



간략화된 점탄성 모델을 적용한 고무 컴파운드의 압출 해석

김지현·홍진수·최성현*·김학주*·류민영**†

서울과학기술대학교 NID융합기술대학원,

*한국타이어, **서울과학기술대학교 제품설계금형공학과

접수일(2011년 1월 14일), 수정일(1차: 2011년 1월 14일, 2차: 3월 7일), 게재확정일(2011년 3월 28일)

Computer Simulation of Die Extrusion for Rubber Compound Using Simplified Viscoelastic Model

J. H. Kim, J. S. Hong, S. H. Choi*, H. J. Kim*, and M. -Y. Lyu**†

Graduate School of NID Fusion Technology, SeoulTech

172 Gongneung-dong, Nowon-gu, Seoul, 139-743, S. Korea

*Hankook Tire Co., 23-1 Jang-Dong, Yusung-Gu, Daejeon, 305-725, S. Korea

**Department of Product Design and Manufacturing Engineering, SeoulTech,

172 Gongneung-dong, Nowon-gu, Seoul, 139-743, S. Korea

(Received January 14, 2011, Revised January 14, 2011, March 7, Accepted March 28, 2011)

요약: 점탄성 흐름의 특성은 압출시 다이 스웰 현상에서 확인 할 수 있다. 본 연구는 이러한 점탄성 특성을 갖는 고무 컴파운드를 모세관 다이에서 비선형 점탄성 모델인 PTT 모델과 간략화된 점탄성 모델을 이용하여 압출현상을 모사하고 다이 스웰을 실험과 비교 하였다. 실험은 Fluidity Tester를 이용하였고 해석은 상용화된 CFD Code인 Polyflow를 이용하였다. 두 모델에 의해 예측된 다이 스웰은 실험과 유사한 결과를 보였다. 그러나 PTT 모델에서는 압력과 속도분포, 레저버의 모서리에서의 와류현상을 예측할 수 있었지만 간략화된 점탄성 모델에서는 예측할 수 없었다. 간략화된 점탄성 모델은 다이 내부의 세밀한 흐름현상을 예측하지는 못하지만 다이 스웰은 잘 예측할 수 있으며 PTT모델보다 해석시간이 매우 짧아서 이의 응용에 큰 장점을 갖고 있다고 판단된다.

ABSTRACT: One of the viscoelastic flow behaviors during profile extrusion is the swelling of extrudate. In this study, die swell of rubber compound in the capillary die have been investigated through experiment and computer simulation. Simplified viscoelastic model and non-linear differential viscoelastic model such as PTT model have been used in the computer simulation. The simulation results have been compared with experimental data. Experiment and simulation have been performed using fluidity tester and commercial CFD code, Polyflow respectively. Die swells predicted by two models showed good agreement with experimental results. Pressure and velocity distribution, and circulation flow at the corner of reservoir have been well predicted by PTT model. Simplified viscoelastic model can not predict circulation flow at the corner of reservoir. However this model has an advantage in computation time compare with full viscoelastic model, PTT model.

Keywords: capillary die, die swell, PTT model, simplified viscoelastic model, circulation flow

I. 서 론

압출은 일정한 단면을 가진 제품을 연속적으로 생산하는 활용도가 매우 높은 고분자 가공 방법 중의 하나이다. 일반적으로 고분자 재료는 점탄성 특성을 가지고 있다. 점탄성 흐름에 의한 영향으로 다이 스웰(Die Swell)과 와류(Vortex)의 한 형태로 나타나는 회전유동(Circulation Flow) 등이 발생한다. 다이 스웰은 직경이 큰 레저버를 통과한 고분자 수지가 직경

이 작은 모세관 다이를 통과 하였을 때 모세관 다이의 직경보다 더 크게 부풀어져서 압출되는 현상으로 직경이 큰 레저버를 통과한 수지가 직경이 작은 다이를 통과 한 후에 분자들의 이완(Relaxation)에 의해 발생한다. 또 다른 설명으로는 고분자 수지는 흐름의 직각 방향으로 힘(Normal force)이 발생하는데 다이를 통과 할 때는 다이의 벽면에 의해 이 직각 방향의 힘이 발현되지 않지만 다이를 통과한 후에는 구속이 없기 때문에 직각 방향의 힘에 의해 스웰이 발생하게 된다. 이러한 스웰 현상으로 인해 압출공정에서 다이를 통과한 고분자 수지의 형상 예측이 어렵다.

이러한 특성을 갖는 고분자 재료 중 고무 복합체는 점탄성

†대표저자 E-mail: mylyu@seoultech.ac.kr

특성이 특히 크다. 고무 복합체를 사용하여 타이어 트레드 등을 압출할 때 다이 스웰이 매우 크게 발생하기 때문에 형상 예측이 매우 어렵다. 이러한 다이 스웰에 영향을 주는 요소는 다이의 형상, 전단변형률 속도(또는 토출량), 이완시간, 온도, 다이의 길이와 다이의 지름의 비인 L/D 등이다.¹ 이러한 요소들을 모두 고려하여 실험적으로 영향도를 찾아내고 그것을 검증하는 것은 많은 시간과 노력을 필요로 한다. 그렇기 때문에 이러한 요소들에 대한 영향을 시뮬레이션을 이용한다면 쉽고 빠르게 예측할 수 있다.

본 연구에서는 모세관 다이에 두 가지 서로 다른 점탄성 모델, 즉 완전한 비선형 점탄성 모델인 PTT 모델과 간략화된 점탄성 모델을 적용하여 해석하고 실험과 해석 결과를 비교 분석하였다. 그리고 간략화된 모델의 현장 적용 가능성을 고찰하였다.

II. 실험 및 해석

1. 재료 및 모세관 다이를 이용한 실험

사용 재료는 고무복합체로 C3이라 명명하였다. C3은 90%의 Styrene Butadiene Rubber(SBR)와 10%의 Butadiene Rubber (BR)로 구성되어 있다. 그림 1은 측정된 C3의 물성을 나타낸 것이다. 측정은 Monsanto사의 RPA2000(Rubber Process Analyzer)을 사용하였고 110 °C에서 전단변형률을 변화하여 측정하였다. 측정 물성은 전단 점도(η), 저장탄성계수(G'), 손실탄성계수(G'')이다. 그림 2는 모세관 다이를 갖고 있는 Fluidity tester의 형상을 도식화 한 것이다. 이것은 레저버와 모세관 다이로 구성되어 있고 레저버와 모세관 다이를 통과한 수지가 스웰되어 일정 길이를 지날 때 레이저를 통해 스웰된 수지의 지름을 측정한다. 이때 레저버의 지름과 길이는 모두 25 mm이고 다이의 지름과 길이는 2.5 mm이다.

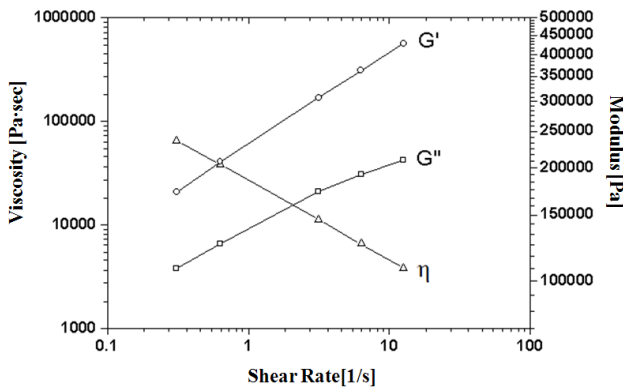


Figure 1. Shear viscosity, storage and loss moduli for rubber compound C3.

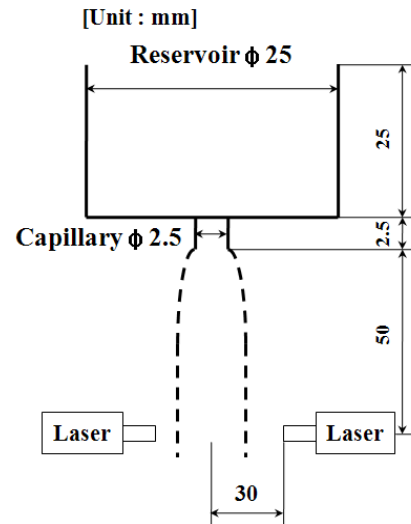


Figure 2. Geometry of fluidity tester containing reservoir, capillary die, and location of laser for the measurement of die swell.

2. 점탄성 모델

해석에 적용한 점탄성 모델은 비선형 미분 점탄성 모델 (Non-linear Differential Viscoelastic Model) 중 Phan-Thien-Tanner (PTT) 모델과 간략화된 점탄성 (Simplified Viscoelastic) 모델이다. PTT 모델은 식 (1)과 같다.²

$$T = T_1 + T_2 \tag{1a}$$

$$T_2 = 2\eta_2 D \tag{1b}$$

$$T_1 = \exp\left[\frac{\epsilon\lambda}{\eta_1} tr(T_1)\right] T_1 + \left[\left(1 - \frac{\xi}{2}\right) T_1^\nabla + \frac{\xi}{2} T_1^\Delta\right] \tag{1c}$$

총 응력은 T_1 과 T_2 의 합으로 표현되며 T_1 은 점탄성 영역의 응력을 나타내고 T_2 는 점성 영역의 응력을 나타낸다. η_1 은 점탄성 영역의 전단 점도를 나타내고 η_2 는 점성 영역의 전단 점도를 나타낸다. ϵ 는 재료의 인장 흐름을 조절하는 요소이고, λ 는 이완시간을 나타내고, ξ 는 전단점도를 조절하는 요소이다. D 는 변형률을 나타낸다.

PTT 모델의 파라미터는 실험을 통해 얻은 전단변형률 속도에 따른 전단점도, 저장탄성계수, 손실탄성계수, 이완시간을 적용하여 커브 피팅을 통해 설정하였다.³

간략화된 점탄성 모델은 점도 모델에 탄성의 가중치를 부여하여 점탄성 특징을 표현하였다.⁴ 간략화된 점탄성 모델의 총 응력은 식 (2)와 같이 표현된다.

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} \psi\mu(\dot{\gamma})\dot{\gamma} & \eta(\dot{\gamma})\dot{\gamma} & \cdot & \cdot \\ \eta(\dot{\gamma})\dot{\gamma} & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{pmatrix} \quad (2a)$$

$$\mu(\dot{\gamma})\dot{\gamma}: \text{Normal stress component} \quad (2b)$$

$$\eta(\dot{\gamma})\dot{\gamma}: \text{Shear stress component} \quad (2c)$$

$$\eta(\dot{\gamma}): \text{Shear viscosity} \quad (2d)$$

$$\mu(\dot{\gamma}): \text{Normal viscosity} \quad (2e)$$

$$\lambda(\dot{\gamma}): \text{Relaxation time} \quad (2f)$$

ψ 는 가중계수이다. 식 (2d)는 전단점도를 본 연구에서는 Bird-Carreau 모델을 이용하였고 식 (2e)의 수직점도와 식 (2f)의 이완시간은 전단점도와 같은 Bird-Carreau 모델을 사용하였다. 식 (2b)의 수직응력성분에 가중계수 ψ 를 곱하여 다이 스웰을 표현하게 되는데 실험을 통하여 가중계수 ψ 를 결정한다.⁴

3. 이완시간 설정

이완시간과 고분자의 점도 사이의 관계는 식 (3)과 같이 표현 된다.⁵ τ 는 이완시간, η 는 점도, G 는 전단탄성계수이다. 점도는 전단변형률 속도의 함수이기 때문에 이완시간 또한 전단변형률 속도의 함수로 생각할 수 있다.

$$\tau = \frac{\eta}{G} \quad (3)$$

본 연구에서 이완시간 설정을 위한 방법을 두 가지로 고려하였다. 첫 번째는 실험을 통해 얻은 전단변형률 속도에 따른 저장탄성계수(G')와 손실탄성계수(G'')의 그래프에서 저장탄성계수와 손실탄성계수의 교차점에서 전단변형률 속도를 얻어 역수를 취하여 얻는 것이다.^{3,6,7} 두 번째는 모세관 다이를 점성모델로 해석하여 다이의 중간 단면에서의 평균 전단변형

Table 1. Parameters for 3 Relaxation Modes in PTT Model

Mode number	Relaxation Time λ	Parameter ε, ξ
3 modes	Max. $\lambda=0.0555(\text{Basis} \times 3)$	$\varepsilon=0.1011817\text{E}-02$
	Mid. $\lambda=0.0185(\text{Basis})$	
	Min. $\lambda=0.0062(\text{Basis} \times 1/3)$	$\xi=0.1011051\text{E}+01$

률 속도를 구한 후 그 값에 역수를 취하여 얻는 것이다.^{3,6,7} 하지만 본 연구에서는 그림 1에서 보이는 것처럼 저장탄성계수와 손실탄성계수의 교차점이 발생하지 않았으므로 두 번째 방법을 이용하였다. 모세관 다이는 비뉴턴 모델인 Power Law 모델을 사용하였다. 해석 결과 모세관 다이에서 53.832[1/s]의 평균 전단변형률 속도를 얻었고 이 값의 역수인 0.0185[s]를 평균 이완시간으로 설정하였다.

PTT 모델의 3모드 해석에서^{6,7} 설정된 이완시간(λ)은 0.0555[s], 0.0185[s], 0.0062[s]이다. 표 1은 3모드 이완시간에서 커브 피팅을 통하여 얻은 요소를 나타내고 있다.

간략화된 점탄성 모델에서 이완시간은 전단변형률의 함수로 전단점도와 같은 Bird-Carreau 모델을 적용하여 설정하였다. Bird-Carreau 모델은 식 (4)로 정의되며 η 는 전단점도를 나타내며, η_0 는 초기 점도, η_∞ 는 전단변형률 속도가 클 때의 점도를 나타내며 γ 는 전단변형률 속도, n 은 Power Law Index를 나타낸다. 식 (4)를 전단변형률 속도와 이완시간에 관한 식으로 변환하면 식 (5)와 같다. 식 (5)에서 λ_0 는 초기 이완시간, λ_∞ 는 전단변형률 속도가 클 때의 이완시간을 나타낸다. 식 (5)를 이용하여 PTT 모델에서 평균 이완시간을 정하는 방법으로 평균 이완시간을 정하였다.

$$\eta(\dot{\gamma}) = \eta_\infty + (\eta_0 - \eta_\infty) \left(1 + \dot{\gamma}^2 \right)^{n-1/2} \quad (4)$$

$$\lambda(\dot{\gamma}) = \lambda_\infty + (\lambda_0 - \lambda_\infty) \left(1 + \dot{\gamma}^2 \right)^{n-1/2} \quad (5)$$

간략화된 점탄성 모델의 3모드에서 설정된 이완시간은 2.23[s], 0.02[s], 0.002[s]이다.

4. 가중계수(ψ) 설정

간략화된 점탄성 모델은 가중 계수로 다이 스웰을 조절 할 수 있다. 이것은 실험과 해석의 비교를 통하여 각 재료에 맞게 선정 할 수 있다.⁴ 먼저 실험을 통하여 재료의 토출량에 따른 다이 스웰 측정한다. 그 후 해석을 통하여 가중 계수에 따른 토출량 별 해석을 진행하고 다이 스웰을 측정한다. 본 연구에서 진행한 실험과 해석결과를 그래프화 하면 그림 3과 같다. 그림 3에

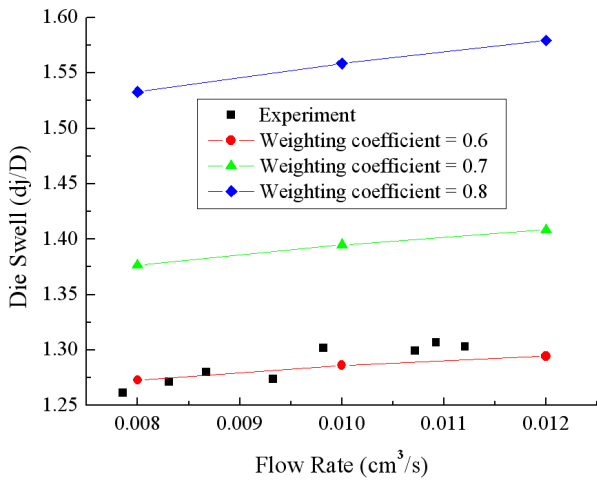


Figure 3. Determination of the Weighting coefficient.

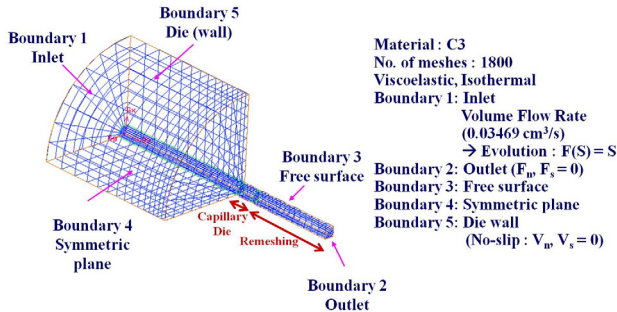


Figure 4. Mesh and boundary conditions for the simulation of capillary die extrusion.

서와 같이 실험 결과는 가중 계수가 0.6과 0.7 사이에 존재하며 0.6근처일 때 결과와 유사하게 나타났다. 따라서 가중 계수를 0.62로 선정하였다.

5. 해석을 위한 모델링 및 경계 조건

그림 4는 해석에 이용할 모델 형상과 유한요소 격자, 경계조건을 나타내고 있다. 해석 모델은 해석 시간 단축을 위해 전체 모델의 1/4만을 사용하였고 대칭조건을 적용하였다. 해석은 Polyflow를 이용하였다. 토출량은 입구 영역인 Boundary 1에 적용하였고, 끝단인 Boundary 2에 유출 조건을 적용하였다. Boundary 3은 자유표면 조건을 적용하였고 Boundary 4는 대칭 조건을 적용하였고, 다이의 벽면에는 슬립이 없는 조건을 적용하였다.

III. 결과 및 토론

1. 속도와 압력 분포

그림 5와 그림 6은 PTT 모델과 간략화된 점탄성 모델의 압

력 분포를 나타내고 있다. 두 모델에서 압력 분포는 유사한 경향을 보인다. 레저버에서 모세관 다이를 통과하는 동안 압력강하가 일어남을 확인 할 수 있으며 토출량이 증가함에 따라 압력강하도 증가하는 것을 확인할 수 있었다. 또한 압력강하는 PTT 모델이 간략화된 점탄성 모델보다 크게 측정되었다.

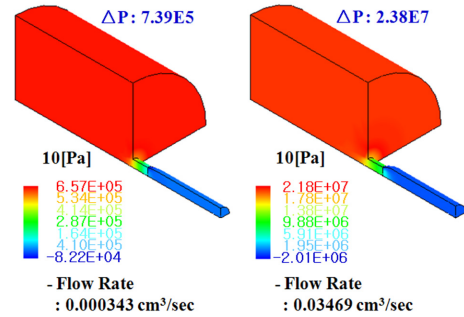


Figure 5. Pressure distribution for PTT model.

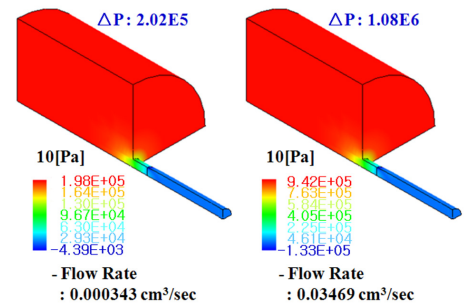


Figure 6. Pressure distribution for simplified viscoelastic model.

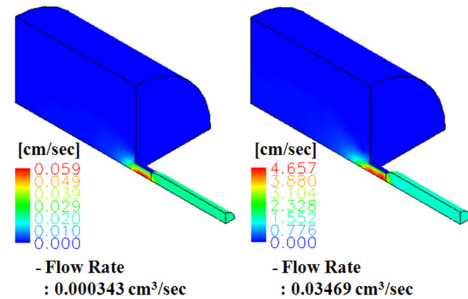


Figure 7. Velocity distribution for PTT model.

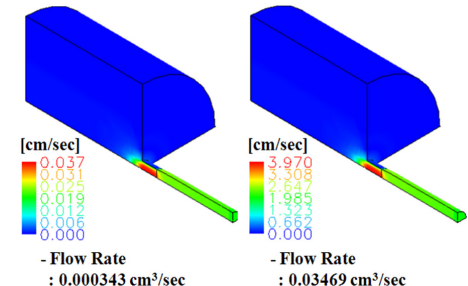


Figure 8. Velocity distribution for simplified viscoelastic model.

그림 7과 그림 8은 두 모델의 속도 분포를 보이고 있다. 두 모델의 속도 분포는 유사한 경향을 보이고 있으며 토출량이 증가할수록 속도가 증가하는 것을 확인할 수 있다.

2. 유적선 분포

그림 9와 그림 10은 PTT 모델과 간략화된 점탄성 모델의 토출량에 따른 레저버와 모세관 다이 내부의 유적선을 나타낸 것이다. PTT 모델에서는 레저버의 모서리에서 와류 현상의 일종으로 회전유동(Circulation flow)이 관찰되었다.⁸ 이러한 회전유동은 점탄성 재료에서 탄성의 영향에 의해 나타나는 전형적인 현상이다.⁸ 그림 10에서 보는 바와 같이 토출량을 클 수록 큰 회전유동을 보이고 있다. 그러나 간략화된 점탄성 모델에서는 회전유동이 전혀 관찰되지 않았다.

3. 다이 스웰

그림 11은 실험과 해석의 토출량에 따른 다이스웰을 비교한 그래프이다. PTT 모델과 간략화된 점탄성 모델 모두 토출량이

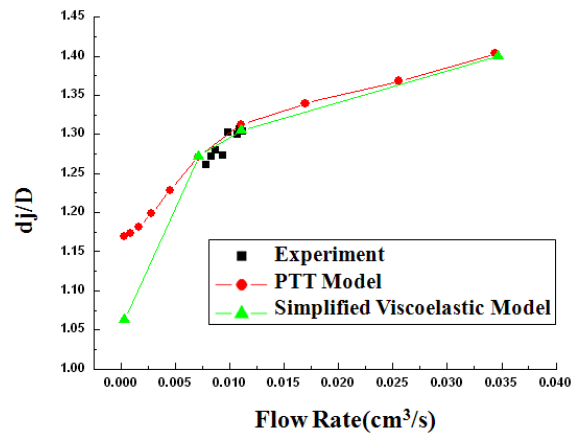


Figure 11. Die swells according to flow rate for experiment and simulation.

증가하면 다이 스웰도 증가한다. 또한 토출량이 0.0075~0.012 [cm³/s]인 구간에서 두 모델의 해석결과와 실험 결과가 일치함을 확인할 수 있다.

IV. 결 론

고무 컴파운드는 매우 큰 점탄성 특성 때문에 압출시 형상 예측이 쉽지 않다. 점탄성 모델을 이용하여 해석함으로써 실제의 압출물 형상을 예측할 수 있는지 PTT 모델과 간략화된 점탄성 모델을 이용하여 고찰하였다.

실험과 해석에서 토출량에 따른 다이 스웰을 비교한 결과 두 모델 모두 실험과 일치함을 확인할 수 있었다. 이 두 모델 모두 실제 압출물 형상을 예측할 때 유용할 수 있다고 판단된다. 두 모델간의 차이점은 PTT 모델은 레저버의 코너에서 회전유동을 예측하였고 토출량이 증가함에 따라 증가하였다. 하지만 간략화된 점탄성 모델은 회전유동을 예측하지 못하였다.

따라서 간략화된 점탄성 모델은 모세관 다이 내의 상세한 흐름을 표현하지는 못하지만 현장에서 압출물 형상을 예측하는데 유용하게 사용될 수 있다고 판단된다. 그리고 간략화된 점탄성 모델에서 해석시간이 PTT 모델을 사용할 때의 10%이하여서 현장 유용성이 더 크다고 판단된다.

감사의 글

본 연구를 위해 장학금을 수여한 신양장학 재단에 감사드리며, 본 과제(연구)는 지식경제부와 한국산업기술진흥원의 전략기술 인력양성 사업으로 수행된 결과입니다. 이에 감사드립니다.

참 고 문 헌

1. C.D. Han, "Rheology in Polymer Processing", Academic Press,

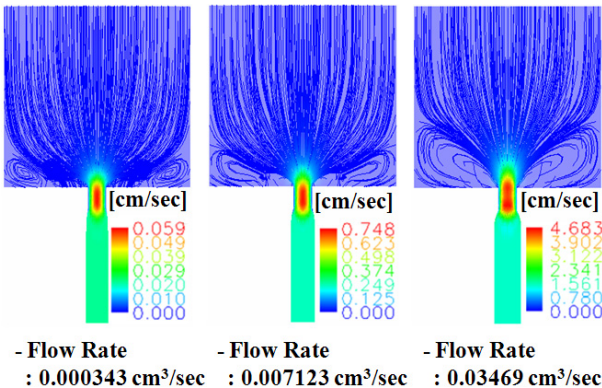


Figure 9. Path line distributions and extrusion profiles for PTT model according to flow rate.

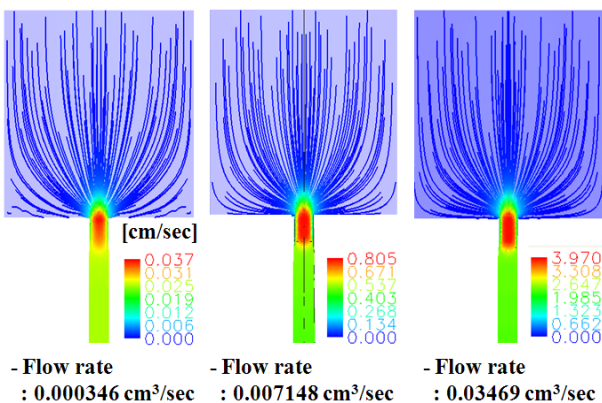


Figure 10. Path line distributions and extrusion profiles for simplified viscoelastic model according to flow rate.

- NY (1976).
2. R.L. Tanner, "Engineering Rheology", 2nd ed., Oxford University Press, NY (2000).
 3. Polyflow V. 3.10, Polymat manual, Fluent Co. (2003).
 4. J. Mallet, H. Metwally, A. Dozolme, and B. Debbaut, "Development of a computationally fast Viscoelastic model and validation for rubber garvey profile extrusion", American chemical society (2007).
 5. J.L. White, "Principles of Polymer Engineering Rheology", John Wiley & Sons, NY (1990).
 6. S.H Choi and M.Y. Lyu, "An Application of Non-linear Viscoelastic Model to Capillary Extrusion of Rubber Compounds", *Trans. Mater. Process*, **16** (2007).
 7. M.Y. Lyu, D.M. Park, H.J. Kim, and J.L. Y, "Computer Simulation of Viscoelastic Flow in a Capillary Die for Rubber Compounds", *Elastomers*, **41** (2006).
 8. R.B. Bird, R.C. Armstrong, and O. Hassager, "Dynamics of Polymeric Liquids", John Wiley & Sons, NY (1987).