

자기베어링에 대한 다변수 제어계 설계 Multivariable Control System Design for Magnetic Bearing

정광교 · 양주호 · 김창화

K. G. Chung, J. H. Yang and C. H. Kim

(접수일 : 2010. 12. 28, 수정일 : 2011년 2월 7일, 채택확정 : 2011년 2월 7일)

Key Words : Magnetic Bearing(자기베어링), MIMO System(다변수 제어계), Linear Quadratic Regulator(2차 형식 최적 레귤레이터)

Abstract : In order to design the control system of the magnetic bearing for the high speed 3 phase induction motor, the mathematical modeling was conducted and LQ regulator system was designed. When the plant is controllable and detectable, the nominal stability of LQ regulator could be guaranteed. However, LQ regulator doesn't ensure the robustness of stability and performance for the real system because LQ control is the mathematical optimal theory. In this paper to ensure the robustness of stability and performance for the real system, the control systems are designed by the simulation to the variation system parameters and this method was confirmed as an effective means.

1. 서 론

자기베어링은 비접촉 베어링으로서 마찰이나 마모, 윤활유에 의한 오염 등이 없고 윤활이 곤란한 환경, 즉 극저온, 고진공, 클린룸 등에서 적용될 수 있는 베어링으로서 장점이 있고, 코일이 타거나 고장이 발생한 경우에도 다른 전자석의 기능을 저해하는 일이 없다. 이러한 여러 가지 장점 때문에 근본적으로 불안정한 계로서 설계나 보수 관리가 어렵다는 단점을 극복하고 특수한 환경뿐만 아니라 여러 가지 응용분야에 적용되고 있다. 본 연구에서는 실제 자기베어링을 적용한 3상 유도전동기를 제작하고 강인성이 확보될 수 있는 제어계를 실현하기 위하여, 우선 수학적으로 모델링을 한 후 각 요소의 불확실성을 극복하기 위하여 질량, 전류 및 회전수 등의 파라미터를 변화시키면서 시뮬레이션을 수행함으로써 강인한 제어계의 설계를 목표로 하였다.^{1),2)}

2. 수학적 모델링³⁾

본 연구에 이용된 흡인식 자기베어링의 개략도는

양주호(교신저자) : 부경대학교
E-mail : yangjh@pknu.ac.kr, Tel : 051-629-6193
정광교 : 선박안전기술공단
김창화 : 경남정보대학

Fig. 1과 같다.

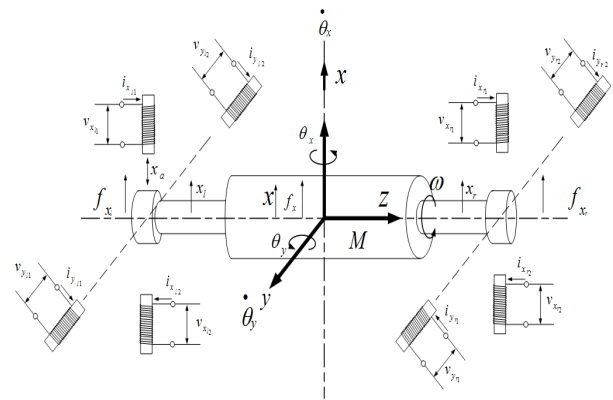


Fig. 1 Magnetic bearing system

2.1 Taylor 급수 전개에 의한 전자력의 선형화
일반적인 흡인식 전자석의 흡인력 f_m 은 식 (1)과 같이 표현된다.

$$f_m = \frac{B^2}{2\mu_0} \times 2S = k \left(\frac{i}{X_0 - x} \right)^2 \tag{1}$$

여기서,

$$k = \frac{N^2 \mu_0 S}{4}, \quad X_0 = \frac{l_\phi}{2\mu_s} + x_a$$

B : 자속밀도, $2S$: 공극의 단면적
 μ_0 : 공기의 투자율, i : 전류

N : 코일의 감은 횟수, l_ϕ : 자로의 길이
 μ_s : 철심의 비 투자율,
 x_a : 공극의 상하간극의 합의 1/2
 x : 평형점으로부터 상측으로의 변위

$$\begin{aligned} x_l &= x - l\theta_y \\ x_r &= x + l\theta_y \end{aligned} \quad (6)$$

$$M\ddot{x} = k_x x + k_\xi i_{xl} + k_\xi i_{xr} \quad (7)$$

여기서, $k_x = k_{xm_l} + k_{xm_r} = \frac{8kI_x^2}{X_0^3}$ 이다.

그리고 x-y 자오면에 대한 병진운동 방정식도 x-z 자오면과 같은 방법으로 다음과 같이 유도된다.

$$M\ddot{y} = f_y = f_{y_l} + f_{y_r} \quad (8)$$

좌, 우에 전자력을 발생시키는 코일이 Fig. 1과 같이 설치된 경우는 식 (9)와 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} f_{y_l} &= k_{ym_l} \cdot y_l + k_{yi_l} \cdot i_{y_l} \\ f_{y_r} &= k_{ym_r} \cdot y_r + k_{yi_r} \cdot i_{y_r} \end{aligned} \quad (9)$$

여기서 y방향 좌우 전자력의 특성이 동일하면,

$$k_{ym_l} = k_{ym_r} = \frac{4kI_y^2}{X_0^3}, k_{yi_l} = k_{yi_r} = \frac{2kI_y}{X_0^2} \text{ 이다.}$$

Fig.1에서 축 중심의 변위 y 와 좌·우측의 변위 y_l, y_r 사이의 관계식은 식 (10)과 같고, 식 (8)에 식 (9)와 식 (10)을 대입하면 병진운동 방정식은 식 (11)과 같이 된다.

$$\begin{cases} y_l = y + l\theta_x \\ y_r = y - l\theta_x \end{cases} \quad (10)$$

$$M\ddot{y} = k_y y + k_{yi_l} i_{y_l} + k_{yi_r} i_{y_r} \quad (11)$$

$$\text{여기서, } k_y = k_{ym_l} + k_{ym_r} = \frac{8kI_y^2}{X_0^3} \text{ 이다}$$

Fig. 1과 같은 자기부상시스템에 대해 식 (1)과 같이 표현되는 흡인력을 x방향의 동작 평형 점($x=0, i_x = I_x$: 평형점에서의 전류)에 대하여 Taylor 급수 전개에 의한 선형화를 하면 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} f_m(x, i_x) &= \frac{ki_{x1}^2}{(X_0 - x)^2} - \frac{ki_{x2}^2}{(X_0 + x)^2} \\ &\cong f(0, I_x) + \frac{\partial f}{\partial x} \Big|_{x=0}^{i_x=I_x} \cdot (x-0) \\ &\quad + \frac{\partial f}{\partial i_x} \Big|_{x=0}^{i_x=I_x} \cdot (i - I) \\ &= \frac{4kI_x^2}{X_0^3} \cdot x + \frac{2kI_x}{X_0^2} \cdot i_x \\ &= k_{xm} \cdot x + k_{xi} \cdot i_x \end{aligned} \quad (2)$$

여기서, i_{x1} 은 x방향 상부 코일에 흐르는 전류이고, i_{x2} 은 x방향 하부 코일에 흐르는 전류로서 $i_x = i_{x1} - i_{x2}$

이고, $k_{xm} = \frac{4kI_x^2}{X_0^3}$, $k_{xi} = \frac{2kI_x}{X_0^2}$ 이다.

y축에 대해서도 같은 방법으로 다음과 같이 구해진다.

$$f_m(y, i_y) = k_{ym} \cdot y + k_{yi} \cdot i_y \quad (3)$$

$$\text{여기서, } i_y = i_{y1} - i_{y2}, k_{ym} = \frac{4kI_y^2}{X_0^3}, k_{yi} = \frac{2kI_y}{X_0^2} \text{ 이다.}$$

2.2 부상체의 병진운동 방정식

Fig.1에서 x-z 자오면에 대한 병진운동 방정식은 다음과 같이 유도된다.

$$M\ddot{x} = f_x = f_{x_l} + f_{x_r} \quad (4)$$

또한, Fig. 1과 같이 좌측 및 우측의 전자력에 의한 전자력은 식 (5)와 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} f_{x_l} &= k_{xm_l} \cdot x_l + k_{\xi_l} \cdot i_{x_l} \\ f_{x_r} &= k_{xm_r} \cdot x_r + k_{\xi_r} \cdot i_{x_r} \end{aligned} \quad (5)$$

여기서 x방향 좌우 전자력의 특성이 동일하면,

$$k_{xm_l} = k_{xm_r} = \frac{4kI_x^2}{X_0^3}, k_{\xi_l} = k_{\xi_r} = \frac{2kI_x}{X_0^2} \text{ 이다.}$$

Fig. 1에서 축 중심의 변위 x 와 좌·우측의 변위 x_l, x_r 사이의 관계식은 식 (6)과 같고, 식 (4)에 식 (5)와 식 (6)을 대입하면 병진운동 방정식은 식 (7)과 같이 된다.

2.3 부상체의 회전운동 방정식

Fig.1에서 x-z 자오면에 대한 회전운동은 y축을 중심으로 하는 회전운동으로 표현되며 다음과 같다.

$$J\ddot{\theta}_y - J_p \omega \dot{\theta}_x = \tau_y = -l \cdot f_{x_l} + l \cdot f_{x_r} \quad (12)$$

식 (12)에 식 (5)와 식 (6)을 대입하면 회전운동 방정식은 식 (13)과 같이 된다.

$$J\ddot{\theta}_y = J_p \omega \dot{\theta}_x + k_x l^2 \theta_y - lk_{xi_l} i_{x_l} + lk_{xi_r} i_{x_r} \quad (13)$$

그리고 y-z 자오면에 대한 회전운동은 x축을 중심으로 하는 회전운동으로 표현되며, 식 (14)와 같이 표현된다.

$$J\ddot{\theta}_x + J_p \omega \dot{\theta}_y = \tau_x = l \cdot f_{y_l} - l \cdot f_{y_r} \quad (14)$$

식 (14)에 식 (9)와 식 (10)을 대입하면 회전운동 방정식은 식 (15)와 같이 된다.

$$J\ddot{\theta}_x = -J_p \omega \dot{\theta}_y + k_y l^2 \theta_x + lk_{yi_l} i_{y_l} - lk_{yi_r} i_{y_r} \quad (15)$$

2.4 전자석 구동용 증폭기를 포함한 전기회로의 방정식

본 연구에 이용된 증폭기는 선형전류 증폭기로서 그 회로는 Fig. 2와 같고, 이회로의 등가 블록선도는 Fig. 3과 같다.

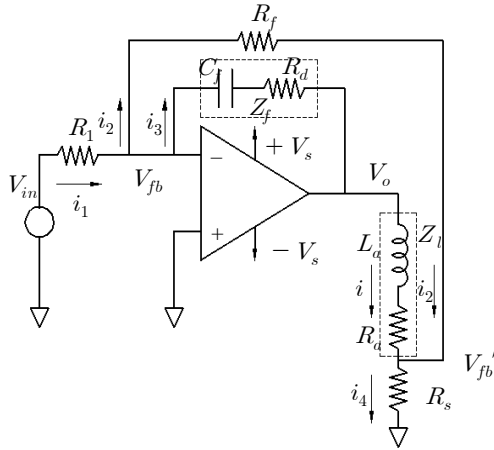


Fig. 2 Linear Current Amplifier

Fig. 2의 선형앰프의 전류방정식은

$$i_1 = i_2 + i_3$$

과 같고, 각각 대입하여 정리하면 V_o 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{V_{in} - V_{fb}}{R_1} &= \frac{V_{fb} - V_{fb}'}{R_1} - \frac{V_{fb} - V_o}{Z_f} \\ V_o &= -\frac{Z_f}{R_1} V_{in} - \frac{Z_f}{R_f} V_{fb}' \quad (\text{단, } V_{fb} \approx 0) \\ &= -\frac{Z_f}{R_1} \left(V_{in} + \frac{R_1}{R_f} V_{fb}' \right) \\ &= -G_{amp} \left(V_{in} + \frac{R_1 R_s}{R_f} i \right) \end{aligned} \quad (16)$$

(여기서 $G_{amp} = \frac{Z_f}{R_1}$, $i \gg i_2$, $i \approx i_4$, $V_{fb}' \approx i R_s$)

한편, 부하 쪽에서 V_o 에 대하여 정리하면 다음과 같다.

$$L_a \frac{di}{dt} + \frac{2kI}{X_0^2} x + R_a i + R_s i = V_o$$

여기서 $k = \frac{N^2 \mu_0 S}{4}$, $X_0 = \frac{l_\phi}{2\mu_s} + x_a$ 로서 식(1)과 같다.

또한 좌변 제2항은 인덕턴스 L 이 변위 x 의 함수인 것을 고려한 것으로 속도 기동력의 항이다. I 는 bias 전류이다.

$$L_a \left(\frac{di}{dt} + \frac{2kI}{L_a X_0^2} x + \frac{R_a}{L_a} i + \frac{R_s}{L_a} i \right) = V_o$$

$$\dot{i} = \frac{V_o}{L_a} - \frac{2kI}{L_a X_0^2} x - \frac{(R_a + R_s)}{L_a} i \quad (17)$$

식 (16)과 식 (17)의 관계를 블록다이어그램으로 표시하면 다음과 같다. 상하 양쪽의 전류앰프와 자기베어링을 합성하면, 결국 식(17)의 속도 기동력 항은 상쇄되어 없어지게 된다.

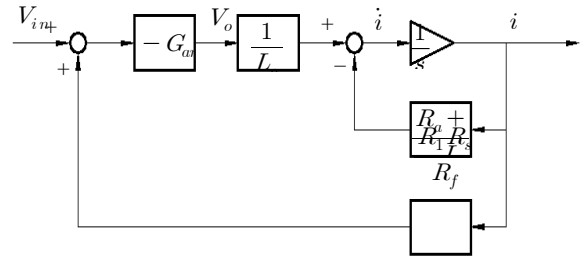


Fig. 3 Block Diagram

Fig. 3의 출력 전류 i 는 식 (18)과 같이 되고, 이 식을 Fig. 1과 같은 좌우에 전자석 코일이 있는 경우에 적용하면 식 (19)와 같이 된다.

$$\begin{aligned} \dot{i} &= -\frac{R_a + R_s}{L_a} i + \left(V_{in} + \frac{R_1 R_s}{R_f} i \right) \frac{(-G_{amp})}{L_a} \\ &= \left(-\frac{R_a + R_s}{L_a} + \frac{R_1 R_s}{R_f} \cdot \frac{(-G_{amp})}{L_a} \right) i + \frac{(-G_{amp})}{L_a} V_{in} \end{aligned} \quad (18)$$

이때 x-z 자오면에 대한 제어전류의 방정식은

$$\begin{cases} \dot{i}_{x_l} = \left(-\frac{R_a + R_s}{L_a} + \frac{R_1 R_s}{R_f} \cdot \frac{(-G_{amp})}{L_a} \right) i_{x_l} + \frac{(-G_{amp})}{L_a} V_{x_l} \\ \dot{i}_{x_r} = \left(-\frac{R_a + R_s}{L_a} + \frac{R_1 R_s}{R_f} \cdot \frac{(-G_{amp})}{L_a} \right) i_{x_r} + \frac{(-G_{amp})}{L_a} V_{x_r} \end{cases} \quad (19)$$

로 표현된다. 또한, y-z자오면의 제어전류에 대한 방정식은 x-z자오면과 동일하게 식 (20)과 같이 표현된다.

$$\begin{cases} \dot{i}_{y_l} = \left(-\frac{R_a + R_s}{L_a} + \frac{R_1 R_s}{R_f} \cdot \frac{(-G_{amp})}{L_a} \right) i_{y_l} + \frac{(-G_{amp})}{L_a} V_{y_l} \\ \dot{i}_{y_r} = \left(-\frac{R_a + R_s}{L_a} + \frac{R_1 R_s}{R_f} \cdot \frac{(-G_{amp})}{L_a} \right) i_{y_r} + \frac{(-G_{amp})}{L_a} V_{y_r} \end{cases} \quad (20)$$

2.5 상태방정식

2.1절에서부터 2.4절 사이에서와 같이 유도된 방정식들을 이용하여 상태 방정식으로 표현하면 식 (21)과 같이 된다.

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \quad (21)$$

3. 제어계의 설계

여기서 $A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}$

$$\mathbf{x} = [x \ \dot{x} \ \theta_y \ \dot{\theta}_y \ i_{x_l} \ i_{x_r} \ y \ \dot{y} \ \theta_x \ \dot{\theta}_x \ i_{y_l} \ i_{y_r}]$$

$$\mathbf{u} = [V_{x_l} \ V_{x_r} \ V_{y_l} \ V_{y_r}]^T$$

$$A_{11} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{k_x}{M} & 0 & 0 & 0 & \frac{k_{x i_l}}{M} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{k_x l^2}{J} & 0 & -\frac{l k_{x i_l}}{J} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\left(\frac{R_a + R_s}{L_a} + \frac{R_1 R_s}{R_f} \frac{(-G_{amp})}{L_a}\right) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{k_{x i_r}}{M} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{l k_{x i_l}}{J} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\left(\frac{R_a + R_s}{L_a} + \frac{R_1 R_s}{R_f} \frac{(-G_{amp})}{L_a}\right) \end{bmatrix}$$

$$A_{12} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad A_{21} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A_{22} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{k_y}{M} & 0 & 0 & 0 & \frac{k_{y i_l}}{M} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{k_y l^2}{J} & 0 & -\frac{l k_{y i_l}}{J} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\left(\frac{R_a + R_s}{L_a} + \frac{R_1 R_s}{R_f} \frac{(-G_{amp})}{L_a}\right) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{k_{y i_r}}{M} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{l k_{y i_l}}{J} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\left(\frac{R_a + R_s}{L_a} + \frac{R_1 R_s}{R_f} \frac{(-G_{amp})}{L_a}\right) \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{G_{amp}}{L_a} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{G_{amp}}{L_a} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{G_{amp}}{L_a} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{G_{amp}}{L_a} \end{bmatrix}$$

3.1 LQ 레귤레이터^{4),5)}

식 (22)로 주어지는 제어대상에 대하여 본 연구에서는 LQR (Linear Quadratic Regulator)에 의한 제어계를 설계한다. LQR의 개요는 다음과 같다.

- 제어대상 :

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \quad (22)$$

- 평가함수 :

$$J = \int (x^T Q x + u^T R u) dt \quad (23)$$

- 제어칙 :

$$\mathbf{u} = -\mathbf{K}\mathbf{x} \quad (24)$$

여기서, $\mathbf{K} = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P}$ 이고 \mathbf{P} 는 식 (25)를 만족하는 양의 한정(positive definite) 해 행렬이다.

$$\mathbf{A}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A} + \mathbf{Q} - \mathbf{P} \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P} = 0 \quad (25)$$

Table 1 Parameter values for analytical model

Parameter	Value	Unit	Parameter	Value	Unit
중력가속도(g)	9.8	m/sec ²	단면적 (S)	2.40E-04	m ²
공기의 투자율 (μ_0)	4 π ×10 ⁻⁰⁷	H/m	공극 (x_a)	0.0003	m
철심의 비 투자율 (μ_r)	2300	-	코일 권선 수 (N)	400	-
질량 (M)	1.3	kg	자로길이 (ℓ_ϕ)	0.103	m
1/2 축 길이 (ℓ)	0.075	m	극관성모멘트(J_p)	2.05727E-05	kgm ²
코일저항 (R_a)	9.50	Ω	관성모멘트 (J)	3.06894E-04	kgm ²
인덕턴스 (L_a)	0.09212	H	$X_0 = \frac{l_\phi}{2\mu_s} + x_a$	3.22391E-04	-
앰프저항 (R_1)	10000	Ω	평행위치의 전류(I)	1.980E-01	A
앰프피드백저항 (R_f)	20000	Ω	$k_x = \frac{8kI_x^2}{X_0^3}$	2.25802E05	-
앰프게인 (G_{amp})	100	-	$k_\xi = \frac{2kI_x}{X_0^2}$	6.49968E01	-
$k = \frac{N^2 \mu_0 S}{4}$	1.20634E-05	-			

3.2 제어대상의 각 계수 값

본 연구에 이용된 자기베어링의 각 계수 값 들은 Table 1과 같다.

3.3 가중치 행렬 Q, R의 값 선정과 계산된 피드

백 게인 K 값⁶⁾

표준 LQ 레귤레이터의 경우, 식 (23)의 Q와 R의 대각 선 성분을 선정하여 평가함수 J가 최소로 되는 제어칙을 구할 수 있다. 본 연구에서는 4가지 경우에 대한 가중치 행렬에 대해 제어계를 설계하고, 응답 시뮬레이션을 행하였다. Case 1은 각 상태변수의 가중치를 동일한 값으로 한 경우이고, Case 2는 속도 상태변수에 하중을

크게 한 경우이며, Case 3은 Case 2의 경우에 대해 제어입력의 제한을 크게 허용한 경우이고, Case 4는 Bryson법⁴⁾에 의한 경우이다.

1) CASE 1 :

$$Q = \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} \\ q_{21} & q_{22} \end{bmatrix}, \quad q_{11} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$q_{12} = q_{21} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad q_{22} = \begin{bmatrix} 1 \cdot 10^8 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 17 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.01 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} 0.01 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.01 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.01 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.01 \end{bmatrix}$$

$$q_{12} = q_{21} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad q_{22} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

2) CASE 2 :

$$Q = \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} \\ q_{21} & q_{22} \end{bmatrix}, \quad q_{11} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$q_{12} = q_{21} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad q_{22} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

3) CASE 3

$$Q = \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} \\ q_{21} & q_{22} \end{bmatrix}, \quad q_{11} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$q_{12} = q_{21} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad q_{22} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} 0.01 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.01 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.01 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.01 \end{bmatrix}$$

4) CASE 4

$$Q = \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} \\ q_{21} & q_{22} \end{bmatrix}, \quad q_{11} = \begin{bmatrix} 1 \cdot 10^8 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 17 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.01 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

위의 네 가지 경우에 대응하는 피드백제어 계인과 그때의 페루프계의 극점 및 질량, 전류, 회전수 등의 파라미터 값을 상하 20% 변동시킬 때 극점의 변화는 Fig. 4 ~ Fig. 11과 같다.^{6),7)}

1) CASE 1

$$K = \begin{bmatrix} -6538.3 & -15.7 & 1165.7 & 0.9 & -3.7 & 2.6 \\ -6538.3 & -15.7 & 1165.7 & -0.9 & 2.6 & -3.7 \\ 0.0 & 0.0 & -2.9 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 2.9 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & -2.9 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & -2.9 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ -6538.3 & -15.7 & -1165.7 & -0.9 & -3.7 & 2.6 \\ -6538.3 & -15.7 & 1165.7 & 0.9 & 2.6 & -3.7 \end{bmatrix}$$

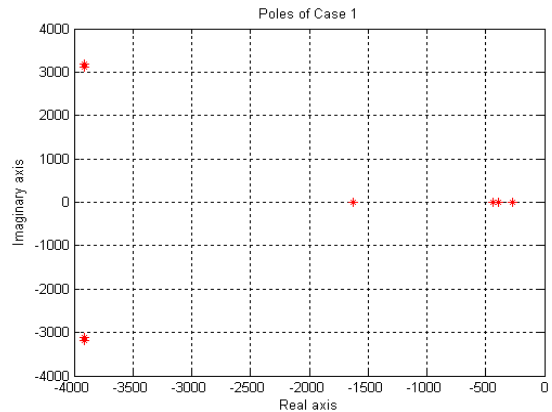


Fig. 4 Closed Loop Poles of Case 1

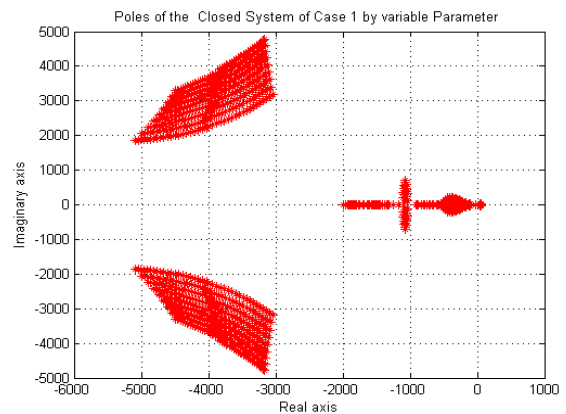


Fig. 5 Closed Loop Pole by Variable Parameter

2) CASE 2 :

$$K = \begin{bmatrix} -7355.9 & -28.5 & 1165.7 & 0.9 & -4.0 & 2.4 \\ -7355.9 & -28.5 & -1165.7 & -0.9 & 2.4 & -4.0 \\ 0.0 & 0.0 & -2.9 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 2.9 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & -2.9 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 2.9 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ -7355.9 & -28.5 & -1165.7 & -0.9 & -4.0 & 2.4 \\ -7355.9 & -28.5 & 1165.7 & 0.9 & 2.4 & -4.0 \end{bmatrix}$$

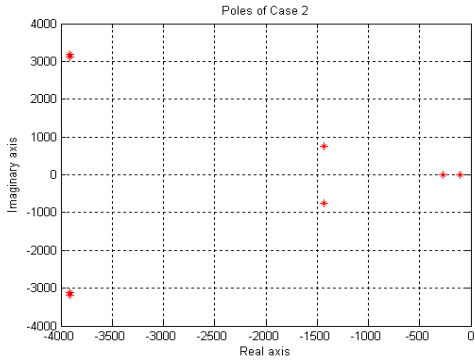


Fig. 6 Closed Loop Poles of Case 2

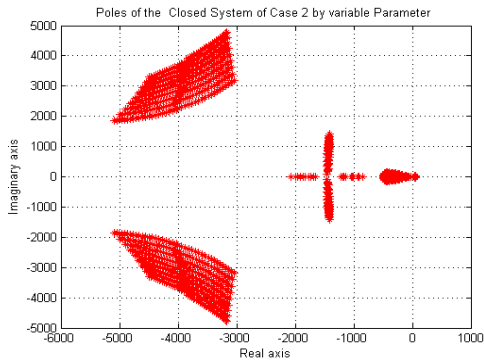


Fig. 7 Closed Loop Pole by Variable Parameter

3) CASE 3 :

$$K = \begin{bmatrix} -38453.0 & -242.0 & 4320.0 & 7.0 & -16.0 & 6.0 \\ -38453.0 & -242.0 & -4320.0 & -7.0 & 6.0 & -16.0 \\ 0.0 & 0.0 & -9.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 9.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & -9.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 9.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ -38453.0 & -242.0 & -4320.0 & -7.0 & -16.0 & 6.0 \\ -38453.0 & -242.0 & 4320.0 & 7.0 & 6.0 & -16.0 \end{bmatrix}$$

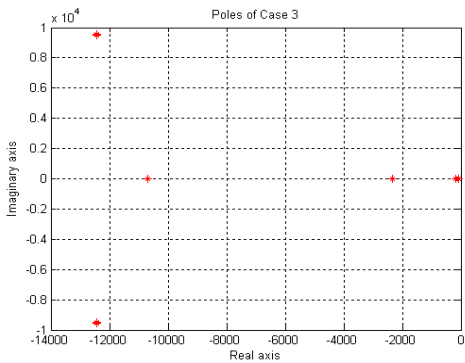


Fig. 8 Closed Loop Poles of Case 4

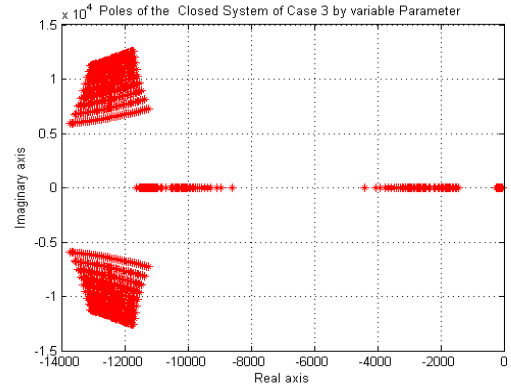


Fig. 9 Closed Loop Pole by Variable Parameter

4) CASE 4 :

$$K = \begin{bmatrix} -74015.0 & -95.2 & 3622.8 & 7.9 & -13.0 & 6.7 \\ -97754.0 & -141.5 & -3949.4 & -6.6 & 6.7 & -15.1 \\ -132.1 & -0.2 & -4.3 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 77.7 & 0.1 & 6.5 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 132.1 & 0.2 & -4.3 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ -77.7 & -0.1 & 6.5 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ -74015.0 & -95.2 & -3622.8 & -7.9 & -13.0 & 6.7 \\ -97754.0 & -141.5 & 3949.4 & 6.6 & 6.7 & -15.1 \end{bmatrix}$$

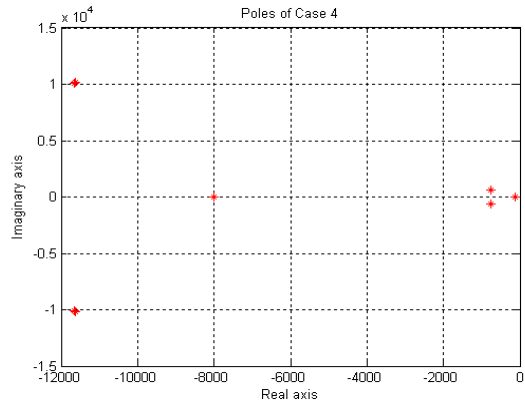


Fig. 10 Closed Loop Poles of Case 4

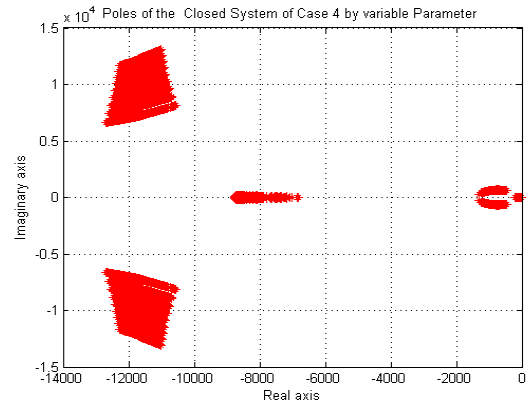


Fig. 11 Closed Loop Pole by Variable Parameter

4. 응답 시뮬레이션 및 고찰

앞 절에서와 같이 설계된 피드백 제어계를 구성한 페루프 제어계의 블록선도는 Fig. 12와 같다. 여기서 d 는 외란을 표시하고 있다.

Case 1 ~ 4의 Q, R에 따라 설계한 공칭모델에 대한 상태피드백 제어계를 Simulink 프로그램으로써 시뮬레이션을 수행하였으며 그 응답은 다음과 같다.⁶⁾

Fig. 13은 로터 축(shaft)의 수직방향(x축 방향) 부상 위치의 초기치에 대한 시뮬레이션 결과, Fig. 14는 \dot{x} 에 임펄스 외란을 가한 경우의 부상체 위치에 대한 시뮬레이션 결과이다.

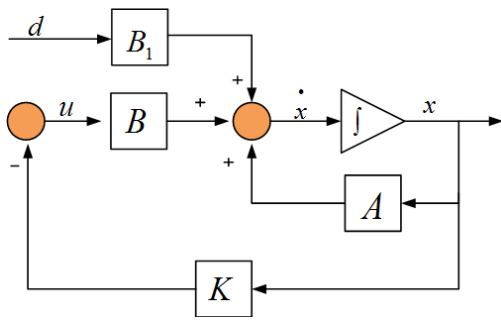


Fig. 12 페루프계의 블록선도

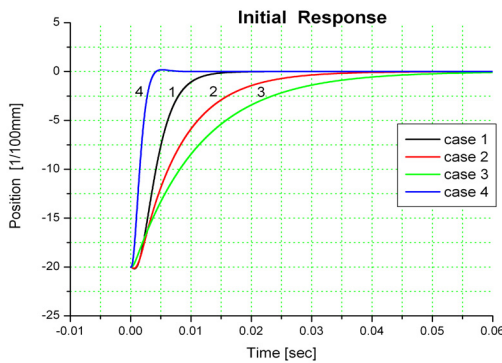


Fig. 13 Initial Response

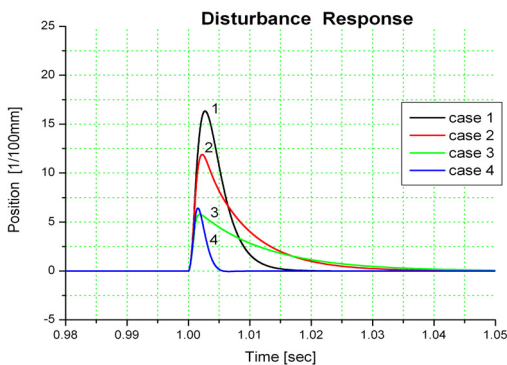


Fig. 14 Disturbance Response

시뮬레이션 결과, Fig. 13, Fig. 14와 같이 공칭안정성은 모두 양호하였으나 질량, 전류 및 회전수 등의 파라미터 값을 상하 20% 변동시킬 때, case 1과 case 2의 경우, Fig. 5 및 Fig. 7과 같이 불안정한 페루프 극점이 나타났다. Case 3의 경우 파라미터 값을 변동시킬 때 Fig. 9와 같이 불안정한 페루프 극점이 나타나지는 않았으나, Fig. 13 및 Fig. 14에서 알 수 있듯이 응답속도가 느렸다. Case 4의 경우 Fig. 11과 같이 파라미터 변동에 따른 불안정한 페루프 극점이 나타나지 않았고 응답속도도 Fig. 13 과 Fig. 14와 같이 양호하였다.

5. 결 과

가중치 행렬 Q, R의 값을 서로 다른 4종을 선정하여 시뮬레이션 한 결과 공칭 안정성은 모두 양호하였으나, 파라미터를 여러 가지로 변화시킬 경우 case 1과 case 2의 경우 불안정한 페루프 극점이 나타났다. case 3의 경우 파라미터 변화에 따른 불안정한 극점이 나타나지는 않았지만 응답속도가 느렸다. case 4의 경우 파라미터의 변화에 따른 불안정한 극점이 생기지 않았고 응답속도도 양호하며, 제어입력도 포화되지 않고 여유가 있음을 알 수 있었다.

제어계의 설계에 있어서 공칭안정성의 확보뿐만 아니라 불확실성에 대하여 충분한 안정성을 확보하기 위하여, 파라미터를 변화시키면서 극점의 변화추이를 설계에 반영하는 방법도 유익한 방법임을 알 수 있었다.

차후 여기서 설계한 제어계를 실제 고속 3상 유도전동기에 적용하여 제어계의 성능을 확인하고자 한다.

참 고 문 헌

1. 김창화 외 4인, 1997, “자기부상계의 변위추정 회로설계에 관한 연구”, 한국동력기계공학회지, 제1권, 제1호, pp. 144~153.
2. 김창화, 양주호, 1998, “2자유도 제어기법에 의한 자기부상계의 센서리스 실현에 관한 연구”, 한국마린엔지니어링학회지, v22. no.6, pp. 888~893.
3. 이동주, 홍준희, 박종권 공역, 2001, “자기베어링의 기초와 응용”, 시그마프레스, 서울, pp. 25~35.
4. 김종식, 1997, “선형 제어시스템 공학”, 청문각, 서울, pp. 399~410.
5. 양주호 외 4인, 2005, “제어시스템의 설계를 위한 자동제어”, 두양사, 서울, pp. 394~397.

6. Bahram Shahian, Michael Hassul, 1993, "Control System Design Using Matlab", Prentice Hall, New Jersey, pp. 117~166.
7. 김창화, 정병건, 양주호, 2010, "불확실성을 고려한 횡축형 자기 베어링 시스템의 로버스트 제어에 관한 연구", 한국마린엔지니어링학회지, 제34권, 제1호, pp. 92~101.