

유전알고리즘에 의한 강봉의 감쇠행렬 산출법

박석주[†] · 박영범¹ · 박경일¹ · 제해광² · 이금주²

(원고접수일 : 2010년 12월 7일, 원고수정일 : 2011년 2월 16일, 심사완료일 : 2011년 2월 28일)

Identification of Damping Matrix for a Steel Bar by the Genetic Algorithm

Sok-Chu Park[†] · Young-Bum Park¹ · Kyoung-Il Park¹ · Hye-Kwang Je² · Geum-Joo Yi²

요 약 : 이 연구에서는 유전알고리즘을 이용하여 강봉의 감쇠행렬을 산출하는 방법을 제안하다. 감쇠행렬이 강성행렬과 비례한다는 가정을 전제로 각 요소강성행렬에 임의의 정수를 곱하여 감쇠행렬을 구성하여 주파수응답함수를 구성하고, 이를 실험 주파수응답함수와 비교한 값을 목적함수로 하여 목적함수가 가장 작은 정수의 감쇠행렬을 구한다. 비감쇠 해석의 경우보다 목적함수의 값이 약 1/60로 작아지는 것을 알 수 있었다. 이를 이용하면 큰 구조물의 감쇠가 큰 일부 부분구조물을 떼어내어 감쇠행렬을 구할 수 있어 구조물의 감쇠진동해석을 하는데 도움이 될 것으로 사료된다.

주제어 : 주파수응답함수, 비례감쇠, 유전알고리즘, 목적함수, 곡선맞춤법, 감쇠진동

Abstract: An identification method of the structural damping matrix for a steel bar by the genetic algorithm is proposed. Supposing the damping matrix were in proportion to the stiffness matrix, the proportional factors can be identified from the curve fitting of the experimental frequency response function(FRF) by the genetic algorithm. Applying the identified damping matrix to FEM of a beam model, the values of the objective function could be reduced to about 1/60 in comparison with conventional FEM model without damping. The damping matrices of some sub-structures which have large damping partly could be identified by the algorithm, and they could be used as some parts of the FEM model for a whole structure.

Key words: Frequency response function, proportional damping, Genetic algorithm, Objective function, Curve fitting method, Damped vibration

기호설명

M : 질량행렬

C : 감쇠행렬

K : 강성행렬

N : 자유도

α_i, β_i : 비례감쇠계수

f : 외력 벡터(= $F e^{j\omega t}$)

z : 변위 벡터(= $Z e^{j\omega t}$)

H : 주파수응답함수

A : 단면적

D : 봉의 직경

L : 봉의 길이

L_i : i 번째 요소의 길이

E : 영계수

I_x : x축에 대한 단면의 관성모멘트

σ^2 : 실험 시도에 따른 주파수응답함수의 분산

[†] 교신저자(한국해양대학교 조선해양시스템공학과, E-mail: poseidon@hhu.ac.kr, Tel: 051-410-4305)

1 디케이이엔티

2 한국해양대학교 대학원

Ω_r : r차 고유진동수

ϕ_r : r차 고유진동형

σ_r : r차 모드감쇠율

1. 서 론

구조물의 동적거동을 예측하기 위하여 유한요소법은 거의 필수적인 해석 도구가 되었다. 설계 단계에서는 물론이고 문제 해결에도 반드시 이용하는 도구로 유한요소법이 그 자리를 확고히 하고 있다. 한편으로는 구조 형상이 복잡하거나 감쇠가 큰 경우 유한요소법에 의한 해석이 실제와 차이가 생기기 때문에 실험으로 구조물 일부분에 대한 구조특성행렬을 구하고자 하는 욕구도 많았다.

처음의 시도는 실험 주파수응답함수로부터 고유진동수와 고유진동형을 구한 뒤 이들과 강성행렬 및 질량행렬 사이의 수학적 관계로부터 특성행렬을 구하려는 것이었다[1-2]. 그러나 이 방법은 실험범위 내에 존재하는 고유진동수의 개수에 의하여 자유도가 제한되고, 또 회전 자유도에 대한 주파수응답함수를 측정할 수 없는 현실 등으로 큰 진전을 보지 못하였다.

다음으로 등장한 방법은 조화진동 운동방정식에 직접 주파수응답함수를 넣어 강성행렬과 질량행렬의 각 요소를 미지수로 하여 최소자승법으로 구하고자하는 시도들이 있었지만 자유도의 증가로 인한 미지수의 기하급수적인 증가와, 초기치 설정의 잘못으로 생긴 국부 수렴 현상으로 계산시간이 많이 소요되거나 수렴하지 않는 등의 단점이 있고, 또 구하여진 특성행렬이 물리적인 의미를 가지는데 대하여서는 의문의 여지가 있다[3-6].

최근 국내의 연구로는 [7] 등이 가중행렬을 사용하여 역행렬 계산 과정을 줄여서 오차를 줄이는 연구를 하였으나 단지 4자유도의 모델에 대하여서도 최소 오차가 24%에 이르러 아직 실용상으로는 문제가 있다.

저자들은 유전알고리즘을 이용하여 봉의 강성행렬과 질량행렬을 산출하는 방법에 대하여 연구한 바 있다[8]. 이 연구에서는 감쇠행렬을 무시하였기 때문에 전체적으로는 실험 주파수응답함수와 산출한 특성행렬로 구성된 주파수응답함수가 좋은 일치

를 보여주었으나 고유진동수 부근의 주파수응답함수에서는 차이가 상당히 크게 나타났었다.

이 연구에서는 감쇠행렬을 유전알고리즘으로 산출하여 유한요소법에 적용시켜서 감쇠를 가지고 있는 실제 구조물의 진동해석을 함으로써 보다 현실에 접근한 구조물의 진동해석을 하고자 한다.

2. 강봉의 진동해석

2.1 주파수응답함수

감쇠 자유진동방정식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$M\ddot{z} + C\dot{z} + Kz = f \tag{1}$$

여기에서 조화가진력이 작용한다고 하면 주파수응답함수 H 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$f = Fe^{j\omega t} \tag{2}$$

$$z = Ze^{j\omega t} \tag{3}$$

$$(-\omega^2 M + j\omega C + K)Ze^{j\omega t} = Fe^{j\omega t} \tag{4}$$

$$Z = (-\omega^2 M + j\omega C + K)^{-1}F = HF \tag{5}$$

여기에서

$$H = (-\omega^2 M + j\omega C + K)^{-1} \tag{6}$$

주파수응답함수를 식 (6)을 이용하여 구할 경우, 각 주파수마다 역행렬을 계산해야 하고, 또 결과적으로 (자유도x자유도)x관심주파수개수 만큼의 모든 주파수응답함수를 구하여야 하기 때문에 계산량이 대단히 많아진다. 그래서 실제적으로는 다음과 같이 모드좌표로 변환하여 주파수응답함수를 구한다[9].

$$H(\omega)_{ik} = \sum_{r=1}^N \left(\frac{\phi_{ri}\phi_{rk}}{j\omega - j\Omega_r + \sigma_r} + \frac{\bar{\phi}_{ri}\bar{\phi}_{rk}}{j\omega + j\Omega_r + \sigma_r} \right) \tag{7}$$

여기에서 i 는 응답점의 절점 번호, k 는 가진점의 절점 번호, N 은 자유도를 나타낸다. 이 식은 한 번의 고유치 해석으로 구한 고유진동수와 고유진동모드를 이용하여 원하는 위치의 전달함수를 구할 수

의 그래프가 대체로 일치하고 있어서 감쇠가 크지 않은 구조물의 진동해석법으로 유한요소 해석법이 강력한 도구가 될 수 있음을 보여준다.

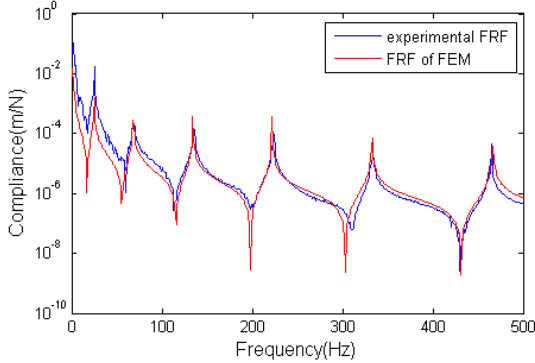


Figure 3: The Comparison between an experimental FRF and a theoretical FRF of FEM

3. 유전알고리즘

3.1 목적함수

식 (8)과 식 (9)로부터 강성행렬과 질량행렬을 구하고, 식 (11)에서 각 요소의 임의의 β_i 에 대하여 감쇠행렬을 구하여 이들을 식 (6)에 대입하면 해석 주파수응답함수를 구할 수 있고, 이를 실험으로 구한 주파수응답함수를 비교하면 여러 쌍의 임의로 설정한 β_i 의 적합도를 알 수 있는데 이를 목적함수로 한다.

가장 보편적인 사고로 출발하면 다음과 같은 목적함수를 설정할 것이다.

$$S = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^m \frac{[H_{i_i}(\omega_k)_{exact} - H_{i_i}(\omega_k)_{trial}]^2}{2\sigma_{ik}^2} \quad (12)$$

여기에서 H_{i_i} 는 i 점 가진에 대한 1점의 주파수응답 함수이고, exact는 정해를 trial은 시도를 나타낸다. 또 k 는 응답점의 관심 주파수의 순번을 나타낸다. 따라서 이 식은 1번을 가진하여 n 개 절점에 대한 응답을 재고, 각 점마다 m 개의 주파수응답을 구하여 오차의 제곱을 두 배의 분산(σ_{ik}^2)으로 나누어 이것을 전부 합한 것을 목적함수로 한다는 뜻이다. 여기에서 분산은 실험 재현 신뢰도를 나타내는 상관계수(coherence) γ^2 로부터 다음과 같이 구해

진다.

$$\sigma_k^2 = \frac{1 - \gamma_k^2}{\gamma_k^2} H_k^2 \quad (13)$$

그러나 실제로는 주파수응답함수가 고유진동수 근방에서 아주 커지므로 이 식을 목적함수로 하면 고유진동수 근방의 피크 부근에서의 오차 값에 의하여 목적함수의 크기가 결정되어져 피크 부근만 맞추는 단점이 있다.

이 논문에서는 주파수응답함수의 역수의 절대치를 가중함수로 사용하는 등 다양한 시도 후 위상각은 무시한 진폭의 로그를 취한 값의 차의 제곱의 합을 목적함수로 사용하는 것이 가장 수렴성이 좋다는 결론을 얻었다. 이는 통상 우리가 로그 척도로 주파수응답함수를 보는 관점과도 일치한다.

$$S = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^m \frac{[\log|H_{i_i}(\omega_k)_{exact}| - \log|H_{i_i}(\omega_k)_{trial}|]^2}{\sigma_{ik}^2} \quad (14)$$

3.2 조상 생산

강봉을 10 등분하여 각 요소의 강성행렬과 질량행렬은 식 (8)과 식 (9)에 의하여 구하고, 난수를 발생시켜 식 (11)의 β_i 를 구하여 요소의 감쇠행렬로 한다. 이들을 결합한 전체 시스템에 대하여 식 (7)으로부터 주파수응답함수를 구한다.

조상의 수는 2의 n 제곱의 형태로 취하는데 이 연구에서 2의 10승인 1024로 하였다. 조상은 다음과 같이 난수를 발생시켜서 생성하였다.

$$\begin{aligned} ancestor(i,k) &= rand * 2^p; \\ i &= 1 : 10, k = 1 : 2^n \end{aligned} \quad (15)$$

$$\beta(i,k) = const * ancestor(i,k) / 10000 \quad (16)$$

여기에서 i 는 요소의 번호, p 는 하나의 감쇠요소의 값을 저장할 비트의 수를 나타낸다. 즉 식 (15)는 각 요소에 대하여 0에서 1사이의 난수를 발생시킨 다음 2^p 을 곱하여 조상(ancestor)을 생성한다는 것을 의미한다. 연구에서는 p 를 10비트로 하여 발생시킨 난수에 1.024를 곱한 다음 소수점 이하의 수를 버리고 0에서 1.023 사이의 정수로 조상($ancestor(i,k)$)을 생성하였고, 여기에 적당한 상

수 $const$ 를 곱하고 다시 10,000으로 나누어 이를 β_2 로 하여 감쇠행렬을 구하였다. 이 $const$ 의 값은 1자유도계에서의 임계감쇠계수의 개념을 도입하였다. 예를 들어 이 $const$ 의 값을 요소행렬의 k_{11} 과 m_{11} 로부터 임계감쇠를 구하여 이를 $const$ 로 사용한다면 이를 10,000으로 나누었기 때문에 감쇠계수를 임계감쇠계수의 0배에서 0.1023배 사이의 임의의 값을 채택한 셈이 된다. 몇 번의 시행착오를 거치면 목적함수의 값이 작게 되는 적절한 $const$ 의 값을 채택할 수 있다. 계산기의 능력이 뛰어나다면 식 (15)에서의 p 값을 키워서 더 다양한 조상을 만들 수도 있다.

식 (8)과 식 (9)로부터 질량행렬, 강성행렬을 구하고, 위에서 임의로 채택한 감쇠 행렬을 만들고, 이들을 결합하여 식 (7)으로 주파수응답함수를 구한다. 한편 실험 주파수응답함수를 이용하여 식 (14)에 의하여 목적함수를 구한 후 크기가 작은 순으로 정렬한다.

3.3 교배와 돌연변이

정렬된 조상 중 형질이 나쁜 조상의 반은 도태시키고, 형질이 우수한 반은 서로 교배시켜 조상의 수의 반만큼 자식을 생산하여 조상과 섞은 다음 다시 우수한 순서대로 정렬하고, 열성의 반은 도태시키고 우수한 형질을 가진 인자들끼리 교배시키고 또 정렬하는 작업을 계속한다. 생산된 자식의 5% 정도는 난수를 발생시켜 특정 비트를 반전시키는 돌연변이를 일으키도록 한다.

정렬 과정에서 유전인자의 다양성을 확보하기 위하여 중복 유전자는 제외시킨다.

4. 유전알고리즘의 적용

4.1 실험 주파수응답함수에의 적용

Figure 2에 보인 강봉 모델의 실험 주파수응답함수를 이용하여 강봉의 감쇠행렬을 구하기 위해 1번 절점에 가속도계를 고정시키고 모든 절점을 충격해머로 가진하여 측정된 주파수응답함수를 이용하여 제안한 유전알고리즘을 적용하였다. 저주파 영역에서는 주파수응답함수의 상관성이 매우 나빠서 적용 주파수 60~600Hz 범위의 데이터만을 사

용하여 특성행렬을 계산하였다.

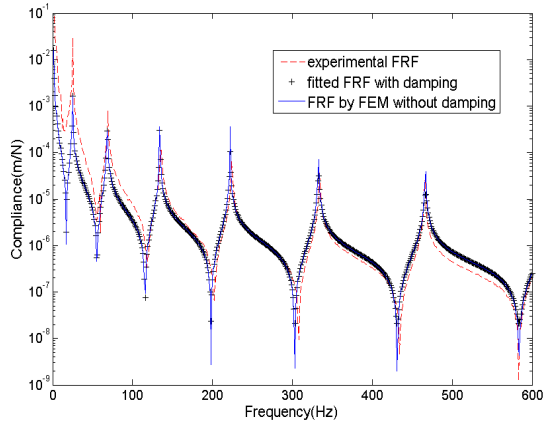


Figure 4: The FRF of nod #1

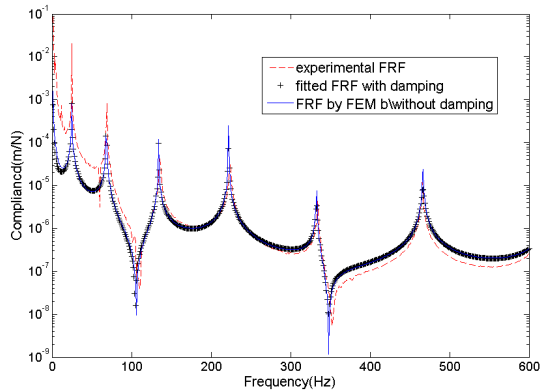


Figure 5: The FRF of nod #7

Figure 4는 가진점의 주파수응답함수를 보이고, Figure 5는 7번 절점의 주파수응답함수를 나타낸다. 여기에서 파선은 실험 주파수응답함수이고, 실선은 감쇠를 무시하고 해석한 주파수응답함수이며, +선은 제안한 알고리즘으로 산출한 감쇠를 고려한 주파수응답함수 곡선이다. 계산에 사용한 60Hz에서 600Hz 사이의 곡선은 물론이고 25Hz 부근의 1차 고유진동수 부근을 포함하여 60Hz 이하의 저주파 영역에서도 좋은 결과를 보여주고 있다. 전체적으로 감쇠를 고려함으로써 공진점과 반공진점에서의 주파수응답함수의 예리함이 크게 둔화되었음을 알 수 있다.

Table 1에는 본 알고리즘으로 산출한 각 요소들

의 β_i 를 보인다. 이를 식 (11)에 대입하면 감쇠행렬을 구할 수 있어서 이 봉의 질량행렬과 강성행렬에 추가하여 완전한 구조특성행렬을 구성할 수 있다.

또 일부분의 감쇠가 큰 구조를 포함하고 있는 경우에는 감쇠가 크지 않은 부분의 대부분의 구조물은 비감쇠 유한요소법에 의한 구조특성행렬을 구하여 사용하고, 구조물의 감쇠가 큰 부분구조물만 떼어내어 실험을 통하여 감쇠행렬을 구하여 이들을 결합하면 전 구조물의 유한요소 모델이 완성될 수 있다.

Table 2에는 비감쇠 유한요소 모델에 대한 목적함수와 본 알고리즘으로 구한 감쇠행렬을 고려한 경우의 목적함수의 값을 나타낸다. 그래프 상에서는 크게 달라진 것이 없어 보이지만 수치적으로는 거의 1/60에 달할 만큼 목적함수의 값이 작아졌음을 알 수 있다. 이 그래프는 종축이 로그 스케일이기 때문에 눈으로 보기에는 그다지 큰 차이가 나지 않는 것으로 보인다.

Table 1: Fitted by β_i by genetic algorithm

element	1	2	3	4
β_i	2.69E-11	5.77E-11	4.61E-11	5.54E-11
element	5	6	7	8
β_i	4.14E-11	4.26E-11	4.80E-11	5.72E-11
element	9	10		
β_i	6.35E-11	2.33E-11		

Table 2: Values of objective function and reduction ratio

undamped values	damped values	reduction ratio
5.97E+05	1.07E+04	약 1/60

5. 결 론

본 연구에서는 유전알고리즘을 이용한 주파수 응답함수로부터의 강봉의 감쇠행렬 산출법을 제안하여 다음의 결론을 얻었다.

첫째, 유전알고리즘을 이용하여 감쇠행렬을 구할 수 있고, 이 행렬의 물리적인 의미 또한 부여할 수 있기 때문에 유한요소법에 의한 구조물의 감쇠진동 해석을 할 수 있는 길을 열었다.

둘째, 비감쇠 유한요소해석에서 보다 제한한 목적함수의 값이 약 1/60로 줄어듦을 알 수 있었고, 따라서 감쇠가 큰 경우에는 반드시 감쇠를 고려해야 함을 확인할 수 있었다.

셋째, 구조물에서 일부분에 무시할 수 없는 감쇠가 존재할 경우 이 부분만을 떼어내어 감쇠행렬을 구성하여 원래 구조물의 유한요소 모델과 결합한다면 보다 정확한 구조물의 진동해석이 가능할 것으로 보인다.

후 기

본 과제는 교육과학기술부의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 광역경제권 선도산업 인재양성사업의 연구결과입니다.

참 고 문 헌

- [1] Beliveau, J., "Identification of viscous damping structures from modal information", American Society of Engineers Applied Mechanics, vol. 43, p. 335, 1976.
- [2] Burak, S. and Rsm, Y. M., "The construction of physical parameters from modal data", Mechanical Systems and Signal Processing, vol. 15, no. 1, p. 3, 2001.
- [3] Fritzen, C. P., "Identification of mass, damping, and stiffness matrices of mechanical system", American Society of Mechanical Engineers Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design, vol. 108, p. 9, 1986.
- [4] Wang, J. H., "Mechanical parameters identification with special consideration of noise effects", Journal of Sound and Vibration, vol. 125, no.1, p. 151, 1988.
- [5] Jeong, W. B., Okuma, M. and Nagamatsu, A., "Experimental identification of mechanical Structure with characteristic matrices",

JSME International Journal Series 3, vol. 32, no.1, p. 30, 1989.

- [6] Jeong, W. B., and Nagamatsu, A., "A new approach for identification of physical matrices by modal testing", Proc. of the 10th IMAC, p. 256, 1992.
- [7] Kim, K. S. and Kang, Y. J., "Identification of structural parameters from frequency response functions", Proceedings of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering Conference Korea, p. 863, 2007(in Korean).
- [8] Park S. C., Je H. K., Yi G. J., Park Y. B. and Park K. I., "Identification of Structural Characteristic Matrices of Steel Bar by Genetic Algorithm", Proceedings of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering Conference Korea, vol. 20, no. 10, p. 946, 2010(in Korean).
- [9] Nagamatsu, A., "Modal analysis", Baifukan, p. 81, 1985.



박경일(朴慶一)

1980년생, 2006년 한국해양대학교 건축학과 석사, 2008년 한국해양대학교 해양건축공학 공학석사, 2010년 (주)디케이산기 재직중 관심분야: 해양건축, 산업기계, 슈퍼요트, 마린엔지니어링



제해광(諸海廣)

1971년생, 1999년 한국해양대학교 조선공학과(학사), 2001년 한국해양대학교 조선공학과(공학석사), 2001 - 2009년 브뤼엘앤드케아코리아 근무, 현재 미래엔시스(주) 재직 및 한국해양대학교 조선해양시스템공학과 공학박사과정, 관심분야: 신호처리, 실험적 모달 분석, 음장가시화



이금주(李吟珠)

1984년생, 2008년 부산교육대학교 과학교육학과학사, 2011년 한국해양대학교 조선해양시스템공학부 석사 수료, 관심분야: 해금 음향의 과학적 분석, 국악기 음향의 이론 기초 학립.

저 자 소 개



박석주(朴錫柱)

1976년 한국해양대학교 항해학과 졸업(공학사). 1983년 부산대학교 조선공학과 졸업(공학석사). 1989년 동경공업대학 기계공학과 졸업(공학박사), 현 한국해양대학교 해양시스템공학부 교수



박영범(朴榮凡)

1967년 7월생, 1992년 2월: 한국해양대학교 조선공학과 (공학사), 1996년 2월: 한국해양대학교 대학원 조선공학과 (공학석사) 2002년 2월 부산대학교 대학원 기계설계공학과 박사과정수료 1995년 11월~2002년 2월: 한진중공업 구조설계 2003년 10월~현재 (주)디케이산기 대표이사