韓國數學敎育學會誌 시리즈 E
<數學敎育 論文集>
제 25집 제 1호, 2011. 2. 207-219

J. Korean Soc. Math. Ed. Ser. E:
Communications of Mathematical Education
Vol. 25, No. 1, Feb. 2011. 207-219

다이어볼릭 큐브(Diabolical Cube)를 활용한 영재교육 자료 개발에 대한 연구

심 상 길 (단국대학교)

본 연구는 영재를 위한 교육 자료 개발을 위해 다이어볼릭 큐브의 특징에 대해 탐구하고, 영재들에게 제공할 수 있는 문제 상황에 따른 다이어볼릭 큐브 활용의 구체적인 예를 제시하였다. 다이어볼릭 큐브는 모든 조각이 평편한 조각으로 구성되어 있어 평면구성 활동과 입체구성 활동이 모두 가능하다. 조각의 선택에서는 사용가능한 조각들의 조합을 모두 찾은 후 포함-배제 방법을 사용하여 시행착오를 줄이는 분석적인 접근으로, 1개 이상의 답이 있는 문제에서 모든 답을 찾을 수 있고, 가장 많은 답을 갖는 모양 찾기와 개방형 문제를 해결할 수 있다. 본 연구에서 제시한 활동의 예를 이용하여 영재들에게 제공할 수 있는 학습 자료와 교사의 발문, 그리고 학생에게 제기할 수 있는 문제 등을 조직할 수 있고, 이를 바탕으로 학생들의 수준이나 요구, 수업의 목표나 목적 등에 따라 단계적으로 계획을 수립하여 수업에 활용할 수 있다.

I. 서 론

영재의 일반적인 행동특성으로는 평균이상의 지능과 높은 창의성, 그리고 이로 인한 신속하고 성취도 높은 학습력, 다양한 지적 흥미와 특수 학업 분야나 특정한 적성 영역에서의 비범한 재능, 강한 자아개념, 과제집착력, 성취가능성과 같은 지적인 특성 등이다. 영재들은 심리적, 행동적 특성에 따라 그들이 나타내 보이는 심리적 욕구도 다양하다. 그들은 무엇보다도 지적으로 새로운 자극과 도전을 받고 싶어 하며, 평범하고 일반적인 것보다는 창의적이고 혁신적인 것을 좋아한다(송상헌, 2000). 또한, 영재들은 보통 사람들이 발견/발명해 내지 못한 새로운 것들을 발견/발명해 내며, 이를 통하여 인간 이해력과 정신의 지평이 확대된다. 수학 영재들은 새로운 수학적 사실, 진리를 발견해 내며, 이를 통하여 수학적 내용의 깊이와 수학적 사고력이 발전한다(김홍원 외, 1997). 따라서 영재를 위한 학습 자료는 새로운 문제 상황에서 그들의 욕구를 충족시키고 잠재력을 최대한 계발할 수 있어야 하고, 수학적 힘과 창의성을 길러 줄 수 있어야 한다.

이를 위하여 영재를 위한 교육 자료로, 다양한 경험을 제공하고 고차원적인 사고력을 기를 수 있도록 조작교구의 활용을 제안하고 있다(한국교육개발원, 1999; 박영희, 1999; 남승인, 1999; 심상길,

* 접수일(2011년 1월 10일), 심사(수정)일(1차: 2011년 1월 27일, 2차: 1월 31일), 게재확정일자(2011년 2월 8일)
* ZDM분류 : U63
* MSC2000분류 : 97U60
* 주제어 : 다이어볼릭 큐브, 영재교육 자료 개발

2009). 이러한 조작교구의 활용에 대한 연구를 살펴보면, 입체구성 활동으로 소마큐브를 사용한 3×3×3 정육면체와 다양한 입체도형 만들기(박영희, 1999)가 있고, 평면구성 활동으로 칠교판의 일부 조각을 사용하여 다각형 만들기, 주어진 넓이에 맞는 다각형 만들기, 2세트로 정사각형 만들기(이경화, 1999)가 있고, 펜토미노와 헥소미노를 이용한 모양 채우기와 만들기, 패턴블록을 이용한 모양 만들기, 패턴 찾기, 대칭, 회전, 뒤집기, 각 만들기, 각도 구하기(한국교육개발원, 1999)가 있다. 일반적으로 조작교구들은 평면구성 활동 또는 입체구성 활동에 사용할 수 있으나 이 두 활동 모두에 사용할 수 있는 조작교구에 대한 연구는 찾아보기 힘들다. 영재교육 자료의 개발에서 구조와 내용이 풍부하여 지속적인 탐구를 가능하게 하는 문제의 구성 측면(이경화, 2003)에서 보면 평면구성 활동과 입체구성 활동을 함께 할 수 있는 조작교구, 즉 다이어볼릭 큐브(diabolical cube)와 같은 조작교구의 활용에 대한 연구도 필요하다.

본 연구에서는 영재를 위한 교육 자료 개발에 대해 알아보고, 평면구성 활동과 입체구성 활동이 모두 가능한 조작교구 중 다이어볼릭 큐브의 특징에 대해 탐구하고, 영재들에게 제공할 수 있는 문제 상황에 따른 다이어볼릭 큐브의 활용 방안을 소개함으로써 영재를 위한 교육 자료 개발의 시사점을 찾고자 한다.

II. 영재를 위한 교육 자료 개발

수학 영재교육 자료의 개발에 직접적인 시사점을 주는 폴리아의 예를 참고하여 자료를 개발한 경험에 기초하여 좋은 영재교육 자료의 특징을 정돈하면 다음과 같다(이경화, 2003). 첫째, 이미 알고 있는 수학적 개념이나 수학적 사고력을 확장 또는 발전시키는 기회를 제공하는 문제로 구성하여야 한다. 단지 속진에 그치는 교육 자료는 학생들이 활발하게 사고하면서 참여하게 하기 어렵다. 둘째, 활동 내용을 통하여 알게 된 내용을 형식화하고 타당화하면서 수학적으로 의미 있는 추측과 토론이 이루어지도록 해야 한다. 문제, 가설, 명제 등을 수시로 제기할 수 있도록 하고 그 타당성을 확인하게 한다면 진정한 의미에서의 흥미를 유발하고 지속시킬 수 있을 것이다. 셋째, 구조와 내용이 풍부하여 지속적인 탐구를 가능하게 하는 문제로 구성해야 한다. 이미 경로가 정해져 있고 수업 중에 완전하게 정돈하여 의문의 여지를 남기지 않는다면 짧은 시간 동안 이루어지는 영재교육이 궁극적으로 영향을 미치기 어려울 것이다. 가능한 한 여러 가지 방향으로, 여러 가지 방법으로 탐구할 수 있는 문제를 제공하는 것이 필요하다.

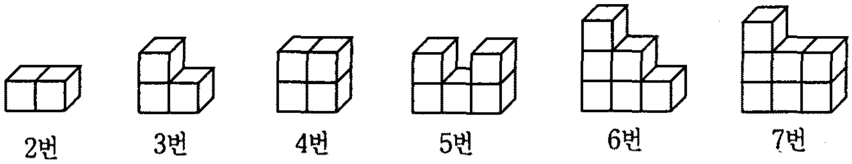
최종현, 송상헌(2005)은 여러 문헌을 종합하여 수학영재 교수·학습 자료 개발에 대해 다음과 같이 제안하고 있다. 첫째, 전통적인 학습경험에 비하여 수준이 보다 높고 정교하며 내용이 보다 깊이 있고 추상적이어야 한다. 둘째, 영재를 위한 교수·학습 자료는 단순히 내용을 재생해내는 주입식 과정이 아니라 창의적 사고를 생산해 내는 과정이어야 한다. 셋째, 영재를 위한 교수·학습 자료는 학생의 흥미와 관심에 따라 학습자 자신이 학습 내용을 결정하는 주제자가 되도록 하여야 한다. 넷째,

영재를 위한 교수·학습 자료는 학습자에게 모든 지식과 정보에 대하여 비판적인 사고력을 가지고 반성적인 질문을 하여 이에 대한 논리적인 답변을 하는 활동을 아여야 한다. 다섯째, 기존의 아이디어에 도전하는 새로운 아이디어로 산출물을 만들도록 격려하는 내용이어야 한다.

또한, 수학영재의 지적, 정의적 특성을 반영하여 창의성을 신장시키기 위한 프로그램 개발의 기본 방향과 준거는 다음과 같다(신현용, 한인기, 이종욱, 2000). 첫째, 학습자에게 흥미, 관심, 의욕을 불러 일으킬 수 있는 주제를 선정한다. 영재에게 호기심과 자발성을 가지면서 과제에 대한 강한 집착성을 가지게 하는 주제들은 감각적으로 조작하는 활동, 다양한 작품 만들기, 퍼즐 활동, 여러 가지 게임 활동, 실생활과 관련되는 문제들, 그리고 컴퓨터 활동 등을 들 수 있다. 영재의 행동 특성 중 동기적 특성에서 영재는 사물의 인과 관계를 규명하고자 하는 욕구가 강하며, 주어진 문제에 의문을 제기하며, 호기심이 많다. 그러나 일상적인 일에는 쉽게 싫증을 내는 경향이 있기 때문에 학습 내용은 내적 동기를 자극할 수 있는 내용이어야 한다. 둘째, 다양한 전략이나 해결 방법을 가지는 학습 문제를 선정한다. 정답이 하나 뿐인 문제에 대해서 학생들은 문제에 대한 답을 발견하고 나면 더 이상 그 문제를 생각하지 않게 된다. 그러나 여러 가지의 전략이 가능하며 해결 방법이 다양할 때 학생들은 문제에 대해서 더 깊이 생각하게 되고 결론을 더욱 정교화 하도록 노력할 것이다. 셋째, 자기 주도적 학습을 이루어지는 학습 문제를 선정해야 한다. 창의성의 정의적 특성 이론에서 창의적인 학습자는 독립심과 자기표현 의욕이 강하다. 정신적으로 건강한 인간의 자기실현을 위해서는 흥미로운 과제를 선정하여 학습자에게 내적 동기를 유발시켜, 결국에는 자기 주도적인 학습이 이루어지도록 해야 할 것이다. 넷째, 학습 문제는 단계적으로 구성되어야 한다. 창의성을 신장시킬 수 있는 자료를 개발하기 위해서는 먼저 창의성을 구성하고 있는 각종 요소들을 추출하고 이들을 학생들의 수준에 따라 계열을 선정하는 작업을 해야 한다. 다섯째, 다양한 활동으로 이루어진 학습 문제를 선정한다. 여기서 주의할 것은 단순한 게임이나 퍼즐, 실험, 탐구 등이 서로 이질적이고 단편적인 내용으로 구성되어서는 안 된다는 것이다. 이러한 활동들은 하나의 주제를 향하여 일관성을 가지면서 종합적으로 재구성되어야 한다.

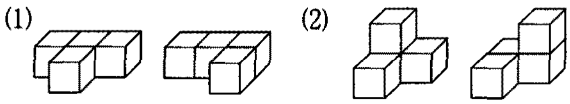
III. 다이어볼릭 큐브의 특징

다이어볼릭 큐브는 영국의 Hoffmann 교수가 1893년에 런던에서 발행된 'Puzzles, Old and New'에서 소개한 퍼즐로, 같은 크기의 정육면체 2개, 3개, 4개, 5개, 6개, 7개를 <그림 1>과 같이 연결한 6개의 조각으로 구성된다. 이 퍼즐은 <그림 1>의 6개 조각 모두를 사용하여 3×3×3 정육면체 형태로 만들 수 있고, Hoffmann 교수는 정육면체로 만드는 방법이 13가지가 있다고 제시하고 있다(Zhang, 1996). 본 연구에서는 <그림 1>과 같이 정육면체의 개수를 이용하여 조각들을 구별하기로 한다(심상길, 2005).



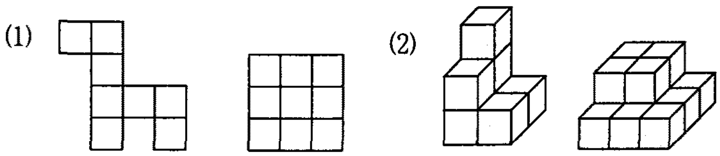
<그림 1> 다이어볼릭큐브의 구성

다이어볼릭 큐브의 특징은 소마큐브와 다르게 모든 조각이 평편한 조각으로 구성된다는 점이다. 일반적으로 폴리큐브는 그 모양에 따라 '평편한 조각(flat pieces)'과 '평편하지 않은 조각(non-flat pieces)'으로 분류된다(Zhang, 1996). 평편한 조각은 <그림 2>의 (1)과 같이 단위 높이를 갖도록 눕힐 수 있는 조각을 말하고, 평편하지 않은 조각은 <그림 2>의 (2)와 같이 단위 높이를 갖도록 눕힐 수 없는 조각을 말한다(심상길, 황선욱, 2009).



<그림 2> 평편한 조각과 평편하지 않은 조각

다이어볼릭 큐브는 평편한 조각만으로 구성되어 있으므로 수학활동에서 <그림 3>의 (1)과 같이 조각을 세우지 않고 단위 높이를 갖도록 눕혀서 평면도형을 채우는 평면구성[1] 활동과 <그림 3>의 (2)와 같이 조각을 세워서 입체도형을 만드는 입체구성[2] 활동이 모두 가능하게 된다. 따라서 다이어볼릭 큐브를 사용한 활동은 칠교판과 펜토미노와 같이 평면구성 활동과 소마큐브와 입체펜토미노와 같이 입체구성 활동이 모두 가능하다.



<그림 3> 평면구성 활동과 입체구성 활동

1) 본 연구에서는 조각을 세우지 않고 단위 높이를 갖도록 눕혀서 평면도형을 채우는 활동을 평면구성 활동이라고 하고, 입체구성 활동과 구별하기 위해 주어진 그림을 단위 크기의 정사각형을 사용하여 평면적으로 나타내었다.

2) 본 연구에서는 조각을 세우거나 쌓아서 입체도형을 만드는 활동, 즉 평면구성 활동을 제외한 모든 활동을 입체구성 활동이라고 한다.

IV. 영재교육에서 다이어볼릭 큐브 활용

일반적으로 조작교구를 사용하는 활동에서 학생들은 조각의 선택과 위치의 선택에 따라 시행착오를 통해 문제를 해결한다. 그러나 영재와 같이 뛰어난 능력을 가진 학생은 시행착오를 줄일 수 있는 논리적인 접근을 시도하도록 지도할 수 있다. 또한, 영재는 사물의 인과 관계를 규명하고자 하는 욕구가 강하므로(신현용, 한인기, 이종욱, 2000) 영재를 위한 교육 자료는 단순히 주어진 모양을 만들거나 여러 가지 방법으로 모양을 만드는 것보다 자신이 직접 수학적인 아이디어를 만들어 낼 수 있는 문제를 해결하는 활동이 바람직하다. 따라서 영재를 위한 교육 자료 개발에서 비판적인 사고력을 가지고 반성적인 질문을 하여 이에 대한 논리적인 답변을 하고(최종현, 송상헌, 2005), 다양한 전략이나 해결 방법을 가지는 학습 문제와 이러한 문제를 단계적으로 구성하기(신현용, 한인기, 이종욱, 2000) 위해 먼저 다이어볼릭 큐브를 활용한 문제에서 조각의 선택에 대한 활동, 1개 이상의 답이 있는 문제에서 모든 답을 찾는 활동과 가장 많은 답을 갖는 모양을 찾는 활동, 다양한 답을 찾을 수 있는 개방형 문제를 해결하는 활동으로 구성하였다. 이 때, 교사는 문제를 제시하거나 답을 확인하는 것보다 학생들이 더 발전적인 아이디어를 산출해 낼 수 있도록 문제를 제기하고 질문하는 것이 바람직하다. 다음은 다이어볼릭 큐브를 사용한 활동에서 활용할 수 있는 방법에 대해 구체적으로 살펴보도록 하겠다.

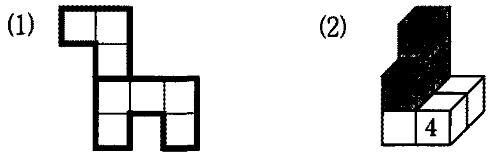
(1) 다이어볼릭 큐브를 활용한 활동에서 조각을 선택하는 방법

다이어볼릭 큐브를 활용한 활동에서는 다양한 활동의 구성을 위해 6개의 조각을 모두 사용하는 활동과 2개 이상의 일부 조각을 사용하는 활동으로 나눌 수 있다. 일부 조각을 사용하는 활동에서는 조각의 특징을 이용하는 방법을 생각할 수 있다. 또한, 영재를 위한 교육 자료는 이미 알고 있는 수학적 사고력을 확장 또는 발전시키는 기회를 주는 문제를 제공해야 한다(이경화, 2003). 따라서 다이어볼릭 큐브의 조각들을 관찰하고 사용한 경험을 통해 문제를 해결할 때, 조각 선택에 따른 아이디어를 체계화할 수 있다.

(문제 1) 문제를 해결하기 위해 사용하는 조각을 선택하는 일반적인 방법을 찾을 수 있는가?

다이어볼릭 큐브의 조각은 정육면체의 개수가 2개, 3개, 4개, 5개, 6개, 7개로 구성되어 있으므로 일부 조각을 사용하는 활동에서 주어진 모양을 구성하는 전체 정육면체(또는 정사각형)의 개수를 세고, 그 개수에 따라 사용할 조각을 선택하면 된다. 예를 들어, <그림 3>에서 (1)의 첫 번째 모양은 평면구성 활동으로, 전체를 구성하는 정사각형의 개수가 8개이므로 2번, 6번 조각을 사용하거나 3번, 5번 조각을 사용하면 된다. 같은 방법으로, <그림 3>에서 (2)의 첫 번째 모양은 입체구성 활동으로,

전체를 구성하는 정육면체의 개수가 7개이므로 2번, 5번을 사용하거나 3번, 4번을 사용하면 된다. 또한, 주어진 그림의 특징과 조각의 특징을 살펴보고 조각을 선택할 수 있다. <그림 4>의 (1)에서 6번 조각을 놓을 수 없으므로 3번과 5번 조각을 사용해야 하고, <그림 4>의 (2)에서 5번 조각을 놓을 수 없으므로 3번과 4번 조각을 사용해야 한다.



<그림 4> 모양 맞추기[3]

위에서 조각을 선택하는 방법은 포함-배제 방법을 사용한 것이다. 포함-배제 방법이란 사용할 수 있는 조각의 경우를 모두 찾은 후, 반드시 필요한 조각을 포함시키는 포함 방법(inclusion method)과 필요하지 않은 조각을 배제시키는 배제 방법(exclusion method)을 이용하여 사용할 조각을 찾는 방법이다(심상길, 황선욱, 2009). 따라서 다이어볼릭 큐브의 일부 조각을 사용하는 활동에서 <표 1>과 같이 사용가능한 조각들의 조합을 모두 찾은 후 포함-배제 방법을 사용하여 시행착오를 줄일 수 있는 분석적인 접근이 가능하게 된다.

<표 1> 크기에 따라 조각을 선택하는 모든 조합[4]

크기	사용가능한 조각의 조합	크기	사용가능한 조각의 조합
1		15	(2, 3, 4, 6), (2, 6, 7), (3, 5, 7), (4, 5, 6)
2	(2)	16	(2, 3, 4, 7), (2, 3, 5, 6), (3, 6, 7), (4, 5, 7)
3	(3)	17	(2, 3, 5, 7), (2, 4, 5, 6), (4, 6, 7)
4	(4)	18	(2, 3, 6, 7), (2, 4, 5, 7), (3, 4, 5, 6), (5, 6, 7)
5	(2, 3), (5)	19	(2, 4, 6, 7), (3, 4, 5, 7)
6	(2, 4), (6)	20	(2, 3, 4, 5, 6), (2, 5, 6, 7), (3, 4, 6, 7)
7	(2, 5), (3, 4), (7)	21	(2, 3, 4, 5, 7), (3, 5, 6, 7)
8	(2, 6), (3, 5)	22	(2, 3, 4, 6, 7), (4, 5, 6, 7)
9	(2, 3, 4), (2, 7), (3, 6), (4, 5)	23	(2, 3, 5, 6, 7)
10	(2, 3, 5), (3, 7), (4, 6)	24	(2, 4, 5, 6, 7)
11	(2, 3, 6), (2, 4, 5), (4, 7), (5, 6)	25	(3, 4, 5, 6, 7)
12	(2, 3, 7), (2, 4, 6), (3, 4, 5), (5, 7)	26	
13	(2, 4, 7), (2, 5, 6), (3, 4, 6), (6, 7)	27	(2, 3, 4, 5, 6, 7)
14	(2, 3, 4, 5), (2, 5, 7), (3, 4, 7), (3, 5, 6)		

3) (2)의 입체모양에서 3은 3번 조각을 말하고, 4는 4번 조각을 말한다.

4) 다이어볼릭 큐브의 조각을 구성하는 정육면체의 크기를 1이라고 할 때, 2번 조각의 크기는 2이고, 3번 조각의 크기는 3이고, …, 7번 조각의 크기는 7이 된다.

이와 같이 활동을 통해 알게 된 내용을 형식화하고 타당화하면서 수학적으로 의미 있는 추측(이경화, 2003)을 할 수 있도록 이미 알고 있는 아이디어인 조각의 특징을 이용하여 조각을 선택하는 분석적인 방법을 찾을 수 있다. 또한, 이 문제에서 다음과 같은 새로운 문제를 생각할 수 있다.

(문제 1-1) 다이어볼릭 큐브로 만들 수 있는 모양의 크기와 만들 수 없는 모양의 크기를 찾을 수 있는가?

다이어볼릭 큐브로 만들 수 있는 모양의 크기는 2, 3, 4, …, 25, 27로 모두 25개의 크기를 만들 수 있고, 다이어볼릭 큐브에는 크기가 1인 조각이 없으므로 크기가 1인 모양과 26인 모양은 만들 수 없다.

(문제 1), (문제 1-1)과 같이 영재들에게 문제, 가설, 명제 등을 수시로 제기할 수 있도록 하고 그 타당성을 확인하게 한다면 진정한 의미에서의 흥미를 유발하고 지속시킬 수 있을 것이다(이경화, 2003). 또한, 교사는 학습자에게 반성적인 질문을 하여 이에 대한 논리적인 답변을 하는 활동을 계획할 수 있다(최종현, 송상헌, 2005).

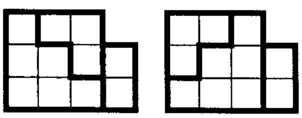
(2) 1개 이상의 답이 있는 문제에서 모든 답 찾기

영재를 위한 교육 자료가 다양한 전략이나 해결 방법을 가지는 측면(신현용, 한인기, 이종욱, 2000)을 고려할 때, 다이어볼릭 큐브를 사용하는 활동에서 1개 이상의 답이 존재하는 문제와 이러한 문제에서 모든 답을 찾는 방법을 생각할 수 있다.

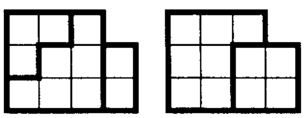
(문제 2) 1개 이상의 답이 있는 문제에서 모든 답을 찾을 수 있는가?

일부 조각을 사용하는 평면구성 활동에서 서로 다른 답을 찾을 때, <그림 5>의 (1)과 같이 사용하는 조각이 같고 위치만 바꾼 방법과 <그림 5>의 (2)와 같이 사용하는 조각이 다르게 만드는 방법이 있다. 본 연구에서는 일부 조각을 사용하는 경우 <그림 5>의 (1)과 같이 같은 조각들로 위치만 바꾼 방법은 같은 방법으로 간주하고, <그림 5>의 (2)만 다른 방법으로 생각한다.[5)]

(1)



(2)



<그림 5> 서로 다른 방법으로 모양 만들기

5) 주어진 예는 평면구성 활동이지만 입체구성 활동에서도 같은 방법으로 생각할 수 있다.

<그림 5>의 문제에서 모든 답을 찾기 위해 사용가능한 조각의 조합을 <표 1>과 같이 찾은 후 그 조각을 사용하여 가능한 답을 모두 찾으면 된다. 주어진 모양은 크기가 11이므로 사용가능한 조각의 조합은 (2, 3, 6), (2, 4, 5), (4, 7), (5, 6)이다. 그러나 (2, 4, 5)와 (5, 6)을 사용하여 주어진 모양을 만들 수 없으므로 <그림 5>의 (2)와 같이 답은 2개이다. 여기서 또 다른 문제를 생각할 수 있다.

(문제 2-1) 크기가 11인 모양 중 답이 3개 이상인 모양을 찾을 수 있는가?

크기가 11인 모양을 만들 수 있는 조합 중에서 (4, 7)과 (5, 6)으로 같은 모양을 만들 수 없고, (4, 7)과 (2, 4, 5)로 같은 모양을 만들 수 없다. 또한, (5, 6)과 (2, 4, 5)로 같은 모양을 만들 수 없다. 따라서 다이어볼릭 큐브로 만들 수 있는 크기가 11인 모양에서 3개 이상의 답은 찾을 수 없고, <그림 5>의 (2)와 <그림 6>과 같이 가장 많은 답은 2개이다.

(1) (5, 6), (2, 3, 6) (2) (2, 3, 6), (2, 4, 5)

<그림 6> 크기가 11인 평면구성 활동의 답

입체구성 활동에서도 마찬가지로 <그림 7>과 같이 크기가 11인 모양에서 가장 많은 답은 2개이다.

(1) (4, 7), (2, 3, 6) (2) (5, 6), (2, 3, 6)

<그림 7> 크기가 11인 입체구성 활동의 답

전통적인 학습경험에 비하여 수준이 높고 정교하며 내용이 깊이 있는 교육 자료(최종현, 송상헌, 2005)를 위해 일정한 모양을 제시하고 모든 답을 찾도록 하는 문제뿐만 아니라 앞에서 제시한 문제와 같이 특정한 크기를 제시하고 3개 이상의 답이 있는 모양 또는 가장 많은 답을 갖는 모양을 직접 찾도록 할 수 있다.

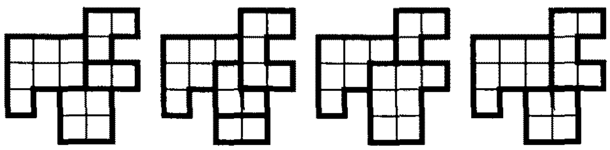
(3) 가장 많은 답을 갖는 모양 찾기

영재를 위한 교육 자료가 기존의 아이디어에 도전하는 새로운 아이디어로 산출물을 만드는 측면(최종현, 송상헌, 2005)을 고려할 때, 앞의 (문제 2)와 (문제 2-1)을 확장하여 다이어볼릭 큐브를 사용한 활동에서 가장 많은 답이 존재하는 모양을 직접 찾는 활동을 생각할 수 있다.

(문제 3) 다이어볼릭 큐브를 사용한 활동에서 답이 가장 많은 모양을 찾을 수 있는가?

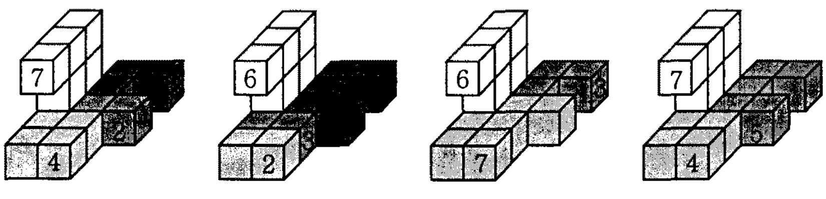
평면구성 활동에서 가장 많은 답을 갖는 모양을 찾기 위해 <표 1>에서 가장 많은 4개의 조합을 갖는 크기가 9, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 18 중에서 앞에서 언급한 크기가 11인 모양을 제외하고 나머지 크기가 9, 12, 13, 14, 15, 16, 18인 모양을 생각하자. 크기가 9인 경우 (2, 7)과 (4, 5)로 같은 모양을 만들 수 없고, 크기가 12인 경우 (3, 4, 5)와 (5, 7)로 같은 모양을 만들 수 없고, 크기가 13인 경우 (3, 4, 6)과 (6, 7)로 같은 모양을 만들 수 없으므로 답이 4개가 되지 않는다. 크기가 14인 경우 (2, 5, 7)과 (3, 4, 7)로 만들 수 있는 같은 모양을 (3, 5, 6)으로 만들 수 없고, 크기가 15인 경우 (2, 6, 7)과 (3, 5, 7)로 만들 수 있는 같은 모양을 (4, 5, 6)으로 만들 수 없으므로 답이 4개가 되지 않는다. 크기가 18인 경우 (3, 4, 5, 6)과 (5, 6, 7)로 같은 모양을 만들 수 없으므로 답이 4개가 되지 않는다.

그러나 크기가 16인 경우 <그림 8>과 같이 (2, 3, 4, 7), (2, 3, 5, 6), (3, 6, 7), (4, 5, 7)의 모든 경우에 같은 모양을 만들 수 있으므로 답이 4개이다. 따라서 다이어볼릭 큐브를 사용한 평면구성 활동에서 가장 많은 답은 4개이다.



<그림 8> 평면구성 활동에서 답이 4개인 모양

입체구성 활동에서도 마찬가지로 가장 많은 답은 <그림 9>와 같이 크기가 16인 경우 답이 4개이다. <그림 9>는 <그림 8>의 4개의 답에서 6번 조각 또는 7번 조각을 세워서 만든 모양이다.



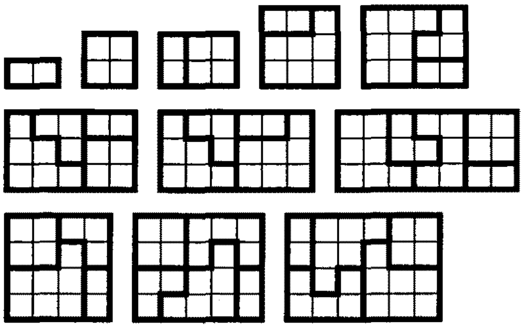
<그림 9> 입체구성 활동에서 답이 4개인 모양

(4) 개방형 문제

다이어볼릭 큐브를 사용한 활동에서 답이 4개인 모양이 가장 많은 답임을 알 수 있었다. 영재를 위한 교육 자료가 구조와 내용이 풍부하여 지속적인 탐구를 가능하게 하는 측면(이경화, 2003)을 고려할 때, 다이어볼릭 큐브를 사용한 활동에서 답이 더 많은 개방형 문제를 생각할 수 있다.

(문제 4) 다이어볼릭 큐브를 사용하여 만들 수 있는 모양이 서로 다른 직사각형은 모두 몇 개인가?

서로 다른 모양의 직사각형을 만들기 위해서 단순히 시행착오로 답을 찾는다면 모든 직사각형을 찾기 힘들다. 따라서 조각의 특징과 1×□ 직사각형, 2×□ 직사각형, 3×□ 직사각형, 4×□ 직사각형 등을 차례대로 가능한 크기를 생각하며 만들면 된다. 따라서 만들 수 있는 직사각형은 <그림 10>과 같이 모두 11개이다.

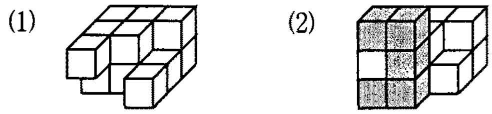


<그림 10> 다이어볼릭 큐브로 만들 수 있는 서로 다른 직사각형

앞에서는 일부 조각을 사용하는 활동에서 여러 가지 답을 찾을 때, 같은 조각들로 위치만 바꾼 방법은 같은 방법으로 간주하였다. 그러나 6조각을 모두 사용하는 활동에서는 위치를 바꾼 방법을 다른 방법으로 생각하여 모든 답을 찾을 수 있다.

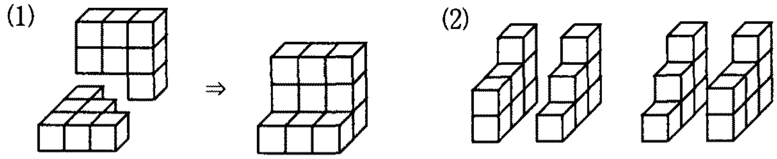
(문제 5) 다이어볼릭 큐브를 사용하여 3×3×3 정육면체를 만드는 방법은 모두 몇 가지인가?

3×3×3 정육면체를 만들기 위해서 먼저 6번과 7번 조각들의 위치를 결정하고, 5번과 4번의 위치를 결정하는 순서로 답을 찾으면 모든 답을 찾는데 쉽게 접근할 수 있다. 먼저 <그림 11>의 (1)과 같이 6번과 7번 조각을 붙여 놓고, (2)와 같이 5번 조각을 놓으면 나머지 조각들의 위치에 따라 5가지 방법을 찾을 수 있다.



<그림 11> 5, 6, 7번 조각의 위치

또한, <그림 12>의 (1)과 같이 6번과 7번 조각을 놓고, 나머지 조각들의 위치에 따라 4가지 방법을 찾을 수 있고, <그림 12>의 (2)와 같이 6번과 7번 조각을 놓고, 나머지 조각들의 위치에 따라 4가지 방법을 찾을 수 있다.



<그림 12> 6, 7번 조각의 위치

따라서 <그림 11>, <그림 12>와 같이 6번과 7번 조각을 놓는 세 가지 유형(이강섭, 심상길, 2005)을 사용하여 13가지 방법을 모두 찾을 수 있다. 이 활동에서는 답이 몇 가지인지 알려주지 않고 모든 답을 찾도록 할 수 있고, 때에 따라서는 효율적인 활동을 위해 답이 13가지임을 알려 주고 답을 찾도록 할 수 있다.

앞에서 제시한 활동의 예를 이용하여 영재들에게 제공할 수 있는 학습 자료와 교사의 발문, 그리고 학생들에게 제기할 수 있는 문제 등을 수업의 목표나 목적에 따라 단계적으로 계획하여 다이어볼릭 큐브를 사용한 수업 자료를 만들 수 있다.

V. 결론 및 제언

본 연구는 영재를 위한 교육 자료의 개발을 위해 영재교육에서 효과적으로 활용 가능한 조작교구 중 다이어볼릭 큐브의 특징에 대해 탐구하고, 영재들에게 제공할 수 있는 문제 상황에 따른 다이어볼릭 큐브 활용의 예를 제시하였다. 본 연구를 통해 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

첫째, 다이어볼릭 큐브는 모든 조각이 평편한 조각으로 구성되어 있어 평면구성 활동과 입체구성 활동이 모두 가능하고, 사용할 조각의 선택에서 사용가능한 조각들의 조합을 모두 찾은 후 포함-배제 방법을 사용하여 시행착오를 줄이는 분석적인 접근으로, 1개 이상의 답이 있는 문제에서 모든 답을 찾을 수 있다.

둘째, 영재를 위한 교육 자료는 단순히 주어진 모양을 만들거나 여러 가지 방법으로 만드는 것보다 자신이 직접 수학적인 아이디어를 만들어 낼 수 있는 문제로, 본 연구에서 제시한 1개 이상의 답

이 있는 문제에서 모든 답 찾기, 가장 많은 답을 갖는 모양 찾기, 개방형 문제 등을 활용할 수 있다.

셋째, 본 연구에서 제시한 활동의 예를 이용하여 영재들에게 제공할 수 있는 학습 자료와 교사의 발문, 그리고 학생에게 제기할 수 있는 문제 등을 조직할 수 있고, 이를 바탕으로 학생들의 수준이나 요구, 수업의 목표나 목적 등에 따라 단계적으로 계획을 수립하여 수업에 활용할 수 있다.

이 연구의 결과로부터 다음과 같은 점이 고려되어야 함을 제안한다.

첫째, 이 연구에서 제시한 활동의 예는 다이어볼릭 큐브를 사용하는 활동에 국한되어 있다. 영재들을 위한 더 효과적이고 다양한 교육 자료 개발을 위해 다이어볼릭 큐브 이외의 다른 조작교구를 사용할 때, 본 연구와 같이 다양한 유형의 문항 개발에 대한 기초 연구도 필요하다.

둘째, 이 연구에서 제안한 활동의 예를 이용하여 교육 자료를 만들어 학생들에게 직접 적용했을 때 나타나는 학습 효과와 학생들의 구체적인 반응 및 해답을 찾는 과정에 대한 실제적인 연구가 추가적으로 필요하다. 이러한 연구를 통해 교육 자료를 수정하고 보완하여 영재교육에서 더 효과적으로 활용할 수 있는 교육 자료를 만들 수 있을 것으로 기대한다.

참 고 문 헌

김홍원 · 김명숙 · 방승진 · 황동주 (1997). 수학 영재 판별 도구 개발 연구(II); 검사 제작 편, 한국교육개발원 수탁연구 CR 97-50.

남승인 (1999). 수학영재교육 프로그램의 학습 주제 개발에 관한 연구, 한국수학교육학회지 시리즈 F <수학교육 학술지> **4**, 1-18.

박영희 (1999). 수학영재캠프 활동 사례: 소마큐브, 한국수학교육학회지 시리즈 F <수학교육 학술지> **4**, 89-95.

송상헌 (2000). 수학 영재아들을 위한 행동특성검사지의 개발과 활용에 관한 연구, 대한수학교육학회지 <학교수학> **2(2)**, 427-457.

신현용 · 한인기 · 이종욱 (2000). 초등학교 고학년 수학영재의 창의성 신장을 위한 프로그램, 한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육 논문집> **10**, 19-30.

심상길 (2005). 초등학교 기하에서 큐브를 활용한 조작 활동에 관한 연구, 한국수학교육학회지 시리즈 A <수학교육> **44(1)**, 143-152.

심상길 (2009). 교수매체로써 칠교판을 활용한 영재교육 자료 개발, 한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육 논문집> **23(1)**, 39-51.

심상길 · 황선욱 (2009). 소마큐브(Soma Cube) 활동에서 포함-배제 방법의 활용에 대한 연구, 한국수학교육학회지 시리즈 A <수학교육> **48(1)**, 33-45.

이강섭 · 심상길 (2005). 창의성 증진을 위한 수학 활동 프로그램과 평가 방법 소개, 한국수학교육학

회지 시리즈 E <수학교육 논문집> **19(1)**, 101-110.

이경화 (1999). 칠교판을 활용한 초등학교 영재교육 프로그램 개발, 한국수학교육학회지 시리즈 F <수학교육 학술지> **4**, 77-87.

이경화 (2003). 수학 영재교육 자료의 개발과 적용 사례 연구, 대한수학교육학회지 <수학교육학연구> **13(3)**, 365-382.

최종현 · 송상헌 (2005). 주제 탐구형 수학 영재 교수 · 학습 자료 개발에 관한 연구, 대한수학교육학회지 <학교수학> **7(2)**, 169-192.

한국교육개발원 (1999). 수학과 영재교육과정 시안; 초 · 중학교 수학과 영재교육과정 시안 개발을 위한 기초 연구, 한국교육개발원 수탁연구 CR 99-20-3.

Zhang, W. (1996). *Exploring math through puzzles: Blackline masters for making over 50 puzzles*, Emeryville, CA: Key Curriculum Press.

A Study on Development of Gifted Educational Materials Using Diabolical Cube

Shim, Sang Kil

Accreditation Center for Educational Development, Dankook University

E-mail : skshim22@dankook.ac.kr

The purpose of this article is to study characteristics of diabolical cube in geometric point of view, and to present educational materials and direction for efficient diabolical cube activities in gifted education upon systematical analysis of methods of finding solutions.

We can apply inclusion-exclusion Method to find all possible combination of solutions in diabolical cube activities not as trial-and-error method but as analytical method. Through teacher's questions and problem posing in activities using diabolical cube, we systematically came up with most solution and case of all possible combinations be solution in classifying properties of pieces and combining selected pieces.

* ZDM Classification : U63

* 2000 Mathematics Subject Classification : 97U60

* Key Words : Diabolical Cube, development of gifted educational materials