

# 불포화지반에 대한 열-수리-역학 거동의 수식화

## Formulation of Fully Coupled THM Behavior in Unsaturated Soil

신 호 성<sup>1</sup> Shin, Hosung

### Abstract

Emerging issues related with fully coupled Thermo-Hydro-Mechanical (THM) behavior of unsaturated soil demand the development of a numerical tool in diverse geo-mechanical and geo-environmental areas. This paper presents general governing equations for coupled THM processes in unsaturated porous media. Coupled partial differential equations are derived from three mass balances equations (solid, water, and air), energy balance equation, and force equilibrium equation. With Galerkin formulation and time integration of these governing equations, finite element code is developed to find nonlinear solution of four main variables (displacement- $u$ , gas pressure- $P_g$ , liquid pressure- $P_l$ , and temperature- $T$ ) using Newton's iterative scheme. Three cases of numerical simulations are conducted and discussed: one-dimensional drainage experiments ( $u-P_g-P_l$ ), thermal consolidation ( $u-P_l-T$ ), and effect of pile on surrounding soil due to surface temperature variation ( $u-P_l-T$ ).

### 요 지

일반적인 불포화지반의 거동뿐만 아니라, 열과 관련된 분야, 지반환경 분야 등 다양한 분야에서 불포화 다공질 재료의 열적-수리적-역학적으로 결합된 문제들이 대두되면서 이러한 문제들을 해석하기 위한 수치도구 개발의 필요성이 대두되고 있다. 본 논문에서는 거시적 접근법(macroscopic approach)에 근거하여 불포화지반에 대한 열-수리-역학 거동의 수식화를 하였다. 흙, 물, 공기에 대한 질량보존의 법칙, 에너지 보존법칙, 그리고 하중평형 조건식으로부터 결합된(coupled) 4개의 지배방정식을 유도하였다. Galerkin 간략화와 시간적분으로부터 주 변수인 변위( $u$ ), 가스압( $P_g$ ), 유체압( $P_l$ ), 온도( $T$ )를 Newton의 반복과정을 이용하여 구하는 유한요소 프로그램(FEM)을 작성하였다. 개발된 프로그램을 이용하여 다공질재료에서 2상 흐름 문제 중 일차원 배수실험( $u-P_g-P_l$ ), 온도 압밀( $u-P_l-T$ ), 그리고 지표면 온도변화에 의한 말뚝의 주변지반에 대한 영향( $u-P_l-T$ )에 대하여 수치해석을 수행하고 논의하였다.

**Keywords :** THM coupling, Multiphase flow, FEM, Unsaturated soils

### 1. 서 론

지반구조물에 해석에 있어서 고려대상과 해석의 분야가 점점 넓어지면서 불포화 다공질 재료(un飽和 porous material)에서의 다상의 흐름(multiphase flow)과 열의 흐름(heat flow)에 대한 연구의 중요성이 강조되고 있다. 예로, 일반적인 불포화지반 거동(강우에 의한 사

면안정, 구조물 침하) 뿐만 아니라, 열과 관련된 분야(지열, 핵폐기물 저장소, 가열-냉각을 반복하는 도로노반, 동토 등), 지반환경 분야(매립지 차수재의 누수 등) 등 다양한 영역에서 응력, 물, 열에 상호의존적인 지반구조물의 거동해석과 장기 거동특성에 대한 예측의 필요성이 부각되고 있다. 이에 따라, 불포화 다공질 재료의 열-수리-역학(Thermo-Hydraulic-Mechanical)적 거동

<sup>1</sup> 정회원, 울산대학교 건설환경공학부 조교수 (Member, Assistant Prof., Dept. of Civil and Environmental Engrg., Univ. of Ulsan, shingeo@ulsan.ac.kr, 교신저자)

\* 본 논문에 대한 토의를 원하는 회원은 2011년 9월 30일까지 그 내용을 학회로 보내주시기 바랍니다. 저자의 검토 내용과 함께 논문집에 게재하여 드립니다.

에 대한 수학적 모델들이 제시되어지고 있다 (Zienkiewicz 등, 1990; Coussy, 1995; Olivella 등, 1996; Lewis 등, 1998).

암반의 상호의존적(coupled) 거동해석을 위한 프로그램은 TOUGH-FLAC, GeoSys/Rockflow, THAMES 등이 있으며(Rutqvist 등, 2009), 흙에 대한 수치도구로는 CODE-BRIGHT, COMES-GEO가 있다. 하지만, 각각의 유한요소 코드는 지배방정식에 다양한 종류의 물질의 흐름 중 일부분만을 선별적으로 채택하고, 여러 가정들을 도입하여 지배수식을 간략화 하였다(Rutqvist 등, 2001). 특히, 흙에 대한 프로그램들은 역학구성관계 및 유체흐름에 있어서 암반과는 전혀 상이한 구성모델로 수치해석을 수행하여야 하고, 흙에 대한 역학구성관계는 아직 전용력해석이나, 불완전한 유효응력에 의한 모델들을 사용하고 있다(Alonso 등, 1990).

본 논문에서는 흙, 물, 공기에 대한 질량보존의 법칙, 에너지 보존법칙, 그리고 하증평형 조건식으로부터 불포화지반의 열-수리-역학 거동에 대한 상호의존적 지배방정식을 유도하였다. Galerkin 간략화와 시간적분으로부터 주 변수인 변위( $u$ ), 가스압( $P_g$ ), 유체압( $P_l$ ), 온도( $T$ )를 Newton의 반복과정을 이용하여 구할 수 있도록 하였다. 개발된 수치도구를 이용하여 다공질재료에서 2상 흐름 문제에 대한 예제해석을 수행하였다.

## 2. 지배방정식(Governing equations)

### 2.1 일반적인 가정과 질량보존의 법칙

다공질 불포화 재료에 대한 지배 방정식의 수식화를 위해 다음과 같이 가정하였다.

첫째로, 다공질 재료는 기체(gas), 액체(liquid), 그리고 고체(solid)의 3상으로 이루어져 있으며, 흙입자(solid) 이 외의 공극은 물(water)과 공기(gas)로 채워져 있다.

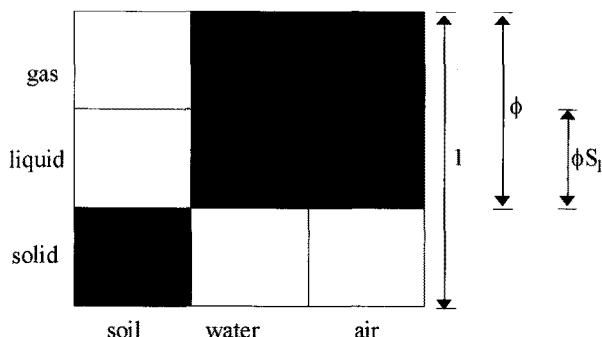


그림 1. 흙의 3상 Phase diagram

흙입자는 고체(solid)상태로만 존재하며, 물(water)은 액체(liquid water)와 기체(water vapor)로 존재하고, 공기(air)는 기체(dry air)와 액체(dissolved air) 상태로 존재할 수 있다. 그리고 기체(gas phase)는 건조공기와 수증기로 구성된 이상화된 혼합기체(ideal gas)로 가정한다(그림 1).

둘째로, 기체, 액체, 고체로 구성된 다공질 재료의 역학적 거동은 흙 골격(solid skeleton)에 의해 전달되는 유효응력(effective stress), 국부적인 압력(local gas and liquid pressure), 그리고 온도(Temperature)에 의해 결정된다.

셋째로, 3상으로 이루어진 재료들은 국부적으로 온도 평형조건에 있으므로, 같은 지점에서의 3상의 온도는 동일하다고 가정한다.

마지막으로 일반적인 지배방정식을 유도하기 위해 거시적 접근법(macrosopic approach)을 사용하였다. 따라서 다공질 재료는 국부적인 양을 체적평균의 양으로 대체하는 등가 연속체로 가정하였다.

위와 같은 가정들을 바탕으로 5가지의 지배방정식들과 일련의 구성관계식을 통하여 다공질 재료의 THM 거동특성을 수식화할 수 있다.

다양한 종류의 물질이동에 대한 거시적인 평형방정식은 다음과 같이 일반화된 편미분 방정식으로 정리할 수 있다(Bear, 1990; 그림 2).

$$\frac{\partial \rho^\psi}{\partial t} + \nabla \cdot j^\psi = 0 \quad (1)$$

여기서,  $\psi$ 는 다공질 재료의 종류(예로, 흙입자, 물, 공기)을 나타내며,  $\rho^\psi$ 는 그 종류의 단위체적당 질량을 나타낸다. 그리고  $j^\psi$ 는 해당 종류의 질량 흐름(mass flux, (mass of species)/(area×time))으로 이류(advection)형태와 비-이류(non-advection)형태 2가지를 모두 포함한다.

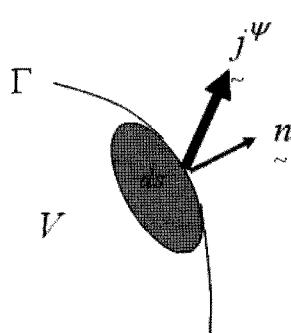


그림 2. 질량흐름의 평형상태

## 2.2 흙입자의 질량보존의 법칙

고체상태로만 존재하는 흙입자에 대한 질량보존의 법칙(mass balance equation)은 다음과 같이 정리할 수 있다(식 (1)에서 단위체적당 흙입자의 무게  $\rho^w = \rho_s(1-\phi)$ ,  $j^w = \rho^w \dot{u} = \rho_s(1-\phi)\dot{u}$ ).

$$\frac{\partial}{\partial t} [\rho_s(1-\phi)] + \nabla \cdot [\rho_s(1-\phi) \dot{u}] = 0 \quad (2)$$

여기서,  $\rho_s$ 는 흙입자의 단위 질량이며,  $\phi$ 는 흙의 간극률(porosity), 그리고  $\dot{u}$ 는 흙입자의 변위 속도이다.

## 2.3 물의 질량보존의 법칙

물(water)은 액체상태(liquid water)와 기체상태(water vapor)로 존재할 수 있으므로, 두 가지 상태를 일반화된 질량보존의 법칙을 이용하여 지배방정식을 유도하였다(식 (1)에서 단위체적당 물의 무게  $\rho^w = \rho_l^w \phi S_l + \rho_g^w \phi(1-S_l)$ ).

$$\frac{\partial}{\partial t} [\rho_l^w \phi S_l + \rho_g^w \phi(1-S_l)] + \nabla \cdot \left[ \rho_l^w \phi S_l \dot{u} + \rho_l^w q + i_l^w + \rho_g^w \phi(1-S_l) \dot{u} + \rho_g^w q + i_g^w \right] = 0 \quad (3)$$

여기서  $\rho_l^w$ 는 액체 단위 체적당 물의 질량을 나타내며,  $S_l$ 는 공극(void)에서 액체(liquid)의 포화도를 나타내며,  $q$ 과  $i$ 는 액체 상태와 기체 상태의 단위면적당 유량(flow rate)이며, 그리고  $i_l^w$ ,  $i_g^w$ 는 물의 액체와 기체 상태에서의 분자확산(molecular diffusion)과 분산(mechanical dispersion)을 고려할 수 있는 비이류 유량(non-advection flow rate) 항목이다. 단위면적당 액체의 유량  $q$ 은 액체 압력( $P_l$ )을 이용하여 다음과 같이  $-\frac{k_l}{\gamma_l}(\nabla P_l - \gamma_l g)$  표현할 수 있다.

물의 질량보존의 법칙(식 (2))에 관한 지배방정식에서 흙의 공극이 물로 완전히 포화되고 비-이류 유량을 무시하는 경우, 식 (4)와 같은 압밀방정식으로 간략화되어 유도된 식을 검증할 수 있다.

$$\nabla \cdot \dot{u} + \nabla \cdot q = 0 \quad (4)$$

## 2.4 공기의 질량보존의 법칙

공기(air)는 일반적으로 기체상태(dry air)와 액체상

태(dissolved air)로 존재할 수 있으므로, 일반화된 질량보존의 법칙을 이용하여 공기에 대한 편미분 지배방정식을 유도하였다(식 (1)에서 단위체적당 공기의 무게  $\rho^w = \rho_l^a \phi S_l + \rho_g^a \phi(1-S_l)$ ).

$$\frac{\partial}{\partial t} [\rho_l^a \phi S_l + \rho_g^a \phi(1-S_l)] + \nabla \cdot \left[ \rho_l^a \phi S_l \dot{u} + \rho_l^a q + i_l^a + \rho_g^a \phi(1-S_l) \dot{u} + \rho_g^a q + i_g^a \right] = 0 \quad (5)$$

여기서  $\rho^a$ 는 단위 체적당 액체상태 공기(dissolved air)의 질량을 나타내며, 단위면적당 기체의 유량  $q$ 는 기체압력( $P_g$ )를 이용하여  $-\frac{k_g}{\gamma_g}(\nabla P_g - \gamma_g g)$ 으로 표현할 수 있다.

## 2.5 에너지 보존의 법칙

에너지 보존의 법칙은 엔탈피 평형(enthalpy balance)을 이용하여 표현할 수도 있으나, 내부 에너지(internal energy)를 이용하여 표현하는 것이 용이하다(Olivella 등, 1996; Lewis 등, 1998). 고체, 액체, 그리고 기체의 다공질 재료에 대한 에너지 보존 방정식을 일반화된 평형방정식을 이용하여 유도하였다.

$$\frac{\partial}{\partial t} [(1-\phi)\rho_s E_s + \phi S_l \rho_l E_l + \phi(1-S_l) \rho_g E_g] + \nabla \cdot \dot{E} + \nabla \cdot \left[ (1-\phi)\rho_s E_s \dot{u} + \phi S_l \rho_l E_l \dot{u} + \left( \rho_l^w q + i_l^w \right) E_l^w + \left( \rho_g^w q + i_g^w \right) E_g^w \right] + \phi (1-S_l) \rho_g E_g \dot{u} + \left( \rho_g^w q + i_g^w \right) E_g^w + \left( \rho_g^a q + i_g^a \right) = 0 \quad (6)$$

여기서,  $E$ 는 흙입자 (고체)의 단위질량당 내부에너지이며, 다공질 재료에서 열전도(heat conduction)에 의한 에너지 전달은 Fourier의 법칙( $\dot{E} = -\lambda \nabla T$ )을 이용하여 산정하였다.

유도된 지배방정식을 검증하기 위하여, 고체로만 이루어진 재료에서 변위( $\dot{u}$ )를 무시할 경우 식 (6)은 식 (7)과 같은 잘 알려진 에너지 평형방정식으로 간략화됨을 알 수 있다.

$$\frac{dT}{dt} = \alpha \nabla^2 T \quad (7)$$

여기서, 열확산 계수(thermal diffusivity)는  $\alpha = \frac{\lambda}{\rho_s C_s^s}$ 이고,  $C_s^s$ 는 고체의 열용량(heat capacity)을 나타낸다.

## 2.6 모멘트 보존의 법칙

거시적인 힘평형 방정식으로부터 다음과 같은 전응력에 대한 지배방정식을 얻을 수 있다.

$$\nabla \cdot \sigma + \rho_m g = 0 \quad (8)$$

여기서, 전응력  $\sigma = \sigma' - P_g \mathbf{1} + \chi(S_l)(P_g - P_l) \mathbf{1}$ 이며, 유효응력( $\sigma'$ )은 인장응력이 양의 값이고, 유체압( $P_l$ )과 공기압( $P_g$ )은 압축 양의 값이다.

## 2.7 지배방정식의 수식화

제시된 5개의 지배방정식들(식 (2), (3), (5), (6), (8))을 정리하기 위해, 먼저 식 (9)의 입자속도(solid velocity,  $\dot{u}$ )에 관한 재료시간미분(material time derivative)의 정의를 지배방정식들에 대입하였다. 그리고 지배방정식들을 정리하면 4개의 주변수들( $\dot{u}, P_g, P_l, T$ )에 대한 상호의존적 지배방정식을 유도할 수 있다(부록 참조).

$$\frac{d}{dt}(\bullet) = \frac{\partial}{\partial t}(\bullet) + \nabla(\bullet) \cdot \dot{u} \quad (9)$$

상호의존적 지배방정식들을 임의의 시간  $t^{(n)}$ 과  $t^{(n+1)}$  사이에서 시간 적분하고자 할 때, 식 (10)과 같이 일반화된 사다리꼴 법칙으로 시간적분을 수행하고 Newton의 반복과정을 이용할 수 있도록 근사화시켰다.

$$\int_{t^{(n)}}^{t^{(n+1)}} P_l dt \approx (t^{(n+1)} - t^{(n)}) [\theta P_l^{(n+1)} + (1-\theta) P_l^{(n)}] \\ \approx \Delta t [\theta P_l^{(n,i+1)} + (1-\theta) P_l^{(n)}] = \Delta t [P_l^{(n)} + \theta \Delta P_l + \theta dP_l] \quad (10)$$

위 식에서  $\theta$ 는 안정성(stability)과 정확성(accuracy)을 지배하는 적분계수 값이고,  $\theta \geq 1/2$ 일 때 무조건 안정한(unconditionally stable) 해를 구할 수가 있다.

마지막으로 시간 적분된 지배방정식의 수식화에 보간(discretization in space)함수를 도입하여, 주 변수  $\mathbf{D}(\dot{u}, P_g, P_l, T)$ 에 관하여 표현하면 다음과 같은 행렬 형태의 방정식을 얻을 수 있다.

$$\mathbf{K}^{(n,i)} d\mathbf{D}^{(n,i+1)} = (\mathbf{F}_{\text{EXT}})^{(n+1)} - \mathbf{F}_{\text{INT}}(\mathbf{D}^{(n,i)}) \quad (11)$$

여기서  $\mathbf{K}^{(n,i)}$ 는 시간  $t^{(n,i)}$ 에서의 비대칭 접선 강성행렬이고, 우측항은 잔여(residual) 하중벡터이다.

## 2.8 일반적인 구성방정식(Constitutive laws) 및 제약 조건(constraints)

불포화 다공질 재료에 대한 THM 수식화에 필요한 수리학적, 열적, 그리고 역학적 구성관계식들을 정리하면 다음과 같다.

역학적 구성방정식(mechanical constitutive law)은 변형률( $d\varepsilon$ ), 공기압과 유체압의 차이(suction,  $s = P_g - P_l$ ), 그리고 온도 변화( $dT$ )로부터 유효응력 증분( $d\sigma'$ )을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$d\sigma' = D^{\text{ep}} : d\varepsilon - W ds - R dT \quad (12)$$

수리학적 구성관계식(hydraulic constitutive law)은 suction ( $s = P_g - P_l$ )과 포화도( $S_l$ ) 관계를 결정하는 SWCC 곡선, 간극비( $e$ )와 포화도( $S_l$ )로부터 유체와 기체의 투수계수( $k_l, k_g$ )를 산정하는 관계식, 물과 공기의 액체와 기체 상태에서의 molecular diffusion과 mechanical dispersion을 산정하는 관계식이 필요하다.

열적 구성 관계식(thermal constitutive law)은 Fourier 법칙에 적용되는 열전도계수( $\lambda$ ), 그리고 온도( $T$ )에 따른 내부에너지 변화에 관련된 관계식들이 필요하다.

다공질 재료에서 물질의 상의 변화(phase change, 물의 응축 및 증발 등)는 주어진 문제의 특성 시간(characteristic time)보다 빨라서, 항상 국부적인 평형조건(local equilibrium)에 있다고 가정한다. 이러한 가정은 평형제약조건(Equilibrium restrictions)으로 표현되며, 주어진 문제의 방정식의 수를 줄인다(Gens 등, 2001). 첫번째 조건은 물속에 녹아있는 공기(dissolved air in the water)의 양을 정의하기 위해 Henry의 법칙  $\rho_l^a = \frac{\bar{P}_g^a}{H} \frac{M_g^a}{M_g^w} \rho_l$ 을 적용하였으며, 여기에서  $\bar{P}_g^a$ 는 절대증기압이다. 두번째 조건은 기체상태에서의 증기압(vapor pressure)은 psychrometric의 법칙( $P_g^w = P_g^{ws} \exp \left[ -\frac{M_g^w}{\rho_l RT} (P_g - P_l) \right]$ )에 의해 결정된다고 가정한다. 여기에서  $P_g^{ws}$ 는 주어진 온도에 의해 결정되는 포화 증기압이다.

## 3. 적용 예제

일반적인 포화 압밀 해석( $\dot{u} - P_l$  coupling)이나 온도해석( $T$ )에 대해서는 이론식들과 비교하여 개발된 프로그램을 검증하였다. 하지만, 변형하는 다공질재료에서 2상흐름에 대

해서는 정해가 아직 존재하지 않아서(Schrefler 등, 2001), 개발된 프로그램의 안정성을 검증하기 위해서 3가지 대상 문제에 대해 수치해석을 수행하고 이에 대해 논의하였다.

### 3.1 일차원 배수(one dimensional de-saturation)

첫번째 예제는 균질한 1차원 모래기둥(sand column)

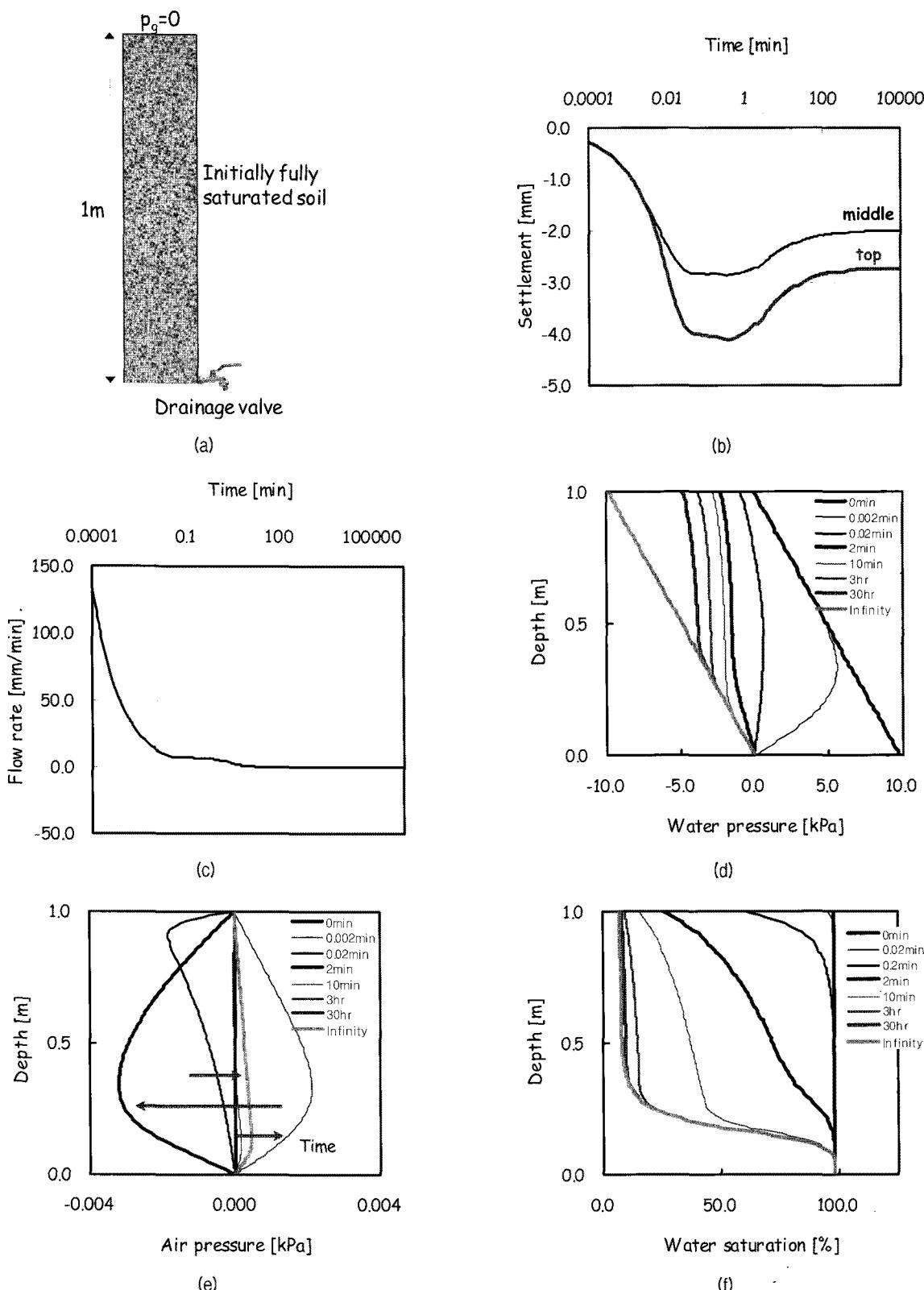


그림 3. 1차원 배수실험(사용 물성치 표 1 참조). (a) 해석 경계조건, (b) 기둥 중간위치와 상부에서의 시간에 따른 침하량, (c) 시간에 따른 단위시간당 배수 유량(flow rate)의 변화, (d) 시간에 따른 수압분포의 변화, (e) 시간에 따른 공기압분포의 변화, (f) 시간에 따른 포화도의 변화

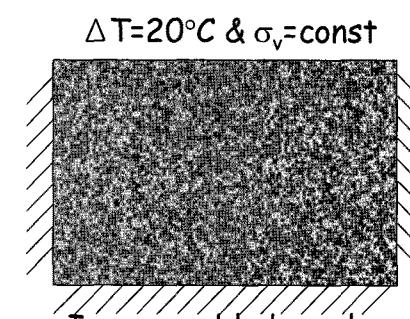
의 배수해석이다(Liakopoulos, 1965; Laloui 등, 2003). 초기에 완전 포화된 모래기둥( $H=1m$ )은 상부에서  $P_f=0kPa$ 의 수압과 하부에서는  $P_f=9.8kPa$ 의 정수압 분포를 갖는다(그림 3(a)). 바닥에 위치한 배수밸브를 열어 배수를 시키면서(하부 수압  $P_f=0kPa$ 로 조정), 시간에 따른 유량과 기둥내부의 수압, 공기압, 변위의 변화에 대한 수치해석을 수행하였다.

수치해석 결과, 주어진 지반 물성치에 대해 침하량과 배수유량의 변화는 실험초기(1분 이내)에, 공기압과 포화도의 변화는 1시간 정도 후에 완료되지만, 간극수압은 최종평형상태에 도달하는데 상당히 긴 시간이 소요됨을 알 수 있다. 그림 1(b)에서 침하량이 실험 시작후 1분 내에서 최대로 발생한 후 다시 회복하는 것은 배수시작 직후 연직방향 수두경사가 최대로 발생한 후 감소하기 때문이다. 수압은 초기의 정수압 상태에서 시작하여 최종단계(steady state)에는 기둥의 바닥에서 zero의

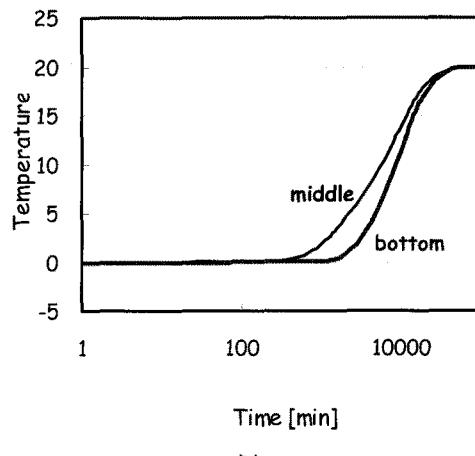
간극수압을 그리고 상부에서는  $-9.8kPa$ 의 값을 갖는 직선적인 음의 간극수압 분포를 보인다(그림 3(d)). 시간에 따른 공기압의 변화는 상대적인 크기가 수압에 비해 작지만, 배수직후 물의 급격한 연직흐름에 의해 하단부에서 양의 값을 갖다가 물의 흐름의 감소에 의해 음의 값을 일시적으로 갖은 후 최종적으로 안정한 상태에 도달한다(그림 3(e)). 최종단계에서 깊이에 따른 포화도의 분포는 깊이를 suction으로 환산할 때 함수특성곡선(SWCC곡선)에 도달함을 알 수 있다(그림 3(f)).

### 3.2 온도 압밀(Non-isothermal consolidation)

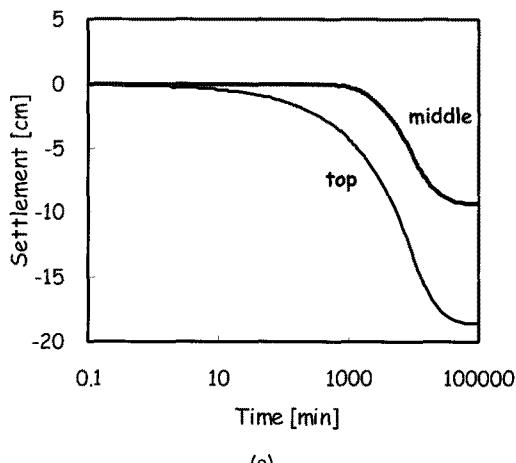
두 번째 예제는 균등하중을 받고 있는 포화된 1차원 기둥 상부에 온도 하중을 가했을 때 온도 확산, 침하량 및 수압분포의 변화에 대한 수치해석이다. 온도에 의한 체적수축계수( $\alpha_T$ )는 기준의 점토에 대한 온도압밀실험으로



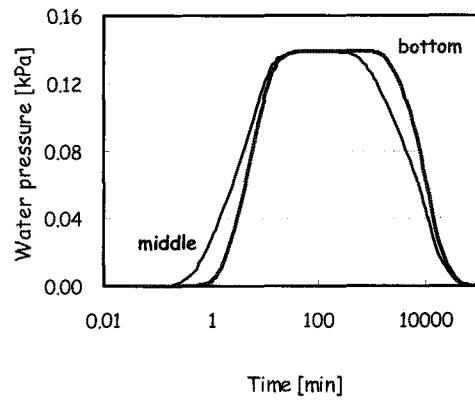
(a)



(b)



(c)



(d)

그림 4. 1차원 단성 온도압밀(시용 물성치 표 1 참조). (a) 해석 경계조건, (b) 기둥 중간위치와 하부에서의 시간에 따른 온도 증가량, (c) 시간에 따른 침하량 변화, (d) 시간에 따른 과잉간극수압의 변화

제안된 식( $\Delta e/\Delta T=0.048+0.088PI$ )을 이용하였다(Demars 등, 1982; Del Olmo 등, 1996). 시료는 초기에 균등한 유효응력과 온도 분포를 가지며, 간극수압의 소산은 기둥 상부로만 이루어지는 것으로 가정하였다. 실험시작 후 기둥상부의 온도를  $20^{\circ}\text{C}$  상승시킨 후 일정하게 유지하면서 시간에 따른 온도, 변위, 과잉간극수압 변화를 예측하였다.

사용한 점성토의 열물성치로부터 산정된 열확산계수  $\alpha=5.6\times10^{-7}\text{m}^2/\text{s}$ 으로 기둥의 하부의 온도가  $10^{\circ}\text{C}$  상승하기 위한 시간계수는  $T_v=0.379$ 이고 소요시간은  $t=T_v\times H^2/\alpha$ 는  $\sim10^4\text{min}$ 임을 해석 결과에서 확인할 수 있다(그림 4(b)). 열수축에 의한 중앙부에서의 연직방향 침하량은 지체된 온도확산으로부터  $\sim10^3\text{min}$  이후부터 시작되고, 최종상태에서는 균등한 온도분포에 의한 동일한 연직방향 변형률에 의해 표면 침하량의  $1/2$ 이 됨을 확인할 수 있다(그림 4(c)). 더불어 온도에 의한 체적수축은  $10\sim10^3\text{min}$  시간에 기둥내에 과잉간극수압이 발생시킨 후 최종상태에 소산됨을 알 수 있다(그림 4(d)).

### 3.3 지표면 온도 변화에 의한 말뚝기초의 영향 (Thermal effect around the pile foundation)

지표면의 온도변화에 의한 지반내부의 영향깊이는 열확산 방정식(thermal diffusion equation, 식 (7))으로부터 시간과 깊이에 따른 1차원 온도확산 이론식을 구할 수 있다.

$$T(z,t)=T_{z=0}(1-z/L)-2T_{z=0}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin(n\pi z/L)}{n\pi}\exp\left[-n^2\pi^2\frac{\alpha t}{L^2}\right] \quad (13)$$

식 (13)에서 12시간 동안 지표면온도가 지속되었을 때 (흙의 열확산 계수  $\alpha=1.2\times10^{-6}\text{m}^2/\text{s}$ , 일정온도 유지깊이  $L=20\text{m}$ 로 가정), 지표면 온도의 10%가 증가되는 깊이는  $0.52\text{m}$ 로 일교차에 의한 열의 영향범위는 지표면에 제한됨을 알 수 있다. 하지만 열의 확산이 용이한 이질재료(특히, 강관말뚝)가 지반에 설치되었을 때, 말뚝의 주위 지반에 대한 추가 온도 영향은 간극수압(투수계수가 낮은 지반)과 말뚝주변 전단력의 변화를 유발할 수 있다.

말뚝 설치에 의한 주변지반으로 열확산 정도를 확인

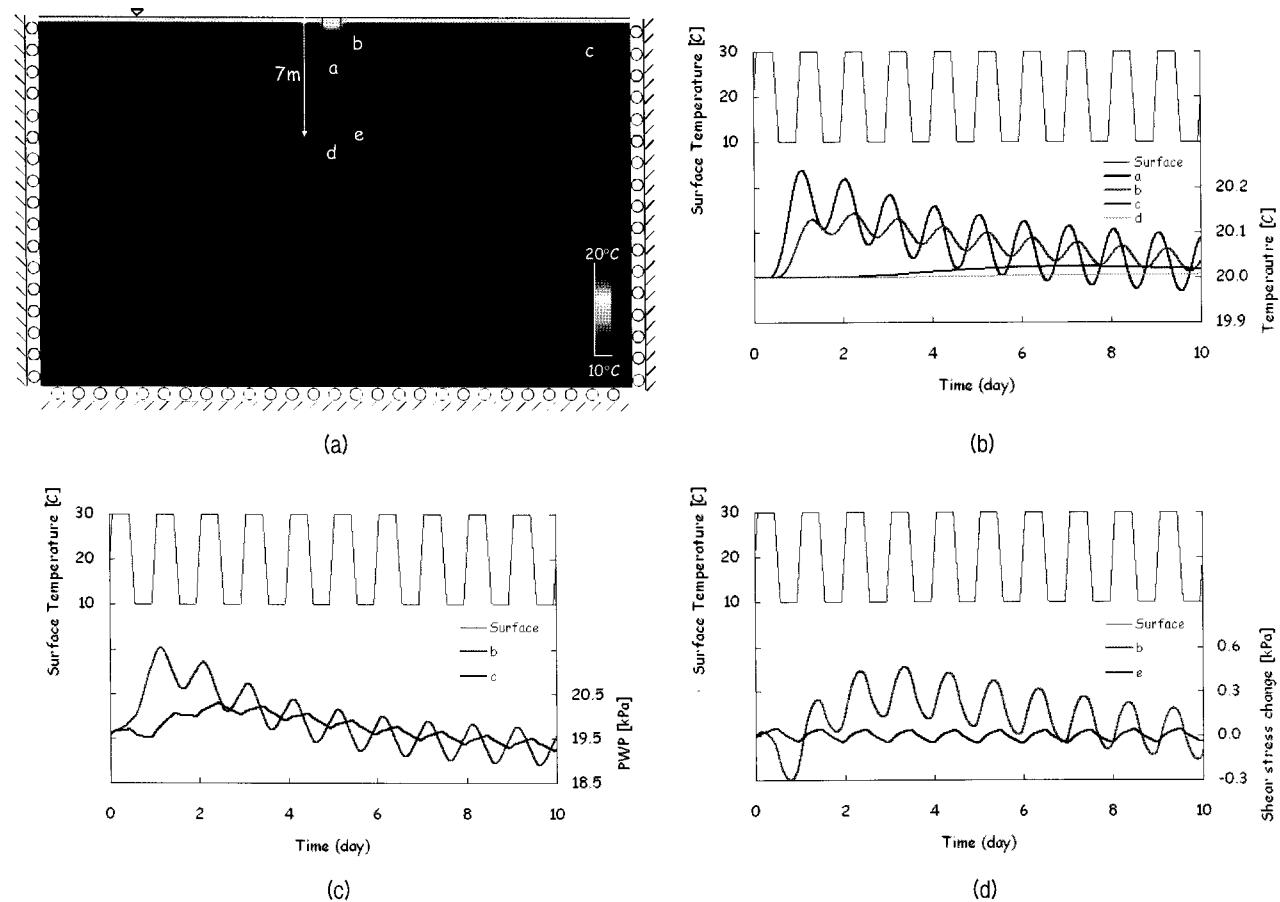


그림 5. 지표면 온도 변화에 의한 말뚝기초의 영향(사용 물성치 표 1 참조). (a) 10일 경과후의 말뚝과 주변지반의 온도분포, (b) 시간경과에 의한 각 위치에서의 온도변화, (c) 시간경과에 의한 간극수압 변화, (d) 말뚝주변의 전단응력 변화

하기 위해 강관말뚝(길이=7m, 반경=0.5m)이 포화된 지반에 설치되고, 지표면 평균온도 20°C와 일교차 20°C에 의한 말뚝과 주변지반의 열, 간극수압, 그리고 전단응력 변화에 대한 수치해석을 수행하였다.

그림 5(a)는 10일 동안의 일교차 발생 후 평균온도에 도달했을 때의 말뚝과 주변지반의 온도분포를 나타낸 것으로, 일교차에 의한 온도영향범위에 매우 지표면에 국한되며 말뚝과 그 주변에서만 조금 더 깊은 것을 알 수 있다. 지표면에서 10°C의 온도차이가 발생할 때(그림 5(b)), 2m깊이에서의 말뚝과 말뚝 주변의 온도 영향은 0.1°C 이하로 나타나고("a", "b"), 깊이가 깊어질수록 온도 영향은 급격히 감소하며 온도 변화주기 또한 상당히 길어짐을 알 수 있다("d"). 간극수압을 변화하는 말뚝 주변("b", 지표면으로부터 2m 깊이)에서 말뚝영향 범위를 벗어난 위치("c")보다 크게 나타났으며, 지표면 온도 변화주기와 같은 주기를 보이고 있다(그림 5(c)). 그리고 지표면 온도 변화에 의한 말뚝주변 흙의 전단응력 변화는 지표에 가까울수록 크게 나타나며, 장기 해석결과 일정한 주기와 크기를 갖는 것으로 나타났다(그림 5(d)).

일반적인 환경조건인 아닌 극한지에서도 지표면의 기온변화에 의한 온도의 영향범위가 지표면에 국한될 것으로 판단된다. 하지만, 큰 열확산 계수를 갖는 말뚝

이 설치된 지반에 온도지속시간이 장기화될 경우 과잉 간극수압이 소산되지 않고 누적될 수 있으며, 지반의 온도변화에 의해 물의 상(phase)이 변할 경우 강도와 배수 측면(낮은 투수계수)에서 말뚝의 지지력 감소를 초래할 수 있을 것으로 판단된다.

#### 4. 결 론

지반공학과 관련된 다양한 분야에서 흙의 거동이 응력, 수리, 열에 의해 동시에 지배되는 문제들이 대두되면서 이러한 문제들을 해결하기 위한 수치도구 개발의 필요성이 증가하고 있다. 본 논문에서는 불포화지반에 대한 열-수리-역학 거동을 수식화를 하였다. 흙, 물, 공기에 대한 질량보존의 법칙, 에너지 보존법칙, 그리고 하중평형 조건식으로부터 상호의존적 지배방정식을 유도하고, Galerkin 간략화와 시간적분으로부터 주 변수인 변위( $u$ ), 가스압( $P_g$ ), 유체압( $P_l$ ), 온도( $T$ )를 Newton의 반복과정을 이용하여 구할 수 있는 유한요소 프로그램을 작성하였다. 개발된 프로그램은 변형하는 다공질재료에서 2상흐름 문제 중 일차원 배수실험( $u$ - $P_g$ - $P_l$  coupling), 온도 압밀( $u$ - $P_l$ - $T$  coupling), 그리고 지표면 온도변화에 의한 말뚝의 주변지반에 대한 영향( $u$ - $P_l$ - $T$  coupling)

표 1. 예제해석에 사용된 물성치

구 분	종 류	물 성 치
3.1절 (그림 3)	역학적	$E=1.0 \times 10^3 \text{ kPa}, v=0.3$
	수리학적	Water retention curve $\lambda=0.8, P_0=2.0 \text{ kPa}, S_{l\max}=0.98, S_{l\min}=0.08$ (van Genuchten model) $S_e = \frac{S_l - S_{l\min}}{S_{l\max} - S_{l\min}} = \left( 1 + \left( \frac{P_g - P_l}{P_0} \right)^{\frac{1}{1-\lambda}} \right)^{-\lambda}$ Intrinsic hydraulic conductivity $k_i=1.5 \times 10^{-3} \text{ m/s}, k_g=8.3 \times 10^{-5} \text{ m/s};$ Relative hydraulic conductivity $\lambda=0.82, S_{l\max}=0.98, S_{l\min}=0.08$ (van Genuchten model) $k_r = \sqrt{S_e} \left( 1 - (1 - S_e^{1/\lambda})^2 \right)^{1/2} k_g = 1 - k_r$
3.2절 (그림 4)	역학적	$E=1.0 \times 10^3 \text{ kPa}, v=0.3, \alpha_T=5.0 \times 10^{-3} \text{ 1/K}$
	수리학적	$K=1.0 \times 10^{-8} \text{ m}^2, \mu_i=1.0 \times 10^{-3} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ $k_i = K \frac{\gamma_i}{\mu_i}$
3.3절 (그림 5)	열적	$\lambda=2.0 \text{ W/m}\cdot\text{K}, C_{p\text{solid}}=750 \text{ J/kg}\cdot\text{K}, C_{p\text{water}}=4200 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$
	역학적	Soil: $E=1.0 \times 10^3 \text{ kPa}, v=0.3, \alpha_T=0.5 \times 10^{-3} \text{ 1/K}$ Steel pile: $E=2.25 \times 10^8 \text{ kPa}, v=0.3, \alpha_T=-12 \times 10^{-6} \text{ 1/K}$
	수리학적	$k_i=5.0 \times 10^{-8} \text{ m/s}$
	열적	Soil: $\lambda=2.0 \text{ W/m}\cdot\text{K}, C_{p\text{solid}}=750 \text{ J/kg}\cdot\text{K}, C_{p\text{water}}=4200 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$ Steel pile: $\lambda=20.0 \text{ W/m}\cdot\text{K}, C_p=450 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$

에 대하여 수치해석을 수행하고 프로그램의 안정성을 확인하였다. 그리고 개발된 프로그램은 일반적인 불포화토의 안정성 해석뿐만 아니라, 극지반의 지반구조물의 안정성 해석, 지열에너지 관련 지반거동 해석 등 흙의 THM 거동 해석이 필요한 다양한 분야에 적용이 가능할 것으로 판단된다.

## 감사의 글

본 연구는 울산대학교 신임교원정착과제(2010-0122) 연구지원으로 수행되었으며, 이에 깊은 감사를 드립니다.

## 참 고 문 헌

- Alonso, E.E., Gens, A., and Josa, A. (1990), "A constitutive model for partially saturated soils", *Geotechnique*, Vol.40, pp.405-430.
- Bear, J. (1990), "Introduction to modeling of transport phenomena in porous media", Dordrecht, Kluwer Academic Publishers.
- Coussy, O. (1995), "Mechanics of porous continua", Chichester, Wiley.
- Del Olmo, C., Fioravante, V., Gera, F., Hueckel, T., Mayor, J.C., and Pellegrini, R. (1996), "Thermo-mechanical properties of deep argillaceous formations", *Engineering Geology*, Vol.41, pp.87-102.
- Demars, K.R., and Charles, R.D. (1982), "Soil volume changes induced by temperature cycling", *Canadian Geotechnical Journal*, Vol.19, pp.188-194.
- Gens, A., and Olivella, S. (2001), "THM phenomena in saturated and unsaturated porous media", *Environmental Geomechanics*, Vol. 5, pp. 693-717.
- Laloui, L., Klubertanz, G., and Vulliet, L. (2003), "Solid-liquid-air coupling in multiphase porous media", *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Vol.27, pp. 183-206.
- Lewis, R.W., and Schrefler, B.A. (1998), "The finite element method in the static and dynamic deformation and consolidation of porous media", New York, John Wiley.
- Liakopoulos, A.C. (1965), "Transient flow through unsaturated porous media", University of California, Berkeley.
- Olivella, S., Gens, A., Carrera, J., and Alonso, E.E. (1996), "Numerical formulation for a simulator (CODE\_BRIGHT) for the coupled analysis of saline media", *Engineering Computations*, Vol.13, pp.87-88.
- Rutqvist, J., Barr, D., Birkholzer, J.T., Fujisaki, K., Kolditz, O., Liu, Q.S., Fujita, T., Wang, W.Q., and Zhang, C.Y. (2009), "A comparative simulation study of coupled THM processes and their effect on fractured rock permeability around nuclear waste repositories", *Environmental Geology*, Vol.57, pp.1347-1360.
- Rutqvist, J., Borgesson, L., Chijimatsu, M., Kobayashi, A., Jing, L., Nguyen, T.S., Noorishad, J., and Tsang, C.F. (2001), "Thermo-hydro-mechanics of partially saturated geological media: Governing equations and formulation of four finite element models", *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, Vol.38, pp.105-127.

- Schrefler, B.A., and Scotta, R. (2001), "A fully coupled dynamic model for two-phase fluid flow in deformable porous media", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol.190, pp.3223-3246.
- Zienkiewicz, O.C., Xie, Y.M., Schrefler, B.A., Ledesma, A., and Bicanic, N. (1990), "Static and dynamic behaviour of soils: A rational approach to quantitative solutions, II, Semi-saturated problems", *Proceedings of the Royal Society of London Series a-Mathematical Physical and Engineering Sciences*, Vol.429, pp.311-321.

(접수일자 2010. 11. 18, 심사완료일 2011. 2. 23)

## 부록. 상호의존적 지배방정식

흙, 물, 공기에 대한 질량보존의 법칙(식 (2), (3), (5)), 에너지 보존법칙(식 (6)), 그리고 하중평형 조건(식 (8))으로부터 최종적 상호의존적 지배방정식을 유도할 수 있다.

우선 흙입자에 대한 질량보존의 방정식(식 (2)에서  $\rho_s$  (흙입자의 단위 중량)이 일정하다고 가정하면 간극률 ( $\phi$ )의 변화는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{d\phi}{dt} = (1 - \phi) \nabla \cdot \dot{\mathbf{u}} \quad (\text{부록-1})$$

식 (부록-1)을 식 (3), (5), (6)에 대입하여 정리하면, 유체압( $P_l$ )에 대한 식 (부록-2), 가스압( $P_g$ )에 대한 식 (부록-3), 온도( $T$ )에 대한 식 (부록-4)의 지배방정식을 얻을 수 있고, 변위( $\dot{\mathbf{u}}$ )에 대해서는 식 (8)을 이용할 수 있다.

$$[\rho_i^w S_i + \rho_g^w (1 - S_i)] \nabla \cdot \dot{\mathbf{u}} + \phi(\rho_i^w - \rho_g^w) \left( C_{SP} \frac{dP_g}{dt} - C_{SP} \frac{dP_l}{dt} + C_{ST} \frac{dT}{dt} \right) + \nabla \cdot \left[ \rho_i^w q + i_l^w + \rho_g^w q + i_g^w \right] = 0 \quad (\text{부록-2})$$

$$[\rho_i^a S_i + \rho_g^a (1 - S_i)] (1 - \phi) \nabla \cdot \dot{\mathbf{u}} + \phi(\rho_i^a - \rho_g^a) \left( C_{SP} \frac{dP_g}{dt} - C_{SP} \frac{dP_l}{dt} + C_{ST} \frac{dT}{dt} \right) + \nabla \cdot \left[ \rho_i^a q + i_l^a + \rho_g^a q + i_g^a \right] = 0 \quad (\text{부록-3})$$

$$[S_i \rho_i E_i + (1 - S_i) \rho_g E_g] \nabla \cdot \dot{\mathbf{u}} + \phi(\rho_i E_i - \rho_g E_g) \left( C_{SP} \frac{dP_g}{dt} - C_{SP} \frac{dP_l}{dt} + C_{ST} \frac{dT}{dt} \right) + [(1 - \phi) \rho_i C_i + \phi S_i (\rho_i^w C_i^w + \rho_i^a C_i^a) + \phi(1 - S_i) (\rho_g^w C_g^w + \rho_g^a C_g^a)] \frac{dT}{dt} + \nabla \cdot \dot{\mathbf{i}} + \nabla \cdot \left[ \left( \rho_i^w q + i_l^w \right) E_i^w + \left( \rho_i^a q + i_l^a \right) E_i^a + \left( \rho_g^w q + i_g^w \right) E_g^w + \left( \rho_g^a q + i_g^a \right) E_g^a \right] = 0 \quad (\text{부록-4})$$

여기서,  $C_{SP}$ 와  $C_{ST}$ 는 SWCC곡선( $s - S_i$ )에서 suction( $s = P_g - P_l$ )과 온도에 대한 기울기를 나타내며,  $C_x^a$ 는 재료  $x$ 의  $\alpha$ 상(phase)에서의 단위열량(heat capacity)이다.