

고속 철도 차량용 판토품과 가선계의 접촉력 예측을 위한 수치 해석 모델 개발

Development of Numerical Analysis Model to Estimate the Contact Force between the Pantograph and Catenary of a High-speed Train

정 성 필*·박 태 원†·김 영 국**·백 진 성**

Sung Pil Jung, Tae Won Park, Young Guk Kim and Jin Sung Paik

(2011년 3월 15일 접수 ; 2011년 4월 15일 심사완료)

Key Words : Dynamic Interaction(동적 상호 작용), Pantograph(판토품), Contact Wire(전차선), FE Analysis(유한요소 해석), EN 50318 Standard(EN 50318 규정)

ABSTRACT

This study aims to create a numerical analysis model which can investigate the dynamic interaction between pantograph and overhead contact wire used for a high-speed railway vehicle, and validate the simulation results according to EN 50318 standard. Finite element analysis models of pantograph and overhead contact line are created using SAMCEF, a commercial FE analysis program. The mean, standard deviation, maximum and minimum values of contact forces are obtained. The simulation results are validated according to EN 50318, and the possibility of simulating the collecting characteristic of an actual pantograph system by using the developed model is discussed.

1. 서 론

판토품(pantograph)는 전차선과 접촉하면서 열차에 전력을 공급하는 철도차량의 핵심장치로써, 자체의 집전 성능 및 동적 성능뿐만 아니라 주변 시스템과의 인터페이스 성능을 모두 만족해야 한다. 차량 주행 시 판토품의 압상력에 의해 전차선이 진동하게 되는데 이로 인해 발생하는 파동이 전차선로를 따라 전파된다. 판토품의 속도가 파동 전파 속도 이상이 되면 접촉력이 비정상적으로 커져 판토품 또는 전차선에 큰 충격을 줄 뿐만 아니라 판토품이 전차선을 이선하거나 판토품

레프 또는 전선이 손상될 수 있다. 또한 판토품과 접촉하는 전차선의 강성이 위치별로 변하기 때문에 판토품과 전차선 사이의 접촉력이 변동하게 된다. 이러한 접촉력의 크기 변화는 곧 집전 효율이 변화함을 의미하고, 접촉력의 크기 변화가 심할 경우 전차선 마모가 촉진된다⁽¹⁾. 또한, 접촉력이 음의 크기를 가질 경우 판토품과 전차선간 이선이 발생하며, 이에 따른 아크 발생 및 집전 불능현상은 차량의 주행 속도를 결정짓는 중요 특성이다⁽²⁾.

따라서 판토품과 전차선간의 동적 상호 작용은 철도 차량의 집전 성능 및 운행 속도를 결정하는 매우 중요한 요소이다. 그러나 판토품과 전차선을 포함한 철도차량의 가선 시스템은 고전압, 고전류의 구조물로서 실측 실험을 하기가 매우 어려우므로 가선계의 집전 성능을 분석하기 위해 컴퓨터를 이용한 CAE 해석 기술이 널리 활용되고 있다.

† 교신저자; 정희원, 아주대학교 기계공학과

E-mail : park@ajou.ac.kr

Tel : (031)219-2952, Fax : (031)219-1965

* 아주대학교 기계공학과

** 한국철도기술연구원 차세대고속철도기술개발사업단

가선시스템 해석에 대한 고전적인 연구로 Yagi⁽¹⁾는 대변형을 일으킬 수 있는 케이블로 구성된 가선계를 집중 질량(lumped mass)으로 연결하여 동역학 해석을 시도하였다. Kim⁽³⁾은 전차선은 스프링으로, 판토히크는 2자유도계의 스프링-댐퍼-질량 모델로 대체하여 전체 가선 시스템의 동적 거동을 해석할 수 있는 프로그램을 개발하였고, 해석 결과의 타당성을 고찰하였다. Kim⁽⁴⁾은 판토히크를 3자유도의 스프링-댐퍼-질량 모델로 대체하였고, 차량이 지상 구간, 이행구간 및 지하 구간을 달릴 때의 집전 성능 변화에 대해 해석하였다. 최근 들어 유한요소법을 활용한 판토히크와 가선계의 동적 상호 작용 해석이 활발하게 이루어지고 있는데, Seo^(5,6)는 유한요소법에 기초한 ANCF 요소⁽⁷⁾를 이용하여 가선계를 모델링하였고, 전차선과 판토히크간의 연결을 모사하기 위한 미끄럼 조인트(sliding joint)를 개발하여 모델에 적용함으로써 보다 구체적인 판토히크와 전차선간의 접촉력 변화를 도출하였다. Rauter⁽⁸⁾는 판토히크에 대한 다물체 동역학 모델과 가선계에 대한 유한요소 모델을 각기 생성하였고, 두 가지 해석 결과를 매 적분 시간마다 교환하는 방식으로 두 시스템간 상호 연성 작용을 계산하였다. Pombo⁽⁹⁾는 Rauter의 해석 모델에 비선형 공기 항력 모델을 추가하여 해석을 수행함으로써 판토히크-가선계 모델을 구체화 시켰다. Cho^(10,11)는 유한요소법을 이용하여 가선계 시스템에 대한 수치 모델을 개발하였고, 동역학 해석을 통해 빠른 속도로 이동하는 판토히크에 의한 가선계의 파동 전파 특성(wave propagation characteristic) 및 집전 성능을 분석하였다.

이상과 같이 판토히크-가선계의 동적 상호 작용을 분석하기 위해서 많은 해석적 연구가 이루어졌다. 이 연구에서는 차량의 주행 상태 및 주변 환경 요소를 고려하여 판토히크와 가선계의 실제적인 접촉에 의한 집전성능 변화를 분석하기 위한 기초 연구로서, 유한요소법 기반의 구조 동역학 해석 기법을 이용하여 고속 철도 차량의 판토히크 및 가선계에 대한 기본 수치 모델을 생성하고 집전 성능을 예측하고자 한다. 상용 구조 동역학 해석 프로그램인 SAMCEF⁽¹²⁾를 이용하여 가선계 해석 모델을 생성하고, 총 600 m의 가선계를 판토히크가 250 km/h 및 300 km/h의 속도로 지나갈 때 접촉력

변화 및 전차선 압상량을 측정한다. 판토히크와 가선계의 접촉 모델을 미끄럼 조인트를 이용하였을 경우와 접촉 요소를 이용하였을 경우에 대해 해석을 수행하고, 각각의 경우에 대한 접촉력 변화 정도를 비교한다. 접촉력 결과의 평균, 표준편차, 최대 및 최소 값 등을 EN 50318 규정⁽¹³⁾에 따라 분석함으로써 해석모델의 신뢰성을 검증한다. 끝으로 접촉 모델을 사용하였을 경우의 접촉력 변화를 분석함으로써 이 연구에서 개발한 해석 모델이 가지는 의의 및 활용 가능성에 대해 논의한다.

2. EN 50318에 따른 판토히크-가선 시스템 모델링 및 해석 방법

EN 50318에서는 판토히크와 전차선간의 동역학적 상호 작용을 분석하기 위한 해석 모델을 생성하고 결과를 검증하는 방법을 정의하고 있다. 즉, EN 50318에 따라 해석 한 결과가 규정을 만족한다면 해당 해석 모델 및 해석 기법이 철도 차량 가선 시스템의 성능을 예측하는데 활용될 수 있다고 판단할 수 있다. EN 50318 규정은 크게 판토히크 모델, 전차선 모델, 해석 조건 및 결과 분석으로 구분할 수 있다.

2.1 판토히크 모델

EN 50318에서 판토히크는 Fig. 1과 같이 2자유도계의 스프링-댐퍼-질량 모델로 정의 된다. Fig. 1에서 k_c 는 판토히크와 전차선간의 접촉력을 계산하기 위한 가상의 스프링 요소이다. F₂는 크기가 120 N인 정적 압상력이고, 판토히크에 작용하는

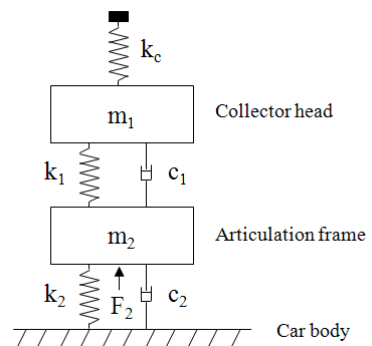


Fig. 1 Pantograph

공기 저항력은 무시한다. 각 요소의 특성치가 Table 1에 나타나 있다.

2.2 가선계 모델

EN 50318에서 가선계는 1 경간 당 길이가 60 m 인 10개의 경간으로 구성된다. 1개의 경간에는 조가선(messenger wire)과 전차선(contact wire)사이 에 9개의 드로퍼(dropper)가 연결되어 있고, 가고(encumbrance)는 1.2 m, 편위(stagger)는 ±0.2 m 이다. Fig. 2는 가선계 1개 경간의 개략도를 보여준다. 곡선 당김 금구(steady arm)는 길이 1 m, 단위 질량 1.0 kg/m의 봉요소로 구성되고, 조가선 지지부와 곡선

당김 금구의 끝단은 지표에 고정된다. 드로퍼는 100,000 N/m의 인장 강성을 갖고, 압축에 대한 강성은 갖지 않는다. Table 2는 조가선과 전차선의 특 성치와 초기 장력을 보여준다.

2.3 해석 조건 및 결과 분석

가선계 해석은 1개의 판토품과 250 km/h와

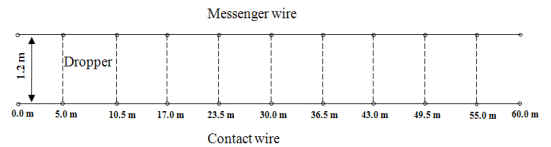


Fig. 2 Catenary system

Table 1 Pantograph data

| | Mass(kg) | Stiffness(N/m) | Damping(Ns/m) |
|-------------------|-----------|----------------|---------------|
| Contact spring | - | $k_c=50,000$ | - |
| Collector head | $m_1=7.2$ | $k_1=4200$ | $c_1=10$ |
| Articulation body | $m_2=7.2$ | $k_2=50$ | $c_2=90$ |

Table 2 Mechanical values of wires

| | Tension(N) | Mass density(kg/m) |
|----------------|------------|--------------------|
| Messenger wire | 16,000 | 1.07 |
| Contact wire | 20,000 | 1.35 |

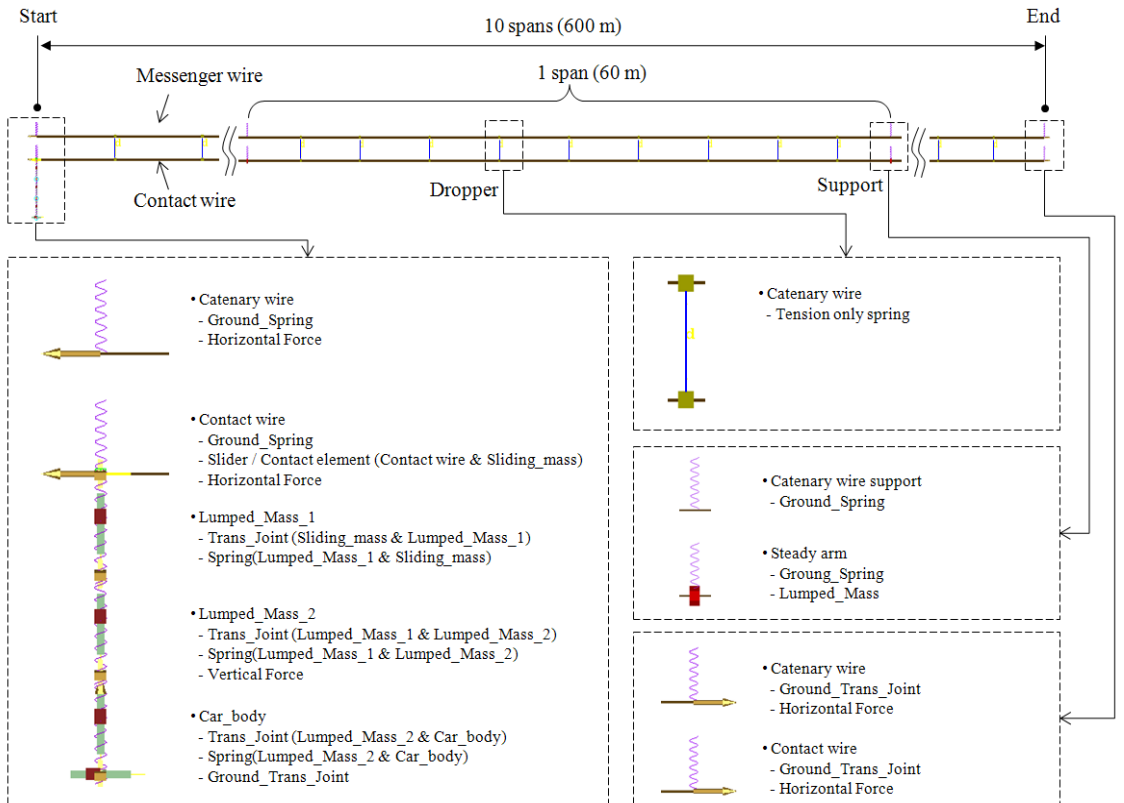


Fig. 3 Modeling information of the catenary system

300 km/h의 속도로 10의 경간을 지나는 조건으로 수행된다. 이때, 바람에 의한 압상력은 고려하지 않는다. 가선계 모델의 양단 부근에서 파동 전파가 반사됨으로 인해 접촉력에 영향을 받게 되므로 검증에 위한 해석 결과는 경간 5와 6사이에서 취한다. 관심영역의 주파수는 0~20 Hz이고, 따라서 해석 결과를 저역 통과 필터(low-pass filter)를 이용하여 필터링 한다. 접촉력에 대한 평균, 표준편차, 최대 및 최소값과 지지점 압상량(uplift at support) 등 총 8개의 결과를 도출하여 Table 4의 규정에 따라 결과를 검증한다. Table 3에서 F_M 은 접촉력의 평균값, σ 는 접촉력분포의 표준편차, F_{Max} 와 F_{Min} 는 각각 접촉력의 최대 및 최소값, $F_{Max}^S = F_M + 3\sigma$ 는 접촉력의 통계적 최대값, $F_{Min}^S = F_M - 3\sigma$ 는 접촉력의 통계적 최소값, L_{max} 는 지지점 최대 압상량이다.

3. 구조 동역학 해석 및 결과 분석

3.1 구조 동역학 해석 모델

Fig. 3은 2.1절과 2.2절의 EN 50318 규정에 따라 SAMCEF를 이용하여 생성한 판토크래프-가선계 해석 모델을 보여준다. 조인트를 제외한 구성 부품의 물성치, 스프링 특성치 및 장력의 크기는 EN 50318에 정의된 값과 동일하다. 단, 곡선 당김 금구의 경우 EN 50318에서는 길이 1 m의 봉으로 명시되어 있지만, 유한요소 모델에서 전차선과 곡선 당김 금구를 절점 공유 또는 완전 구속 조인트(fixed joint) 등의 방법으로 연결시킬 경우 전차선에 가해지는 초기 장력의 효과를 구현할 수 없고 운동방정식의 강성이 증가하여 연산 과정 중 해가 수렴하지 않을 가능성이 높아진다. 따라서 이 논문에서는 참고문헌⁽¹⁰⁾을 참조하여 강성이 213 N/m인 스프링과 1 kg의 집중 질량 요소를 이용하여 곡선 당김 금구의 효과를 구현하였고, 조가선 지지부는 강성이 2×10^6 N/m인 스프링을 이용하여 지표와 고정시켰다. 전차선 모델에서 곡선 당김 금구가 위치하는 절점에 강제 변위(± 200 mm)를 부과함으로써 편위를 구현하였다. 조가선과 전차선의 제일 끝단에 Table 2에서 정의한 초기장력을 부여하였다. 한편, Fig. 3에서 판토크래프 모델의 최 하단부인 차체(car body)는 지면과 병진 조인트로 연결하였고 모터 요소를 이용하여 250 km/h와 300 km/h의 속도로 판

토크래프를 주행하였다.

판토크래프와 전차선의 접촉을 구현하기 위해 SAMCEF에서 제공하는 미끄럼 요소(sliding element) 및 접촉 요소(contact element)를 이용하였고, 각 요소에 대한 개념도가 Fig. 4에 나타나 있다. 미끄럼 요소는 변형이 일어나는 전차선의 궤적을 판토크래프가 따라가게 만드는 구속 조건이고, 접촉 요소는 전차선과 판토크래프사이의 접촉을 판단하고 벌칙 함수(penalty function)⁽¹⁴⁾를 이용하여 접촉력을 계산하는 힘 성분이다. 이 연구에서는 두 가지 방법을 이용하여 판토크래프-전차선 접촉을 구현하였고, 결과에 대해 분석하였다

3.2 초기 안정화 해석

이 연구에서는 3차원 탄성 빔 요소를 이용하여 조가선 및 전차선을 모델하였다. 초기 장력(initial tension)은 현 요소(cable element)에만 적용이 가능하기 때문에, 빔 요소에 적용하기 위해 초기 장력을 초기 응력(initial stress)을 변환하려면 절점에 대한 6가지 방향의 텐서량을 알아야 한다는 어려움이 있다.

또한, 조가선 및 전차선에는 드로퍼와 스프링이 연결되어있고, 특히 전차선은 여러 개의 스프링-댐퍼-질량 시스템으로 구성된 판토크래프로부터 120N의 초기 압상력을 전달 받고 있는 상태이기 때문에 판토크래프-가선계 시스템의 초기 정적 해석은 매우 많은 연산을 필요로 하고, 해가 수렴하지 않을 가능성이 크다. 그러나 조가선 및 전차선에 초기 장력을 적용하지 않는다면, 판토크래프와 전차선사이의 접촉력이 실제보다 낮게 발생하기 때문에, 초기 장력은 반드시 고려해야할 중요한 요소이다. 따라서 이 연구에서는 조가선 및 전차선의 초기 장력 효과 및 전차선의 중력에 의한 처짐 효과를 효율적으로 구현하기 위해, 전차선 및 조가선에 중력이 가해진 상태에서 초기 장력 및 압상력을 크기 0에서부터 서서히 증가시키면서 수치 감쇠 효과를 이용하여 전체 운동방정식의 동적 평형 상태를 찾아냈다. Fig. 5는 초기 안정화 해석을 통해 얻은 시간에 따른 접촉력 변화를 보여주고 있다. 해석 시작 후 5.0 s 후에 접촉력이 약 117 N으로 수렴하고 있음을 알 수 있는데, 이는 초기 압상력 120 N이 전차선에 작용하는 장력 20000 N 및 곡선 당김 금구로써 적용한 강성 203 N/m의 스프링 반력과 동적 평형을 이루

면서 접촉 스프링에 가해지는 전체 힘의 크기가 약간 줄어들기 때문이다. 차체를 전체 시스템이 동적 평형을 이루는 5.0 s 이후에 출발시킴으로써 10 경간에서 얻어지는 판토품-전차선 접촉력 결과의 신뢰성을 증가시켰다.

3.3 해석 결과 분석

(1) 판토품과 전차선의 접촉을 미끄럼

요소로 구현

Fig. 6은 판토품과 전차선사이의 접촉을 미끄럼 요소를 이용하여 구현하고, 차체를 250 km/h 및 300 km/h로 주행하였을 때 얻은 이동거리에 따른 접촉력 변화를 보여준다. 이때, 접촉력은 MATLAB에서 제공하는 ‘6차 Butterworth filter’를 이용하여 20 Hz의 주파수로 저역 필터링한 결과이다. Fig. 6에서 파란색 실선(blue line)은 속도가 250 km/h인 경우, 붉은색 점선(red dashed line)은 속도가 300 km/h인 경우를 의미한다. Fig. 6에서 $V = 250$ km/h

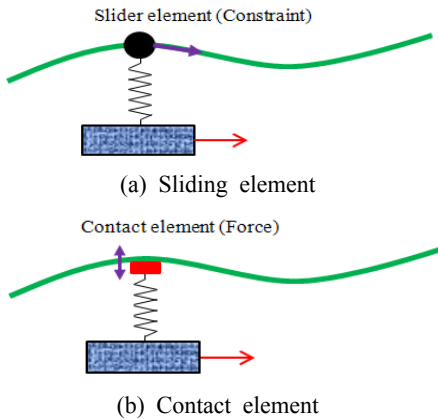


Fig. 4 Concept diagrams of slider and contact elements between a pantograph and contact wire

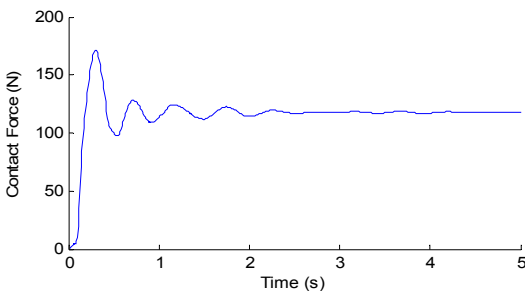


Fig. 5 Convergence of initial contact force variation

인 경우와 $V = 300$ km/h인 경우 시작 부근(distance = 0~10 m)에서의 접촉력의 변화는 거의 비슷하지만, 이동 거리가 증가할수록 $V = 300$ km/h인 경우의 접촉력이 크게 변동한다는 것을 확인할 수 있다. 또한 접촉력의 변화 주기가 1 경간의 길이(60 m)와 정확히 일치하고 있고, 가선계의 끝인 600 m 이후로는 접촉력이 0이 됨을 알 수 있다.

(2) 판토품과 전차선의 접촉을 접촉 요소로 구현

Fig. 7은 판토품과 전차선사이의 접촉을 접촉 요소를 이용하여 구현하고, 차체를 250 km/h 및 300 km/h로 주행하였을 때 얻은 이동거리에 따른 접촉력 변화를 보여준다. Fig. 7에서도 파란색 실선과 붉은색 점선은 각각 속도가 250 km/h와 300 km/h인 경우를 의미한다. Fig. 7에서 접촉 요소를 이용하였을 경우 Fig. 6의 미끄럼 요소를 이용한 경우 보다 접촉력의 진동이 다소 심하게 나타나고 있음을 알 수 있다. 미끄럼 요소와 접촉 요소를 사용한 경우의 접촉력 변화 결과를 명확하게 비교하기 위해 Fig. 8(a), (b)와 같이 각 속도에 대해 미끄럼 요소와 접촉 요소를 사용한 결과를 동시에 나타내

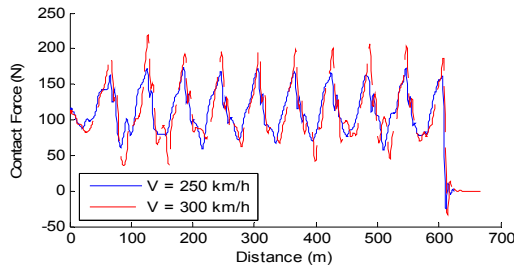


Fig. 6 Contact force variation obtained by using the slider element

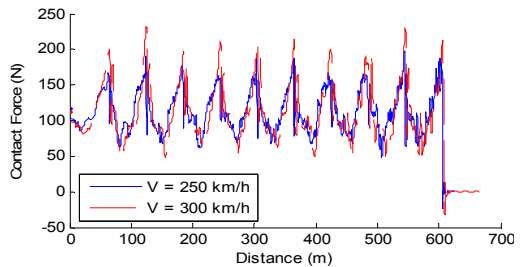
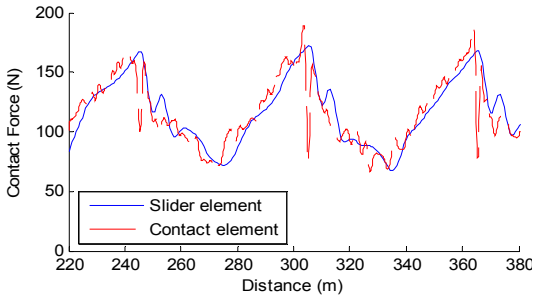
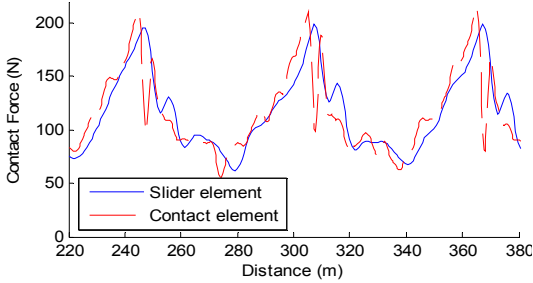


Fig. 7 Contact force variation obtained by using the contact element



(a) $V = 250 \text{ km/h}$



(b) $V = 300 \text{ km/h}$

Fig. 8 Contact force comparison when the slider and contact elements are used

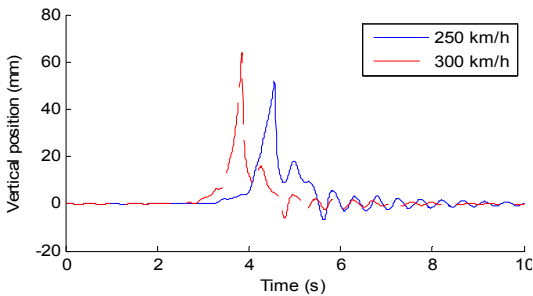


Fig. 9 Variation of vertical uplift of the steady arm located between 5th and 6th spans

었다. Fig. 8(a)는 속도가 250 km/h일 때의 결과로 미끄럼 요소를 사용한 경우와 접촉요소를 사용한 경우 접촉력 변화의 주기는 정확하게 일치하고 있고, 접촉력의 전체적인 크기 변화 또한 거의 비슷함을 확인할 수 있다. 한편, 접촉력이 급격히 변동하는 지점(최대 및 최소 지점)에서는 접촉요소를 사용한 경우의 접촉력이 다소 불안정하게 변화하고 있음을 알 수 있다. 이것은 판토틀로그래프가 곡선 당김 금구를 통과할 때 곡선 당김 금구를 지지하고 있는 스프링 요소에 의한 수직 방향 지지력과 접촉 요소로 전달

Table 3 Simulation results verification based on EN 50318

| Speed | 250 km/h | | | 300 km/h | | |
|-------------|----------|--------|---------|----------|--------|---------|
| | Standard | Slider | Contact | Standard | Slider | Contact |
| F_M | 110~120 | 113.6 | 113 | 110~120 | 113.9 | 114 |
| σ | 26~31 | 28.9 | 28.1 | 32~40 | 35.9 | 38.3 |
| F_{Max}^S | 190~210 | 200.3 | 197.5 | 210~230 | 221.7 | 228.9 |
| F_{Min}^S | 20~40 | 26.9 | 28.5 | -5~20 | 6.1 | -0.9 |
| F_{Max} | 175~210 | 172.3 | 189.3 | 190~225 | 198.6 | 216.1 |
| F_{Min} | 50~75 | 67.5 | 66.5 | 30~55 | 54.8 | 53.6 |
| L_{max} | 48~55 | 51.5 | 51.9 | 55~65 | 64.1 | 64.5 |

되는 압상력이 충돌함으로써 발생하는 잔여 진동으로, 접촉요소에 감쇠 효과를 추가함으로써 상쇄시키는 것이 가능하지만 Fig. 8(a), (b)에서는 편차가 심하게 나타나지는 않기 때문에 굳이 감쇠력을 추가할 필요는 없다.

Fig. 9는 미끄럼 요소로 접촉을 구현하였을 경우 나타난 5번째 경간과 6번째 경간의 경계(300 m 지점)에 위치한 곡선 당김 금구의 시간에 따른 수직 방향 변위를 보여준다. 차량의 속도가 250 km/h일 때 최대 51.5 mm, 300 km/h일 때 최대 64.1 mm의 수직방향 변위가 나타나고 있다.

미끄럼 요소를 사용한 경우와 접촉 요소를 사용한 경우 판토틀로그래프-가선계 시스템 해석 모델의 유효성을 EN 50318 규정에 따라 검증하기 위하여 Table 3을 작성하였다. Table 4에서 standard는 EN 50318 규정, slider는 미끄럼 요소를 사용한 경우, contact는 접촉 요소를 사용한 경우의 해석 결과를 의미한다. 미끄럼 요소와 접촉요소를 사용한 경우 결과의 차이가 크지 않고, 두 가지 경우 모두 EN 50318 규정을 만족하고 있음을 확인할 수 있다.

3. 결론

이 연구에서는 철도차량 가선 시스템의 동특성 해석을 위한 기초 연구의 일환으로 EN 50318 규정에 따라 해석 모델을 생성하고 결과를 검증함으로써 본문에서 제시한 수치 해석 모델 및 해석 기법의 신뢰성을 검증하였다. 상용 구조 동역학 해석 프로그램인 SAMCEF를 이용하여 가선계 및 판토틀로그래프 모델을 생성하였고, 판토틀로그래프가 250 km/h 및 300 km/h의 속도로 10개의 경간(600 m)을 지나

갈 때 접촉력 변화 및 곡선 당김 금구의 수직방향 변위를 도출하였다. 판토품과 전차선의 접촉을 미끄럼 요소 및 접촉 요소를 이용하여 구현하였으며, 두 가지 해석 모델의 결과를 EN 50318 규정에 의거하여 분석한 결과 모든 수치 결과값이 EN 규정을 충족시키고 있음을 확인하였다. 따라서 이 논문에서 제시한 수치 해석 모델이 철도차량 가선 시스템 동특성 해석을 위해 충분히 활용될 수 있음을 입증하였다. 향후 전차선의 편위 및 레일의 캔트각 등을 고려한 곡선 구간에서의 집진 성능을 해석하고 실측 결과와 비교 분석 함으로써 실제 판토품-가선시스템의 집진 특성을 정확하게 나타낼 수 있는 해석 모델을 개발할 계획이다.

후 기

이 연구는 국토해양부 미래철도기술개발사업의 연구비지원(과제번호07차세대고속철도A01)에 의해 수행되었습니다.

참 고 문 헌

(1) Yagi, T., Stensson, A. and Hardell, C., 1996 Simulation and Visualization of the Dynamic Behavior of an Overhead Power System with Contact Breaking, *Vehicle System Dynamics*, Vol. 25, No. 1, pp. 31~49.

(2) Kim, L. W., Park, I. K., Jang, J. H., Wang, Y. Y. and Han, C. S., 2003, A Modeling and Contact Force Analysis of the Catenary-pantograph System for a High-speed Rail Vehicle, *Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration on Engineering*, Vol. 13, No. 6, pp. 474~483.

(3) Kim, K. K., Cho, Y. H., Kim, K. W. and Won, S. T., 2003, A Study on the Dynamic Interaction for a Pantograph and Rigid Contact Wire System, *Proc. Fall Conf., Korean Society for Railway*, pp. 15~21.

(4) Kim, K. N., Cho, Y. H. and Park, S. H., 2009 Research to the Interaction between Pantograph and Overhead Contact Line used for AUTS, *Proc. Fall Conf., Korean Society for Railway*, pp. 793~802.

(5) Seo, J. H., Jung, I. H., Park, T. W., Mok, J. Y., Kim, Y. G. and Kim, S. W., 2005, Dynamic Analysis of a Pantograph-cartenary System for High-speed Train, *Journal of Korean Society of Precision Engineering*, Vol. 22, No. 1, pp. 152~159.

(6) Seo, J. H., Kim, S. W., Jung, I. H., Park, T. W., Mok, J. Y., Kim, Y. G. and Chai, J. B., 2006, Dynamic Analysis of a Pantograph-Catenary System Using Absolute Nodal Coordinates, *Vehicle System Dynamics*, Vol. 44, No. 8, pp. 615~630.

(7) Shabana, A. A., 2005, *Dynamics of Multibody Systems*, 3rd edition, Cambridge University Press, Cambridge, pp. 309~342.

(8) Rauter, F. G., Pombo, J., Ambrosio, J., Chalansonnet, J., Bobillot, A. and Pereira, M. S., 2007, Contact Model for the Pantograph-catenary Interaction, *Journal of System Design and Dynamics*, Vol. 1, No. 3, pp. 447~457.

(9) Pombo, J., Ambrosio, J., Pereira, M., Rauter, F., Collina, A. and Facchinetti, A., 2009, Influence of the Aerodynamic Forces on the Pantograph-catenary System for High-speed Trains, *Vehicle System Dynamics*, Vol. 47, No. 11, pp. 1327~1347.

(10) Cho, Y. H., 2008, Numerical Simulation of the Dynamic Responses of Railway Overhead Contact Lines to a Moving Pantograph, considering a Nonlinear Dropper, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 315, pp. 433~454.

(11) Cho, Y. H., Lee, K. W., Park, Y., Kang, B. Y. and Kim, K. N., 2010, Influence of Contact Wire Pre-sag on the Dynamics of Pantograph-railway Catenary, *International Journal of Mechanical Sciences*, DOI:10.1016/j.ijmecsci.2010.04.002.

(12) Samcef User's Manual Ver.7.3, 2010, SAMTECH.

(13) EN 50318, 2002, Validation of Simulation of the Dynamic Interaction between Pantograph and Overhead Contact Line, British Standard.

(14) Jung, S. P., 2010, Numerical Analysis Method of Hot Judder Phenomenon of a Disc Brake System for Automotives, Ph.D thesis, Ajou University, pp. 29~34.