

Specific heat jump of superconducting crystal in low temperature

Cheol Ho Kim[†]

Department of Electronic and Optical Engineering, Honam Univ. Kwangju 506-714, Korea

(Received November 3, 2010)

(Revised January 3, 2011)

(Accepted January 21, 2011)

Abstract In this paper, firstly we have derived and presented the specific heat jump as a function of the critical temperature. Secondly, we have analyzed the sign and magnitude of the derived specific heat jump and predicted the expected experimental results. And lastly, we have compared the expected experimental results with the real experimental results. Theoretically derived specific heat jump is considerably compatible with the specific heat jump up and down phenomena of the YNi_2B_2C crystal. Especially, the remarkable theoretical prediction-that the specific heat would jump down during the normal state-to-superconducting state transition at extremely low temperatures-have been confirmed by the experimental results.

Key words Superconductor, Specific heat, Critical Temperature

저온에서 초전도 결정의 비열 점프

김철호[†]

호남대학교 전자광공학과, 광주, 506-714

(2010년 11월 3일 접수)

(2011년 1월 3일 심사완료)

(2011년 1월 21일 게재확정)

요 약 본 논문에서는 먼저 저온에서의 초전도 결정의 비열 점프를 임계 온도의 함수로 구하였다. 다음에, 구한 비열 점프의 부호와 크기 등을 분석하여 여러 가지 실험적인 사실들을 예측하였다. 마지막으로 우리가 예측한 실험 사실과 실제의 실험이 일치하는지 비교하였다. 이론적으로 구한 비열점프는 YNi_2B_2C 결정의 비열 점프 업 과 비열 점프 다운 현상을 비교적 잘 설명한다. 특히 매우 낮은 온도에서는 상전도-초전도 전이 시에 비열이 점프 다운된다는 주목할 만한 이론적 예측을 실험 결과를 통해 확인할 수 있었다.

1. 서 론

비열은 초전도 현상과 본질적으로 밀접한 관계에 있다. 결정의 비열에는 원자의 운동에 기인하는 격자 비열과 전자의 운동과 관련 있는 전자 비열이 있다. 이 중 초전도와 관계가 깊은 것은 전자 비열 쪽이다. 상전도 상태에서부터 초전도 상태로 전이 될 때는 물질 내부의 전자 상태가 변하게 된다. 전자 상태의 변화는 당연히 비열에 영향을 주기 때문에 상전도-초전도 전이 시에는 비열에 이상이 생기게 된다[1-5].

결정의 비열은 격자 비열과 전자 비열의 합으로 주어

진다. Debye 모형에 의하면 비열 는 온도 의 함수로서 다음과 같이 주어진다.

$$C = \gamma T + AT^3 \quad (1)$$

식 (1)의 오른쪽 첫 항이 전자 비열, 둘째 항이 격자 비열에 해당된다. 계수 γ 와 A 는 결정의 종류에 따라 달라진다. Debye 모형에서의 비열, 식 (1)은 실제 결정의 비열을 잘 묘사한다. 식 (1)을 변형하여

$$\frac{C}{T} = \gamma + AT^2 \quad (2)$$

으로 쓸 수 있다. 식 (2)는 실험을 통해 얻는 비열 값을 표시할 때 편리하다. 뿐만 아니라 식 (2)의 형태는 비열 값에 대한 각 항의 온도 의존성을 쉽게 파악할 수 있다. 고온에서는 식 (2)의 둘째 항이 커지기 때문에 격자 비

[†]Corresponding author
Tel: +82-62-940-5205
Fax: +82-62-940-5203
E-mail: chkim@honam.ac.kr

열의 기여가 큰 것을 알 수 있으며, 저온에서는 온도가 내려감에 따라 들뜬 항의 기여가 대폭 감소하기 때문에 전자 비열의 기여가 크게 된다. 즉, 전자 비열은 저온 영역에서 특히 중요하게 된다.

상전도-초전도 전이가 일어나면 전자 상태가 변하게 되어 전자 비열 값이 갑자기 불연속적으로 변화하게 된다. 그러므로 임계 온도 이하의 온도에서는 식 (1) 혹은 식 (2)에 의한 비열 식은 의미가 없게 된다. 예를 들어 Ga의 경우, 임계 온도는 1.09 K인데 온도 T가 1.09 K 이상에서는 Debye 비열식 $C/T = 0.596 + 0.05T^2$ 이 잘 적용된다. 그러나 온도 T가 1.09 K일 때는 비열 점프 업(jump up)이 일어나게 되어 Debye 비열 식이 맞지 않게 되고 온도 T가 1.09 K일 때도 실제 비열은 Debye 식과는 다른 거동을 하게 된다[6-10]. 임계 온도에서는 초전도와 상전도가 공존한다. 그러므로 임계 온도 T_c 에서의 초전도 상태 비열 $C_s(T_c)$ 와 상전도 상태 비열 $C_n(T_c)$ 라는 물리량을 각각 생각할 수 있다. 만약 상전도에서 초전도로 전이 할 때 비열이 점프 업 하게 되면 전이가 일어나는 임계 온도에서의 비열 변화량 $\Delta C(T_c) \equiv C_s(T_c) - C_n(T_c)$ 의 부호는 양이 됨을 알 수 있다.

본 논문에서는 먼저, 전이가 일어날 때의 비열 변화량 $\Delta C(T_c)$ 를 임계 온도 T_c 를 외형적으로 포함하는 함수로 구할 것이다. 결정의 임계 온도 T_c 는 자기장의 세기를 달리 하면 다양하게 바꿀 수 있다. 일반적으로 자기장을 세게 인가할수록 임계 온도는 내려간다. 다음에, 구한 비열 변화량 식의 부호와 크기 등을 분석하여 여러 가지 실험적 사실을 예측할 것이다. 마지막으로 우리가 예측한 실험 사실과 실제의 실험이 일치하는지 비교 분석할 것이다. 이론적인 비열 변화량 식은 열역학적 방법으로 구해진다.

2. 이 론

작용하는 압력이 일정하고 자기장 H가 인가되는 결정을 고려한다. 결정의 단위 체적당 Gibbs 자유에너지 G의 변화 dG는 $dG = -SdT - \mu_0 M dH$ 로 주어진다. 여기서 S는 엔트로피, μ_0 는 투자상수, M은 자화이다. 초전도 상태에서 결정은 완전 반자성을 나타내므로 자속 밀도 $B = \mu_0(M + H) = 0$, 자화율 $\chi = M/H = -1$ 이 각각 성립한다. 그리고 결정이 온도 T에서 열평형 상태에 있다고 본다면 초전도 상태에 있는 결정의 Gibbs 자유 에너지는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$G_s(T, H) = G_s(T, 0) + \frac{1}{2}\mu_0 H^2 \quad (3)$$

여기서 $G_s(T, 0)$ 는 자기장이 영인 경우의 Gibbs 자유 에너지이다. 식 (3)은 초전도 결정을 자기장 속에 넣으면

에너지가 증가한다는 사실을 나타내고 있다. 이 에너지는 초전도 결정이 자기장을 배제하려고 하는 성질 때문에 생긴 자기적 에너지이다. 상전도 상태에서는 자화 M은 대단히 작기 때문에 이것에 의한 자기 에너지는 무시할 정도이므로

$$G_n(T, H) = G_n(T, 0) \quad (4)$$

가 성립한다. 상전도-초전도 전이는 에너지 연속 조건을 만족시키는 제2차 상전이로 알려져 있다. 그러므로

$$G_s(T, H_{cT}) = G_n(T, H_{cT}) \quad (5)$$

혹은

$$G_s(T_{ch}, H) = G_n(T_{ch}, H) \quad (6)$$

가 성립한다. 여기서 T_{ch} 는 자기장 H일 때의 임계 온도, H_{cT} 는 온도 T일 때의 임계 자기장을 의미한다. 식 (3), (4)를 각각 $G_s(T, 0)$ 와 $G_n(T, 0)$ 에 대해

$$G_s(T, 0) = G_s(T, H) - \frac{1}{2}\mu_0 H^2 \quad (7)$$

$$G_n(T, 0) = G_n(T, H) \quad (8)$$

와 같이 정리해 놓으면, 식 (7), (8)은 오른쪽 항에 어떤 H값을 대입해도 성립함을 쉽게 알 수 있다. 즉,

$$G_s(T, 0) = G_s(T, H_{cT}) - \frac{1}{2}\mu_0 H_{cT}^2 \quad (9)$$

$$G_n(T, 0) = G_n(T, H_{cT}) \quad (10)$$

도 성립하게 된다. 식 (3), (4)는 식 (9), (10)을 적용하면 각각

$$G_s(T, H) = G_s(T, H_{cT}) - \frac{1}{2}\mu_0 H_{cT}^2 + \frac{1}{2}\mu_0 H^2 \quad (11)$$

$$G_n(T, H) = G_n(T, H_{cT}) \quad (12)$$

와 같이 된다. 한편 식 (9), (10)으로부터 $G_s(T, 0) - G_n(T, 0) = -\mu_0 H_{cT}^2/2$ 즉, $G_s(T, 0) < G_n(T, 0)$ 이 된다. 이 때문에 H, G축 공간에서 식 (3)의 $G_s(T, H)$ 곡선과 식 (4)의 $G_n(T, H)$ 곡선은 반드시 교차하게 되며 교차 지점의 H값이 바로 임계 자기장 H_{cT} 가 된다. 결국 전이 시의 비열 불연속성은 원천적으로 Gibbs 에너지 G_s 와 G_n 의 거동으로부터 연유함을 알 수 있다. 비열 $C(T, H)$ 는 $C(T, H) = -T(d^2/dT^2)G(T, H)$ 로 주어진다. 이 식에 식 (11), (12)를 대입하면 초전도와 상전도에서의 비열은 각각 다음과 같다.

$$G_s(T, H) = -T \frac{d^2}{dT^2} G_s(T, H_{cT}) - \frac{1}{2}\mu_0 T \frac{d^2}{dT^2} H_{cT}^2 \quad (13)$$

$$G_n(T, H) = -T \frac{d^2}{dT^2} G_n(T, H_{cT}) \quad (14)$$

식 (13), (14)로부터 상전도-초전도 혹은 초전도-상전도 전이 시의 비열 변화량은 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} \Delta C(T, H) &= C_s(T, H) - C_n(T, H) \\ &= \frac{1}{6} \frac{\mu_0 H_{c0}^2}{T_{c0}^4} T \left(T + \frac{T_{c0}}{\sqrt{3}} \right) \left(T - \frac{T_{c0}}{\sqrt{3}} \right) \end{aligned} \quad (15)$$

여기서 온도 T 는 당연히 전이 시의 온도, 즉 임계 온도이다. 식 (15)의 유도에는 식 (5), (13), (14) 그리고 임계 자기장의 온도 의존성을 근사적으로 나타낸 식, $H_{cT} = H_{c0} \{1 - (T/T_{c0})^2\}$ 을 적용하였다. 여기서 H_{c0} 는 온도 $T = 0$ 일 때의 임계 자기장, T_{c0} 는 자기장 $H = 0$ 인 때의 임계 온도를 각각 의미하며 결정의 종류에 따라서 달라진다. 근사식 $H_{cT} = H_{c0} \{1 - (T/T_{c0})^2\}$ 는 대부분의 결정에 대해 대단히 유용한 식으로 알려져 있다. 그리고 이 근사식은 $0 \leq T \leq T_{c0}$ 의 온도 범위 내에서만 성립되는 식이므로 이 근사식을 적용한 식 (15) 역시 이에 준한다. 앞서 식 (15)에서의 온도 T 는 전이가 일어나는 임계 온도라고 했다. 그러나 자기장이 인가되지 않으면 결정은 주어진 온도 T 에서 초전도 상태를 계속 유지 할 뿐 전이는 일어나지 않는다. 그러므로 식 (15)는, 자기장 H 를 외형적으로 포함하고 있지는 않지만, 온도 T 가 전이 온도가 되게 하는 그러한 자기장 $H = H_{cT}$ 가 결정에 인가되고 있음을 전제로 하는 식이다. 이것은 식 (15)가 그 유도 과정을 통하여 이미 $H_{cT} = H_{c0} \{1 - (T/T_{c0})^2\}$ 를 내포하고 있다는 사실로 부터도 알 수 있다.

Fig. 1은 식 (15)를 그림으로 나타낸 것이다. 가로축과 세로축은 모두 적정 물리량으로 나누어져 무차원의 단위로 환산되어 있다. Fig. 1의 가로축 절편은 $T = 0$, $T_{c0}/\sqrt{3}$ 이며 $T = T_{c0}/3$ 에서 곡선은 최소치를 나타내고 있다.

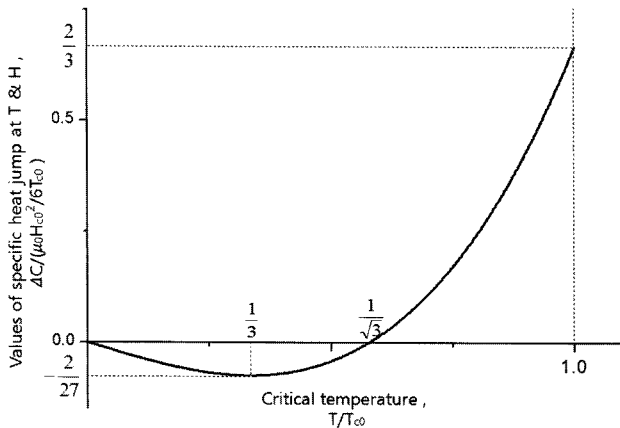


Fig. 1. Plot of values of specific heat jump at critical temperature T and corresponding magnetic field H . Both horizontal and vertical axes are reduced to dimensionless unit.

Table 1

Critical temperature dependance of the specific heat jump behavior. The specific heat jump up (P1) and down (P3), and the increase (P4-1) and decrease (P2, P4-2) in have been defined during the normal state-to-superconducting state transition with decreasing temperature

T/Intervals	$0 < T < T_{c0}/\sqrt{3}$	$T_{c0}/\sqrt{3} < T < T_{c0}$
Specific heat jump/up, down	jump down (P3)	jump up (P1)
$ \Delta C $ /Increase, decrease	increase (P4-1) ($T_{c0}/3 < T < T_{c0}/\sqrt{3}$) decrease (P4-2) $0 < T < T_{c0}/3$	decrease (P2)

Fig. 1의 비열 점프 곡선의 물리적 의미는 임계 온도 구간에 따라 달라진다. Fig. 1로부터, 먼저 ΔC 의 부호는 $T_{c0}/\sqrt{3} < T < T_{c0}$ 구간에서는 양, 그리고 $0 < T < T_{c0}/\sqrt{3}$ 구간에서는 음이다. $\Delta C (= C_s - C_n)$ 의 부호가 양인 임계 온도 영역 내의 각 임계 온도에서는, $C_s > C_n$ 이므로 상전도에서 초전도 상태로의 전이 즉, 냉각 시의 전이를 기준으로 할 때 비열 점프 업이 일어난다. 역으로 ΔC 의 부호가 음인 경우에는 비열 점프 다운이 일어난다. 그러므로 Fig. 1으로부터 ΔC 가 양인 $T_{c0}/\sqrt{3} < T < T_{c0}$ 구간에서는 비열 점프 업, 그리고 음의 ΔC 를 갖는 $0 < T < T_{c0}/\sqrt{3}$ 구간에서는 비열 점프 다운이 일어나는 것으로 해석할 수 있다. Fig. 1에서, 가로축 상의 한 지점(한 임계 온도)에서 곡선까지의 수직 거리가 그 임계 온도에서의 비열 점프 크기 $|\Delta C|$ 에 해당된다. 따라서 $|\Delta C|$ 는 $T_{c0}/\sqrt{3} < T < T_{c0}$ 구간 내에서는 임계 온도가 낮아질수록 작아져 간다. 그리고 $|\Delta C|$ 는 $0 < T < T_{c0}/\sqrt{3}$ 구간 내에서는, $T = T_{c0}/\sqrt{3}$ 에서부터 임계 온도가 낮아질수록 커져 갔다가 ($T_{c0}/3 < T < T_{c0}/\sqrt{3}$ 소구간) $T = T_{c0}/3$ 를 지나면서 다시 작아져 간다 ($0 < T < T_{c0}/3$ 소구간). Table 1은 이상에서 기술한 Fig. 1의 특성들을 표로 정리한 것이다. Table 1에서, 비열점프의 업, 다운의 구별 그리고 $|\Delta C|$ 의 증가, 감소의 구별은 상전도에서 초전도 상태로 전이되는 경우를 기준으로 한 것이다.

Table 1에 정리한 이론 특성 즉, P1, P2, P3 그리고 P4-1, 2는 다음 절에서 실험치와 상세히 비교될 것이며, 이 비교를 통하여 본 논문의 이론적 결과인 식 (15) 혹은 Fig. 1의 정당성에 관해 논의하도록 한다.

3. 실험과의 비교 및 결론

최근 C. L. Huang 등은 YNi_2B_2C 결정에 대해 낮은 온도에서의 비열이 인가 자기장에 어떻게 의존하는지를 알아보기 위한 실험을 하였다[11]. 이들은 자기장 H 를 0 T에서 8 T까지 올려 가면서 온도 T 영역 0.6 K에서 20 K 사이에서의 비열 를 측정하였다.

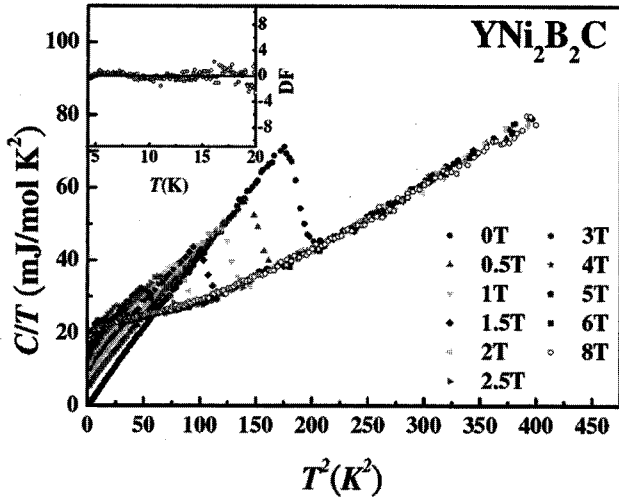


Fig. 2. Temperature (T) dependence of specific heat (C) plotted as C/T vs. T^2 at various magnetic fields for $\text{YNi}_2\text{B}_2\text{C}$.

C. L. Huang 등은 그들이 행한 실험 결과를 Fig. 2와 같이 T^2 , C/T 축 상의 그래프로 나타내었다. Fig. 2는 참고문헌 [11]의 Fig. 1을 전제한 것이다. 먼저, 이론 특성 P1, P2와의 비교를 위하여, Fig. 2의 비열 곡선들 중 상전도-초전도 전이가 $T_{c0}/\sqrt{3} < T < T_{c0}$ 구간 내의 임계 온도에서 발생하는 비열 곡선부터 살펴보자. $\text{YNi}_2\text{B}_2\text{C}$ 결정의 자기장 비인가 시의 임계 온도 T_{c0} 는 13.77 K 정도이므로 $T_{c0}/\sqrt{3}$ 값은 7.95 K 정도가 된다. 따라서 $T_{c0}/\sqrt{3} < T < T_{c0}$ 구간은 $\text{YNi}_2\text{B}_2\text{C}$ 결정의 경우는 7.95 K 정도 $< T < 13.77$ K 정도에 해당된다. Fig. 2를 보면, 7.95 K 정도 $< T < 13.77$ K 정도의 구간 내에서 전이가 일어나는 비열 곡선으로는 자기장이 0T와 3T 사이인 곡선들이 해당된다. 예를 들어 0T 비열 곡선은 임계 온도가 13.5 K 정도, 1T 곡선은 11 K 정도, 3T일 때는 8 K 정도로 읽혀진다. 여기서 읽은 임계 온도 값은 비열 점프가 일어나는 중간 정도의 온도를 읽은 것이다. 비열 점프의 경사가 빠르지 않고 비교적 완만한 것은 시료인 $\text{YNi}_2\text{B}_2\text{C}$ 결정이 제2종 초전도체로서 중간 상태의 존재 때문인 것으로 추정된다. Fig. 2의 0T 비열 곡선은 상위 온도에서 14.5 K 정도의 온도까지는 C/T 가 T^2 의 1차 함수 형태로 줄어들다가, 14.5 K 정도~13 K 정도의 온도 영역에서 비열이 급히 상승한 후, 13 K 정도 이하에서는 초전도에 해당하는 비열 곡선을 그리고 있다. 뿐만 아니라 자기장이 3T 이하인 다른 비열 곡선들도 13.77 K 정도에서 7.95 K 정도까지의 온도 영역 내에서 비열이 급히 상승하는 점프 업을 보이고 있다. 이와 같이 Fig. 2의 비열 곡선들 중 7.95 K 정도 $< T < 13.77$ K 정도의 구간에서 전이가 일어나는 비열 곡선들의 비열 점프 업 거동은 이론 특성 P1을 잘 재현하는 것이다. 다음 고찰로, 예를 들어 Fig. 2의 0T 비열 곡선의 점프 업 높이를 1로 하자. 그러면 11 K 정도에서 전이되는 1T 비열

곡선의 점프 업 높이는 0.5 정도, 9 K 정도에서 전이되는 2T 비열 곡선의 점프 업 높이는 0.3 정도, 그리고 8 K 정도에서 전이되는 3T 비열 곡선의 점프 업 높이는 0.25 정도로 평가된다. 이와 같은 점프 높이 평가는 주어진 Fig. 1의 비열 곡선 모양으로부터의 평가이므로 면밀히 잘 관측하여야 한다. 7.95 K 정도 $< T < 13.77$ K 정도의 구간 내에서 전이가 일어나는 비열 곡선들의 이와 같은 거동 즉, 동 구간 내에서 임계 온도가 낮은 비열 곡선일수록 점프 업의 높이가 작아지는 거동은 이론 특성 P2와 잘 일치하는 것이다. 다음은 Fig. 2와 이론 특성 P3, P4-1, 2와의 비교를 위하여 $0 < T < T_{c0}/\sqrt{3}$ 구간 내에서 전이가 발생하는 비열 곡선들을 살펴보자. $0 < T < T_{c0}/\sqrt{3}$ 구간은 $\text{YNi}_2\text{B}_2\text{C}$ 결정의 경우는 $0 \text{ K} < T < 7.95$ K 정도에 해당된다. Fig. 2를 보면, $0 \text{ K} < T < 7.95$ K 정도의 구간 내에서 전이가 일어나는 비열 곡선으로는 자기장이 4T, 5T, 6T 그리고 8T인 비열 곡선들이 이에 해당된다. 이들 비열 곡선들 중 5T, 6T, 8T 비열 곡선들은 냉각 방향으로 전이가 일어나는 각자의 임계온도(모두 5 K 정도 이하로 읽혀짐에서 비열이 상당히 급히 내려가는 비열 점프 다운을 보이고 있다. 이와 같이 $0 \text{ K} < T < 7.95$ K 정도의 구간에서 전이가 일어나는 5T, 6T, 8T 비열 곡선들의 비열 점프 다운 거동은 이론 특성 P3와 잘 일치한다. 동 구간의 상위 온도 쪽 경계 부근에서 전이가 일어나는 4T 비열 곡선은 온도가 낮아지는 쪽으로 비열이 상승하고 있으므로 이 점은 이론 특성 P3에 어긋난다. 하지만 4T 비열 곡선이 $0 \text{ K} < T < 7.95$ K 구간의 경계임을 감안한다면 대략적으로는 Fig. 2가 이론 특성 P3를 잘 재현하고 있다고 할 수 있다. Fig. 2의 5T, 6T, 8T 비열 곡선은 앞서 언급한 바와 같이 주의 깊게 보면 점프 다운 거동은 확인할 수 있으나 점프 다운의 크기를 구별할 수 있는 정도의 세밀한 곡선은 아니다. 그러므로 이론 특성 P4-1, 2를 확인하기 위해서는 비열 점프 다운의 크기를 구별할 수 있을 정도의 비열 곡선 즉, 5 K 정도 이하의 온도에서 아주 좁은 온도 간격으로 관측한 실험치를 필요로 한다.

이상에서, 이론적으로 구한 비열 변화량 식 (15)와 C. L. Huang 등이 관측한 $\text{YNi}_2\text{B}_2\text{C}$ 결정의 비열 곡선을 비교 분석하였다. 식 (15)를 구하는데 사용한 이론이 열역학이라는 기본적인 이론이었음에도 불구하고, 식 (15)는 실험 결과를 비교적 잘 설명하고 있다. 특히 매우 낮은 온도에서는 상전이-초전도 전이 시에 비열이 점프 다운된다는 주목할 만한 이론적 예측을 실험 데이터를 통해 부분적으로나마 확인할 수 있었다. 금후, 극저온 영역에서 세밀하게 관측된 비열 데이터가 확보되면 식 (15)의 정확성에 대해 다시 논의할 수 있을 것이다.

감사의 글

본 논문은 2009년 호남대학교 교내 연구비로 지원받은 논문입니다.

참고 문헌

- [1] H. Hiraki and Y. Endoh, "Field dependence of magnetic phase transition in metallic ferromagnet-specific heat measurements-", J. Phys. Soc. Jpn. 68 (1999) 36.
- [2] C.P. Sun, J.Y. Lin, S. Mollah, P.L. Ho, D.H. Yang, F.C. Hsu, Y.C. Liao and M.K. Wu, "Magnetic field dependence of low-temperature specific heat of the spinel oxide superconductor LiTi_2O_4 ", Phys. Rev. B 70 (2004) 054519.
- [3] J.H. Choi, H. Doh, E.M. Choi, H.J. Kim, S.I. Lee, T. Yamamoto, T. Kawae and K. Takeda, "Specific Heat of field-dependent magnetic orderings in $\text{HoNi}_2\text{B}_2\text{C}$ ", J. Phys. Soc. Jpn. 70 (2001) 3037.
- [4] K. Machida and M. Ichioka, "Magnetic field dependence of low-temperature specific heat in SR_2RuO_4 ", Phys. Rev. B 77 (2008) 184515.
- [5] J. Baak, H.B. Brom, M.J.V. Menken and A.A. Menovsky, "The low temperature specific heat in single crystals of $\text{Ba}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$ ", Physica C 162-164 (1989) 500.
- [6] A.C. Rose-Innes and E.H. Rhoderick, Introduction to Superconductivity, 2nd ed. (Pergamon Press, New York, 1978) Chap. 4-5.
- [7] M. Tinkham, Introduction to Superconductivity (Pergamon McGraw-Hill, New York, 1975) Chap. 2.
- [8] T. Sakudo, Solid State Physics: Magnetism and Superconductivity, 1st ed. (Shokabo, Tokyo, 1993) Chap. 6.
- [9] N. Michoshiba and K. Suzuki, Introduction to Physics of Superconductivity, 1st ed. (Baifukan, Tokyo, 1995) Chap. 1.
- [10] M. Yamamura, Superconductor Engineering, 5th ed. (Denkigakkai, Tokyo, 1994) Chap. 1.
- [11] C.L. Huang, J.Y. Lin, C.P. Sun, T.K. Lee, J.D. Kim, E.M. Choi, S.I. Lee and H.D. Yang, "Comparative analysis of M. Choi, S. I. $\text{LYNi}_2\text{B}_2\text{C}$ using nodal and two-gap models", Phy. Rev. B 73 (2006) 012502.