대한수학교육학회지 <학교수학> 제 13 권 제 1 호
Journal of Korea Society of Educational Studies in Mathematics
School Mathematics Vol.13, No.1 155-173. Mar. 2011

시각적 스키마 프로그램이 문장제 표상과 문제해결력에 미치는 효과[1)]

김 종 백[*] · 이 성 원[**]

본 연구는 문장제를 표상하는 능력의 신장을 목적으로, 문장제를 시각적 스키마의 형태로 유형화하여 학생들에게 제시하는 스키마 기반 프로그램을 구성하고 그 효과성을 검증하고자 하였다. 초등학교 2학년 60명 학생들을 실험조건과 비교조건에 무선배치하고 초등학교 2학년 수학-가 두 개 단원의 내용을 정하여 실험조건에는 시각적 스키마 기반 프로그램(Visual Schema Based Program)을 제시하고 비교조건에는 현 교육현장에서 활용되는 교사용 지도서에 근거하여 다이어그램이나 그래프와 같은 문제해결 전략을 제시하는 수업을 실시하였다. 프로그램 효과를 검증하기 위해 사전검사를 공변인으로 하는 일원 공변량분석(Oneway ANCOVA)을 실시한 결과 스키마 조건의 학생들이 유의미하게 높은 문제해결력을 보여주었으며 이와 같은 결과는 사전 및 사후검사에서 사용된 문장제의 난이도를 고려했을 때 더욱 두드러지는 차이를 보여주었다. 더 나아가서 실험조건에 있는 학생들이 스키마를 사용하는 빈도와 문제에서 요구되는 스키마를 얼마나 정확하게 활용했는지에 따라 문제해결능력에 관계가 있는 지 분석한 결과 도구의 사용빈도와는 .50, 그리고 도구 사용의 정확성과는 .58의 높은 상관관계가 있는 것으로 나타났다. 이와 같은 결과는 문제의 표상과 문장제 해결이 서로 높은 관계가 있으며 스키마 기반 프로그램이 문제의 표상능력을 높이며 문제해결력 향상에 긍정적인 영향을 미친다는 것을 보여준다.

Ⅰ. 서론

오늘날 수학 교육은 실제 상황에서 발생하는 문제를 논리적이며 창의적으로 해결할 수 있게 하는 능력을 함양하는 것을 교육의 목표로 하고 있다(교육부, 1997; National Council of Teacher of Mathematics, 2000). 이는 Gagné (1985)의 주장처럼 학교교육은 궁극적으로 학습자가 일상생활에서 여러 가지 유형의 문제에 직면했을 때 이에 대처해 나가는 힘, 즉 문제해결력을 길러 주는 것이 목표가 되어야 하기 때문이다. 문제 해결력 신장을 목적으로 하는 교수방법 및 교육과정의 개선과 변화를 위한 노력의 일환으로 학교에서는 다양한 형태의 문장제(word problems)가 활용되고 있다. 문장제는 실생활에서 접할 수 있는 수학과 관련된 상황을 언어적 형태로 제시하는 수학 문제로서 실제적 상황 속에서 수학교과를 다룰 수 있다는 장점이 있는 반면에 수리적 능력과 언어적 능력을 함께 고려함으로써 야기되는 문제의 복잡성을 통제할 수 없다는 난점이 있다. 물론 이와 같은 언어적 능력의 요구에서 초래되는 어려운 점을 해결하기 위해 정황학습(anchored instruction)과 같은 대안들이 시도되었다.

문장제는 문장으로 이루어져 있기 때문에 단

* 홍익대학교 교육학과 교수(jbkim@hongik.ac.kr)
** 홍익대학교(crchatte@hanmail.net)
1) 본 논문은 이성원(2010)의 석사논문을 수정 · 요약하였음.

순히 계산만을 요하는 것이 아니라 언어적인 의미 이해를 필요로 한다. 실제로 초등학교 1학년 아동들에게 수학 문제를 수 형식(numeric format)으로 제시했을 때보다 문장제로 제시하면 그 해결 수준이 현저히 낮아진다는 보고들이 있다(Carpenter, Corbitt, Kepner, Lindquist, & Reys, 1981). 주목할 것은 수리적 계산 기능이 우수한 수리 영재아도 기호로 제시된 문제와는 달리 문장제는 어려워한다는 것이다(Muth, 1984 참고). 다양한 의미로 해석될 수 있는 언어적 표상방식과 수리적 표상방식의 결합은 분명히 수리적 영역에서 우수한 능력을 보여주는 아동들에게 문제의 의미를 이해하고 표상함에 있어서 도전적인 과제가 될 것이다(De Corte, Verschaffel, & De win, 1985).

문제의 표상과 이해는 문장제에서 가장 핵심적인 요소이다(De Corte & Verschaffel, 1981). 수학적 공식을 이해하고 기호를 조작하는 것은 부차적인 문제이며 제공된 문제가 제시하는 의미가 무엇인지 이해하는 것은 문제해결의 전제가 되는 것이다(Mayer, 1983; Riley, Greeno & Heller, 1983). Kintsch와 Greeno(1985) 또한 문제해결을 위해서는 문제의 텍스트를 읽고 해득과 더불어 그 문제의 수학적 상황을 이해하는 것이 정확한 해결 방정식을 도출하는데 필요하다고 하며 문제의 표상 능력의 중요성을 주장하였다.

본 연구는 문장제에서 표상과 이해가 핵심적인 요소라는 전제하에 그것을 돕기 위하여 개발된 시각적 스키마 프로그램의 활용이 실제 학교 현장에서 문장제 표상 및 해결에 긍정적 영향을 미치는지 검증하고자 하는데 목적이 있다.

1. 연구의 목적

문장제를 구분하는 스키마를 활용하여 학생들에게 표상적 틀을 제공하고 문제해결력을 제고하고자 김종백과 이성원(2008)은 '스키마 기반 문장제 해결 프로그램'을 개발하여 6명의 초등학생을 대상으로 연구를 수행하였으며 긍정적인 연구결과를 보고하였다. 그러나 이 연구에는 몇 가지 제한점이 있다. 첫째, 연구대상이 초등학교 4학년 학생으로서 문장제에 이미 익숙해 있으며 이와 같은 사전 학습 요인이 통제되지 못했다. 둘째, 소수의 학생을 대상으로 질적인 연구 방법으로 수행되어서 스키마 교육의 효과의 신뢰롭고 정확한 효과 측정치가 제공되지 못했으며 또한 결과의 일반화에 어려움이 있었다.

이에 본 연구는 연구대상을 확대하고 연구대상의 연령을 2학년으로 낮추어 사전경험으로 인해 생길 수 있는 영향을 통제하고 문제해결에 영향을 미칠 수 있는 언어능력과 같은 요인을 통제하고자 하였으며 비교집단을 형성하여 연구의 신뢰성과 타당성을 확보하고자 하였다. 본 연구의 목적은 김종백과 이성원(2008)의 연구를 보완하여 보다 체계적인 실험설계를 통해서 스키마 기반 교수가 초등학생의 문제이해력 및 해결력에 긍정적인 영향력을 가지는지 살펴보고자 하였다.

2. 연구 가설

가설 1. 문제표상에 초점을 둔 시각적 스키마 프로그램이 학생들의 문장제 이해와 해결능력에 긍정적인 영향을 미칠 것이다.

가설 1-1. 문제표상에 초점을 둔 시각적 스키마 프로그램이 학생들의 문장제 해결능력에 긍정적인 영향을 미칠 것이다.

가설 1-2. 문제 표상에 초점을 둔 스키마 프로그램은 저 난이도보다 고난이도 문제 해결 능력의 향상에 긍정적인 영향을 미칠 것이다.

가설 2. 시각적 스키마 프로그램 조건 내에서 스키마 활용 빈도와 정확성은 학생들의 문장제 해결 능력과 긍정적인 상관관계가 있을 것이다.

II. 이론적 배경

1. 문장제 해결을 돕기 위한 인지전략

문장제 해결의 어려움을 해결하기 위해 우선적으로 언어적 능력을 높여 줌으로써 문제의 표상력을 개선할 수 있을 것이다. 문장의 의미론적 구조 이해의 중요성을 부각시킨 Cummins (1991)나 이와 유사하게 문장제 해결은 일상 언어로 되어 있어 수학 언어로 전환하는데 있어 어려움이 있음을 지적한 MacGregor와 Price (1999)도 언어의 능숙함이 문제해결을 돕는데 중요하다고 주장했다.

이와는 조금 다른 입장에서 인지적 도구를 활용하여 문제의 표상을 도우려는 일련의 연구들이 있다. 구체적으로 시각적 표상 도구를 활용하여 문제해결의 과정을 도우려는 연구들이 수행되어 왔다. 구성주의 수학교수방법들은 이러한 인지적 도구들을 적극적으로 활용할 것을 주장하고 있는데, 수학문제의 이해를 돕는 시각화 방법으로는 표 만들기, 그래프, 그림그리기 등의 방법이 있으며, 애니메이션이나 컴퓨터 영상을 이용한 표상화 작업도 사용되고 있다(예를 들어, GeoGebra와 같은 수학적 표상도구).

Mayer(1983)는 문장제를 보다 근본적이면서 구조적으로 이해하고 비계(scaffolds)의 역할을 할 수 있는 도식적 도구를 제시하였다. 그러므로 문제의 유형을 파악하기 위한 스키마(problem schemata)를 학습하는 것은 행위 스키마(action schemata), 전략 스키마(strategic schemata)와 더불어 문제의 이해를 도울 수 있는 비계가 된다(Riley, Greeno, & Heller, 1983). 스키마를 활용하여 문장제 형태를 분류한 연구로는 Marshall, Pribe, 그리고 Smith(1987)와 Jitendra와 Hoff(1996)의 스키마 기반 교수(schema-based instruction: SBI) 등이 있다. 이들 연구들은 약간 상이한 점이 있지만 문장제를 3~5개의 유형으로 구분하여 도식적으로 표상하고 이를 학생들에게 제시하고 있다는 점에서 유사하다. 예를 들어, Carpenter와 Moser(1984)는 변화(change), 결합(combine), 비교(compare), 동등(equalize) 문제로 분류하였고, Mayer(1996)는 변화(change), 결합(combine), 비교(compare) 등으로 문제 형태를 분류하였다. 본 연구에서 활용한 문장제 스키마는 Marshall(1995)이 제시한 변화(change), 그룹(group), 비교(compare), 조건화(vary), 재진술(restate)의 5가지였다. 이들은 문제에 내재된 의미구조에 따라 문제를 분류하고 다이어그램을 사용하기 때문에 문제해결의 성공을 유도하는데 효과적이다(Sweller, Chandler, Tierney & Cooper, 1990). 기존의 수학 문제 해결 전략인 다이어그램은 문제에 나와 있는 의미적 요소들 사이의 관계를 묘사하지 못하기 때문에 문제해결에는 직접적인 도움을 제공하지 못해왔었다고 할 수 있다(Hegarty & Kozhevnikov, 1999).

본 연구에서 활용된 Marshall(1995)의 문장제 스키마 유형을 구체적으로 살펴보면, 수나 양의 변화 개념을 가진 변화 유형(Change schema), 정보의 집합과 분류 개념을 요구하는 유형(Group schema), 값을 비교를 요구하는 유형(Compare schema), 문제에서 제시되는 대상들의 공통 연결고리를 이용하여 값을 유추해 내는 유형(Restate schema), 값의 가정과 곱셈에 활용되는 유형(Vary schema)으로 구성되어 있다(Marshall, 1995). 그는 이와 같은 다섯 가지 스키마유형을 시각적으로 개념화하여 학습자에게 제시하였다.

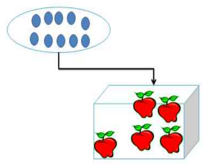
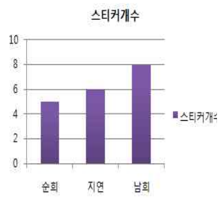
2. 수학학습의 다양한 시각화 전략

수학교과에서는 문제 해결과정에 발생하는 장애를 완화하기 위한 전략 중 하나로 스키마를 활용하고 있다. 김규상(1999)의 연구에서 수학 개념을 표상하는 과정에서 학습자의 부진 원인을 찾을 수 있는데, 이 연구에 따르면 학습자는 수학문제를 해결할 때 풀이 과정에서의 어려움보다는 문제에서 요구하는 문제 유형을 정확하게 찾아내는 것에 더 어려움을 느끼고 있다는 것을 알 수 있다. 따라서 학습자의 수학 문제 해결에 직접적으로 도움을 주기 위해서는, 문제 풀이방법 교수도 중요하지만 문제 표상 과정을 지원할 수 있는 수학 개념을 형상화한 형태의 도구와 문제에서 요구하는 도구의 유형을 분류하는 기술을 익힐 수 있는 교수 전략이 필요하다.

특히 학습자는 문장제와 같이 주어진 문제에서 요구 하는 수학적 개념이 명확하게 드러나지 않는 문제에 직면하는 경우, 학습자가 기존에 가지고 있는 지식을 문제로 표상하고 부호화(encoding)하는데 더 큰 어려움을 겪을 수 있다. 이와 같은 문제들을 극복하기 위해서 지금까지 수학교과에서는 다양한 스키마를 활용한 전략들을 사용해왔는데 그 대표적인 방법이 시각화 기법이다. 다음 <표 Ⅱ-1>와 같은 스키마의 활용은 문제 해결을 용이하게 해주는 시각화 기법을 보여주는 예이다.

위 <표 Ⅱ-1>와 같이 문장제는 그림 및 그래프를 이용한 시각적인 추론에 의해 답을 더 쉽게 도출할 수 있다. 이 외에도 수학 개념의 이해를 돕는 시각화 방법으로는 표 만들기, 다이어그램이용, 그래프, 그림그리기 등의 방법의 시각표상이 있으며, 현재는 애니메이션이나 컴퓨터 영상을 이용한 표상 전략도 사용되고 있다. 이런 시각적 추론의 활용은 스스로 문제를 해결할 때도 활용이 용이하다는 장점도 있다.

<표 Ⅱ-1> 문장제 문제 해결에 사용된 시각화 기법의 예

문제 예시	시각적 표상화의 예
예1) 상자에 사과가 5개 있습니다. 그런데 사과장수 아저씨께서 10개를 더 넣으셨습니다. 지금 상자 속에 있는 사과의 개수는 몇 개일까요?	
예2) 홍익 유치원에서는 숙제를 잘 하는 친구에게 스티커를 준다. 순희는 5개의 스티커를 받았고 지연이는 6개의 스티커를 받았고, 남희는 8개의 스티커를 받았다. 누가 가장 많이 받았겠는가?	

예를 들어, Halmos(1987)는 수학에서 시각화 능력의 중요성에 대해 언급하고 학교수학에서 학생들이 발달시켜야 할 추론 능력으로 보았다. 용이한 문제해결을 위해서 시각화 기법은 문제에 대한 접근성을 높이고, 문제 해결을 도울 수 있다는 점에서 높은 교수-학습의 가치가 있다.

그러나 Tall(1998)은 증명에서 시각적인 방식의 활용이 논리적이며 형식적 증명의 구조와 연결되지 않는 경우에 발생할 수 있는 인지적 난점에 대해 언급하고 있다. 여기서 중요한 것은 수학 문제의 의미와 본질과 관련이 적은 단순히 다양한 형태의 시각화 기법의 활용은 문제의 이해와 수학적 사고라고 하는 본질적 문제해결 능력의 신장을 가져오기 보다는 문제해결의 효율적 기법에 초점을 둠으로써 문제해결 능력의 신뢰성 있는 신장에 제한적일 수 밖에 없다. 본 연구에서 활용된 Marshall(1995)의 시각적 스키마 도구는 이러한 수학적 사고와 문제의 이해가 중요하다는 전제에 기반을 두고 있다.

3. 문장제를 위한 시각적 표상 도구로서 Marshall(1995)의 스키마 유형

문장제 해결 과정에서 중요한 것은 그 문제에 대한 공식이나 풀이 방법을 외우는 것이 아니라 문제가 내포하고 있는 수학적인 개념을 이해하는 것이다. 같은 더하기 문제라도 표현되는 방법은 다양하다. '합' 으로 불리기도 하고 '더하다'라고 하기도 하고, '모두' 또는 '전체' 라는 집합의 개념에서 더하기의 개념을 찾을 수도 있다(김종백, 이성원, 2008). 이런 문제 때문에 한 문제를 연습해서 우연히 문제를 풀이할 수 있었던 학생의 경우라도 다른 형식을 가지면 풀이할 수 없는 경우도 있다. 특히 교사의 예제 풀이 과정을 듣고 그대로 받아 적는 경우에는 더욱 그런 성향이 강해질 수밖에 없다. Marshall(1995)의 스키마는 이런 문제를 해결하기 위하여 문제에서 요구하는 수학의 개념을 익히는 것을 자신의 교육방법의 핵심으로 두고 있다. 따라서 이를 교육받은 학습자는 비슷한 성향을 가지고 있는 문제라면 아무리 표현 형식이 다르다 할지라도 풀 수 있게 된다.

Marshall(1995)은 학습자가 사용할 수 있는 수학적 개념을 5가지 정도로 분류하였는데 수나 양의 변화를 다루는 변화 유형(Change), 집합적 분류 유형(Group), 양이나 수의 비교 유형(Compare), 연관된 정보의 연결 고리를 유추하는 유형(Restate), 가정이 포함된 유형(Vary)으로 나누었다(김종백, 이성원, 2008). 또한 내면적인 표상뿐만 아니라 외형적으로 사용할 수 있는 전략적 도구를 개발하고 문제를 풀이하기 위한 스키마 학습 모형을 제시하였다. 학습자는 유형의 분류에 의해 문제 자체가 지닌 수학적인 본질적 의미를 이해하고, 스키마를 통해 유형에 따른 접근법과 해결방식을 동시에 얻을 수 있다. 따라서 이런 성향을 나타내는 문제는 어떤 상황으로 탈바꿈 된다 할지라도 학습자는 손쉽게 해결할 수 있게 된다. 다음 <표 Ⅱ-2>은 Marshall(1995)이 제시한 5가지 문제 유형과 그 내용이다.

<표 Ⅱ-2> Marshall(1995)의 스키마 종류와 내용

유형	내용
Change (변화)	문제 내에서 하나의 변인만을 다루는 문제로서, 기존량, 변화량, 변화 후의 양을 알고자 할 때 쓰인다.
Group (그룹)	여러 개의 유사한 요소를 묶어 하나의 범주를 만들어내는 능력이나, 한 범주 속에서 누락된 부분을 찾아내는 문제를 풀이할 때 쓰인다.
Compare (비교)	같은 성질을 가진 요소들의 특성을 비교하고 대조하는 문제를 풀이할 때 쓰인다.
Restate (재진술)	한 요소의 변화와 다른 요소의 변화가 한 가지 원인에 의해 맞물려 변화하는 경우의 문제를 해결할 때 사용한다.
Vary (조건화)	' 만약~라면 ~할것이다' 라는 가정이 섞인 경우의 문제로 한가지 특징을 여러 요소가 동등하게 지니고 있을 때, 그 요소가 변화할 양을 예측하는 문제에 사용된다.

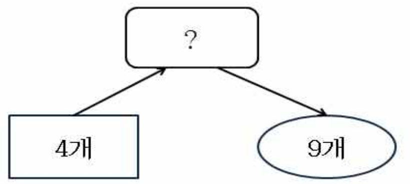
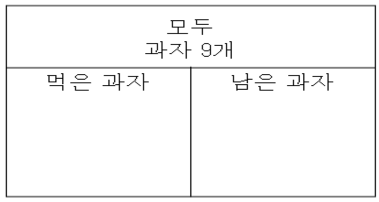
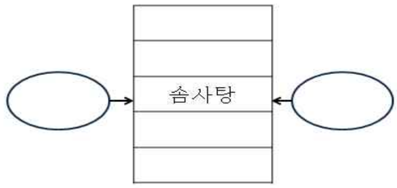
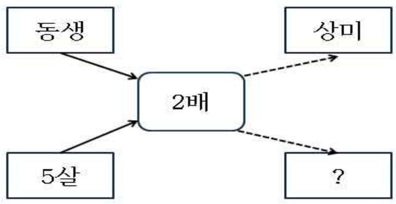
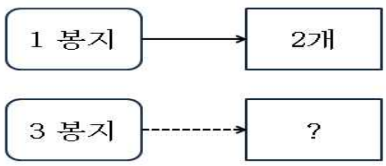
(김종백, 이성원, 2008 참고)

그러나 5가지 문제 유형만으로는 내용이 복잡하고 문제에 내포된 수학적 개념이 다수인 난이도가 높은 문제의 경우에는 해결이 어려울 수 있다. 그렇기 때문에 학습자는 5가지 스키마를 익히는 것뿐만 아니라 추론능력과 사고력을 이용하여 분리된 개념들을 연결하는 방법을 익혀야 한다.

앞서 언급하였듯이 Marshall(1995)이 제시하는 문장제의 난이도는 다수의 스키마, 즉 수학

적인 개념을 내포하고 있는가에 의해 결정된다. 따라서 학습자는 하나의 문제를 해결하기 위해 여러 가지의 수학 개념을 표상해야 한다. 이런 고 난이도의 문제가 내포하고 있는 수학 개념 및 상징을 분석적으로 접근하면 하나의 새로운 개념을 형성한 것이 아니라, 여러 개의 개념이 유기적으로 연결되어 있음을 알 수 있다. 따라서 문제에서 요구하고 있는 이 각 개념을 분리하고 그를 표상할 수 있는 매체(도구)를 활용하면, 문제를 해결할 수 있게 된다. 그러나 고 난이도의 문제는 단지 풀이를 위해 요구되는 정보가 문제에서는 다 주어지지 않기 때문에 순차적인 접근이 필요하다. 이 때 스키마 도구는 시각적인 표상이 되기 때문에 상실되어 있는 정보에 대한 인식이 빠르게 이루어질 수 있고, 그 정보를 얻기 위해 필요한 개념을 보다 쉽게

<표 Ⅱ-3> Marshall(1995)의 스키마 유형에 따른 문장제의 예

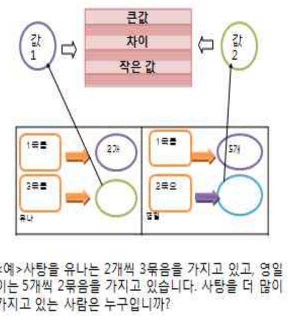
유형	문제	스키마
변화 (Change)	둥근 접시에 과자가 4개 있습니다. 네모난 접시에 놓인 과자는 보자기로 덮여 있습니다. 두 접시에 있는 과자는 모두 9개입니다. 보자기로 덮인 과자의 수를 어떻게 나타낼 수 있는지 알아봅시다.	
그룹 (Group)	식탁 위에 과자가 9개 있었습니다. 유진이가 그 중에서 몇 개를 먹었더니 7개가 남았습니다. 유진이가 먹은 과자의 수를 어떻게 나타낼 수 있는지 알아봅시다.	
비교 (Compare)	뽀빠이 분식에서는 솜사탕이 500원이고, 라라 분식에서는 솜사탕이 1000원이다. 어느 분식점의 솜사탕이 얼마나 더 쌀까?	
재진술 (Restate)	상미의 나이는 동생의 2배입니다. 상미 동생의 나이가 5살입니다. 상미의 나이는 몇 살입니까?	
조건화 (Vary)	예나는 과자를 3봉지 사왔습니다. 봉지를 열어보니, 한 봉지에 과자가 2개씩 들어있습니다. 예나가 사온 과자는 모두 몇 개일까요?	

인지할 수 있다는 장점을 가지고 있다.

Marshall(1995)의 스키마 학습 프로그램은 수학 문제가 가질 수 있는 유형을 5가지로 나누고 그것을 쉽게 사용할 수 있도록 각각의 개념을 형상화하여 시각적으로 도구화했다. 이러한 시각적인 도구의 활용은 기억의 저장을 용이하게 할 뿐만 아니라 동기적인 측면에서 학습자에게 흥미를 제공할 수 있다(김종백, 이성원, 2008).

Marshall(1995)이 제시한 5가지 유형의 수학 개념을 내포하고 있는 문제 예시와 그 도구는 다음 <표 Ⅱ-3>와 같다.

이 도구들은 각각 대표하는 개념을 가지고 있기 때문에 앞서 언급한 난이도가 높은 문제에서도 사용이 가능하다. 난이도가 높은 문항은 여러 개의 개념이 제시되고 최종적인 결과에 도달하기 위해서는 풀이에 필요한 정보를 찾아 이용해야 한다. 그리고 최종적인 해결과정에 제시되지 않았지만 숨어있는 정보를 찾아낼 수 있어야 최종적인 결과(final answer) - 해답 -를 얻을 수 있다. 아래 예시 문제에서 최종적으로 요구되는 것은 값의 비교이다. 그러나 그 값을 비교하기 위해서는 두 개의 값을 구해야 한다는 문제가 발생한다. Marshall(1995)의 시각적인 도구는 이런 복잡한 과정을 시각적으로 보여줌으로써 감추어진 값을 도출하는데 유용할 뿐만 아니라 최종적인 값에 도달하는 것에도 유리하게 활용될 수 있다([그림Ⅱ-1] 참고).



[그림Ⅱ-1] 고 난이도 문제에서 활용되는 Marshall(1995)의 스키마

Ⅲ. 연구방법

1. 연구대상

본 연구는 임의로 선정한 서울 소재의 S초등학교 2학년 2개 반에 재학 중인 학생 60명을 대상으로 이루어졌다. 연구자는 대상이 되는 2개 반을 비교집단과 실험집단으로 임의로 구분하였다. 비교집단으로 선정된 반은 남 녀 15명씩 30명으로 구성되어 있었고, 실험집단으로 선정된 반은 남자 16명과 여자 14명, 총 30명으로 구성되어 있었다. 실험집단의 경우 결석과 기타 사유로 인해 2명의 실험 탈락이 발생하여, 28명이 최종적인 평가의 대상이 되었다.

2. 실험설계

본 연구는 문장제 해결을 위한 시각적 표상 수단의 차이에 따라서 문제해결 능력의 변화를 알아보기 위해 실험집단과 비교집단으로 구분하였다.

3. 연구변인

가. 독립변인

1) 문장제 해결을 위한 표상 도구의 차이

본 연구에 참여한 실험집단과 비교집단은 각각 문장제 해결을 위해 사용하는 표상도구의 차이를 이용하여 구분되었다. 비교집단의 경우

기존의 교사용 지도서에서 주로 사용하는 시각적 표상 도구 전략(예를 들어, 그림이나 수직선으로 표현하기, 단순화하기)을 이용하여 문장제의 이해와 해결을 돕도록 하였다. 실험집단의 경우에는 문제의 표상을 돕는 시각적 표상도구로서 스키마 도구(예를 들어, 변화, 그룹, 비교, 재진술, 조건화 스키마)를 이용하여 문장제의 이해와 해결을 돕도록 하였다. 본 연구에서는 문제의 표상을 돕는 시각적 스키마 도구가 문장제의 이해와 해결능력에 미치는 영향을 알아보고자 하였다.

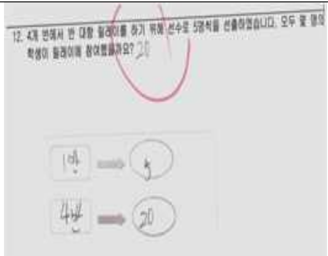
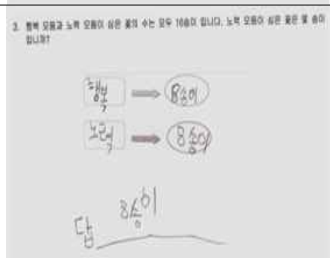
2) 시각적 스키마 도구의 사용빈도와 도구 사용의 정확성

부가적으로 실험집단 학생들이 활용한 스키마 도구의 사용 빈도를 알아보고, 문제해결에 요구되는 스키마 도구를 정확하게 선택하는 지를 조작적으로 판단하였다. 도구의 사용빈도는 도구의 사용 횟수로 판단하였으며, 도구의 정확성은 사후 평가 15문항의 문제가 요구하는 스키마와 학생들이 선택한 표상 도구를 비교하여, 그 정확성에 따라 점수를 부여하고 학생들의 문장제 이해력을 평가하였다. 적용한 루브릭에서는 문제가 요구하는 스키마를 정확히 사용한 경우 2점, 문제가 요구하는 스키마를 대체할 수 있는 스키마를 사용한 경우 1점, 틀리거나 쓰지 않은 경우에는 0점을 부여했다. 이 문제에 대한 표상의 정확성은 문제 해결력에도 영향을 미칠 것이라고 보고 학생들의 이해능력을 측정한 후 사후 평가 점수와의 관계를 분석하였다.

나. 종속변인

1) 문제표상력 및 문제해결력

본 연구에서는 문제에 대한 표상력과 더불어 종속변인으로서 문장제 해결력을 측정하여 표상도구의 영향력에 대해 알아보았다. 문제해결력은 조작적으로 문제를 해결하는 능력으로 정의하고 15개의 사후 문장제 해결 점수를 활용하였다. 사후 평가 정답 점수는 100점 만점으로 환산하여 활용하였다.

문제가 요구하는 스키마를 정확히 사용한 경우	
틀린 스키마를 사용한 경우	

[그림 Ⅲ-1] 문제 해결에 사용한 스키마의 정확성 예시

연구자는 독립변인인 시각적 표상도구의 차이가 문제 이해 능력에 영향을 미치는지를 평가하기 위하여 문장제를 해결하는 학생들에게 문제의 풀이과정을 함께 기술하도록 요구했다. 이를 통하여 학생들이 문제에서 요구하는 것을 정확히 이해하고 있는지를 평가하였다. 즉, 문제의 표상력은 문제의 풀이과정과 기술의 정확성을 가지고 판단했다. 최종적인 집단 간 차이의 근거는 문제를 해결한 능력, 즉 평가 점수에 두었다. 앞 서 연구들에서 증명되듯이 문장제 해결에 큰 영향을 미치는 것은 문제의 표상이며 어떤 표상도구로 학습의 경험을 하였는가는 문제 해결에 영향을 미친다.

2) 난이도가 반영된 문제 해결력

본 연구에서는 문제에서 요구하는 개념의 수에 따라 문제의 난이도를 결정하였다. 문제의 난이도는 문장제의 인지적인 부담을 주는 부분

으로 표상의 어려움과 함께 문제 해결력의 신장의 정도에도 영향을 미칠 수 있다. 문제의 난이도를 고려한 경우에서도 문제 해결의 수준의 차이가 발생하는지를 검증하기 위하여 난이도를 반영한 점수를 채점하였다. 사전 사후 평가 15문항은 수학적 개념을 한 가지만 가지고 있는 문제 8문항(저 난이도)과 두 개 이상의 수학적 개념을 필요로 하는 문제 7문제(고 난이도)로 구성되어 있었는데, 이 난이도는 두 집단에 공통적으로 적용되었다. 고난이도 문제는 7문제로 각 2점, 저난이도 문제는 각 1점을 부여한 뒤, 100점으로 환산하고 이 점수를 결과 분석 시 활용하였다. <표 Ⅲ-1>은 난이도 별 문제 예시이다.

<표 Ⅲ-1> 난이도 별 문제 예시

저 난이도 문제 예시	필통에 빨간색 연필이 7자루, 노란 연필이 5자루 있습니다. 연필은 모두 몇 자루 입니까?
고 난이도 문제 예시	어머니께서 과자를 40개 사가지고 오셨습니다. 나와 형제들은 과자를 7개씩 나누어 먹었습니다. 우리 형제는 모두 4명입니다. 남은 과자는 모두 몇 개일까요?

다. 통제변인

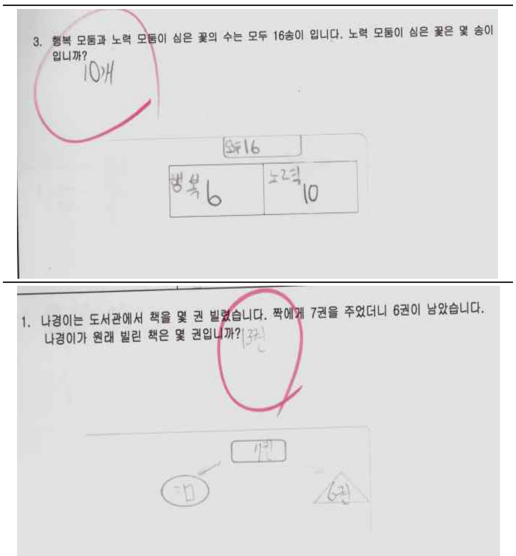
전술하였듯이 언어능력은 문장제 해결에 영향을 미치는 주요 변인이 될 수 있기 때문에 연구자는 실험에 참여한 두 조건의 학생들이 언어능력 면에서 동질한지를 검증하였다. 언어능력을 검증하기 위해서 학교에서 실시된 국어 성적을 언어능력 점수로 활용하였다.

4. 연구도구

가. 문장제 스키마

본 연구에서 문장제에 대한 이해를 돕기 위해서 문장제의 개념유형들을 범주화하여 제시하고 있는 문장제 스키마를 활용하였다. 이 스키마는 기본적으로 Marshall(1995)의 문장제 표상 도구를 근간으로 구성되었으며 본 연구에서 개발한 수업프로그램에 활용되었다.

본 연구에서 실험집단에서 문장제 스키마를 활용하여 문제를 해결하거나 학습을 할 때 손으로 직접 스키마를 그리기 보다는 연구자가 변화(change), 그룹(group), 비교(compare), 재진술(restate), 조건화(vary) 5가지 종류의 스티커 묶음을 학생들에게 제공하고 자유롭게 사용하도록 하였다. 김종백과 이성원(2008)의 연구에서 학생들이 직접 손으로 스키마를 그리도록 할 경우 불필요한 시간의 낭비와 함께 인지적 부담을 학생들이 가지는 것으로 나타났다. 이와 같은 이유로 미리 스티커 형태로 제작된 스키마 도구를 실험조건의 학생들에게 제공하고 자신의 풀이과정을 기록하도록 하였다.



[그림 Ⅲ-2] 스키마 스티커 활용 예시

나. 문장제

본 연구의 수업에서 실제로 활용된 문장제 학습도구는 미완성 예제 문제의 형태로 제작되

었다. 예제문제는 2-가 수학 및 수학 익힘책의 6 단원과 8 단원의 문장제들과 해당 교사 지침서를 이용하여 수정 제작되었다. 실험집단과 비교집단 모두 동일한 내용의 예제 문제를 활용하여 수업이 이루어졌다.

다. 교사 매뉴얼

본 연구에서는 비교 집단과 실험 집단의 스키마 수업프로그램이 각각 다른 교사에 의해 진행되었다. 그러므로 실험과정이 동일인에 의해 수행되지 않았기 때문에 실험결과가 교사변인에 의해 왜곡될 가능성이 제기될 수 있다. 이러한 교사변인의 영향을 최소화하기 위해서 학부 및 대학원에서 교육학을 전공한 교사가 선택되었으며 더 나아가 실험과정이 매뉴얼로 절차화되고 규정되었다. 교사 매뉴얼은 수업 진행과 예제 문제를 설명하는 방법, 그리고 교사들이 주의해야 할 점이 상세하게 기록되어 있었다. 또한 총 40분으로 되어 있는 정규 학습 시간을 지키기 위해 수업 시간을 도입과 종료(5분), 수업(20분), 개별학습(15분)으로 나눈 시간표도 포함되어 있었다. 두 교사는 제작된 매뉴얼을 가지고 동일하게 훈련을 하고 수업 전 시연을 해 보았으며 자연적인 수업상황을 최대한 제약하지 않는 범위 안에서 서로 다른 부분들을 조정하였다.

라. 사전・사후 검사

본 연구에서는 비교 집단과 실험 집단의 수업 실시 전 문장제에 대한 사전 능력을 평가하기 위해 문장제 15문항으로 구성된 사전 평가를 시행하였다. 문제는 수학적 스키마가 두 가지 이상 포함된 고 난이도 문제 7문제와 수학적 스키마가 한 가지만 포함된 저 난이도 문제 8문제로 구성되어 있었다. 이 난이도 구성은 사후 평가 때도 동일하였다. 시험 시간은 20분이었고, 각 집단의 교사는 학생들에게 평가 시 반드시 풀이과정을 적으라는 지시를 하였다.

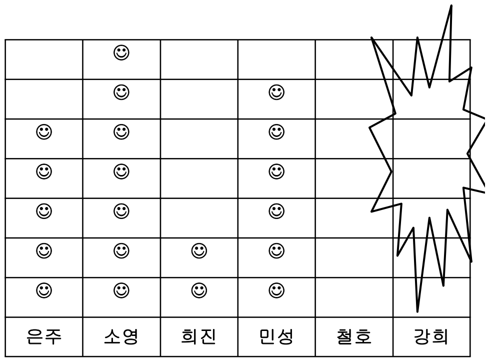
비교집단과 실험 집단의 전체 수업프로그램이 종료된 후에 실험처치의 효과를 검증하기 위해 사후 평가를 실시하였다. 사전평가에서와 동일한 수의 문장제 15문항과 역시 동일한 난이도로 구성된 동형검사가 사후검사로 실시되었다. 사후 평가 시에도 사전 평가 때와 같이 시험 시간은 20분이었으며, 각 집단의 교사는 학생들에게 학습한 표상도구를 활용하도록 지시하였다.

<표 Ⅲ-2> 사전 사후 시험 문제 예시

사전 평가 자료

다음 그림은 은주네 모둠이 모은 붙임 딱지입니다.

다음 문제를 해결해 보세요.

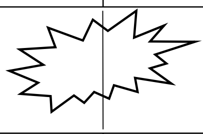


1. 은주가 모은 붙임 딱지와 철호가 모은 붙임 딱지는 모두 11개입니다. 철호가 모은 딱지의 수는 몇 개인가요?
2. 은주, 소영이가 모은 딱지의 수와 희진, 민성, 강희가 모은 딱지의 수는 같았다. 강희가 모은 딱지의 수는 몇 개인가요?

사후 평가 자료

식목일에 각 모둠에서는 화단을 나누어 꽃을 심었습니다.

다음 문제를 해결해 보세요.

♣♣♣♣♣ ♣	♣♣♣♣♣ ♣♣♣♣	♣♣♣♣♣
행복	희망	사랑
♣♣♣♣♣ ♣♣♣♣♣		
기쁨	평화	노력

1. 행복 모둠과 노력 모둠이 심은 꽃의 수는 모두 16송이입니다. 노력 모둠이 심은 꽃은 몇 송이 입니까?
2. 기쁨 모둠과 노력 모둠이 심은 꽃의 수는 평화 모둠, 희망 모둠, 사랑 모둠이 심은 꽃의 수는 같습니다. 평화 모둠이 심은 꽃의 수는 모두 몇 개입니까?

5. 연구절차

본 연구를 위한 선행연구인 김종백과 이성원(2008)의 질적 연구에서 드러난 문제점을 보완하고 보다 통제된 양적연구를 수행하기 위해 2009년 1월부터 2달간 연구에 필요한 자료를 제작하였다. 문장제 스키마 교수 프로그램은 김종백과 이성원(2008)의 연구에서와는 달리 보다 확장된 형태로 총 8회기에 걸쳐 진행되는 것으로 구성되어 진행될 예정이었으나 해당 학교 사정을 고려하여 한회기가 줄어든 7회기에 걸쳐서 진행되는 것으로 프로그램이 수정되었다. 사전검사와 사후검사 및 기타 검사를 처음과 마지막 회기에 진행하였으며 실제 수업은 5회기에 걸쳐서 진행되었다. 담임선생님들의 조언에 따라 학생들이 공부할 단원을 수학 2-가 6과 식 만들기와 8과 곱셈 단원으로 결정하고, 그에 맞추어 문장제 시험지와 수업에 활용할 예제 문제들이 제작되었다.

실험에 참여한 학생들은 실험집단과 비교집단에 무선 배치되었고 약 2 주간의 실험에 참여하였다. 실험에 활용된 초등학교 2학년 수학의 두 단원에 대하여 비교집단은 제 7차 개정 교육과정에 따라 제작된 교사 지침서에 제시된 것과 동일한 학습 전략을 활용하여 수업이 진행되었으며 실험집단은 스키마 전략을 활용하여 구성된 프로그램을 활용한 수업이 진행되었다. 제 7차 개정 교육과정 지침에 근거하여 비교 집단에서도 실험집단과 유사한 시각적 표상 도구가 사용되었다. 예를 들어, 그림 그리기(문제에 포함되어 있는 정보 및 관계를 그림으로 나타내고, 이 그림을 통하여 문제를 직접 해결하거나 해결 방법을 찾아내어 주어진 문제의 해결에 이용하는 전략), 수직선 그리기(문제에 나와 있는 숫자들의 관계를 수직선을 활용하여 명확히 하여 문제를 해결하는 전략), 단순화하기(주어진 문제를 보다 좀 더 단순한 문제로 만들어 해결하는 전략) 등이 활용되었는데 이와 관련된 내용은 수학 2-가의 6과와 8과의 교사 지침서에서 제시되어 있다. 비교 집단 학생들이 사용하는 표상 도구는 실험집단에서 제시된 스키마 도구와는 달리 언어적 혹은 상징적 조작(symbol manipulation)을 다른 감각양식 즉, 시각적으로 표현하도록 함으로써 문제해결을 용이하게 돕는 것이다. 이는 문제에 대한 표상을 돕는 스키마와 같이 실험집단에 활용된 학습전략과는 상이한 접근방식이다. 다시 말하면 실험집단은 변화(change), 그룹(group), 비교(compare), 재진술(restate), 조건화(vary) 5가지 종류의 스키마 도구를 활용하여 문장제를 학습하였는데, 스키마 기법은 전술하였듯이 문제해결 과정 자체보다는 문제에 내재된 기제의 이해를 돕는 표상 전략이라고 할 수 있다.

실험집단과 비교집단의 수업에 참여한 교사 모두 교육학을 전공한 전문가였으며 수업이 실시되기 전에 교사 매뉴얼에 따라 실험 전 수업

시연을 하고 실험처치이외의 요인들이 개입되는 것을 막기 위하여 연구자와 함께 조율하였다. 실험을 시작하며 모든 학생들의 출발점을 평가하기 위하여 사전평가가 20분간 실시되었고 단원학습을 위한 40분은 단체수업 20분, 개별학습 15분 시작과 종료를 위해 약 5분을 배정하였다.

1차 수업에서 교사는 6과 식 만들기 단원 중 학습해야 할 내용을 저 난이도 예제 문제를 활용하여 가르쳤다. 1차 예제 문제는 교사와 푸는 문제(예제 문제) 2문제, 개별적으로 학생들의 연습 문제(개별문제) 2문제, 과제 1문제로 구성되어 있었다. 2차시 수업에서는 1차와 마찬가지로 6과 식 만들기 단원을 공부하였고, 예제문제와 개별문제는 2문제씩이었고, 과제는 1차와 달리 2문제를 주었다. 3차 수업에서는 고 난이도의 문제를 학습하였는데, 단원의 끝 부분에 나와 있는 좀 더 알아보기 부분의 문제를 활용하였다. 3차 수업은 문제의 난이도를 고려하여 예제 문제 2문제, 개별문제 1문제, 과제 1문제로 구성되었다. 4차 수업에서는 8단원 곱셈을 학습하였다. 하나의 개념을 학습한다는 의미에서 저 난이도 예제 문제를 활용하는 단계이지만, 학생들이 곱셈을 학습하기 위해서는 배수를 이해해야 하는 부담이 있었다. 그렇기 때문에 3차와 동일하게 예제 문제 2문제, 개별문제 1문제, 과제 1문제만으로 예제 문제를 구성하였다. 마지막 5차 수업에서는 지금까지 배운 모든 수학적 개념을 활용하는 고 난이도 문제를 다루었는데, 곱셈 단원의 좀 더 알아보기 부분의 내용을 참고하여 문제를 제작하였다. 학습 예제 문제는 예제 문제 2문제 개별문제 1문제, 과제 1문제로 구성하였다. 실험처치가 종료된 후에 동형으로 이루어진 15문제의 사후검사가 실시되었고 사전 평가 때와 마찬가지로 20분의 시간 동안 문제를 해결하였다.

Ⅳ. 연구결과

1. 연구변인의 기술 통계치 및 집단의 동질성 검증

가. 연구변인의 기술 통계치

다음 <표 Ⅳ-1>에는 문제의 난이도를 고려한 점수와 고려하지 않은 사전 및 사후 검사 점수에 대한 기술 통계치가 제시되었다. 참고로 표의 괄호 안은 난이도를 고려한 점수의 기술 통

<표 Ⅳ-1> 비교 집단과 실험 집단의 기술 통계치

		사례	평균	표준편차
사전평가	비교 집단	30	46.22(43.18)	20.28(21.48)
	실험 집단	28	45.36(43.78)	17.83(18.33)
	전체	58	45.81(43.47)	18.98(19.85)
사후평가	비교 집단	30	52.89(46.67)	25.49(26.22)
	실험 집단	28	62.14(58.85)	20.29(21.64)
	전체	58	57.36(52.55)	23.39(24.68)
언어능력	비교 집단	30	87.16	12.01
	실험 집단	28	88.03	10.39
	전체	58	87.58	11.17

계치가 제시되었다.

나. 집단 언어능력 동질성 검증

비교 집단과 실험집단의 사전 문장제 해결 능력에 대한 동질성을 검증하고자 두 집단의 사전 평가 점수를 통제하였다. 또한 두 집단 간에 문장제 해결 능력에 영향을 미치는 언어 능력의 차이가 없는지를 확인하기 위해 학생들의 학력평가 자료 중 국어 점수를 활용하여 검증하였다. 동질성 검사를 한 결과 비교 집단과 실험집단은 사전 문장제 해결 능력과 언어 능력에서 통계적으로 유의한 차이가 없었다.

<표 Ⅳ-2> 두 집단 간 사전 평가와 언어능력의 동질성 검증

	집단	사례	평균	표준편차	자유도	F
사전 평가	비교 집단	30	46.22	20.28	56	2.00
	실험 집단	28	45.36	17.83		
언어 능력	비교 집단	30	87.16	12.01	56	1.19
	실험 집단	28	88.03	10.39		

* $p < .05$, ** $p < .01$.

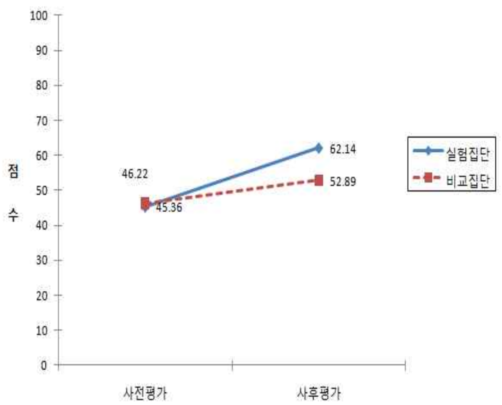
2. 수업프로그램에 따른 사후 평가 점수의 차이 분석

본 연구의 연구 가설인 문장제 해결 도구의 차이에 의한 비교 집단과 실험집단의 사후 평가 점수의 차이를 분석하기 위하여 사전 평가 점수를 공변인으로 하는 일원공변량분석(Oneway ANCOVA)을 실시하였다. 분석 결과 실험집단의 사후 평가점수가 비교집단 보다 통계적으로 유의하게 높았다. 앞서 제시하였듯이 문장제 해결을 위해서는 문제에서 요구하는 내용에 대한 정확한 이해와 표상 과정이 전제되어야 한다. 따라서 시각적 표상 도구가 미치는 문제 해결능력에 대한 긍정적인 효과는 문제의 이해 및 표상 능력 또한 신장되었음을 반증한다고 할 수 있다.

<표 Ⅳ-3> 사후검사에 대한 일원 공변량 분석 결과

변량	제곱합	자유도	평균 제곱	F
사전평가	11142.90	1	11142.90	32.562**
집단	1416.37	1	1416.37	4.139*
오차	18821.26	55	342.20	
합계	222002.72	58		
수정 합계	31205.00	57		

* $p < .05$, ** $p < .01$



[그림 Ⅳ-1] 비교집단과 실험집단의 사전 사후 평가 점수 변화

3. 문제의 난이도에 따른 집단 간 사후 평가 점수의 차이 분석

문제의 난이도를 고려하였을 경우에도 집단 간 문제 해결력의 차이가 발생하는지를 확인하기 위하여, 난이도 별로 집단 간 정답 수를 조사하였다. 또한 사후 평가 시 고난이도 문제에 2점, 저난이도 문제에 1점을 부여한 뒤 100점으로 환산하여 집단 간 그 점수를 비교 하였다.

가. 난이도에 따른 정답 수와 사후평가 점수와의 관계

스키마 프로그램은 문제의 표상과 이해를 돕기 위한 학습전략이기 때문에 주로 복잡한 고난이도의 문제해결에 도움이 될 것이다. 이를 알아보기 위해 우선 난이도에 따라 실험집단과 비교 집단 간 정답 수에 있어서 차이가 있는지 살펴보았다. 난이도에 따른 평균 정답 수가 아래 <표 Ⅳ-4>에 제시되었다.

<표 Ⅳ-4> 비교집단과 실험집단의 난이도에 따른 정답 수

		사례	평균	표준편차
고 난이도 정답 수	비교집단	30	2.50	2.20
(총 7문항)	실험집단	28	3.46	1.85
	총계	58	2.97	2.08
저 난이도 정답 수	비교집단	30	5.43	2.01
(총 8문항)	실험집단	28	6.04	1.66
	합계	58	5.72	1.86

위 <표 Ⅳ-4>에 의하면 비교 집단은 고 난이도 문제에서 약 36%의 정답률을 저 난이도 문제에서 약 68%의 정답률을 보였다. 실험 집단의 경우에는 고 난이도 문제에서 약 49%, 저 난이도 문제에서 약 75%의 정답률을 보여 전체적으로 실험집단이 높은 정답률을 보였으며 이는 고난이도 문제에서 그 차이가 더욱 두드러졌다. 이 결과는 실험집단에서 활용된 스키마 표상도구가 고 난이도의 문제에서 더 효과적이라는 사실을 보여주나 문항 수가 적다는 제한점을 고려하여 추후 연구가 더 필요하다.

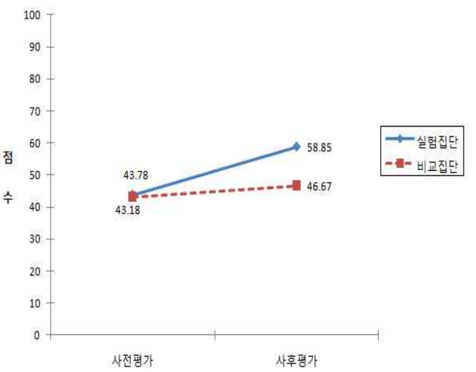
나. 난이도를 반영하여 조정한 사후평가 점수의 집단 간 비교

사전과 사후 검사의 문항들의 난이도를 고려하여 조정된 점수에 대한 비교 집단과 실험집단의 차이가 사전검사점수를 공변인으로 하는 일원 공변량 분석(Oneway ANCOVA)을 통해서 검증되었다. 분석의 결과, 수업 프로그램의 차이에 따른 두 집단의 난이도를 반영한 사후 평가 점수에는 유의한 차이가 있는 것으로 나타났다. 이와 같은 결과는 난이도를 조정하지 않은 앞 선 결과와 동일하며 실험집단과 비교집단 간 평균 차이가 조금 더 두드러지게 나타났다. 또한 이 결과는 시각적 스키마 프로그램이 고 난이도의 문제를 해결함에 있어 긍정적인 영향이 있다는 것을 의미한다고 할 수 있다.

<표 Ⅳ-5> 난이도를 반영한 사후검사에 대한 집단 간 공변량 분석 결과

변량	제곱합	자유도	평균제곱	F
난이도반영 사전점수	12956.42	1	12956.42	36.28**
집단	1990.71	1	1990.71	5.57*
오차	19640.12	55	357.09	
합계	194933.35	58		

* $p < .05$, ** $p < .01$



[그림 Ⅳ-2] 비교집단과 실험집단의 난이도를 반영한 사후 평가 점수 변화

4. 표상도구의 사용 빈도 및 도구 사용의 정확성과 문제 해결력과의 관계

문장제를 해결하는 것은 문제에 대한 표상력

이 영향을 미치기 때문에 문장제 해결력의 차에서 오는 앞서의 결과는 문장제의 표상력의 차이가 발생하였다는 증거가 될 수 있다. 그러나 비교집단의 경우 외적으로 도구의 활용을 보인 학생 수가 적어 직접적인 효과를 검증하기 어렵고 본 실험의 목적이 새로운 시각적 스키마 도구의 활용가능성을 증명함도 내포하고 있기 때문에 실험집단 내에서 활용된 도구의 활용빈도와 정확도가 실험집단의 사후 평가 점수에 영향을 미치는지를 통해 문장제 해결에 표상이 미치는 영향을 증명하고자 한다.

문제의 표상능력은 문제와 관련되어 있는 스키마를 정확하게 활용할 수 있는 능력으로 조작적 정의를 내릴 수 있다. 본 연구의 실험집단에서 학생들이 사용한 스키마와 문제에서 실제로 요구하는 스키마의 일치도가 학생들의 사후 평가 점수와 긍정적인 관계가 있는지 검증하였다. 우선 스키마 적용의 정확성을 평가하기 위해 학생들이 문제가 요구하는 스키마를 정확하게 사용한 경우 2점, 문제가 요구하는 스키마는 아니지만 대체가 가능한 경우 1점, 잘못된 스키마를 사용하거나 어떠한 스키마도 사용하지 않은 경우 0점으로 점수를 차등 부여하였다.

이렇게 스키마의 정확성에 따른 점수와 사후 평가점수 간 상관관계를 구해 본 결과 스키마 선택의 정확성과 사후 평가 점수 사이에는 .58로 통계적으로 유의한 상관관계가 있는 것으로 나타났다. 이는 학생들의 정확한 스키마의 적용에 따른 문제의 표상능력이 문제해결력과 긍정적인 관계가 있다는 것을 의미한다.

가. 집단 별 표상도구의 활용빈도

본 연구에서는 비교집단과 실험집단의 학생들의 사후 평가 점수는 표상 도구를 활용하는 빈도에 따라 차이가 있을 것이라는 가설을 분석하였다. 평균적으로 비교집단의 경우 1문제에서만 학습한 표상 도구를 사용하였고, 실험집단의 경우 평균 8문제에서 표상 도구, 즉 스키마 도구를 활용하여 문제를 해결하였다.

나. 실험집단 내 표상도구의 활용 빈도 및 도구의 정확도 분석

표상 도구 사용 빈도차가 너무 크기 때문에 실험집단만 따로 분석하였는데, 상관 분석 결과 실험집단에서 스키마 도구의 사용 빈도와 사후 평가 점수 및 난이도가 반영된 사후 평가 점수는 <표 Ⅳ-6>와 같이 각 .50과 .49로 통계적으로 유의한 상관관계가 있는 것으로 나타났다.

또한 본 연구에서는 실험집단에서 학생들이 사용한 스키마와 문제에서 요구하는 스키마의 일치도- 정확성-에 따라 부여된 점수와 학생들의 사후 평가 점수는 관계가 있을 것이라고 보고, 정확성의 정도에 따라 2점(문제가 요구하는 스키마를 정확히 씀), 1점(문제가 요구하는 스키마를 대체할 수 있는 스키마를 사용함), 0점(틀리거나 쓰지 않음)으로 점수를 차등적으로 부여하고 그 점수와 사후 평가 점수와의 관계를 분석하였다. 상관관계를 분석한 결과 스키마 선택의 정확성과 사후 평가 점수 및 난이도가 반영된 사후 평가 사이에는 <표 Ⅳ-6>과 같이 .58과 .43으로 통계적으로 유의한 상관관계가 있는 것으로 나타났다.

<표 Ⅳ-6> 실험집단 내 스키마 사용 빈도 및 정확성과 사후평가점수 간 상관관계

	실험집단 사후평가	실험집단사후평가 난이도반영점수
스키마 사용빈도	.50**	.49**
스키마 도구정확성	.58**	.43 *

* $p < .05$, ** $p < .01$

Ⅴ. 결론 및 논의

본 연구의 목적은 문장제의 해결에서 학생들

이 겪는 문제의 표상과 이해를 돕기 위해 개발된 스키마 기반 수업 프로그램의 효과성을 검증하기 위한 것이었다. 문장제를 접하기 시작하는 초등학교 2학년 60명의 학생을 선정하여 각각 실험조건과 비교조건에 무선배치하였다. 이 스키마 프로그램은 전술한바 초등학교 2학년 수학 가의 두 개 단원을 기반으로 하여 구성되었다. 실험집단의 스키마 기반 수업프로그램은 주로 학생들의 문제의 표상과 이해에 초점을 둔 반면 비교집단의 수업프로그램은 현재 교육과정에 근거해 수학적 풀이과정의 시각화에 초점을 둔 내용이었다.

우선 문장제가 언어능력과 관련이 있기 때문에 두 집단 간 언어능력에 있어서 차이가 있는지를 검증하였다. 그 결과 두 실험집단 간에는 언어능력에 있어서 통계적 차이가 없는 것으로 나타났다. 그리고 사전검사 점수에 있어서도 차이가 없는 것으로 나타나 집단 간 동질성이 확보되었다. 수업 프로그램의 효과 검증을 위해 실시된 분석에서 실험집단은 비교집단과 비교해서 높은 문제해결력을 보였으며 이와 같은 결과는 문제의 난이도를 고려했을 때도 동일하게 나타났다. 그리고 그 결과는 난이도가 높은 문제에서 더 두드러지게 나타났다. 즉, 난이도가 낮은 문제에서 보다 높은 문제에서 문제의 이해를 돕는 스키마프로그램의 효과가 더 확연하게 드러났다.

스키마 프로그램 조건의 학생들이 얼마나 정확하게 스키마를 선택하고 적용했는지에 대한 결과가 사후점수와 관계가 있는지 알아 본 결과 .58로 높은 상관이 있는 것으로 나타났다. 즉, 학생들이 문제의 이해에 직결되는 스키마를 정확하게 판단하고 적용하는 것이 문장제 해결에 긍정적인 영향을 미치는 것으로 나타났다. 이 결과는 문장제 해결을 위해서는 문제를 푸는 과정보다 문제를 이해하는 단계가 더 중요하다는 기존의 연구들을 지지해 주는 것이다 (Fuchs et al., 2004). 스키마 사용빈도와 관련해서 학생들이 문제해결과정을 기술한 내용을 살펴보면 비교집단에서는 수업시간에 배웠던 시각적 표상도구들을 거의 사용하지 않았던 것으로 나타났다. 비교집단의 경우 평균적으로 15문제 중에서 한 문제 이하에서 이러한 사례가 있었으며 이에 비해 실험집단에서는 평균 8문제에서 자신들이 학습했던 스키마를 활용한 것으로 나타났다. 참고로 실험집단 내에서 스키마의 사용빈도와 사후검사 점수는 .50의 유의한 상관이 있었다. 이는 문제의 표상과 관련되어 있는 스키마의 적용의 정확성뿐만 아니라 그 도구를 얼마나 활용하여 문제를 표상하는가도 중요한 지를 보여주는 결과라고 하겠다.

연구결과를 종합해 볼 때 스키마 기반 수업프로그램은 분명히 문장제를 해결하고자 하는 학습자에게 유용한 학습 전략이 될 수 있다. 뿐만 아니라 문장제의 이해에 어려움을 느끼는 학습부진아에게 도움이 되며(Jitendra & Hoff, 1996; Jitendra et al., 1998), 이러한 문제의 표상을 돕는 프로그램은 문제를 처음 접하는 영재아들에게도 문제의 유형을 보는 안목을 길러줌으로써 보다 빠르게 고난이도의 문장제를 이해하고 문제해결력을 향상하는데 도움이 될 수 있을 것이다(Johnson, 1993; Mann, 2006).

기존의 학교현장에서는 그림그리기, 표 만들기, 단순화하기 등 다양한 시각적 표상도구를 활용하고 추상화 전략을 사용하도록 교사에게 권고하고 있는데 이와 같은 수업전략은 학생들의 문제해결과정을 보다 용이하게 할 수 있다는 이점이 있다. 그러나 문제점은 학생들의 문제에 대한 표상과 이해가 불완전한 상태에서 이러한 수업전략은 문제해결력의 향상에 별다른 영향이 없을 가능성이 높다는 것이다. 문제해결에서 가장 중요한 시발점은 문제에 대한

정확한 표상과 이해이며 본 연구는 이와 같은 연구문제의 중요성을 밝혀내고자 하였으며 스키마 기반 프로그램은 문제해결력 향상에 긍정적인 효과가 있는 것으로 나타났다.

긍정적인 효과에도 불구하고 본 연구가 가지는 제한점은 현장 학교에서 통제된 실험을 하는 어려움에 기인한다. 일반적인 수업전략 혹은 방법을 벗어나 새로운 방법을 적용하는 것은 행정적 그리고 제도적 제한으로 인해 장기간의 효과를 밝혀내는데 제약이 있었다. 앞으로 보다 장기간에 걸쳐서 프로그램의 효과에 대한 검증이 있다면 스키마 기반 수업의 중요성과 효과성을 보다 정확하게 평가할 수 있을 것이라 판단한다.

참고문헌

교육부 (1997). **초 · 중등학교 교육과정 – 국민공통 기본교육과정** – . 교육부고시 제 1997- 15호[별책 1].

김규상 (1999). 초등학생의 수학교과에 대한 인식 및 학습부진에 관한 연구. **수학교육논문집, 9,** 73-81.

김종백, 이성원 (2008). 스키마를 활용한 문장제 문제해결 프로그램 개발. **영재와 영재교육**, 7(2), 97-120.

Carpenter, T. C., Corbitt, M. K., Kepner, H. S., Lindquist, M. N., & Reys, R. E. (1981). Decimals: Results and implications from national assessment. *Arithmetic Teacher, 28*, 34-37.

Carpenter, T. P., & Moser, J. M. (1984). The acquisition of addition and subtraction concepts in grades one through three. *Journal for Research in Mathematics Education, 15*, 179 - 202.

Cummins, D. D. (1991). Children′s interpretations of arithmetic word problems. *Cognition and Instruction, 8*, 261-289.

De Corte. E., & Verschaffel. L. (1981). Children's solution processes in elementary arithmetic problems: Analysis and Improvement, *Journal of Educational Psychology, 73*, 765-780.

De Corte, E., Verschaffel, L., & De Win, L. (1985). Influence of rewording verbal problems on children’s problem representations and solutions. *Journal of Educational Psychology, 77*, 460-470.

Fuchs, L. S., Fuchs, D., Finelli, R., Courey, S. J., & Hamlett, C. L. (2004). Expanding schema-based transfer instruction to help third graders solve real-life mathematical problems. *American Educational Research Journal, 41*(2), 419 - 445.

Gagné, R. M. (1985). *The cognitions of Learning and Theory of Instruction*. New York: CBS College Publishing.

Hegarty, M., & Kozhevnikov, M. (1999). Types of visual-spatial representations and mathematical problem solving. *Journal of Educational Psychology, 91*, 684-689.

Jitendra, A. K., & Hoff, K. (1996). The effects of schema-based instruction mathematical word problem solving performance of students with learning disabilities. *Journal of Learning Disabilities, 29*, 422 - 431.

Jitendra, A. K., Griffin, C., McGoey, K., Gardill, C., Bhat, P., & Riley, T. (1998). Effects of mathematical word problem solving by students at risk or with mild disabilities. *Journal of Educational Research, 91*, 345 - 356.

Johnson, D. T. (1993). Mathematics curriculum for the gifted. In J. Van Tassel-Baska (Ed.), *Comprehensive curriculum for gifted learners.* (pp. 231-261). Needham Heights, MA: Allyn and Bacon.

Kintsch, W., & Greeno, J. G. (1985). Understanding and solving word arithmetic problems. *Psychological Review, 92*(1), 109-129.

MacGregor, M., & Price, E. (1999). An exploration of aspects of language proficiency and algebra learning. *Journal for Research in Mathematics Education, 30*(4), 449-467.

Mann, E. L. (2006). Creativity: The essence of mathematics. *Journal for the Education of the Gifted, 30*(2), 236-260.

Marshall, S. P., Pribe, C. A., & Smith, J. D. (1987). *Schema knowledge structure for representing and understanding arithmetic story problems.* (Tech. Rep. Contract No. N00014-85-k-0661). Arilington, VA: Office of Naval Research.

Marshall, S. P. (1995). *Schemas in problem solving.* New York: Cambridge University Press.

Mayer, R. E. (1983). Can you repeat that? Qualitative effects of repetition and advance organizers on learning from science prose. *Journal of Educational Psychology, 75*(1), 40-49.

Mayer, R. E. (1996). Learning strategies for making sense out of expository text: The SOI model for guiding three cognitive processes in knowledge construction. *Educational Psychology Review, 8*, 357-371.

Muth, D. K. (1984). Solving arithmetic word problems: Role of reading and computational skills. *Journal of Educational Psychology, 76*(2), 205-210.

National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.

Riley, M. S., Greeno, J. G., & Heller, J. I. (1983). Development of children's problem solving ability in arithmetic. In H. P. Ginsberg(Ed.), *The development of mathematical thinking*. New York : Academic Press.

Smith, I. M. (1964). *Spatial Ability, it's educational and social significance*. London: University of London Press.

Sweller, J., Chandler, P., Tierney, P., & Cooper, M. (1990). Cognitive load and selective attention as a factors in the structuring of technical material. *Journal of Experimental Psychology: General, 119*, 176 - 192.

Tall, D. (1998). The cognitive development of proof: Is mathematical proof for all or for some? In Natinal Council of Teachers of Mathematics(NCTM)(Ed.), *Development in school mathematics education around the world: Proceedings of the UCSMP internatinal conference on mathematics education*(pp. 117-136). Reston, VA: NCTM.

Effects of the Schema-Based Instructional Program on Word Problem Representation and Solving Ability

Kim, Jong Baeg (Hongik University)
Lee, Sung Won (Hongik University)

Problem representation is a key aspect in solving word problems. The purpose of this study was to investigate the effects of instructional program based on visual schema representing five types of word problems(Marshall, 1995). Two second grade classes of an elementary school located in Seoul were participated in this study. In experimental class, an instructional program including schema tools were suggested and administered and the other comparison group did have regular classes using diagrams and tables. Pre and post test including 15 word problems each were utilized to test students' problem solving ability. In addition, test scores on students' language ability were used to control the effects of word comprehension level on problem solving. The result revealed that experimental group showed higher problem representation and solving scores after controling the effects of pre-test. In addition, there was significant positive correlation between the ability to apply exact problem schema and problem solving results. The correlation was .58. This study showed even in the early developmental stage young students can get benefits from having instructions of word problem schema.

* key words : schema(스키마), visual representation(시각적 표상), word problems(문장제), problem representation(문제 표상), problem solving ability(문제해결 능력)

논문접수 : 2011. 1. 31
논문수정 : 2011. 3. 3
심사완료 : 2011. 3. 11