

## 주기적 다용량 차량경로문제에 관한 발견적 해법

윤태용\* · 이상헌\*†

### A Heuristic Algorithm for the Periodic Heterogeneous Fleet Vehicle Routing Problem

Tae-Yong Yoon\* · Sang-Heon Lee\*

#### ■ Abstract ■

In this paper, we deal with the periodic heterogeneous fleet vehicle routing problem (PHVRP). PHVRP is a problem of designing vehicle routes in each day of given period to minimize the sum of fixed cost and variable cost over the planning horizon. Each customer can be visited once or more times over the planning horizon according to the service combinations of that customer. Due to the complexity of the problem, we suggest a heuristic algorithm in which an initial solution is obtained by assigning the customer-day and the customer-car simultaneously and then it is improved. A performance of the proposed algorithm was compared to both well-known results and new test problems.

Keyword : Periodic, Heterogeneous, Vehicle Routing Problem, Heuristic

## 1. 서 론

오늘날 산업경쟁력의 기본 패러다임은 종래의 제조업자 중심의 생산·판매에서 소비자 중심으로의 전환이 이루어지고 있으며, 이로 인해 기업경영의

핵심은 고객만족으로 변화하고 있다. 이러한 고객 서비스의 만족에 있어서 가장 큰 요인은 물류활동이며, 물류는 오늘날 생산의 중요성을 넘어서 기업의 경쟁력의 척도가 되고 있는 실정이다.

물류중심의 환경 하에서 전체 물류비의 1/3~2/3

논문접수일 : 2010년 03월 05일 논문게재확정일 : 2011년 01월 31일

논문수정일(1차 : 2010년 11월 11일, 2차 : 2010년 12월 23일)

\* 국방대학교 운영분석학과

† 교신저자

를 차지하는 수송비의 절감은 곧바로 소비자와 물류운송회사, 공급자 등으로 이루어진 공급사슬(supply chain) 전체의 운영비용 절감으로 이어진다.

이에 따라 기업은 수송비 절감을 위한 다양한 수송방법을 모색하여 기업의 특성에 맞는 수송방법을 채택하고 있다. 이러한 다양한 수송방법 중 1일이 아닌 2일이상의 주기적인(periodic) 수송방법을 채택하거나 또는 다양한 차량들의 조합을 통한 수송방법을 채택하는 경우 이러한 수송방법의 차량경로 계획을 수리적으로 다루는 것은 차량경로문제(Vehicle Routing Problem, 이하 VRP)의 변형된 형태로서 전자를 주기적 차량경로문제(Periodic Vehicle Routing Problem, 이하 PVRP), 후자를 다용량 차량경로문제(Heterogeneous Fleet Vehicle Routing Problem, 이하 HVRP)라 한다.

일반적인 VRP는 계획기간이 1일로서 1일 안에서의 차량 경로에 대한 총 운행비용을 최소화 시키는 문제이나 PVRP는 계획 기간을 2일 이상으로 확장시킨 문제로서 일정한 주기 안에서 각각의 하루하루에 대한 경로 집합을 설계하는 문제이다. PVRP는 VRP의 확장된 문제로 NP-hard 영역에 속하기 때문에 대부분 발견적 기법에 대한 연구가 이루어져 왔다. PVRP에 관한 연구는 Beltrami and Bodin [3]이 뉴욕 시의 쓰레기 수거 문제에서 최초 제기하였으며, Russell and Igo[18]는 Clarke and Wright의 절약 기법과 외판원 문제(Traveling Salesman Problem, 이하 TSP)의 풀이법인 Lin and Kernighan [15]의  $k$ -opt를 변형한 방법으로 문제의 규모가 큰 쓰레기 수거 문제를 해결하였다. Cordeau et al.[7]은 수요지별 무작위로 하나의 일자조합을 선택하여 각각의 일자에 대해 차량운행경로를 구하는 것으로 초기해를 구한 후 조합을 해에서 빼내고 다른 조합을 넣는 방식의 tabu search를 이용하여 해를 개선하는 방법을 제안하였다. 김병인[1]은 방문시간을 고려한 주기적 차량경로문제(periodic vehicle routing problem with time window, PVRPTW)를 해결하기 위해 클러스터링을 기반으로 한 3단계 접근법을 제안하였고, Pirkwieser and Raidl[16], Hemmelmayr

and Doerner[12]는 VNS(variable neighborhood search)를 사용하여 PVRP 문제를 해결하였다.

HVRP는 각기 다른 용량을 가진 차량들은 각기 상이한 운행비용(고정비, 변동비)이 발생한다고 가정하고 총 운행비용을 가장 최소로 하는 최적의 차량조합을 구하는 문제이다. HVRP 또한 VRP의 확장된 문제로 NP-hard 영역에 속하기 때문에 최적화 기법을 이용하여 해를 구하는 대신 대부분 발견적 기법을 적용하여 근사 최적해를 구하는 연구가 활발히 진행되어 왔다. Golden et al.[11]은 HVRP의 시초로 giant tour와 3-opt를 이용하는 방법을 제시하였는데 우선 수요지를 모두 연결시켜 거대한 경로를 만들고 난 후 전체 비용이 최소화되게끔 여러 개의 경로로 나누어서 사용된 차량의 총 고정비를 최소화하였다. Desrochers and Verhoog[9]는 saving 기법을 응용하여 두 지점을 하나의 경로로 묶었을 때 절약되는 거리 대신 거리와 비용을 고려하여 문제를 해결하였다. Brandao[4]는 초기해를 nearest neighbor, nearest neighbor plus insert, giant tour 등의 3가지 방법으로 구한 후 tabu search에 GENIUS 삽입기법을 적용하여 해를 개선시키는 절차를 반복수행하여 기존 예제에 대한 해보다 향상된 결과를 얻었다. Imran et al.[13]은 초기해를 sweep algorithm으로 giant tour를 구한 다음 2-opt로 개선시킨 후 Dijkstra algorithm과 VNS(variable neighborhood search)를 사용하여 최종해를 구하였다.

VRP 분야에서 PVRP와 HVRP에 관한 연구는 지금까지 다양한 발견적 기법들이 적용되어 많은 연구가 이루어져 왔다. 그러나 이에 비해 PVRP와 HVRP가 조합된 PHVRP(Periodic Heterogeneous Fleet Vehicle Routing Problem)에 관한 연구에 있어서는 성과가 상당히 미진한 실정이다. PHVRP는 민간부문의 경우 제조회사의 수·배송문제, 식료품 배송, 청소차량 운행일정, 주유소 주유배급, 편의점 체인의 물품공급문제 등에서 다양하게 활용할 수 있는 수송방법이며, 군의 경우 수송기의 경로문제에 활용 가능하다. 이처럼 PHVRP는 모형의 필요성에 비하여 관심을 받지 못한 측면이 있다. 따라서

본 연구에서는 지금까지 연구가 미미했던 PHVRP에 대해 필요성을 고찰하고 수리모형을 구현하며 이를 해결 가능한 해법을 제시했다는 데에 의의가 있다고 판단된다.

일반적으로 VRP는 그 본질적인 조합적 특성에 의하여 수리모형으로 정식화가 가능하지만 계산의 복잡도에 있어서 NP-hard 영역에 속한다. 본 연구의 PHVRP 또한 일반적인 VRP에 주기 및 다용량 차량이라는 제약조건이 동시에 추가된 NP-hard 문제이다. 또한 VRP와 같은 조합최적화 문제는 초기 할당에 따라서 해의 효율이 결정되기 때문에 초기 할당이 최적해에 가까울수록 빠르게 그리고 최적해에 근사한 해를 얻어낼 수 있다. 따라서 본 연구에서는 PHVRP를 효율적으로 해결하기 위해 몇 가지 발견적 기법들을 적용하여 초기해를 구하고 이를 개선시키는 절차를 적용한다.

본 연구의 구성은 제 2장에서 문제 정의와 수리모형을 제시하고 제 3장에서 문제 해결을 위해 적용된 발견적 알고리즘을 설명한다. 제 4장에서 제시된 모형을 실험을 통해 분석하고 마지막으로 제 5장에서 결론 및 향후 연구 방향을 제시한다.

## 2. 문제정의 및 수리모형

### 2.1 문제정의

본 연구에서는 주어진 주기(period) 내에서 수요지들의 서비스 요구 횟수만큼 모든 수요지들의 수요량을 충족시키며 차량의 총 운행비용을 최소화하는 PHVRP의 모형을 제시한다.

본 연구에서 구성하고자 하는 차량경로문제의 모형은 전체 네트워크상에  $N$ 개의 수요지가 있고, 이 수요지들의 수요량을 충족시킬 수 있는 유일한 공급지인 단일창고(single depot)는 차량 적재용량이 다양한 차량을 일정대수 보유하고 있다. 그리고 각 수요지는 일정한 주기( $T$ 일) 안에서 최대  $T$ 회만큼의 서비스를 요구하며 수요량과 위치는 사전에 알려져 있다. 또한 차량이 방문하는 수요지의 총 수요량은 차량의 용량을 초과할 수 없다. 이때 모든 수

요지는 한 대의 차량에 의해서 최대 1일 1회만 방문되고, 계획된 주기 동안에 운행되는 차량의 총 운행비용은 차량의 고정비와 운행거리에 따른 변동비의 합이 최소가 되도록 한다. 여기서 고정비는 차량이 운행됨에 따라 이동거리에 관계없이 추가되는 비용으로 운전자 임금, 차량 노후에 따른 감가상각비 등이 포함되고, 변동비는 운행차량에 대하여 이동거리에 따라 비용이 증가하는 것으로 연료비, 고속도로 사용료 등이 포함된다. 이러한 차량경로문제의 모형을 구성하는 데 필요한 가정 사항은 다음과 같다.

- (1) 각 수요지는 주어진 주기 안에서 적어도 1회의 서비스를 받는다.
- (2) 각 수요지는 할당된 일자에 대하여 일정한 수요량을 가진다.
- (3) 각 일자에 할당된 수요지는 오직 한대의 차량에 의해 서비스를 받는다.
- (4) 차량은 매일 이용 가능하다.
- (5) 각 일자에 서비스하는 차량은 오직 하나의 경로에만 할당된다.
- (6) 각 경로를 운행하는 차량은 하나의 차고에서 출발하여 다시 차고(depot)로 복귀한다.
- (7) 각 차량경로에 포함된 수요지들의 수요량 합은 차량의 최대 적재용량을 초과할 수 없다.
- (8) 차량의 적재용량은 차종별로 상이하며 차량의 일일 수송능력은 충분하다.
- (9) 차량운행에 따른 총 운행비용은 일자별 차량의 고정비와 변동비의 합으로 계산한다.

### 2.2 수리모형

앞에서 정의한 모형과 가정사항을 수리적인 모형으로 구성하기 위해 필요한 변수들을 정의하고 모형을 수립하며 제약식들에 대해 설명한다.

<Sets>

$N$ : 차고(depot)를 포함한 수요지 집합

( $i \in N, i=0$ : depot)

$T$  : 일자 집합

$C_i$  : 수요지  $i$ 의 방문일자 조합 집합

$V$  : 차량 집합

$$\forall S \subseteq P, \forall v \in V, \forall t \in T \quad (7)$$

$$x_{t_{iiv}}, x_{t_{jjv}} = 0 \quad \forall i, j \in N, \forall v \in V, \forall t \in T \quad (8)$$

<Parameters>

$q_i$  : 수요지  $i$ 의 수요량,  $i \in N$

$Q_v$  : 차량  $v$ 의 적재용량,  $v \in V$

$f_v$  : 차량  $v$ 의 고정비,  $v \in V$

$g_v$  : 차량  $v$ 의 변동비,  $v \in V$

$d_{ij}$  : 수요지  $i$ 에서  $j$ 까지의 거리,  $i, j \in N$

<Decision Variables>

$$x_{t_{ijv}} = \begin{cases} 1, t\text{일에 차량 } v \text{가 수요지 } i \text{에서 } j \text{까지 이동} \\ \text{시, } i \neq j \\ 0, \text{ otherwise} \end{cases}$$

$$y_{ir} = \begin{cases} 1, i \text{수요지가 } r\text{번째 방문일자조합을 선택한} \\ \text{경우, } (r \in C_i) \\ 0, \text{ otherwise} \end{cases}$$

$$z_{rt} = \begin{cases} 1, t\text{일이 방문일자조합 } r \text{에 포함된 경우} \\ 0, \text{ otherwise} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{Minimize} \quad & \sum_{t=1}^T \left\{ \sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^N \sum_{v=1}^V (d_{ij}g_v)x_{t_{ijv}} \right. \\ & \left. + \sum_{j=1}^N \sum_{v=1}^V f_v x_{t_{0jv}} \right\} \end{aligned} \quad (1)$$

subject to

$$\sum_{r \in C_i} y_{ir} = 1 \quad \forall i \in N \quad (2)$$

$$\sum_{j=0}^N \sum_{v=1}^V x_{t_{ijv}} - \sum_{r \in C_i} z_{rt} y_{ir} = 0 \quad \forall i \in N, \forall t \in T \quad (3)$$

$$\sum_{i=0}^N x_{t_{ihv}} - \sum_{j=0}^N x_{t_{jhv}} = 0 \quad \forall h \in N, \forall v \in V, \forall t \in T \quad (4)$$

$$\sum_{j=1}^N x_{t_{0jv}} \leq 1 \quad \forall v \in V, \forall t \in T \quad (5)$$

$$\sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^N q_i x_{t_{ijv}} \leq Q_v \quad \forall v \in V, \forall t \in T \quad (6)$$

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in S} x_{t_{ijv}} \leq |S| - 1$$

위 수리모형의 목적식 (1)은 주기  $T$ 기간 동안 차량의 총 운행비용을 최소화하는 것으로 앞부분은 차량의 변동비를 나타내며 뒷부분은 차량의 고정비를 나타낸다. 식 (2)는 각 수요지에 의해 하나의 방문일자조합이 선택됨을 의미하며, 식 (3)은 각 수요지는 선택된 방문일자조합에 해당되는 일자에만 차량이 방문됨을 의미한다. 식 (4)는 동일한 일자에 한대의 차량이 하나의 수요지에 도착하고 떠남을 의미하며, 식 (5)는 각 차량은 오직 하루에 최대 1회만 이용할 수 있다는 것을 의미한다. 식 (6)은 각각의 차량경로에 포함된 수요지의 총 수요량은 그 경로를 방문하는 차량의 적재용량의 허용범위를 벗어날 수 없음을 의미한다. 식 (7)은 부분경로(sub-tour) 방지를 위한 조건으로  $S$ 는 수요지의 부분 집합을,  $P$ 는 전체집합을 나타낸다. 각 차량에 의해 형성되는 경로들은 반드시 차고지(depot)에서 최초로 출발하고, 최종적으로 차고지로 귀환해야 한다. 따라서 차량의 경로는 반드시 차고지와 연결되는 경로가 있어야 한다. 식 (8)은 동일지점 간에는 이동할 수 없다는 조건으로  $i$ 와  $j$ 가 같은 경우 결정변수는 0이 되어 동일지점에서 이동이 불가능함을 나타낸다.

### 3. PHVRP 알고리즘

본 연구에서 제안하는 PHVRP 알고리즘은 기본적으로 2단계 절차로 구성되며, 이 2단계 절차의 반복 실행을 통해 최적 근사해를 찾는다. 알고리즘의 1단계는  $k$ -means++ 클러스터링 알고리즘을 적용하여 각 수요지에 대한 일자 및 차량을 할당한 후 초기해를 생성한다.  $k$ -mean++ 알고리즘은 초기에 클러스터(cluster)의 중심점(centroid)을 확률에 기반하여 무작위로 찾게 되는데, 그 초기에 찾아지는 클러스터의 중심에 따라 그곳에서 가까운 최적의 결과를 찾는 알고리즘이다. 따라서 2단계는 1단계에서 할당된 초기해가 국지해에 머무는 것을

방지하고 해를 개선하기 위해  $k$ -optimal, 경로간 교환이동, 경로간 삽입이동의 3가지 국지탐색 알고리즘을 반복적으로 적용한다.

### 3.1 초기해 생성

#### 3.1.1 k-means++ 클러스터링 알고리즘

MacQueen[16]에 의해 제안된  $k$ -means 클러스터링 알고리즘은 클러스터링 알고리즘 중 가장 보편적으로 많이 사용되고 간단한 자율학습(unsupervised learning) 알고리즘 중 하나로 분할적 클러스터링(partitional clustering)에 속한다. 사전에 정해진 특정 개수의 클러스터를 통하여 주어진 데이터 집합을 분류하는 간단하고 쉬운 방법이다. 이러한  $k$ -means 클러스터링 알고리즘의 경우 초기 중심점을 어떻게 선정하느냐에 따라 전혀 다른 결과가 나타나게 되는데 이에 따라 잘못된 할당이 발생할 수 있는 문제점이 있다.

이와 같은 기존  $k$ -means 알고리즘의 초기 중심점 선정에 관한 문제점을 개선하기 위한 다양한 연구가 수행되어 왔고, Arthur et al.[2]은 확률을 기반으로 한 새로운 초기 중심점 선정 방법을 제안하여  $k$ -means++ 클러스터링 알고리즘으로 정의한 바 있다.

#### 3.1.2 초기해 생성

$k$ -means++ 클러스터링 알고리즘을 적용하여 아래 절차와 같이 수요지와 각 클러스터에 해당하는 차량과의 고정비와 변동비를 포함한 운행비용을 고려하여 수요지-일자 그리고 수요지-차량을 동시에 할당한 후 초기해를 생성한다.

Step 1) 주기동안 사용 가능한 총 차량대수만큼의 초기 중심점을 아래 절차에 따라 선정한다 (클러스터별 차량 할당).

$$\text{중심점 수}(k) = \text{주기}(T) \times \text{차량집합}(V) \quad (9)$$

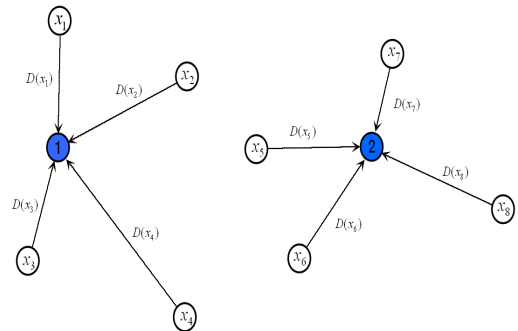
1-1) 수요지들 중에서 무작위로 하나를 선정하여

중심점으로 정한다.

1-2) 나머지 수요지들에 대하여 지금까지 선정한 중심점들 중 가장 가까운 중심점과의 거리  $D(x)$ 를 계산하고, 확률  $p(x)$ 를 부여한다. [그림 1]은 각 수요지에서 선정된 2개의 중심점 중 가까운 중심점과의 거리를 나타낸다.

$$p(x) = \frac{D(x)^2}{\sum_{x=1}^N D(x)^2} \quad (10)$$

1-3) 확률  $p(x)$ 가 부여된 상태에서 수요지들 중 확률  $p(x)$ 에 따라 다음 중심점을 선정한다.  
1-4) 모든 중심점이 선정될 때까지 1-2)와 1-3)을 반복한다.

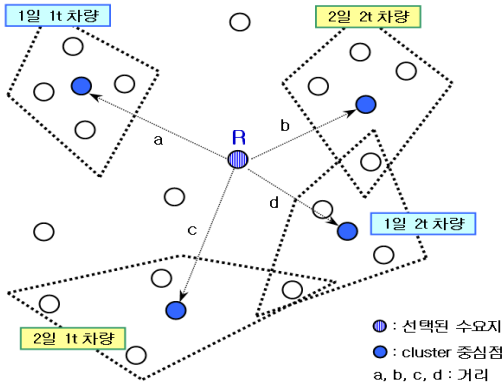


[그림 1] 중심점과 수요지들 간의 거리

Step 2) 각 차량이 중심점에 있다고 가정하고 그 차량이 허용할 수 있는 만큼 아래 절차에 따라 수요지를 클러스터에 할당한다.

2-1) 방문횟수가 남아있는 수요지 중 하나를 무작위로 선정한다.  
2-2) 선정된 수요지( $R$ )를 포함할 경우, 1일 방문횟수(1일 1회)를 만족하고 차량 허용용량을 초과하지 않는 클러스터들을 선정한다.  
2-3) 선정된 수요지( $R$ )에서부터 할당조건을 만족하는 클러스터 중심점까지의 운행비용을 계산하여 이 중 운행비용이 가장 작은 중심점을 갖는 클러스터에 선정된 수요지( $R$ )을 할

당한다. [그림 2]는 선정된 수요지  $R$ 과 4개의 클러스터간의 거리를 나타낸다.



[그림 2] 선정된 수요지(R)와 각 클러스터 중심점간의 운행비용 비교

2-4) 변경된 클러스터의 중심점을 다시 계산한다 (클러스터에 포함된 각각의 수요지를 중심점이라 가정하고 중심점에서의 각 수요지간 총 운행비용을 계산하여 이 중 총 운행비용이 가장 작은 수요지를 중심점으로 선정).

2-5) 모든 수요지의 방문횟수를 만족할 때까지 2-1)~2-4)를 반복한다.

Step 3) 모든 클러스터의 중심점이 변경되지 않을 때까지 Step 2)를 반복한다.

### 3.2 해의 개선

1단계인 초기해 생성 단계에서 적용한  $k$ -means++ 알고리즘은 초기에 클러스터의 중심점을 확률을 기반으로 무작위로 찾게 되는데, 그 초기에 찾아지는 클러스터의 중심에 따라 그곳에서 가까운 최적의 결과를 찾는 알고리즘이다. 따라서 2단계는 1단계에서 할당된 초기해가 국지해에 머무는 것을 방지하고 해를 개선하기 위해 국지탐색 알고리즘을 적용한다.

국지탐색 알고리즘을 이용한 반복적 개선기법은 제약조건을 만족하는 이웃해들의 집합을 탐색하여 해를 개선하고자 하는 방법이다. VRP는 여러 대의

차량으로 경로가 구성되어 있기 때문에 TSP와는 달리 하나의 국지탐색 알고리즘으로는 좋은 해를 찾기가 쉽지 않다. 여러 개의 국지탐색 방법을 적용함으로써 보다 많은 이웃해를 탐색할 수 있게 되어 해가 국지해에 머무는 것을 방지할 수 있다. 본 연구에서 적용하는 국지탐색 알고리즘은  $k$ -optimal, 경로간 교환이동, 경로간 삽입이동 3가지이다. 우선적으로 주기 동안의 모든 차량경로에 대해  $k$ -optimal을 적용하여 해를 개선한다. 그 후 경로간 교환이동과 경로간 삽입이동을 반복적으로 무작위 선택하여 해를 개선한다.

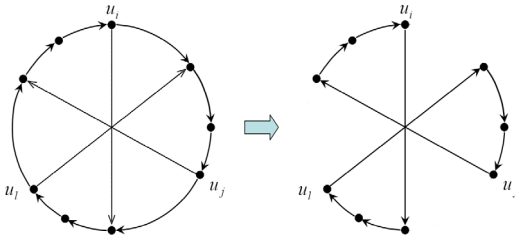
#### 3.2.1 $k$ -optimal

VRP의 해가 여러 개의 차량경로로 구성되어 있지만, 한 차량경로만을 본다면 TSP의 해와 동일하다. 따라서 본 연구에서는 일자별 각각의 차량경로를 하나의 TSP로 간주하고 TSP에서 대표적으로 이용되고 있는  $k$ -optimal 알고리즘을 적용하여 해를 개선한다. Lin[14]에 의해 개발된  $k$ -optimal 알고리즘의 기본 개념은 다음과 같다.

- 1) 임의의 Hamiltonian 순환로  $t$ 에서  $k$ 개의 arc를 제거하고( $k = 2, 3, \dots, N$ ), 순환로  $t$ 에 없었던  $k$ 개의 arc로 대체하여 새로운 Hamiltonian 순환로  $t'$ 을 생성한다.
- 2) 새로 만들어진 순환로를 원래의 순환로  $t$ 의 이웃이라 하고 이러한 이웃들을 순차적으로 조사하여 개선된 순환로를 구한다.
- 3) 개선된 순환로로부터 다시 이웃을 만들고 그 비용을 조사하여 더 개선된 순환로를 구한다.
- 4) 이 방법을 반복 수행하여 순환로 중에서 가장 개선된 최적의 경로를 결정한다.

이때  $k$ 값은 임의로 정할 수 있는 값이며  $k$ 값에 따라 그 해를  $k$ -optimal이라고 부른다.  $k$ 값의 증가에 따른 해는 추가되는 계산량에 비해  $k$ 값이 증가해도  $k$ 가 3일때 보다는 크게 향상 되지 않으며 3-optimal이 가장 좋은 것으로 알려져 있다. 따라서 본 연구에서는 3개의 arc를 제거하고 대체해 가면

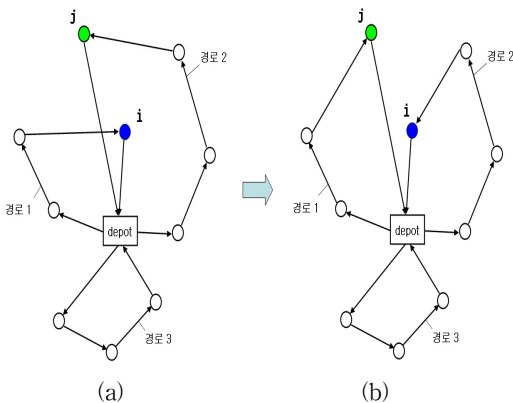
서 해를 개선하는 3-optimal 알고리즘을 적용한다. [그림 3]은 3-optimal 알고리즘에서의 arc의 대체를 나타낸다.



[그림 3] 3-optimal 알고리즘에서 호의 대체

### 3.2.2 경로간 교환이동

경로간 교환이동 방법은 차량경로 간 수요지들을 교환하는 이웃해 생성방법으로 두 차량경로에서 각각 하나의 수요지를 선택하여 상호 교환하는 방법이다. 기본적인 교환조건은 교환 후 차량의 용량을 초과해서는 안 되며, 교환되는 두 개의 수요지는 1일 1회의 방문횟수 조건을 만족해야한다. 교환이 가능하더라도 해당 목적함수 값의 개선이 있을 때만 이동이 가능하다. 또한 교환이동을 함에 있어서 해의 개선이 발생하면 무조건 이동하는 것은 아니고 선택된 수요지와 교환이 가능한 모든 수요지를 고려해서 목적함수 값의 절약정도가 가장 큰 수요지와 교환을 한다.

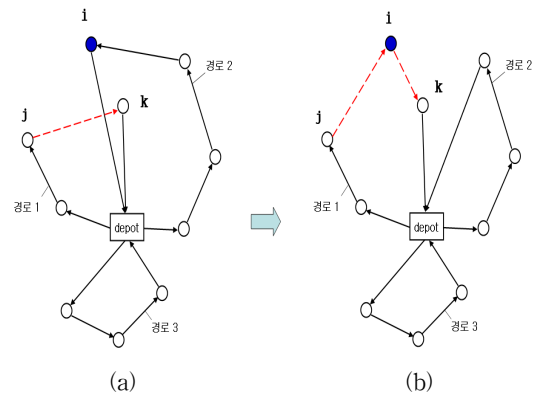


[그림 4] 경로간 교환이동

[그림 4](a)에서 교환이동전, 경로 1의  $i$  수요지가 선택되었다면  $i$  수요지는  $i$  수요지를 제외한 주기 동안의 모든 수요지와 교환을 고려해서 기본적인 교환조건(교환 후 차량의 용량을 초과해서는 안 되며, 수요지는 1일 1회의 방문횟수를 만족)을 만족하는 수요지 중 목적함수 값의 절약 정도에 따라 내림차순으로 정렬한다. 그 후 절약정도가 가장 큰 경로 2의  $j$  수요지와 교환 이동하여 [그림 4](b)와 같이 새로운 경로를 생성하게 된다.

### 3.2.3 경로간 삽입이동

경로간 삽입이동 방법은 두 차량경로 간에 삽입이 이루어지는 이웃해 생성방법으로 한 차량경로에서 한 수요지를 선택하여 제거한 후 다른 차량경로에 삽입하는 방법이다. 삽입이동 과정에서도 교환이동 과정과 마찬가지로 기본적인 삽입조건은 삽입 후 차량의 용량을 초과해서는 안 되며, 삽입되는 수요지는 1일 1회의 방문횟수를 만족해야 한다. 또한 목적함수의 값이 절약이 생길 때만 이동이 가능하며, 목적함수 값의 절약정도에 따라 내림차순으로 정렬한다. 그 중 절약정도가 가장 큰 arc에 선택된 수요지가 삽입되게 된다.



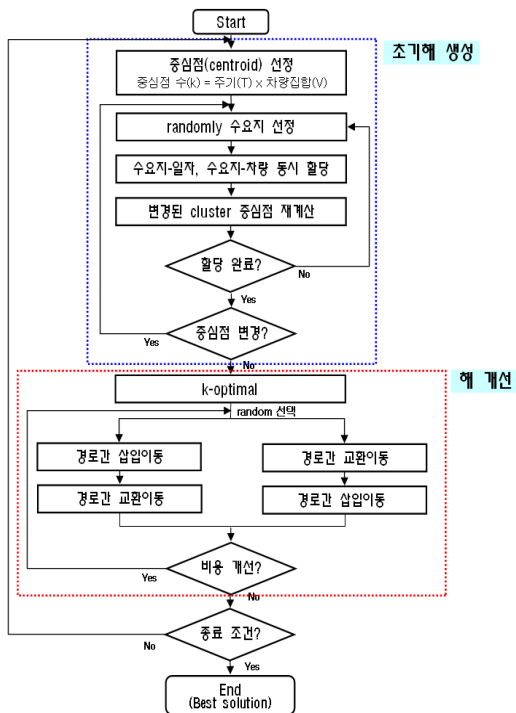
[그림 5] 경로간 삽입이동

[그림 5](a)에서 경로 2의  $i$  수요지가 선택되었다면  $i$  수요지는  $i$  수요지가 포함된 경로를 제외한 주기 동안의 모든 나머지 경로에 대해 삽입 가능여부

(삽입 후 차량의 용량을 초과해서는 안 되며, 수요지는 1일 1회의 방문횟수를 만족)를 검사한다.  $i$  수요지가 삽입될 수 있는 모든 arc에 대해 삽입을 고려해서 목적함수 값의 절약정도에 따라 내림차순으로 정렬한다. 그 후 절약정도가 가장 큰 경로의 arc에 삽입하게 되는데 주기 동안 경로 1의  $j-k$  arc가 목적함수 값의 절약정도가 가장 큰 arc라고 가정하면  $i$  수요지가  $j-k$  arc에 삽입되어 [그림 5](b)와 같이 새로운 경로를 생성하게 된다.

### 3.3 PHVRP 알고리즘 흐름도

[그림 6]은 본 연구에서 제안하는 PHVRP의 전체적인 알고리즘 흐름도(flowchart)를 나타낸다. 앞부분은  $k$ -means++ 클러스터링 알고리즘을 적용하여 초기해를 생성하는 단계이며, 뒷부분은  $k$ -optimal, 경로간 삽입이동, 경로간 교환이동 알고리즘을 적용하여 해를 개선시키는 단계이다.



[그림 6] PHVRP 알고리즘 흐름도

## 4. 실험 및 결과분석

실험은 두 가지로 구성하였다. 첫 번째 실험은 PHVRP 알고리즘의 성능을 평가하기 위한 실험으로 Chao et al.[5]의 PVRP 실험예제와 Taillard[19]의 HVRP 실험예제에 각각 적용하여 그 결과를 확인하고 기존연구의 결과와 비교하여 알고리즘의 효율성을 검증한다. 두 번째 실험은 Eilon et al.[10]과 Chao et al.[5]의 실험예제를 준용하여 수요지 수, 방문주기, 차량종류/대수를 변화시키면서 PHVRP와 직접 관련된 Test Problem을 구성하여 실험한다. 또한 Test Problem 결과를 바탕으로 주기적 수송(2일 이상)과 일일수송 그리고 차량별 보유대수 제한 유무에 따른 비교시험을 추가적으로 실시한다.

본 연구에서 제안한 알고리즘은 Visual C++ 6.0으로 구현하였고, 실험은 Pentium IV(2.13GHz, 512 MB RAM) PC 환경 하에서 수행하였다.

### 4.1 PHVRP 알고리즘 성능평가

PHVRP에 대해 벤치마크 할 예제를 찾을 수 없는 관계로 본 연구에서 제안한 알고리즘의 성능을 평가하기 위해 PVRP와 HVRP로 각각 완화(relaxation) 적용하여 그 결과를 확인하고 각각에 대한 기존연구의 결과와 비교하여 효율성을 검증한다.

PVRP 실험은 PVRP에서 대표적인 Chao et al. [5]의 예제 중 수요지수( $n$ ), 주기( $t$ ), 차량대수( $v$ )가 상이한 5개의 예제를 활용한다. 기존 Chao et al.[5]과 Cordeau et al.[7]의 연구결과 및 PHVRP 알고리즘을 이용한 실험결과는 <표 1>과 같다. 실험결과 기존 두 연구와 동일하거나 보다 나은 해를 얻을 수 있었다.

HVRP 실험은 HVRP에서 대표적인 Taillard[19]의 5개 예제를 활용하였으며, 고정비는 Golden et al. [11]의 값, 변동비는 Taillard[18]의 값을 사용하였다. 예제별 기본정보는 <표 2>와 같다. 기존 Choi and Tcha[6]와 Imran et al.[13]의 연구결과 및 PHVRP 알고리즘을 이용한 실험결과는 <표 3>과 같다.



<표 1> PVRP 예제 실험결과

| No. | Instance |   |   | Chao et al. (1995) | Cordeau et al. (1997) | This study (2011) |
|-----|----------|---|---|--------------------|-----------------------|-------------------|
|     | n        | t | v |                    |                       |                   |
| 1   | 50       | 2 | 3 | 524.6              | 524.61                | 524.6             |
| 4   | 75       | 5 | 6 | 860.9              | 837.94                | 835.25            |
| 14  | 20       | 4 | 2 | 954.8              | 954.8                 | 954.8             |
| 15  | 38       | 4 | 2 | 1862.6             | 1862.6                | 1862.6            |
| 21  | 60       | 6 | 4 | 8367.4             | 8367.4                | 8367.4            |

<표 2> HVRP 예제 기본 정보

| No. | Instance |     | A    | B    | C    | D   | E   |
|-----|----------|-----|------|------|------|-----|-----|
|     | n        | 차량  |      |      |      |     |     |
| 3   | 20       | 용량  | 20   | 30   | 40   | 70  | 120 |
|     |          | 고정비 | 20   | 35   | 45   | 120 | 225 |
|     |          | 변동비 | 1.0  | 1.1  | 1.2  | 1.7 | 2.5 |
| 4   | 20       | 용량  | 60   | 80   | 150  |     |     |
|     |          | 고정비 | 1000 | 1500 | 3000 |     |     |
|     |          | 변동비 | 1.0  | 1.1  | 1.4  |     |     |
| 14  | 20       | 용량  | 120  | 160  | 300  |     |     |
|     |          | 고정비 | 100  | 1500 | 3500 |     |     |
|     |          | 변동비 | 1.0  | 1.1  | 1.4  |     |     |
| 15  | 50       | 용량  | 50   | 100  | 160  |     |     |
|     |          | 고정비 | 100  | 250  | 450  |     |     |
|     |          | 변동비 | 1.0  | 1.6  | 2.0  |     |     |
| 16  | 50       | 용량  | 40   | 80   | 140  |     |     |
|     |          | 고정비 | 100  | 200  | 400  |     |     |
|     |          | 변동비 | 1.0  | 1.6  | 2.1  |     |     |

<표 3> HVRP 예제 실험결과

| Instance No. | Choi and Tcha (2005) | Imran et al. (2008) | This study (2011) |
|--------------|----------------------|---------------------|-------------------|
| 3            | 1144.22              | 1144.22             | 1144.22           |
| 4            | 6437.33              | 6437.33             | 6437.33           |
| 14           | 9126.90              | 9126.90             | 9126.90           |
| 15           | 2634.96              | 2634.96             | 2634.96           |
| 16           | 3168.92              | 3168.92             | 3168.92           |

실험결과 기존의 연구결과와 동일한 결과를 산출하였다. 상기 두 실험예제를 통하여 PHVRP 알고

리즘의 효율성을 검증할 수 있었다.

## 4.2 PHVRP 적용

PHVRP와 직접 관련된 예제를 구성하여 최고해와 차량별 최적경로를 산출한다. 또한 실험 결과를 바탕으로 주기적 수송(2일 이상)과 일일수송 그리고 차량별 보유대수 제한 유무에 따른 민감도 분석시험을 추가적으로 실시한다.

### 4.2.1 예제

실험은 Chao et al.[5]과 Eilon et al.[10]의 연구에서 수요지 수, 주기가 상이한 PVRP 예제를 준용하였고, 이를 바탕으로 차량종류, 대수를 추가적으로 적용하여 PHVRP와 직접 관련된 4가지 예제를 구성하여 실험하였다. 수요지에 대한 정보(수요지 수, 수요지 좌표, 수요량, 방문주기, 수요지별 방문횟수)는 기존예제의 정보를 직접 적용하였다. 이 때, 예제에 대한 기본 정보는 <표 4>와 같다.

<표 4> 예제 기본정보

| Instance | Num. of customers | Period | Vehicle |                   |
|----------|-------------------|--------|---------|-------------------|
|          |                   |        | class   | num. of customers |
| 1        | 20                | 4      | 2       | 2                 |
| 2        | 50                | 5      | 4       | 8                 |
| 3        | 75                | 5      | 4       | 8                 |
| 4        | 100               | 5      | 5       | 10                |

실험 예제에 사용된 차량은 PHVRP에 맞도록 차량별 고정비, 변동비를 상이하게 적용하였고, 차량 보유대수는 제한되지만 1일 최대 수요지의 총 수요량보다 충분히 많은 차량을 보유한다고 가정하였다. 실험 예제별 차량에 대한 세부 정보(차량 수, 고정비, 변동비)는 <표 5>와 같다.

예제별 50번씩 실험을 하였고, 문제별 최고해 및 일자별, 차량별 차량경로를 얻을 수 있었다. <표 6>은 예제별 실험결과와 평균해와 최고해를 종합한 것이다.

〈표 5〉 예제별 차량정보

| Instance | 차 종         | A          | B          | C          | D          | E          |
|----------|-------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| 1        | 대 수<br>(용량) | 1<br>(20)  | 1<br>(35)  |            |            |            |
|          | 고정비         | 20         | 35         |            |            |            |
|          | 변동비         | 1.0        | 1.5        |            |            |            |
| 2        | 대 수<br>(용량) | 1<br>(100) | 1<br>(160) | 1<br>(220) | 1<br>(300) |            |
|          | 고정비         | 100        | 160        | 220        | 300        |            |
|          | 변동비         | 1.0        | 1.5        | 2.0        | 2.6        |            |
| 3        | 대 수<br>(용량) | 2<br>(100) | 2<br>(140) | 2<br>(180) | 2<br>(220) |            |
|          | 고정비         | 100        | 140        | 180        | 220        |            |
|          | 변동비         | 1.0        | 1.2        | 1.4        | 1.8        |            |
| 4        | 대 수<br>(용량) | 2<br>(80)  | 2<br>(110) | 2<br>(150) | 2<br>(190) | 2<br>(230) |
|          | 고정비         | 80         | 110        | 150        | 190        | 230        |
|          | 변동비         | 1.0        | 1.2        | 1.5        | 1.8        | 2.1        |

〈표 6〉 실험 결과

| Instance | 평균해    | 최고해    |
|----------|--------|--------|
| 1        | 1453   | 1351   |
| 2        | 5012.2 | 4919.7 |
| 3        | 5125   | 5022   |
| 4        | 8153.1 | 8043.3 |

실험결과 네 문제 공통적으로 비용이 적게 드는 용량이 작은 차량이 우선적으로 수요지에 할당되어 사용횟수가 많은 반면 비용이 많이 드는 용량이 큰 차량은 사용횟수가 적었다. 또한 일부 차량에 수요지가 과도하게 할당되어 현실적으로 차량의 1일 업무량에 맞지 않는 차량경로도 생성되었다. 이는 본 연구가 차량별 업무분배보다 운행비용 최소화에 우선적으로 초점이 맞춰져 있기 때문이라고 판단된다.

4.2.2 주기적 수송(2일 이상)과 일일 수송 비교

주기적 수송의 효율성을 알아보기 위해 추가 실험을 실시하였다. 실험은 위의 Test Problem 중 Instance 1을 가지고 비교 실험을 하였고, 그 결과

는 <표 7>과 같다.

〈표 7〉 주기적 수송과 일일수송 실험결과

| 구 분            | 주기적 수송 | 일일 수송(x4일) |
|----------------|--------|------------|
| Total cost     | 1351   | 1556       |
| Total distance | 989    | 1296       |

실험결과 일일수송은 주기적 수송에 비해 운행비용 15%, 운행거리 31% 증가된 결과값이 산출되었다. 또한 비용이 적게 드는 한쪽 차량에 업무가 과도하게 집중되어 차량별 운행거리에 있어서도 상대적으로 많은 차이를 보였다.

따라서 주기적 수송이 가능한 유료배달, 편의점 상품배달 등의 경우 주기적 수송이 일일수송에 비해 운행비용 절감 및 차량별 운행량 분배 측면에서 더 효율적인 수송방법임을 파악할 수 있다.

4.2.3 차량별 보유대수 제한 유무에 따른 비교

PHVRP에서 차량별 보유대수의 제한이 없는 경우 문제는 더욱 복잡해지고 해결하기가 어렵다. 본 연구에서는 문제를 좀 더 단순화하고 문제해결 시간을 단축하기 위한 가정 사항으로 1일 최대 수요지의 총 수요량을 충분히 만족시키는 한도 내에서 차량별 보유대수의 제한을 두었다.

따라서 차량별 보유대수 제한이 결과적으로 운행비용에 어떤 영향을 주는지 알아보기 위해 추가적인 실험을 실시하였다. 비교실험을 위해 차량의 종류가 적은 위의 Test Problem 중 Instance 1에 차량별 보유대수의 제한을 두지 않은 상태로 실험을 하였고, 그 결과는 <표 8>과 같다.

실험결과 차량별 보유대수 제한이 없는 경우 운행비용을 절약할 수 있는 새로운 차량조합을 구성할 수 있었고, 제한이 있는 경우에 비해 운행비용은 18.5%, 운행거리는 2.9% 개선된 결과값을 산출하였다.

〈표 8〉 차량별 보유대수 제한 유무에 따른 실험결과

| 구 분            | 제한 有 | 제한 無 |
|----------------|------|------|
| Total cost     | 1351 | 1100 |
| Total distance | 989  | 960  |

따라서 차량별 보유대수의 제한은 운행비용을 감소시킬 수 있는 차량조합의 다양성을 제한하여 결국 차량경로계획의 목적인 운행비용 최소화에 제약이 됨을 알 수 있다. 그러나 차량의 종류가 다양해지고 수량이 많아지면 문제의 복잡도 또한 높아지므로 이에 대한 추가적인 연구가 필요할 것으로 판단된다.

## 5. 결론 및 향후 연구방향

본 연구에서는 여러 가지 수송방법 중 다양한 차량의 조합을 가지고 주기적으로 수송을 하는 경우 이를 수리적으로 해결할 수 있는 방법연구를 하였고, 이 문제를 효율적으로 해결하기 위해 발견적 기법을 적용하여 PHVRP 알고리즘을 개발하였다.

PHVRP 알고리즘은 기본적으로 2단계 절차로 구성하였다. 1단계는 초기해를 생성하는 단계로 초기 할당에 의한 해의 효율을 높이기 위해  $k$ -means++ 클러스터링 알고리즘을 적용하여 차량별 운행비용(고정비, 변동비)을 고려한 가운데 초기에 수요지-일자 그리고 수요지-차량을 동시에 할당하였다. 2단계는 해의 개선 단계로써  $k$ -optimal, 경로간 교환 이동, 경로간 삽입이동의 3가지 국지탐색 알고리즘을 반복적으로 사용하여 해를 개선하였다.

ILLOG CPLEX와 PHVRP 알고리즘을 이용한 실험 결과 동일한 결과값이 산출되어 본 연구에서 수립한 수리모형을 검증할 수 있었고, 기존연구의 PVRP 및 HVRP 실험예제에서는 동일하거나 우수한 결과값이 산출되어 PHVRP 알고리즘의 효율성을 입증할 수 있었다. 기존 예제를 준용하여 PHVRP에 맞는 Test Problem을 구성하였고, PHVRP 알고리즘을 이용하여 최고해와 차량별 최적경로를 산출하였다. 또한 일일수송과의 비교실험결과 일일수송에 비해 주기적 수송(2일 이상)이 운행비용 측면과 차량별 업무분배 측면에서 좀 더 효율적인 수송방법임을 확인할 수 있었고, 차량별 보유대수의 제한이 없는 경우 제한이 있는 경우보다 운행비용이 절감될 수 있는 더 효율적인 차량조합이 가능하다는 것을 실험

을 통해 확인할 수 있었다.

결론적으로 본 연구는 지금까지 연구가 미진했던 PHVRP 분야의 필요성을 고찰하고 수리모형을 구현하며 해법을 제시했다는 데 의의가 있다.

본 연구에서 제시한 PHVRP의 해법과 실험은 기존의 PVRP 및 HVRP의 대표적인 알고리즘의 조합에 의한 것이지만 향후 일반산업계의 트렌드를 따라 수요가 많이 예상되기 때문에 PHVRP의 독자적인 알고리즘과 해법을 요구한다. 본 연구에서 취급한 PHVRP는 향후 추가적인 연구를 통해 대한민국 공군에서 정기공수의 수송경로문제에 적용 가능할 것으로 판단된다. 이를 위한 향후 연구방향은 전체 네트워크 측면에서 배달과 수거가 동시에 이루어지고 수요지별 방문 가능시간의 제약요소가 추가적으로 접목된 문제의 연구가 필요하며, 운행비용 측면에서 수송기 운항시 발생할 수 있는 실질적인 비용요소를 산출하여 적용할 필요가 있다. 또한 이 문제를 효율적으로 해결할 수 있는 발견적 기법을 개발하고 다양한 휴리스틱 기법의 성능 비교를 통해 가장 적합한 알고리즘을 찾는 연구가 필요하다.

## 참 고 문 헌

- [1] 김병인, "클러스터링을 이용한 주기적 차량운행 경로 문제 해법", 한국경영과학회/대한산업공학회 춘계공동학술대회, 2005.
- [2] Arthur, D. and S. Vassilvitskii, "k-means++ : The Advantages of Careful Seeding," SODA, 2007.
- [3] Beltrami, R.J. and L.D. Bodin, "Networks and Vehicle routing for Municipal Waste Collection," *Networks*, Vol.4(1974), pp.65-94.
- [4] Brandao, J., "A deterministic Tabu search algorithm for the fleet size and mix vehicle routing problem," *European Journal of Operational Research*, 2008.
- [5] Chao, I.M., B.L. Golden, and E.A. Wasil, "An improved heuristic for the period vehicle rou-

- ting problem," *Networks*, Vol.26(1995), pp.25-44.
- [6] Choi, E.J. and D.W. Tcha, "A column generation approach to the heterogeneous fleet vehicle routing problem," *Computer and Operation Research*, 2005.
- [7] Cordeau, J.F., M. Gendreau, and G. Laporte, "A tabu search heuristic for periodic and multi-depot vehicle routing problems," *Networks*, Vol.30(1997), pp.105-119.
- [8] Dantzig, G.B. and J.H. Ramser, "The Truck Dispatching Problem," *Management Science*, Vol.6(1959), pp.80-91.
- [9] Desrochers, M. and J.W. Verhoog, "A new heuristic for the fleet size and mix vehicle routing problem," *Computer and Operations Research*, 1991.
- [10] Eilon, S., C.D.T. Watson-Gandy, and N. Christofides, "Distribution Management : Mathematical Modeling and Practical Analysis," Griffin, London, 1971.
- [11] Golden, B., A. Assad, L. Levy, and F.G. Ghysens, "The Fleet size and Mix Vehicle Routing Problem," *Computer and Operations Research*, Vol.11(1984), pp.49-66.
- [12] Hemmelmayr, V.C. and K.F. Doerner, "A variable neighborhood search heuristic for periodic routing problem," *European Journal of Operational Research*, Vol.195, No.3(2009), pp.791-802.
- [13] Imran, A., S. Salhi, and N.A. Wassan, "A variable neighborhood-based heuristic for the heterogeneous fleet vehicle routing problem," *European Journal of Operational Research*, 2008.
- [14] Lin, S., "Computer Solution of the Traveling Salesman Problem," *Bell System Tech*, Vol. 44(1965), pp.2245-2269.
- [15] Lin, S.B. and W. Kernighan, "An Effective Heuristic Algorithm for Traveling Salesman Problem," *Operations Research*, Vol.21(1973), pp.498-516.
- [16] MacQueen, J.B., "Some Methods for Classification and Analysis of Multivariate Observations," *Proceedings of the Fifth Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability*, Vol.1(1967), pp.281-297.
- [17] Prikwieser, S. and G.R. Raidl, "A variable neighborhood search for the periodic vehicle routing problem with time windows," In C. Prodhon et al., editors, *Proceedings of the 9th EU/MEeting on Metaheuristics for Logistics and Vehicle Routing*, Troyes, France, 2008.
- [18] Russell, R. and W. Igo, "An Assignment Routing Program," *Networks*, Vol.9(1979), pp.1-17.
- [19] Taillard, E.D., "A heuristic column generation method for heterogeneous fleet," *CRT*, Vol.3(1996).