

수학 영재학생의 사사독립연구에 대한 산출물 분석

- 중등 영재학생을 중심으로 한 사례연구 -

이 헌 수 (전남대학교)

박 종 료 (전남대학교)

본 연구는 전남대학교 과학영재교육원 중등수학 사사과정에 있는 수학영재 학생을 대상으로 사사독립연구를 실시하여 수학영재의 사사독립연구에서 얻어진 산출물에서 나타난 특징을 분석하고, 산출물 발표 과정에서의 영재학생의 심리적 변화에 대하여 연구하였다. 연구 결과 다음과 같은 결론을 얻었다. 첫째, 영재학생의 사사독립연구는 수학영재성 중 수학적 능력의 구성요소인 귀납적·연역적 추론 능력을 발현하게 한다. 둘째, 영재학생의 사사독립연구에 대한 산출물 발표는 영재학생에게 수학영재성 관련된 창의적인 문제해결 능력 중 수학적 능력인 의사소통능력이 영재학생에게서 발현하게 한다. 셋째, 영재학생의 사사독립연구에 대한 산출물 발표는 영재학생에게 수학 영재성의 구성요소 중 자신의 능력에 대한 믿음, 자기 신뢰감 등과 관련된 요소를 상승하게 한다.

I. 서론

1. 연구의 필요성 및 목적

산업사회의 눈부신 발전이 정보사회를 이끌었고, 정보기술의 놀라운 발달이 지식기반사회를 현실로 만들었다. 국가의 경쟁력을 결정하는 것도 정보화시대에서는 지식의 힘이라 해도 과언이 아니다. 지식·정보화 사회에서는 정보를 이해하는 능력, 습득한 정보를 판단하는 능력, 정보를 교환하는 능력과 다양한 문제 해결 능력을 요구하고 있다. 이러한 지식·정보화 시대의 지식관리자이자 지식창출자로서의 창의력 있는 영재들을 발굴하고 이끌어 주는 것은 국가 경쟁력 차원에서 중요한 일이다. 이러한 이유로 각 나라마다 영재교육의 중요성을 강조하면서 영재교육에 대한 국가적 관심이 고조되고 있고, 우수한 인재를 육성하여 국가경쟁력을 강화하기 위하여 다양한 정책 방안을 마련하려고 노력하고 있다.

우리나라의 영재교육은 학생들의 다양한 능력과 적성을 계발하고 특별히 현대 지식기반사회가 필

* 접수일(2010년 12월 24일), 심사(수정)일(1차: 2011년 1월 20일, 2차: 2월 1일), 게재확정일자(2011년 2월 8일)

* ZDM분류 : U73, I43, I45

* MSC2000분류 : 97U70, 97C20

* 주제어 : 수학영재교육, 사사교육, 독립연구, 수학적 산출물

요로 하는 창의적 생산성을 갖춘 인재를 양성하기 위한 목적으로 영재교육을 실시하고 있고, 수학 영재교육의 필요성도 여기에 있다. 이러한 목적을 달성하기 위하여 영재교육과정에서 다양한 교수·학습 방법이 요구되고 있다. 김홍원(박성익·조석희·김홍원·이지현·윤여홍·진석연·한기순, 2003)은 영재교육과정에서 개방적 사고와 발견의 중요성을 강조하고, 발견의 경험을 갖게 하기 위하여 연역적 사고보다 귀납적 사고를 강조하고 토론, 실험, 실습 등을 통해 발견 및 탐구 과정을 유도하여야 하고, 학생이 자기주도적인 학습 능력과 태도를 최대한 함양하기 위하여 영재교육은 가급적 학생의 참여도를 높일 수 있는 교수·학습 방법을 자주 활용해야 한다고 하였다. 또한, 박성익(박성익 외, 2003)은 영재들은 창의적 사고와 논리적 사고의 학습, 자기주도적 학습, 발견식·탐구식 학습 등의 학습활동을 선호한다고 하였다. 교수·학습방법에서 수업 방식에 따른 학생의 참여 정도는 강의, 토론, 시연, 소집단 토의, 동료교수, 협동학습, 현장답사, 학습센터, 게임 학습, 전자매체 학습, 시뮬레이션/역할 연기, 프로젝트, 멘토쉽, 독립 연구 등의 순으로 학생의 참여도가 높다(Renzulli & Reis, 1997). 그러나, 현재 우리나라에서 사용하고 있는 영재교육 프로그램은 창의성 계발을 목표로 하는 영재교육 프로그램이 갖추어야 하는 특성인 학생 중심, 과정 중심, 탐구 중심, 문제해결학습, 산출물 생산과 같은 접근을 적용하기보다는 교사중심이고 지식 중심이며, 개방적인 학습보다는 경직되어 있고, 강의 중심이며 문제해결 중심이다(장현선, 2005). 뛰어난 영재성과 창의성을 지닌 영재라 할지라도 교사중심의 획일적 강의 아래에서는 그들이 갖고 있는 재능이 침묵하거나 사라질 수 있기 때문에 수학영재교육은 영재 스스로 정보를 탐색하고 조직하여 새로운 정보를 만들어 낼 수 있는 능력 개발과 그들의 특성에 맞는 교육과정과 프로그램으로 시작되어야 하지만, 우리나라의 영재교육을 위한 교수·학습 방법은 전통적인 강의와 반복학습 및 훈련에 머물고 있는 실정이다(김미숙·서혜애·이혜연, 2005).

수학영재는 광범위한 수학적 기능을 가지고 수학의 여러 분야에서 강한 지적 욕구를 분출하기 때문에 영재아들의 재능을 살리고 지적 호기심을 충족시켜 줄 수 있는 새로운 형태의 교수·학습 과정이 요구되고 있다. 최근 이러한 요구에 맞는 효과적인 교수·학습 방법으로서 사사과정에 대한 관심과 기대가 크게 나타나고 있다. 사사 과정은 수준 높은 맞춤형 개별 지도가 가능하고 탐구 심화학습과 자기주도적 학습활동을 강화할 수 있을 뿐만 아니라 고등 수준의 문제해결력 함양과 복잡한 논리적 사고력 증진과 수학영재의 정의적 측면을 고려할 수 있다는 장점을 갖고 있다(전영주, 2006).

수학영재의 창의성을 신장시키기 위한 또 하나의 교수·학습 방법으로서 독립연구를 들 수 있다. 독립연구란 새로운 주제를 혼자 또는 타인과 함께 연구하는 과정이고(Johnsen & Johnson, 1986), 학생들에 의해 선택한 주제를 중심으로 학생 스스로 자기흥미와 학습양식에 맞추어 목표를 설정하고 연구를 실행해서 결과를 발표하는 등의 맞춤형 학습의 한 형태이다(Tomlinson, 2001). 독립연구는 수업의 차별화와 개별화 수단으로 계획된 연구 과정으로써, 특정 학문 분야의 전문가가 사용하는 연구 과정과 유사하며 교사에 의해 촉진되고 정규 수업을 능가하는 실생활 문제에 집중된 것으로 책을 읽고 보고서를 작성하는 그 이상의 것을 의미한다(Clark, 1997; Gallagher & Gallagher, 1994; Kaplan

& Gould, 2002). 독립연구는 학습주제 설정부터 학생이 직접 교사와 함께 참여하므로 그들의 관심과 흥미가 적극 반영되어진다. 따라서 학생들은 자신이 선택한 연구 과제 해결을 위해 역동적으로 활동하며 고도의 경험과 지식을 쌓을 수 있는 기회를 제공받을 수 있는 학습의 형태라고 할 수 있다.

21세기 지식·정보화 시대는 과거와 달리 노동이나 자본보다 인간의 창의성에 기초를 둔 지식의 이해, 가공활용 등을 중시하며 지식에 대한 단순한 이해를 넘어 생활에 적용하고 자기주도적으로 창의적인 산출물을 생산해 내는 능력을 필요로 한다(김선희, 2005). 창의적 생산능력을 갖춘 고급 인력을 양성하는 것은 국가경쟁력 강화를 위해 중요하다. 영재교육이 일반 학교수학교육과 차별화되어야 한다는 점은 수학적 지식의 습득이 아니라 지식의 창출에 있다. 수학적 산출물이란 수학 또는 수학과 관련이 있는 창작물로, 수학 영재 프로그램에서 영재아 스스로 산출물을 만들어 낼 수 있는 방법과 역량을 제공해 줄 수 있을 때 수학영재의 창의성을 계발할 수 있는 프로그램이라고 할 수 있다(유윤재, 2005).

본 연구는 전남대학교 과학영재교육원 중등수학 사사과정에 있는 한 명의 수학영재 학생을 대상으로 사사독립연구를 실시하여 수학영재의 사사독립연구에서 얻어진 산출물에 나타난 특징을 분석하고, 산출물 발표를 준비하고 발표하는 과정에서 나타난 영재학생의 심리적 변화에 대하여 논의하고자 한다.

2. 연구 문제

본 연구는 사사과정에 있는 수학영재학생의 사사독립연구의 산출물에 나타난 특징을 분석하고 산출물 발표를 준비하고 산출물 발표 과정에서 나타난 영재학생의 특징에 대하여 탐구하려고 한다.

3. 연구의 제한점

본 연구는 전남대학교 과학영재교육원 중등수학 사사과정에 있는 한 명의 수학 영재 학생을 대상으로 한 사례연구이므로 영재아들의 이질성으로 인하여 다수의 영재아들에게 일반화하기에는 한계가 존재할 수 있다.

II. 이론적 배경

1. 사사독립연구

사사(mentorship)라는 말은 스승으로 섬기거나 스승으로 삼고 가르침을 받는다는 의미로 현재는 영재학생을 가르치는 교육방법의 하나로 급속히 확산되어가고 있다(Clasen & Hansen, 1987;

Prillaman & Richardson, 1989). 영재교육에서 전문가 사사관 정규 교육기관에서 제공하기 어려운 영재 학생의 특정 관심 분야 또는 전문적 재능 분야의 교육을 위해 특별한 재능을 지닌 학생을 그 분야의 전문가에게 배정하는 것을 의미하고 있고, 영재 학생이 나타내는 특별한 재능분야의 학습을 가속화하기 위하여 학생을 안내하는 전문가 사사는 교과에 기초한 속진의 특징을 지니고 있다. 이러한 사사 제도는 진로 계획 수립, 지식, 기술, 재능의 향상, 영향력 있는 전문가와의 만남, 자아 존중감과 자신감 획득, 개인적 윤리관과 기준 수립, 창의력 향상, 심도있는 만남 등 여러 장점들을 지니고 있고(Davis & Rimm, 1989), 수준 높은 맞춤형 학습 기회와 자기 주도적 탐구 활동을 영재들에게 제공함으로써 영재의 창의성을 보다 효율적으로 신장시킬 수 있다(전영주, 2006).

독립연구란 새로운 주제를 혼자 또는 타인과 함께 연구하는 과정(Johnsen & Johnson, 1986) 또는 학생들에 의해 선택한 주제를 중심으로 학생 스스로 자기흥미와 학습양식에 맞추어 목표를 설정하고 연구를 실행해서 결과를 발표하는 등의 맞춤형 학습의 한 형태(Tomlinson, 2001)를 의미한다. 독립연구는 독립과 연구의 합성으로 학습상황에서의 독립이란 반드시 상황과 목표를 필요로 하며 학생의 인지, 동기, 행동 측면에서 적극적으로 스스로의 학습에 참여하는 정도를 나타낸다고 할 수 있고, 연구란 새로운 지식이나 이해를 주는 발견 또는 생산이라는 것이다(임근광·강순자, 2008). 즉, 독립연구란 학생 스스로가 적극적으로 학습에 참여하여 새로운 지식을 발견하거나 생산해 내는 학습활동이라고 할 수 있다. 독립연구는 학생들에게 심화학습을 제공하기 위하여 가장 빈번히 사용되는 방법으로 실제적 문제를 탐구할 수 있는 자기 주도적 학습자를 양성하는데 그 목적이 있다.

Doherty와 Evans(1981)는 독립연구를 시행하는 3단계 과정을 제시하였는데, 1단계는 교사의 지도가 있는 단계로 학습 센터와 실험 및 시뮬레이션을 모두 활용하면서 학생들이 학문 분야를 깊고 광범위하게 탐색하는 단계이고, 2단계는 학습자의 독자적인 연구단계로 자료를 찾고 활용하면서 새로운 아이디어를 산출하고, 산출물을 개발하고 전문가가 검증하는 단계이고, 3단계는 세미나를 개최함으로써 독립연구의 절정을 이루는 단계로 학생들이 그들의 지적 호기심을 만족시키고 자신의 학문적 생활을 진정 풍요롭게 하는 탐구를 수행하는 데 필요한 기능을 확립하도록 하는 단계이다. 독립연구는 독립적인 학습스타일을 나타내는 영재 학생들에게 적절한 학습방법이라고 할 수 있다(Stewart, 1981).

독립연구에 대한 교육적 가치는 학습자의 적극적인 참여와 교사의 열의와 능력, 교육 여건 등 여러 변인에 의해 달리 나타날 수 있지만, 일반적으로 학습자의 내적 동기를 유발시킴으로서 학습효과를 높일 수 있고, 학습에 대한 학습 의욕을 고취시키고, 학습자의 창의적인 문제해결력과 다양한 탐구활동, 표현능력과 사고의 유연성을 개발시킬 수 있는 효과적인 학습방법이라고 할 수 있다.

본 연구에서 사사독립연구란 학습자가 멘토와 밀착되어 지원을 받으면서도 탐구 및 표현 활동에 주도성을 갖는 학습의 한 형태로서 자기주도적 학습능력과 창의력 신장을 목표로 하는 독립연구를 의미한다.

2. 영재 교육과정 모형과 수학적 산출물

영재들의 효율적 학습을 위해 개발된 영재교육 과정모형 중 가장 대표적인 모형은 Renzulli와 Reis(1997)의 심화학습 3단계 모형(Enrichment Triad Model)이다. Renzulli의 심화학습 3단계 모형은 3단계의 학습과정으로 구성되어 있는데, 심화학습 1단계는 일반적인 탐구활동의 단계로서 심화학습 3단계에서 독자적인 탐구과제를 수행할 수 있도록 학생들에게 광범위하고 다양한 주제를 경험하게 하며 아이디어를 내면화시켜주는 단계이다. 심화학습 2단계는 소집단 활동을 통하여 심화학습의 경험을 제공하고, 분석적 사고력, 비판적 사고력, 평가적 사고력을 길러주며 연구 기능을 숙달시키는데 주안점을 두고 있다. 심화학습 3단계는 영재학생들에게 개인이나 소집단을 중심으로 실제적 문제해결 및 연구 활동으로 구성되어 있다. 심화학습 3단계가 영재학생들에게 가장 적합하다고 여겨지는 학습 활동으로 이 단계에서 학생들은 단순한 정보의 소비자가 아닌 지식의 생산자로서 활동하게 된다. 이 단계에서는 전문가들이 사용하는 연구 방법을 활용하여 주제에 대한 탐구 활동으로 진행되며, 이 단계에서 학생들이 산출물을 만들어 낼 수 있는 기회 제공과 격려가 뒤따라야 한다. 또한, 학생들의 산출물은 동료 학생, 부모와 교사들에게 발표하는 것을 원칙으로 하고 있다.

한국교육개발원(1999)에서는 정규교육과정에서 제시되는 내용을 기반으로 하여 내용을 수정하고 영재들에게 맞는 과정을 첨가시키거나 다루도록 한 변별적 교육과정 모형에 기초로 한 Renzulli의 심화학습 3단계 모형을 통합하여 운영하는 것을 제시하고 있다. 따라서, 각 영재교육기관의 영재교육 프로그램에서 가장 많이 참조되고 널리 사용되는 영재 학습 모형은 Renzulli의 심화학습 3단계 모형이다. 각 대학 과학영재교육원의 사사과정이 Renzulli의 심화학습모형의 3단계에 해당한다. 사사과정에 있는 학생들은 멘토와 밀착되어 지원을 받으면서도 새롭고 독창적인 산출물을 생산해 내기 위하여 학생들 스스로 실제 문제에 대한 연구를 독립적으로 수행한다. 중학생 수준에서 생산할 수 있는 산출물은 크게 생활이나 과학 등의 현상을 수학적으로 묘사하고 문제를 해결하는 것, 교과서 수학에서 다루어지지 않았거나 발표되지 않은 새로운 정리를 이끌어 내고 그에 대한 증명을 산출하는 것, 수학학습을 통해 얻게 된 발산적, 수렴적 사고를 이용하여 작품을 생산해 내는 것 등의 세 가지로 나눌 수 있다(김선희, 2005).

본 논문에서 영재학생의 사사독립연구는 Renzulli의 심화학습 3단계 모형 중 3단계에 해당하며, 영재학생의 사사독립연구에 대한 산출물은 학생이 수학자가 되어 수학 내적인 것에 가치를 두고 만든 수학적 지식으로, 수학에 대한 기본적인 개념과 수학을 학습하면서 생긴 의문을 수학적 지식에 근거하여 문제를 설정하여 이를 학생 수준의 수학적 지식을 바탕으로 증명하는 것을 의미한다.

3. 수학 영재성과 수학 창의성

영재교육과 관련된 이론에 근거한 수학 영재성은 미국 교육청의 영재 정의에서의 특수학문 적성

중 수학 적성 영역, Renzulli(1978)의 11가지 일반적 성취 영역 중 수학 영역, Gardner(1983)의 7가지 지능 중 논리·수학적 영역에 해당한다.

전통적으로 수학을 잘하는 사람이란 뛰어난 계산 실력을 가진 자로 여겨졌지만 뛰어난 계산 능력을 가지고 있다 할지라도 문제 해결 상황에 이를 적용하지 못하는 학생들도 있고, 계산 능력은 떨어지더라도 게임이나 비정형 문제에서 뛰어난 문제 해결 능력을 가진 학생들이 적지 않다는 것이 여러 연구에서 밝혀진 바 있다(박성의 외, 2003). 따라서, 최근 영재교육에서 말하는 수학 영재성은 한마디로 창의적인 수학 문제 해결 능력이라고 말할 수 있다. 창의적인 수학 문제 해결 능력은 수학적 능력과 수학적 창의성으로 구분할 수 있다.

Weaver와 Brawley(1959)는 수학적 능력의 구성요소를 수량과 주변 사물의 수량적인 면에 대한 민감성, 호기심, 신속한 지각, 이해, 처리 능력과 수량과 수량적 자료를 추상적, 상징적으로 처리하는 능력, 수학적 형태, 구조, 관계, 상호관계를 지각하는 능력, 수량적인 상황을 고정된 방식이 아니라, 통찰, 상상, 창의성, 독창성, 자기주도성, 독립성, 열망, 집중성, 끈기를 가지고 융통성 있게 생각하고 수행하는 능력, 분석적이고 연역적으로 생각하고 추론하는 능력, 귀납적으로 생각하고 추론하는 능력, 수학적 학습한 내용을 사회적 상황이나 다른 교과 내용 등에 적용하는 능력 등으로 제시하였다. Krutetskii(1976)는 수학적 능력을 학교에서의 수학 교과를 학습하여 해당 지식과 기능을 익히는 능력인 학교 수학 능력과 사회적 가치를 지니는 독창적인 산출물을 창조해 내는 능력이자 학문으로서의 수학을 하는 능력인 창의적 수학 능력을 구분하였다. 또 그는 수학적 마인드를 '분석적 사고'와 '기하적 사고'의 두 가지 유형의 수학적 사고가 존재한다고 보았고, 수학적 사고의 과정을 정보 수집, 정보 처리, 정보 파지의 3가지 과정으로 파악하였다. Krutetskii에 의하면 평범한 아동들은 문제를 분석하고 종합하는 과정에 들어가서야 비로소 연관성을 찾으려고 하는 분석-종합적인 절차(analytic-synthetic process)를 찾으려는 반면, 수학적 능력이 뛰어난 영재아들은 문제의 구조를 파악하여 신속하고도 단축된 사고를 하는 분석-종합적인 통찰(analytic-synthetic vision)을 사용하여 곧바로 문제를 복합된 전체(composite whole)로 파악한다고 하였다. 그러나, Pendarvis, Howley와 Howley(1990)는 Krutetskii가 말하고 있는 수학적 능력에서 다루어지지 않았던 사고의 속도, 계산 능력, 상징, 수, 공식에 대한 기억력, 공간개념에 관한 능력, 추상적인 수학적 관계를 시각화하는 능력 등도 첨가되어야 한다고 주장하였다.

NCTM(1987)에서는 수학적 능력을 조사, 추측, 논리적으로 추론하는 능력, 실생활 문제를 해결하는 능력, 수학에 대해 수학을 통한 의사소통하는 능력과 수학에 관한 다양한 아이디어와 수학 이외의 지적 활동에 관련된 아이디어를 관련짓는 능력과 같은 인지적 능력과 문제해결과 의사결정과정에서의 자신감, 수량적 정보와 공간적 정보를 찾고 평가하며 이용하려는 성향과 유연성, 인내력, 흥미, 호기심, 독창성 등과 같은 정의적 능력을 포함한다고 하였다. 또한, NCTM(1987)은 수학영재들이 가지고 있을 수 있는 행동 특성을 크게 일반적 행동 특성, 학습 행동 특성, 창의적 행동 특성, 수학적 행동 특성의 4가지로 구분하였는데, 그 중 수학적 행동 특성으로 수에 대한 조기의 호기심과 이해,

수와 공간적 관계에 대한 논리적이고 상징적인 사고 능력, 수학적 패턴, 구조, 관계와 연산에 대한 지각과 일반화 능력, 분석적, 귀납적·연역적으로 추론하는 능력, 수학적 기호, 관계, 증명, 풀이 방법 등을 기억하는 능력, 수학적 문제를 풀이하는 데 있어서의 활동력과 지속성 등의 특성을 지닌다고 하였다.

한편, 수학 영재성과 수학적 능력을 구성하는 요인으로 수학 창의성이 강조되고 있다. 수학 창의성은 수학 영재성을 구성하는 중요한 요인으로 창의적으로 수학 문제를 발견하고, 이해하고, 해결하는 능력은 수학적 능력을 구성하는 중요한 능력이라고 할 수 있다. 김홍원, 김명숙과 송상현(1996)은 수학 영재성의 구성요소로 수학적 사고능력, 수학적 과제 집착력, 수학적 창의성, 배경 지식으로 구분하였다. 수학적 사고능력은 수학적 문제를 이해하고 해결하는데 기본적으로 요구되는 사고 능력을 의미하며 직관적 통찰 능력, 정보의 조직화 능력, 공간화/시각화 능력, 수학적 추상화 능력, 귀납적·연역적 사고 능력과 같은 수학적 추론 능력, 일반화 및 적용 능력, 반성적 사고 능력 등의 하위 능력들이 포함된다. 수학적 과제 집착력은 일정 시간동안 끈기 있게 수학 문제에 몰두하는 능력으로, 수학에 대한 흥미와 태도, 인내심, 지속성, 집중성, 자신의 능력에 대한 믿음, 자기 신뢰감 등과 관련된 요소이다. 수학적 창의성은 수학적 문제를 창의적으로 해결하는 능력으로 유창성, 융통성, 독창성, 정교성의 능력들이 포함된다. 그리고 배경 지식은 수학 문제를 해결하는데 필요한 수학적 지식과 다른 영역의 지식을 의미한다. 지식에는 사실적 지식과 절차적 지식이 포함된다. 일반적으로 배경 지식은 수학적 지식을 의미한다.

III. 연구 방법 및 절차

1. 연구대상

사사과정에 있는 수학영재학생의 사사독립연구에 대한 산출물과 산출물 발표과정에서 나타난 특징을 분석하기 위하여 전남대학교 과학영재교육원 중등수학 사사과정에 있는 학생을 연구 대상으로 선정하였다. 연구 대상으로 선정된 학생은 중등기초과정 선발에서 소속 초등학교 6학년 학생수의 5%, 혹은 소속 중학교 1학년 학생 수의 5% 범위 안에서 소속 학교장의 추천을 받은 학생 또는 전남대학교 과학영재교육원 초등교육과정을 이수(예정)한 학생을 대상으로 한 1단계 창의적 문제해결력 평가와 2단계 수학적 사고력 및 창의과제 수행평가를 통해 선발된 학생으로 중등기초과정과 중등심화과정에서 각각 168시간씩의 다양한 교육과정을 이수하였고, 2009년 4월 4일부터 2010년 1월 16일까지 10개월간 매월 첫째, 셋째 토요일 오후에 3시간씩 총 60시간의 사사과정을 이수한 학생이다. 특히, 중등수학 사사과정 20명의 학생들을 대상으로 한 산출물 발표회에서 참여교수들의 심사를 거쳐 수료식 발표자로 선정된 학생이다.

2. 연구방법

본 연구는 사사과정에 있는 수학영재학생의 독립연구 결과인 산출물에 나타난 특징을 분석하고, 산출물 발표를 준비하고 발표하는 과정에서 나타난 영재학생의 심리적인 변화 등을 분석하기 위하여 정성적 사례 연구를 수행하였다. 정성적 사례연구는 특징적이고 서술적이며 발견술적이라는 특성을 가지고 있기 때문에(Merriam, 1998) 사사과정 학생의 독립연구 결과라는 특정적 상황에서 영재학생의 산출물과 산출물을 발표하는 과정에서의 나타난 현상을 명백히 하기 위하여 사사과정에 있는 수학영재학생 한 명을 선택하여 정성적 사례연구를 수행하였다. 또한, 정성적 사례연구는 한 명 이상의 개인의 행동이나 과정 등을 심층적으로 연구할 수 있고 변인이 어떻게 작용하는지 그 과정을 생생하게 나타낼 수 있는 장점을 가지고 있기 때문에 본 연구는 정성적 사례연구 방법을 사용하였다.

영재학생의 사사독립연구의 결과물인 수학적 산출물과 산출물 발표를 준비하고 발표하는 과정에서 나타난 영재학생의 특징을 분석하기 위하여 정성적 사례연구에서 많이 사용하는 관찰과 임상면담 방법을 활용하였다. 영재학생의 수학적 산출물에 나타난 특징을 분석하고 발표 자료를 정리하고 발표 연습 및 발표하는 전 과정을 관찰하였고, 발표 자료를 정리하고 발표 연습을 하는 중간에 연구자가 산출물과 관련된 면담을 실시하였고, 발표에 따른 심리적 압박감 등을 해소하기 위하여 상담을 실시하였다.

1) 참여 관찰

전남대학교 과학영재교육원은 수료식 때 전체 수료자를 대표하여 사사과정에 있는 학생들 중 수학과 과학 분야에서 각각 1명씩을 선발하여 산출물을 발표하게 하였다. 수학과분야에서 선발된 학생은 2010년 1월 22일 산출물 발표회에서 참여교수들의 심사를 거쳐 수료식 발표자로 선정된 학생으로 본 연구자는 1월 26일부터 2월 27일 수료식까지 전남대학교 사범대학 수학교육과 세미나실 및 강의실에서 매주 화요일과 목요일에 2시간씩 약 20시간동안 학생의 산출물 발표 자료의 준비와 발표 연습의 전 과정에 참여하면서 학생의 산출물에 나타난 특징과 학생의 발표준비 과정에서 나타난 심리적인 변화를 관찰하였다.

2) 인터뷰

본 연구에 참여한 영재학생은 1월 26일부터 2월 12일까지 약 3주간에 걸쳐 자신의 독립연구 산출물을 발표할 내용을 중심으로 수정·보완하여 PPT 자료와 GSP 파일로 재구성하였다. 그리고 영재학생은 이 자료들을 바탕으로 하여 2월 16일부터 26일까지 약 10시간에 걸쳐 발표 연습을 실시하였다. 본 연구자는 영재학생이 독립연구에 대한 산출물 발표를 연습하는 기간 동안에 산출물 내용에 대하여 인터뷰를 집중적으로 실시하였고, 또한 학생의 심리적인 변화를 파악하고 심리적으로 안정감을 주기 위하여 수시로 상담을 실시하였다. 영재학생과 상담시 짧은 기간 동안 문제 자체만을 구체

적으로 명료하게 단순화시켜서 상담하는 단기상담, 영재학생의 교육적 성장을 위한 학교 환경의 조성 및 영재의 정서적, 인지적 욕구 이해를 기반으로 한 인간성장 발달에 목표를 둔 발달상담, 상담진문거나 교사에 의해 이루어지는 발달적 상담과 심리적 지지와 격려, 충고와 조언 등을 통하여 학생이 안정을 찾도록 하는 지지상담의 상담기법을 이용하여 학생과 상담하였다. 학생과의 상담 내용은 디지털 녹음기를 이용하여 녹음하였다.

3) 영재학생의 산출물

수학 영재학생의 사사독립연구에 대한 산출물은 영재학생이 이차함수의 성질에 대한 자신의 추론이 올바른지 귀납적으로 확인하기 위하여 GSP를 활용하여 만든 자료와 이를 이용하여 이차함수의 성질들은 연역적으로 증명한 결과물(PPT)로 나눌 수 있다. GSP를 활용하여 만든 자료에서 나타난 특징과 이차함수의 성질을 연역적으로 증명한 산출물의 증명과정에서 나타난 특징 등을 분석하였다.

3. 연구절차

1) 사사과정 학생의 사사교육

전남대학교 과학영재교육원은 영재학생의 자율성과 창의성을 신장시키고, 실질적인 연구수행 능력 습득함으로써 과학적이고 창의적인 문제 발견 및 문제해결력을 기르고 독립적인 탐구 능력을 신장시킬 목표로 사사교육을 실시하고 있다. 사사과정 학생들은 각 지도교수의 지도하에 2009년 4월 4일부터 2010년 1월 16일까지 10개월간 매월 첫째, 셋째 토요일 오후에 3시간씩 총 60시간 동안 다양한 교재(Honsberger, 2004; Nelsen, 1993; Nelsen, 2000)를 활용하여 중등학교 교육과정의 심화과정으로 도형의 성질, 정수의 기초적 이론, 이산수학의 여러 가지 문제들을 중심으로 문제풀이를 통한 탐구학습을 진행하였다. 수업은 지도교수가 교재의 내용 중 수학적 배경이 되는 기초 수학을 간략하게 강의하고 난 후 학생들이 관련된 교재의 내용을 나누어 발표하고 지도교수가 보충 지도하는 방식으로 이루어졌다.

2) 사사과정 학생의 독립연구

사사과정 학생은 약 10개월 동안 각 지도교수의 지도아래 다양한 주제에 대하여 탐구학습을 하고 난 후 2009년 12월부터 약 2개월 동안 학습한 내용을 중심으로 학생 스스로 창의적인 주제를 선정하여 탐구하도록 하고, 2010년 1월 16일 수학분야 사사발표회에서 각 사사과정의 지도교수와 사사과정 학생들을 대상으로 탐구한 내용을 정리하여 발표하게 하였다.

3) 사사과정 학생의 산출물 발표

수학분야 사사발표회에서 각 지도교수의 평가에 의해 연구 결과가 우수한 학생 1명을 선정하였고,

2010년 2월 27일 영재교육원 수료식 때 전 과정의 수료생 전체를 대표하여 사사과정에 있는 학생 중 수학과 과학 분야에서 각각 1명씩을 선발하여 자신이 연구한 산출물을 발표하게 하였다.

4) 자료 수집 및 분석

본 연구의 자료는 크게 수학 영재학생의 사사독립연구에 대한 결과물을 정리한 PPT, GSP 파일과 같은 산출물과 산출물 발표를 준비하는 과정에서 본 연구자와 학생과의 인터뷰를 디지털 녹음기로 녹음한 녹음 자료로 나눌 수 있다. 산출물 자료의 수집은 영재학생이 자신의 독립연구 산출물을 발표할 내용을 중심으로 수정·보완하여 PPT와 GSP 파일로 변형하여 제출한 2월 12일에 수집하였고, 인터뷰 자료 중 산출물과 관련된 자료는 2010년 2월 16일 영재학생이 처음 발표 연습을 하는 과정에서 산출물의 내용을 중심으로 연구자와 학생간의 대화 내용을 녹음하였다. 상담 자료는 2월 16일부터 수료식날인 2월 27일까지 학생의 발표에 대한 심리적 부담감을 완화시키기 위하여 수시로 짧게 상담한 내용을 녹음하였다. 디지털 녹음기로 녹음한 자료를 반복 청취하여 워드프로세서를 이용하여 전사하였으며 약 10여 페이지 분량의 자료를 수집하였다.

영재학생의 사사독립연구의 산출물에 나타난 특징을 분석하기 위하여 수집된 PPT 자료와 GSP를 이용하여 탐구한 자료의 내용 및 인터뷰 내용을 분석하기 위하여 정성적 자료 분석 방법 중 현상학적 분석 방법을 사용하였다. 현상학적 분석 방법은 현상에 대한 직관적인 이해를 하고 난 후 이 현상의 일반적 본질의 의미를 얻기 위하여 현상에 관한 몇 개의 실례나 보기를 조사함으로써 여러 본질 중에서 관계성을 이해하고 나서 특정한 것이든 일반적인 본질이든 간에 무엇이 나타나느냐 하는 의미뿐만 아니라 나타나는 방법에서도 현상을 체계적으로 탐구하는 분석 방법이다(Merriam, 1998). 본 연구에서는 영재학생의 사사독립연구에 대한 산출물, 산출물에 대한 인터뷰와 상담한 내용을 녹음한 자료를 바탕으로 의미를 찾아내는 현상학적 분석 방법으로 자료를 분석하였다.

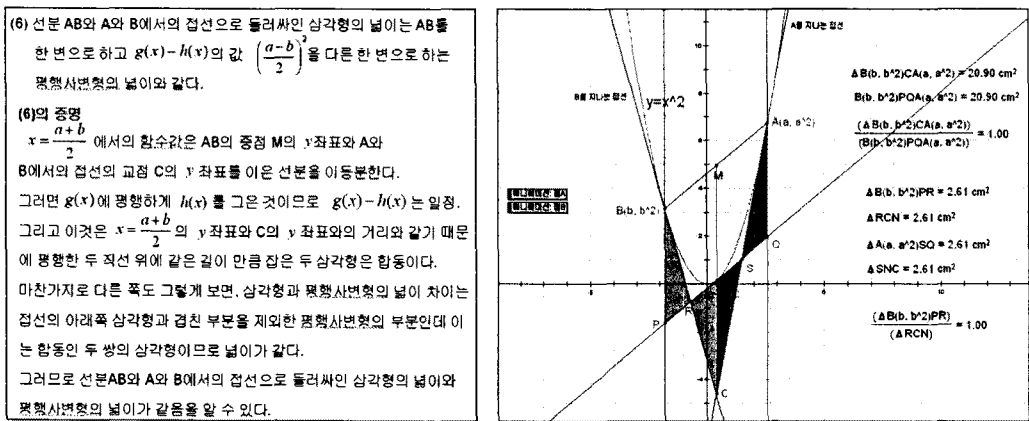
IV. 결과 및 분석

1. 산출물에 나타난 특징 분석

1) 영재학생은 자신의 생각을 기호로 표현하는 것보다 글로 표현하는 데 익숙하고, 글로 표현하는 것 보다 말로 표현하는 것에 익숙하다는 사실을 발견할 수 있었다.

수학에서의 증명 학습은 학생들이 논리적이고 체계적으로 사고하도록 하는데 중요한 역할을 하며, 증명에서의 기호화는 논증에서 중요한 역할을 한다. 그러나, 증명과정에서 잘못된 기호화로 인하여 여러 가지 오류가 발생하고 잘못된 결론이 이끌어지기도 한다. 여러 연구결과에서 확인할 수 있는 것처럼 많은 중학생들이 기호화나 기호를 이용하여 증명 쓰기를 하는 데 많은 어려움을 느끼고 있다(신유경·강윤수·정인철, 2008). 다음 그림들은 영재학생이 사사독립연구 산출물을 수료식 때 발표

할 목적으로 파워포인트를 이용하여 작성한 결과물로 2010년 2월 12일 수집한 자료 중 일부이다. [그림 1]은 삼각형 ABC 와 평행사변형 $ABPQ$ 의 공통 영역인 사각형 $ABRS$ 를 제외한 부분의 넓이가 같다는 것, 즉 평행사변형 $ABPQ$ 에서 사각형 $ABRS$ 를 제외한 부분인 두 삼각형 ASQ 와 BPR 의 넓이의 합이 삼각형 ABC 에서 사각형 $ABRS$ 를 제외한 부분인 삼각형 SRC 의 넓이와 같다는 것을 증명한 산출물이다. <그림 1>의 산출물에서 삼각형 ABC 의 넓이와 평행사변형 $ABPQ$ 의 넓이가 같음을 증명하는 과정에서 기호로 표현하기 보다는 문장으로 표현하여 증명하고 있음을 것을 볼 수 있다. 영재학생들도 일반 학생들과 마찬가지로 기호를 사용하여 증명하는 것에 대하여 익숙하지 않음을 알 수 있다.



<그림 1> 영재학생의 사사 독립연구에 나타난 산출물

산출물의 증명 과정에서 사사과정에 있는 영재학생은 기호를 사용보다는 것보다 오히려 문장으로 표현하려는 경향이 나타났고, 이를 말로 설명해 보라는 요구에는 논리적으로 설명할 수 있는 것을 발견할 수 있었다. 다음 인터뷰 내용은 2010년 2월 16일 영재학생이 산출물 발표를 준비하며 연습하는 과정에서 산출물 내용을 중심으로 본 연구자와의 대화 내용을 정리한 일부분이다.

연구자 : 삼각형 ABC 의 넓이와 평행사변형 $ABPQ$ 의 넓이가 왜 같지?

학 생 : (손으로 도형을 가리키며) 이 삼각형(삼각형 ABC 를 지칭)과 이 평행사변형($ABPQ$ 를 지칭)의 공통 부분인 가운데 있는 노란색 사각형 부분(사각형 $ABRS$ 를 지칭)을 뺀 나머지 부분의 넓이를 비교해 보면, 이 초록색 삼각형들과 파란색 삼각형 부분의 넓이가 서로 같기 때문에 삼각형과 평행사변형 $ABPQ$ 의 넓이가 같아요.

연구자 : 왜 두 삼각형 BPR 과 NRC 의 넓이와 ASQ 와 SNC 의 넓이가 같지?

학 생 : 이 두 선분(\overline{AB} 와 \overline{BC})이 서로 평행이고, N 은 선분 \overline{MC} 를 이등분한 점이기에 때문에 이 두 선분(\overline{MN} 과 \overline{BP})의 길이가 같고, 또 이 선분(\overline{MN})하고 이 선분(\overline{NC})의 길이가 같기 때문에 삼각형들이 합동이 돼요. 그리고, 이 두 삼각형들도 똑같이 하면 합동이기에 때문에 넓이가 같아요.

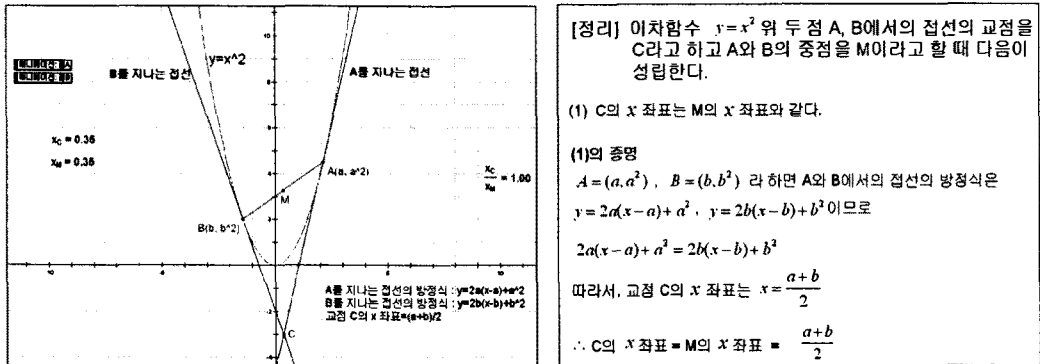
위의 인터뷰 내용을 살펴보면, 영재학생은 수학적 산출물을 글로 표현하는 것보다 말로 설명하는 것이 자신의 생각을 더 논리적으로 표현할 수 있음을 것을 알 수 있다. 위의 결과로 부터 시사과정에 있는 영재학생은 자신의 생각을 기호로 표현하는 것보다 글로 표현하는 데 익숙하고, 글로 표현하는 것 보다 말로 표현하는 것에 익숙하다는 사실을 발견할 수 있었다. 또한, 위의 인터뷰 내용에서 보는 바와 같이 영재학생은 자신의 산출물에 대한 내용에 대하여 논리적으로 답변하는 것을 볼 수 있다. NCTM(1987)은 수학영재성과 관련된 창의적인 문제해결 능력 중 수학적 능력에 수학에 대해 수학을 통한 의사소통하는 능력이 포함된다고 하였다. 산출물 발표를 준비하는 과정에서 창의적인 문제해결 능력 중 수학적 능력인 의사소통능력이 영재학생에게서 발현됨을 알 수 있었다.

2) 영재학생은 자신의 추론을 GSP를 활용하여 귀납적으로 타당화한 후 연역적으로 증명하였다.

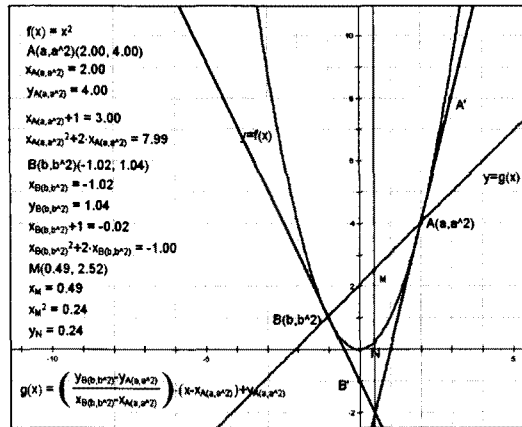
연구에 참여한 영재학생은 이차함수 $y = x^2$ 위의 임의의 두 점에서의 접선의 교점과 두 점의 중점의 x 좌표가 같을 것이라고 추측하고, 자신의 추측이 옳은지 확인하기 위하여 GSP를 이용하였다. GSP를 이용하여 이차함수 $y = x^2$ 위의 두 고정점 A, B 에서 접선을 작도하고 측정 기능을 이용하여 접선의 교점 C 의 x 좌표와 \overline{AB} 의 중점 M 의 x 좌표가 같다는 자신의 추론이 옳은지 검증하였고, 위의 성질이 임의의 점에서 일반적으로 성립하는지 검증하기 위하여 두 점 A 와 B 에 GSP의 드래그 기능과 애니메이션 기능을 이용하여 임의의 두 점에서 항상 성립함을 확인하였다. 이러한 사실이 일반적으로 성립한다는 확신을 가지고 이를 바탕으로 연역적으로 증명하였다. <그림 2>는 영재학생이 자신의 추론을 GSP를 이용하여 귀납적으로 확인하고, 확인한 결과를 연역적으로 증명하여 얻은 산출물이다.

또한, 영재학생은 이차함수 $y = x^2$ 상의 임의의 한 점에서의 접선을 작도하는데 GSP의 기능 중 작도 메뉴를 이용하여 작도하는 것이 용이하지 않음을 인식하고, 두 점을 지나는 직선으로 접선을 작도하였다. 이차함수 $y = x^2$ 상의 점 $A(a, a^2)$ 에서의 접선의 기울기가 $2a$ 라는 것을 이용하여 A' 를 작도하여 두 점 A 와 A' 를 지나는 직선을 작도함으로써 $y = x^2$ 상의 점 $A(a, a^2)$ 에 접하는 접선을 작도하였다(<그림 3>). 이 사실을 통하여, 영재학생은 GSP 기능에 대해 숙달되어 있음을 알 수 있었고, 이차함수에서의 접선에 대한 개념을 확실히 이해하고 있는 것을 확인할 수 있었다.

김홍원 외(1996), NCTM(1987), Weaver와 Brawley(1959)는 수학영재성 중 수학적 능력의 구성요소로 분석적이고 연역적으로 생각하고 추론하는 능력과 귀납적으로 생각하고 추론하는 능력이 포함된다고 하였고, 김홍원 외(1996)와 Pendarvis 등(1990)은 수학적 관계를 시각화하는 능력이 수학적 능력의 구성요소에 포함된다고 하였다. 영재학생의 산출물에서 위와 같은 수학영재성 중 수학적 능력이 나타남을 확인할 수 있었다.



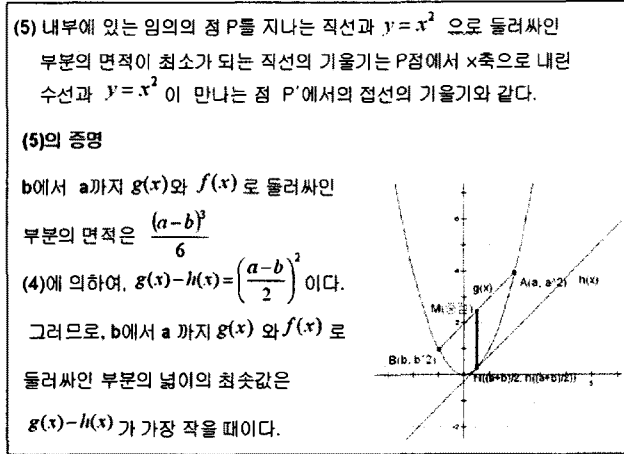
<그림 2> GSP를 활용한 귀납적 사고와 연역적 증명



<그림 3> GSP를 활용한 접선의 작도

3) 미분과 적분을 이용하여 접선과 도형의 넓이를 계산하여 증명하였다.

영재학생은 사사과정에서 함수와 도형 등의 개념과 성질 등을 학습하면서 변화율, 미분과 적분의 기본개념과 기본 성질 등을 이미 학습하였다. 영재학생의 산출물에 나타난 증명과정에서 사사과정에서 학습한 미적분의 기본 개념과 성질 등을 활용하여 증명하였다. 실례로, 영재학생은 이차함수 $y=x^2$ 위의 임의의 두 점에서의 접선의 교점과 두 점을 잇는 선분의 교점의 x 좌표가 같다는 것을 증명하기 위하여 $f(x)=x^2$ 상의 임의의 한 점 $A(a, a^2)$ 을 지나는 접선을 구하는데 $f(x)=x^2$ 를 미분하여 접선의 기울기가 $f'(a)=2a$ 라는 것을 이용하여 접선 $y=2a(x-a)+a^2$ 을 구하였다(<그림 3>). 또한, $x=b$ 에서부터 $x=a$ 까지 $f(x)$ 와 $g(x)$ 로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하기 위하여 정적분 $\int_b^a (g(x)-f(x))dx$ 을 이용하여 넓이를 구하였다(<그림 4>).



<그림 4> 적분을 이용하여 증명한 산출물

학습 위계상 중학교 3학년에게 속진학습으로 미적분을 가르치는 것이 옳은가 하는 문제를 제기할 수 있으나, 영재 학생들이 나타내는 학습 특성이 속진과 심화를 동시에 필요로 하기 때문에 속진학습과 심화학습은 따로 구분하기보다는 오히려 통합적으로 적용되는 경우가 많다. Van Tassel-Baska(1981)는 심화학습은 바람직한 수준의 속진학습과 함께 실행되지 않는 한 아무런 의미가 없다고 주장하였다. 또한, 김홍원 외(1996)는 수학 영재성의 구성요소 중 수학적 문제를 이해하고 해결하는데 기본적으로 요구되는 사고 능력으로 수학적 사고능력과 수학적 문제를 창의적으로 해결하는 능력으로 유창성, 융통성, 독창성, 정교성과 같은 수학적 창의성이 포함된다고 하였다. 영재학생이 문제 상황에서 서로 다른 다양한 아이디어를 가지고 참신하고 질적으로 수준 높은 창의적인 해결 능력을 개발하는데 있어서 어느 정도 더 폭 넓고 깊이 있는 수학을 접하는 것도 필요하다. 따라서, 속진학습과 심화학습은 교육과정의 상호 보완적인 구성요소로 작용하여야 하고, 심화학습과 속진학습이 상호 보완적으로 이루어질 때 영재교육에서의 학습효과가 높다고 할 수 있다.

2. 산출물 발표과정에서 나타난 영재학생의 특징 분석

1) 산출물 발표과정에서 완벽하게 발표해야 한다는 심리적인 압박감으로 인하여 긴장하고 불안해하였다.

영재학생은 2010년 2월 16일부터 영재교육원 수료식인 2월 27일까지 발표할 산출물에 대하여 매주 이틀간 하루 2시간씩 집중적으로 산출물을 수정하고 보완하면서 산출물 발표 준비를 하였다. 산출물 발표 준비를 하는 과정에서 산출물 발표일이 임박해 올수록 영재교육원생과 학부모 등 수많은 청중 앞에서 완벽하게 잘 발표해야 한다는 심리적인 압박감으로 인하여 긴장하고 불안해하면서 산출물 발표를 안했으면 하는 생각까지 하였다. 이 경우 연구자는 영재학생의 산출물 발표에 대한 동기 부여

와 심리적인 압박감으로 덜어주기 위하여 짧은 기간 동안 문제 자체만을 구체적으로 명료하게 단순화시켜서 상담하는 단기상담, 영재학생의 교육적 성장을 위한 학교 환경의 조성 및 영재의 정서적, 인지적 욕구 이해를 기반으로 한 인간성장 발달에 목표를 둔 발달 상담과 상담전문가나 교사에 의해 이루어지는 발달적 상담과 심리적 지지와 격려, 충고와 조언 등을 통해 영재가 힘을 얻도록 하는 지지상담 등을 하였다. 다음 인터뷰 내용은 2010년 2월 18일 발표 연습을 하는 과정에서 발표에 부담감을 느끼는 학생에게 심리적 안정감을 주기 위하여 본 연구자와의 상담한 내용을 정리한 일부분이다.

학 생 : 선생님 수료식 때 산출물 발표 안하면 안돼요?

연구자 : 왜? 무슨 일 있냐?

학 생 : 아니요. 그냥요.

연구자 : 왜 발표하기 싫은데?

학 생 : 수료식 때 부모님이랑 가족들이 오는데 발표를 잘 못하면 부모님과 교수님들께 죄송해서요.

연구자 : 내가 인생을 살아가면서 수 많은 사람들 앞에서 발표할 수 있는 기회는 흔치 않아.

학 생 : 그렇긴 하네요. 그래요.

연구자 : 수료식 때 참석한 사람들 중에 수학에 대해서 교수님들 빼고 내가 연구한 주제에 대해 너 보다 잘하는 사람이 없으니까 자신감을 가져. 그리고 열심히 준비하고 연습하자.

학 생 : 네.

영재학생은 산출물을 발표할 시간이 임박해서 심리적 긴장감이 최고조에 달해 긴장하고 초조해 하였으나 발표가 시작되면서 점차 안정감을 되찾아갔다. 학생이 심리적으로 안정되어 가는 때에는 발표하기 전까지 연구자의 끊임없이 용기를 주려는 대화와 격려가 도움이 되었고, 앞서 발표한 과학 분야 영재학생의 연구 결과가 만족할 만한 성과를 내지 못했다는 결론이 나면서 심리적으로 안정되었다.

영재교사는 영재학생을 상담함에 있어서 영재에 대해 긍정적으로 이해하려고 노력하고, 융통적이고 개방적인 사고방식을 갖으면서, 스스로 역할 모델이 되려고 노력하고, 영재학생을 이해하고 격려하며 수용의 자세가 필요하다고 할 수 있다.

2) 산출물 발표 후 수학에 대한 인식의 변화와 수학적 자기효능감이 상승하였다.

수학영재의 정의적 특성은 수학적 성향뿐만 아니라 일반적인 성향인 자기효능감에 의해서도 파악될 수 있다. Bandura(1997)는 자기효능감(self-efficacy)을 개인이 어떤 결과를 산출하기 위해 요구되는 행동을 성공적으로 수행할 수 있다는 기대와 신념이라고 정의하였다. 다시 말하면, 자기효능감은 과제의 수행을 위해 행동을 조직하고 실행할 수 있는 자신의 능력에 대한 판단을 의미하는 것이며, 해결해야 할 과제에 직면했을 때 스스로가 자신의 능력에 대해 판단하고 신념을 가지는 것이라고 할 수 있다. Rueda와 Dembo(1995)는 수학문제의 해결과 관련하여 수학능력이 뛰어난 동료학습자의 학

습행동을 모방하도록 했을 때 학습자의 자기효능감 수준은 향상되며 이때 향상된 자기효능감이 학업 성취에서의 향상을 가져올 뿐만 아니라 이후의 학습상황에서도 긍정적인 영향을 미친다고 하였다. 또한, 비슷한 또래 모델들이 과제를 성공적으로 성취하는 것을 관찰하는 것은 관찰자들의 자기효능감을 증가시키고, 이것은 그들이 과제를 성공적으로 수행할 때 효과적이라고 하였다. 그러나, 영재학생의 수료식 때 산출물 발표를 관찰한 결과 앞의 과학 분야의 발표자로 선정된 또래 학생의 탐구 과제가 만족할 만한 결과를 얻지 못하고, 연구에 참여한 영재학생이 과학 분야에서 발표한 학생보다 훨씬 더 좋은 결과를 산출했다고 자신이 인식하면서 더 높은 자기효능감이 나타남을 관찰할 수 있었다. 그리고, 산출물 발표 전보다 산출물 발표 후 영재학생은 수학에 대한 자신에 대한 믿음과 자기 신뢰감이 상승한 것으로 나타났다. 다음 인터뷰 내용은 수료식 당일인 2010년 2월 27일 산출물 발표 후 본 연구자와 영재학생과의 인터뷰 내용을 정리한 일부분이다.

연구자 : 수학이 어떤 과목이라는 생각하니?

학 생 : 수학은 단지 공식을 외우고, 외운 공식을 문제에 대입하여 푸는 과목이라고 생각했는데요.

연구자 : 그런데?

학 생 : 사사과정에서 주제를 정해서 탐구하고 발표하고 난 뒤에는 수학 과목이 논리적으로 증명하고 사고력을 필요로 하는 과목이라는 생각이 들었어요.

연구자 : 또 다른 느낀 점은?

학 생 : 어떤 수학 문제도 풀 수 있다는 생각이 들었어요.

산출물 발표 후 영재학생은 수학 과목이 단지 공식을 외우고, 외운 공식을 문제에 대입하여 문제를 푸는 과목이 아니라 논리적으로 증명하고 사고력을 필요로 하는 과목이라는 수학과목에 대한 인식이 변화했음을 알 수 있었고, 어떤 수학적 문제도 해결할 수 있다는 수학적 자기효능감이 증가했음을 알 수 있었다. 김홍원 외(1996)는 수학 영재성의 구성요소 중 수학적 과제 집착력에 수학에 대한 흥미와 태도, 인내심, 지속성, 집중성, 자신의 능력에 대한 믿음, 자기 신뢰감 등과 관련된 요소가 포함된다고 하였다. 산출물 발표 후 영재학생에게 수학 영재성의 구성요소 중 자신의 능력에 대한 믿음, 자기 신뢰감 등과 관련된 요소가 상승함을 확인할 수 있었다.

V. 결 론

본 연구는 사사과정에 있는 수학 영재학생의 독립연구에서 얻어진 산출물에 대하여 인식론적 관점에서의 산출물에 나타난 특징을 분석하고, 산출물 발표를 준비하고 발표하는 과정에서 나타난 영재학생의 심리적 변화를 정의적인 관점에서 탐구하고자 하였다. 이를 위하여, 전남대학교 과학영재교육원 수학분야 사사과정에 있는 영재학생 1명을 대상으로 하여 영재학생의 독립연구의 나타난 산출물과 산출물 발표과정에서 나타난 영재학생의 심리적 변화를 관찰하였다. 이 과정에서 수집한 산출

물과 디지털 오디오 녹취물을 분석하였다.

영재학생의 사사독립연구 결과로 얻어진 산출물과 산출물 발표과정에서 다음과 같은 결론을 얻었다.

첫째, 영재학생의 사사독립연구는 수학영재성 중 수학적 능력의 구성요소인 귀납적·연역적 추론 능력을 발현하게 한다. 영재학생은 사사독립연구에 대한 산출물에서 자신의 추론을 GSP를 이용하여 일반적으로 성립하는지 검증하였다. 그리고 자신이 추론이 일반적 성립한다는 확신을 바탕으로 연역적으로 증명하였다. 증명과정에서의 GSP는 다양한 사례를 검증하여 일반화를 시도하는데 도움을 주고(신유경 외, 2008; 이현수·박종률·정인철, 2009), 학생들의 수학적 아이디어에 대한 추측과 확인의 기회를 제공하여 학생들의 증명학습을 돕는데 기여한다(이현수 외, 2009). 김홍원 외(1996), NCTM(1987), Weaver와 Brawley(1959)는 수학영재성 중 수학적 능력의 구성요소로 분석적이고 연역적으로 생각하고 추론하는 능력과 귀납적으로 생각하고 추론하는 능력이 포함된다고 하였고, 김홍원 외(1996)와 Pendarvis 등(1990)은 수학적 관계를 시각화하는 능력이 수학적 능력의 구성요소에 포함된다고 하였다. 영재학생의 산출물에서 위와 같은 수학영재성 중 수학적 능력이 나타남을 확인할 수 있었다. 따라서, 영재학생의 사사독립연구는 수학영재성 중 수학적 능력의 구성요소인 귀납적·연역적 추론 능력을 발현하게 한다.

둘째, 영재학생의 사사독립연구에 대한 산출물 발표는 영재학생에게 수학영재성과 관련된 창의적인 문제해결 능력 중 수학적 능력인 의사소통능력을 영재학생에게서 발현하게 한다. 영재학생과의 인터뷰에서 영재학생은 수학적 산출물을 글로 표현하는 것보다 말로 설명하는 것이 자신의 생각을 더 논리적으로 표현할 수 있음을 발견할 수 있었다. NCTM(1987)은 수학영재성과 관련된 창의적인 문제해결 능력 중 수학적 능력에 수학에 대해 수학을 통한 의사소통하는 능력이 포함된다고 하였는데 산출물 발표를 준비하는 과정에서 영재학생에게 이와 같은 수학적 의사소통능력이 발현됨을 알 수 있었다.

셋째, 영재학생의 사사독립연구에 대한 산출물 발표는 영재학생에게 수학 영재성의 구성요소 중 자신의 능력에 대한 믿음, 자기 신뢰감 등과 관련된 요소를 상승하게 한다. 영재학생은 산출물 발표 후 수학과목에 대한 인식이 수학 과목은 단지 공식을 외우고, 외운 공식을 문제에 대입하여 문제를 푸는 과목이 아니라 논리적으로 증명하고 사고력을 필요로 하는 과목이라고 인식이 변화했음을 알 수 있었다. 또한, 산출물 발표전 보다 발표 후 어떠한 수학 문제도 해결할 수 있다는 수학적 자기효능감이 증가했음을 알 수 있었다. 김홍원 외(1996)는 수학 영재성의 구성요소 중 수학적 과제 집착력에 수학에 대한 흥미와 태도, 인내심, 지속성, 집중성, 자신의 능력에 대한 믿음, 자기 신뢰감 등과 관련된 요소가 포함된다고 하였는데 산출물 발표 후 영재학생에게 수학 영재성의 구성요소 중 자신의 능력에 대한 믿음, 자기 신뢰감 등과 관련된 요소가 상승함을 확인할 수 있었다.

연구 결과로부터 다음과 같은 제언을 하고자 한다.

첫째, 영재학생들의 사사독립연구가 영재학생들에게 수학적 능력의 구성요소인 귀납적·연역적 추

론 능력을 발현하게 하는지에 대한 다양한 사례연구들이 필요하다. 본 연구의 영재학생의 사사독립 연구에서 이차함수의 성질에 대한 추론이 올바른지 확인하기 위하여 GSP를 활용한 후 이차함수의 그래프를 작도한 후 귀납적으로 추론이 성립함을 확인한 후 연역적으로 증명하였다. 함수와 그래프 외의 다른 영역에서 그리고, GSP 외의 다른 도구를 사용하여도 이와 같은 결론에 도달할 수 있는지에 대한 후속 연구가 필요하다.

둘째, 영재학생들의 산출물 발표가 영재학생들의 자신의 능력에 대한 믿음이나 자기 신뢰감 등과 관련된 요소를 상승하게 하는지에 대한 다양한 사례연구들이 필요하다. 본 연구에서 산출물을 발표한 영재학생은 중등수학 사사과정 20명의 학생들을 대상으로 한 산출물 발표회에서 참여교수들의 심사를 거쳐 수료식 발표자로 선정된 학생이었다. 선정되지 못한 학생에게도 이와 같은 결과가 나오는지에 대한 후속 연구와 선정되지 못한 학생들에 대한 배려와 처방도 필요하다.

셋째, 영재학생들의 독립연구에 대한 산출물을 발표할 수 있고, 산출물을 실을 수 있는 영재학생들의 학생 전문 저널이 필요하다. 영재학생들은 자신의 노력으로 만든 창의적인 수학적 산출물을 발표하고 공유하며 학생들의 창의적 연구의 동기부여와 의욕을 고취시킬 수 있는 장이 마련되어야 한다.

참 고 문 헌

- 김미숙·서혜애·이혜연 (2005). 영재교육 강화 사업성과 지표 평가 연구. 한국교육개발원 연구 보고.
- 김선희 (2005). 수학사에 근거한 수학영재의 창의적 산출물 평가 준거 개발. 한국수학사학회지, 18(2), 75-94.
- 박성익·조석희·김홍원·이지현·윤여홍·진석연·한기순 (2003). 영재교육학원론. 서울: 교육과학사.
- 김홍원·김명숙·송상현 (1996). 수학 영재 판별 도구 개발 연구(I)-기초연구편-. 연구보고 CR 96-26. 한국교육개발원.
- 신유경·강운수·정인철 (2008). GSP가 증명학습에 미치는 영향 : 사례연구. 한국학교수학회논문집, 11(1), 55-68.
- 유운재 (2005). 산출물 중심의 수학 영재 프로그램의 연구. 한국수학교육학회 시리즈 E <수학교육 논문집>, 19(3), 557-569.
- 이헌수·박종률·정인철 (2009). 테크놀로지를 활용한 사인함수의 덧셈정리 증명-수학영재아를 중심으로 한 사례연구-. 한국수학교육학회지 시리즈 A <학교수학>, 48(4), 387-398.
- 임근광·강순자 (2008). 수학영재학생들의 독립연구 절차와 교사의 역할. 한국수학교육학회지 시리즈 A <학교수학>, 47(3), 311-335.
- 장현선 (2005). 수학영재 교육프로그램에 관한 연구. 서강대학교 교육대학원 석사학위 논문.
- 전영주 (2006). 사사프로젝트학습을 통한 수학영재 지도. 한국학교수학회논문집, 9(2), 163-177.

- 한국교육개발원 (1999). 수학과 영재 교육과정 시안 - 초·중학교 수학과 영재 교육과정 시안 개발을 위한 기초 연구. 서울: 유진문화사.
- Bandura, A. (1997). *Self-efficacy: The exercise of control*. NY: W. H. Freeman and Company.
- Clack, B. (1997). *Growing up gifted: Developing the potential of children at home and at school*(5th ed.). Columbus, OH: Merrill.
- Clasen, D., & Hansen, M. (1987). Double mentoring: A process for facilitating mentorships for gifted students. *Roeper review*, 10, 107-110.
- Davis, G. A. & Rimm, S. B. (1989). *Education of the gifted and Talented*(2nd ed.). Englewood Cliff, NJ: Prentice-Hall.
- Doherty, E., & Evans, L. (1981). Independent study process: They can think, can't they? *Journal for the Education of the Gifted*, 4(2), 106-111.
- Gallagher, J. J., & Gallagher, S. A. (1994). *Teaching gifted children*(4th ed.). Boston: Allyn and Bacon.
- Gardner, H. (1983). *Frames of mind - The theory of multiple intelligence*. New York: Basic Books.
- Honsberger, R. (2004). *Mathematical Delights*, Washington, DC: The Mathematical Association of America.
- Johnsen, S. K., & Johnson, K. (1986). *Independent Study Program*. WACO, TX: Profrack Press.
- Kaplan, S. N., & Could, B. (2002). *Independent Study*. California: E2E.
- Krutetskii, V. A. (1976). *The psychology of mathematical abilities in school children*. Chicago: The university of Chicago Press.
- Merriam, S. B. (1998). *Qualitative Research and Case Study Applications in Education*(2nd ed.). San Francisco: Jossey-Bass Publishers. 고상숙, 권오남, 류희찬, 박만구, 방정숙, 이증권, 정인철, 황우형 역(2005). 정성연구방법론과 사례연구. 서울:교우사.
- NCTM (1987). *Providing Opportunities for the Mathematically Gifted, K-12*. Edited by House, Reston, Virginia: NCTM
- Nelson, R. B. (1993). *Proofs without Words I: More exercises in visual thinking*, Washington, DC: The Mathematical Association of America.
- Nelson, R. B. (2000). *Proofs without Words II: More exercises in visual thinking*, Washington, DC: The Mathematical Association of America.
- Pendarvis E. D., Howley. A. A., & Howley, C. B. (1990). *The abilities of gifted children*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall.
- Prillaman, D., & Richardson, R. (1989). The William and Mary Mentorships model: College

- students as a resource for the gifted. *Roeper review*, 12, 114-118.
- Renzulli, J. S. (1978). *The enrichment triad*. Mansfield Center, CT: Creative Learning Press.
- Renzulli, J. S., & Reis, S. M. (1997). *The schoolwide enrichment model: A how-to guide for educational excellence*(2nd ed). Creative Learning Press.
- Rueda, R., & Dembo, H. D. (1995). Motivational processes in learning: A comparative and sociocultural frameworks. In M. L. Maehr & P. R. Pintrich(EDs.), *Advances in Motivation and Achievement*, Vol. 9, Greenwich, Connecticut: JAI Press INC.
- Stewart, E. D. (1981). Learning styles among gifted/talented students: Instructional techniques references. *Educational children*, 48, 137-148.
- Tomlinson, C. A. (2001). *How to Differentiate Instruction in Mixed-Ability Classrooms*. Alexandria, VA: Association for Supervision and Curriculum Development.
- van Tassel-Baska, J. (1981). The great debates: For acceleration. *Speech presented at the CEC/TAG National Topical Conference on the Gifted and Talented Child, Orlando, FL*.
- Weaver, J. F., & Brawley, C. F. (1959). Enriching the elementary school mathematics program for capable children. *Journal of Education*, 142(1), 1-40.

Analyzing a Mathematical Gifted Student's Output for Mentor-Independent Study

- A Case Study Focused on Mathematics Education for the Gifted -

Lee, Heon Soo

Dept. of Math., Chonnam National University, Gwangju 500-757, Korea

E-mail : mathlee@chonnam.ac.kr

Park, Jong Youll

Dept. of Math. Education, Chonnam National University, Gwangju 500-757, Korea

E-mai : parkjy@chonnam.ac.kr

In this paper, we investigated the mathematical output of a gifted student's independent study. We chose one student who was taking a mentorship course in mathematics at the Gifted Education Center in Chonnam National University, and analyzed the characters of the result which a student showed through the output of independent study and studied the psychological change of a student while he was making a presentation of the results of his study.

We found following facts. First, a mentor-independent study improves a mathematical gifted student's inductive thinking and ability to generalize and apply to other cases. Second, presenting a mathematical gifted student's output for mentor-independent study improves his ability of mathematical communication in the abilities of creative problem solving. Finally, there is an increased change in his perception and self-efficacy of mathematics after the presentation.

* ZDM Classification : U73, I43, I45

* 2000 Mathematics Subject Classification : 97U70, 97C20

* Key Words : mathematics education for the gifted, mentor-independent study, a gifted student's output