. 이 단계에서는 교사의 개입보다는 학생들의 자기 주도적인 협력 학습으로 이루어지기 때문에 문제의 난이도나 학생들의 활동 상황을 통해 적절한 시간을 배당해야 한다. 자치 시간이 부족할 때에는 학습자간의 수학적 의사소통활동이 축소되거나 성급한 결론을 내릴 수도 있다. 반면에 시간이 과할 때에는 학습 활동의 집중도가 떨어져 오히려 좋은 결과를 얻을 수 없다.

<표 IV-2> 2차 PBL 단계별 아동 성취 결과

학생 단계	학생 A	학생 B	학생 C	학생 D	평균 점(%)
수학적 의미화	12 (100)	11 (91)	12 (100)	10 (83)	11.25 (93)
문제해결 계획	13 (87)	15 (100)	12 (100)	14 (93)	13.50 (90)
문제해결	21 (100)	21 (100)	19 (90)	20 (95)	20.25 (96)
정리 및 평가	12 (100)	12 (100)	9 (75)	11 (91)	11.00 (91)
총점 (60점)	58 (96)	59 (98)	52 (87)	55 (91)	56.00 (93)

셋째, 수학과 PBL은 문제 해결안에 초점을 두기 보다는 그 과정을 중시한다. 하지만 그 과정 속에서 활용된 수학적 사고나 개념, 방법을 정리 및 평가 단계에서 체계화하여 더 심화된 수학적 개념이나 내용으로 발전할 수 있도록 길을 마련해 주어야 한다.

V. 결론 및 제언

1. 결론

최근 사회적·교육적 변화에 부응하기 위해서 수학교과에서도 일상생활 속의 문제를 학습자가 스스로 계획하고 필요한 정보를 수집하여 문제를 해결하는 자기 주도적 협동 학습인

PBL에 대한 관심이 증가하고 있다. 그러나 지금까지의 수학교과에서의 PBL에 대한 연구는 PBL의 과정보다는 PBL의 효과에 중점을 두고 이루어졌기 때문에 수학과 PBL 수업 설계나 평가에 대한 정보가 충분하지 않은 상태이다. 따라서 수학과 PBL의 학교 현장 적용을 위해서는 수학과 PBL에 대한 목표를 정립하고 수학과 PBL에 대한 실천적 이해를 도울 수 있는 구체적인 수학과 PBL 모형 개발이 이루어져야 한다.

본 연구에서는 다음과 같은 연구내용을 설정하였다. 첫째, 초등학교 4학년 수학과 수업에서 활용할 수 있는 PBL의 목표와 방향을 논의한다. 둘째, 초등학교 4학년 수학과 소수단원에서 적합한 PBL 모형을 개발하고 적용한 실제 수업을 분석한다.

위와 같이 설정한 연구 내용에 대한 연구 결과를 다음과 같이 요약·정리할 수 있다.

우선, 7차 개정 초등학교 수학과 교육과정의 목표에 부합하도록 지식, 기능, 태도 3개영역으로 나누어 각 영역별로 제시하고 이를 다시 단계별로 분류하였다. 지식 영역에는 3개 항목, 기능 영역에는 4개 항목, 태도 영역에는 3개 항목을 제시하였고 이를 각 단계별로 구체화하여 수학적 의미화 단계에 4개 항목, 문제해결 계획단계에 5개 항목, 문제해결단계에 7개 항목, 정리 및 평가 단계에 4개 항목으로 제시하였다.

수학과 PBL이 나아가야 할 방향을 다음과 같이 제시해 본다.

첫째, 7차 개정 수학과 교육과정의 목표를 구현할 수 있도록 설계되고 전개되어야 한다. 수학과 PBL을 통해 수학적 사고이나 의사소통 능력을 신장시키고, 생활 속의 문제를 합리적으로 해결하는 능력과 수학에 대한 긍정적 태도를 기를 수 있어야 한다. 둘째, 교육과정 내

용을 바탕으로 활동이 이루어져야 한다. 수학과 PBL이 일반 학생에게 적용되기 위해서는 교육과정 내용 범위 안에서 이루어져야 모든 학생들에게 참여할 수 있기 때문이다. 셋째, 문제 해결안의 결과보다는 문제 해결 과정에 주안점을 두고 실시되어야 한다. 수학과 PBL의 특성 중 하나가 정답의 다양성이다. 이는 PBL은 오직 하나의 정답을 요구하는 것이 아니라 문제를 해결하는 그 과정 자체에 초점을 맞추고 있기 때문이다. 따라서 학습자는 문제를 해결하는 그 과정 속에서 다양한 사고와 능력을 학습하게 되는 것이고 수학과 PBL은 그런 과정 그 자체를 중시해야 한다.

다음으로 초등학교 4학년 수학과 소수단원에서 적합한 수학과 PBL 모형을 개발하고 이를 적용·분석하여 수학과 PBL 모형을 구체화하고자 하였다. 예비 실험과 선행 연구를 통해 수학과 PBL 모형을 개발하고 이를 분석하여 수학과 PBL 목표를 달성할 수 있는 수학과 PBL 모형을 다음과 같이 수정·보완할 필요가 있었다.

첫째, 수학과 PBL 목표 달성을 위해서는 수학과 교과만의 특성을 나타낸 수학적 의미화 단계를 설정해야 한다. 이 단계는 제시된 실제적이고 비구조화 된 PBL 문제를 학습자가 수학적 상황으로 이해하고 그 해결안을 수학적 방법과 수학적 사고로 해결할 수 있도록 유도하는 단계이다. 기존의 PBL 모형에서도 문제제시 단계에서 문제를 이해하고 문제 상황을 파악하도록 하고 있다. 하지만 수학적 의미화 단계는 단순한 문제 파악이나 이해가 아니라 문제 상황 그 자체를 수학적 의미로 해석하는 단계이다. 특히 문제 이해력과 수학적 활동이 미흡한 초등학생에게는 실제적이고 비구조화 된 문제를 수학적 상황으로 이해하고 이를 수학적으로 해결할 수 있도록 생각하고 탐색하는 활동이

꼭 필요하다. 따라서 초등학교에게는 수학적 의미를 부각하기 위해서 이 단계를 수학적 의미화 단계로 명명하고 이 단계에 주안점을 두고 수학과 PBL 수업을 실시해야 한다.

둘째, 수학과 PBL 모형에 수리 정보수집 단계를 마련하여 학생들 스스로 정보를 수집할 수 있는 시간과 환경을 제공해야 한다. 현실적으로 교사가 학생들이 필요로 하는 정보를 모두 제공할 수 없다. 따라서 교사가 정보나 자료를 모두 제공하기보다는 학생 스스로 그것을 찾고 정리하는 시간을 갖게 해 주는 것이 바람직하다. 실제 현장에서 PBL의 실행이 어려운 이유 중하나가 준비할 것이 너무 많다는 것이다. 학생들의 다양한 해결안에 따른 여러 가지 자료나 정보를 교실에서 교사가 일일이 미리 준비해 두는 것은 사실상 불가능하다.

셋째, 수학과 PBL 모형에서는 정리 단계를 강화해야 한다. Barrows & Myers(1993)의 PBL 모형에서도 문제 결론과 해결 이후의 단계를 설정하여 배운 지식의 추상화(일반화)와 정리화 작업을 이야기하고 있다. 타 교과에서는 문제 해결 그 자체로 끝날 수 있지만 수학교과에서는 PBL의 문제 해결 과정이나 해결안이 더 심화된 수학 내용이나 개념으로 발전할 수 있는 정리단계의 활동을 강화해야 한다.

2. 제언

본 연구는 수학과 PBL 실행을 구체화하기 위해 수학과 PBL 목표와 수학과 PBL 모형을 제시하였다. 이 연구는 단시간 동안 제한된 영역과 제한된 학습자에게 적용되었으므로 이를 일반화할 수 없다는 제한점을 가지고 있지만 다음과 같은 몇 가지의 제언을 하고자 한다.

첫째, 초등학교 수학과 PBL 실행을 위해서는 교육과정 내용을 바탕으로 한 다양한 PBL

문제가 개발되어야 한다. 본 연구는 초등학교 4학년, 소수단원이라는 한정된 대상과 제한된 영역으로 연구가 이루어졌지만 문제 개발에 상당한 어려움을 겪었다. 따라서 수학과 PBL이 현장에서 널리 활용되려면 전 학년에 걸친 다양한 내용의 수학과 PBL 문제 개발이 이루어져야 한다.

둘째, 수학과 PBL에 대한 다양한 평가 방법이 연구되어야 한다. 본 연구에는 수학과 PBL 목표 도달 여부로 수학과 PBL 수업을 해석하였지만 학생들의 결과물이나 문제 해결안을 분석하고 해석하는 기준이나 틀이 좀 더 구체적이고 체계화된다면 수학과 PBL의 보편화를 더욱 가속화를 시킬 것이다.

셋째, 초등학교 수학과 PBL 보편적 활용을 위해서는 교육과정의 재구성에 의한 PBL 연구가 필요하다. 현행 교육과정 안에서는 수학과 PBL을 실천하기 위한 시간적 여유나 활동 내용이 없다. 하지만 수학과 교육과정의 재구성에 의한 PBL 연구를 통해 시간이나 활동을 마련한다면 초등학교 현장에서의 수학과 PBL이 더욱 일반화 될 것이다.

참고문헌

- 강미애 (2011). 수학과 PBL모형 적용 수업 분석 -초등학교 4학년 소수단원에서-. 경인교육대학교 석사학위논문.
- 강인애 (1998). 문제중심학습: 또 하나의 구성주의적 교수-학습 모형. **대구교육대학교 초등교육연구 논총**, 12, 153-179.
- 강인애 (1999). 지식기반사회에서 정보기술에 의한 학습 환경의 변화. **경희대학교 교육문제연구소 논문**, 15, 1-44.
- 교육인적자원부 (2007). **초등학교 교육과정**. 인

- 천: 저자.
- 교육과학기술부 (2010). **초등학교 교사용 지도서 4-1**. 두산동아.
- 김경희 (2007). **문제중심학습의 수업 단계별 학습 활동의 특성과 교육적 의미 탐색-초등 과학 수업을 중심으로-**. 이화여자대학교 박사학위논문.
- 박인옥 (1999). **문제중심학습이 경제 문제해결력에 미치는 효과 연구-‘합리적 소비’에 대한 효과를 중심으로-**. 서울대학교 석사학위논문.
- 신현성, 윤재연 (2007). 문제중심 학습의 모델 설정. **한국학교수학회논문집**, 10(3), 401-413.
- 이종두 (2000). **초등학교 수학과 PBL 설계 및 적용 사례: 지식 구성자로서의 학생과 그 과정에 나타난 수학적 사고의 유형에 관한 연구**. 경희대학교 석사학위논문.
- 윤희정 (2009). **문제중심학습(PBL) 전략 개발과 적용 및 그 효과**. 이화여자대학교 대학원 박사학위논문.
- 장민수 (2004). **제7차 교육과정에서 실생활 문제를 활용한 수학교육의 문제점 연구**. 아주대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 조연순 (2006). **문제중심학습의 이론과 실제**. 서울: 학지사.
- 허난 (2009). **수학과 문제중심학습(PBL)을 위한 문제분석기준 개발과 학습모형연구**. 성균관대학교 대학원 박사학위논문.
- Barrows, H. S. & Myers, A. C (1993). *Problem based learning in secondary schools*. Unpublished monograph. Spring institut. Lanphier higher school and southern illinois university medical school.
- Barrows, H. S. & Myers, A. C (1993). *Problem based learning : A Total Approach to Education*. Southern Illinois University School of Medicine Department of Medical Education MC9622.
- Delisle, R (1997). *How to use problem based learning in the classroom*. Alexandria, VA: Association for Supervision and Curriculum Development.
- Duch, B, J (2001). Models for problem-based instruction in undergraduate course. In B. Duch. S. Groh & D. Allen (Eds.), *The power of problem-based learning*(pp.39-47). Sterling, VI: Stylus Publishing, LLC.
- Gallagher, S. A., Stepien, W. J., Sher, B. T. & Workman, D (1995). Implementing problem based learning in science classrooms. *School Science and Mathematics*, 95(3), 136-146.
- Polya, G. (2002). **어떻게 문제를 풀 것인가?**. 우정호 역. 서울: 천재교육.
- Jonassen, D. H (1997). Instructional design models for well-structured and ill-structured problem-solving learning outcomes. *ETR & D*, 45(1), 65-94.
- Savery, J. R. & Duffy, T. M (1995). Problem based learning : An instructional model and its constructivist framework. *Educational Technology* 35, 31-38.

Application of Mathematics PBL Model Courses in the Chapter of a Decimal for the 4th Grade of Elementary School Students

Kang, Mi Ae (Incheon Dangha Elementary school)

Song, Sang Hun (Gyeongin National University of Education/AJOU)

This study is to setup a mathematics PBL model that is right for elementary students. PBL models are developed and applied to actual courses and analyzed. So, a specific plan and practical understanding of PBL mathematics textbooks will be presented.

But in order for this to happen, first the mathematics PBL model, that can realize 7th revised curriculum's goal, needs to setup and divided into knowledge, skill and attitude domains.

Through this study, the general PBL model and the PBL model appropriate for elementary mathematics was amended and supplemented, this was then applied to courses and analyzed, and the below conclusions were realized.

First, mathematical idealization stage is needed for mathematical PBL model. Since an elementary student is shortcoming in problem understanding and mathematical activity, a middle step that allows the student to understand the problem situation mathematizing

and find a solution mathematically is desperately needed. Therefore, in this study, we named it the mathematical idealization stage and had it setup.

Second, a mathematics information collection stage needs to be prepared for a successful PBL. Through this stage, the students will have an opportunity to gather the necessary information needed and restructure it to solve the problem.

Third, the organization stage in mathematical PBL model needs to be strengthened. PBL is not just completed, through the best use of mathematics subject matter to solve the problem. Organization time is needed to allow the students to grow to a more deepened and advanced level.

In conclusion, there is significance in providing a specific plan for mathematical PBL model, which can be seen through this study on applying and analyzing elementary mathematics and appropriate PBL models.

* key words : PBL(problem based learning)(문제중심학습), mathematical idealization(수학적 의미화), decimal number(소수)

논문접수 : 2011. 2. 14

논문수정 : 2011. 3. 4

심사완료 : 2011. 3. 11