

論文

DOI:10.5139/JKSAS.2011.39.5.408

PID 제어를 이용한 달착륙선의 powered descent phase 유도제어

조성진*, 민찬오*, 이대우**, 조겸래***

Control of powered descent phase for a Lunar lander using PID controller

Sung-Jin Jo*, Chan-Oh Min*, Dae-Woo Lee** and Kyeum-Rae Cho***

ABSTRACT

The moon landing is composed of the de-orbit descent phase, powered descent phase, and the powered descent phase is divide into 3-sub phase of the braking, approach, final landing phase. In this paper, the lunar lander perform landing control using 3-sub phase of optimal trajectory. First, generate the reference trajectory using gauss pseudo-spectral method. Thereafter generate PID controller using altitude and velocity error in each direction. Finally the lunar lander landing system constitute using the Simulink of Matlab, and perform simulation.

초 록

달착륙은 크게 궤도이탈 단계, 동력하강 단계로 구성되어지며, 동력하강단계는 Braking, Approach, Final landing phase의 세부 3단계로 나누어진다. 본 논문에서는 동력하강 세부 3단계의 최적경로를 통하여 달착륙선의 착륙 제어를 수행하기로 한다. 우선 Gauss pseudo-spectral 방법을 통하여 기준 궤적을 생성하였고, 고도와 각 방향의 속도오차를 이용하여 PID 제어를 생성하였다. 마지막으로 Matlab의 Simulink를 이용하여 달착륙선의 착륙단계 시스템을 구성하고 이를 이용하여 시뮬레이션을 수행하였다.

Key Words : Lunar lander(달착륙선), Powered descent phase(동력 하강 단계), Gauss pseudo-spectral(가우스 의추론), PID control(PID 제어)

1. 서 론

1974년 러시아의 루나 24 계획을 끝으로 중단되었던 달 탐사 프로젝트는 1990년대 이후 달 자원의 확보와 우주개발을 위한 과학적 목적으로 다시 시작 되었다. 미국, 러시아, 중국, 인도, 유럽, 일본도 달 탐사 계획을 발표하였으며 달 탐

사임무를 수행할 달착륙선의 개발을 위한 많은 연구가 진행되고 있다. 우리나라의 독자적인 달 탐사는 과학기술적으로 우주개발 기술을 높이고, 우주생물학과 우주의 근원 등 우주에 대한 지식을 습득할 수 있는 좋은 기회이다. 그리고 다른 행성으로 가기 위한 전초기지 역할 또한 수행할 수 있다. 그리고 우주자원을 확보하고, 우주기술 개발을 통한 산업화 및 기술파급 효과도 얻을 수 있을 것이다. 뿐만 아니라 달 탐사를 통해 국민에게 우주개발 비전을 제시하고, 자긍심을 고양하는 무형의 가치도 있다. 달 착륙은 착륙선이 달 주차궤도에서 달 지표면까지 착륙할 때까지의 과정을 말한다. 달 착륙 단계는 크게 2단계로 나누어지고 (궤도 이탈단계, 동력 하강단계), 동력

† 2010년 12월 8일 접수 ~ 2011년 4월 29일 심사완료

* 정회원, 부산대학교 항공우주공학과 대학원

** 정회원, 부산대학교 항공우주공학과

교신저자, E-mail : baenggi@pusan.ac.kr

부산광역시 금정구 장전동 산 30

*** 정회원, 부산대학교 항공우주공학과

하강단계는 세부 3단계로 나누어진다.(Braking, Approach, Final landing)[1][2]. 각 단계는 구체적인 목적의 차이는 있으나 속도를 감소시켜 안전한 착륙을 유도한다는 점에서 공통적인 목표를 가진다.

본 논문에서는 동력하강 세부 3단계의 최적 경로 생성을 통한 제어를 수행하기로 한다. 우선 Gauss pseudo-spectral 방법을 통하여 연료 소모와 자세변화를 최소로 하는 최적의 궤적을 생성하였고, Matlab의 Simulink를 이용하여 달착륙선의 착륙단계 시스템을 구성함과 동시에 PID 제어를 이용하여 목표한 지점에 연착륙 할 수 있도록 시뮬레이션을 수행하였다.

II. 단계별 특성

2.1 Braking phase

Braking phase는 궤도 이탈단계에서 벗어나 속도와 고도를 줄이는 과정으로 달착륙선이 속도를 줄이면서 효율적으로 연료를 사용하는 것을 주된 목적으로 하는 단계이다. 엔진의 김벌을 제어하면서 최고의 추력을 유지하여 속도를 줄이게 된다. 착륙선은 사령선(고도 약 100km)에서 분리되어 궤도 이탈단계를 거친 후 동력 하강단계의 첫 단계인 Braking 착륙 과정을 수행하게 된다. Braking phase의 경우, 고도 15km 이상에서 시작하면 연료 효율이 나빠지고 15km 이하에서 실행하면 착륙의 안전에 위협을 줄 수 있다[3][4].

2.2 Approach phase

Approach phase는 달착륙선의 자세를 지면과 수직으로 맞추어 사람이나 영상센서가 착륙할 지면을 볼 수 있도록 하는 단계로, 착륙선의 자세가 약 70°에서 45°까지 자세 피치를 전환한다. Approach phase에서는 달착륙선의 자세 피치 전환의 비중이 큰 단계로, 착륙속도를 낮추어 랜딩에 대비한다. Descent engine의 추력은 최고 추력의 약 50% 정도로 낮추어 가동한다[5].

2.3 Final landing phase

Final landing phase는 낮고 일정한 속도로 수직방향의 착륙을 하는 단계로, 전체 착륙 과정에 있어서 기존에 설정한 착륙지점에 도달하는 것도 중요하지만 Soft landing 하는 것이 최종목표이므로, 남은 고도와 속도를 제어하여 마지막 Touchdown에서 수직하강속도를 약 -1m/s로 제어하여 안전한 착륙을 하게 된다[6][7].

III. 착륙 기준경로 생성

동력 하강단계에 대한 착륙 기준경로의 생성은 Gauss pseudo-spectra 방법을 이용하여 각각의 단계에 대한 최적화 궤적을 도출하였다.

기준경로 생성을 위하여 가정된 착륙 위치는 아폴로 15호가 착륙했던 위치 Hadley - Apennine (26.132E, 3.634N)로 설정하였으며, 달 착륙의 3단계(Braking phase, Approach phase, Final landing phase)에 대한 각각의 상태 구속조건을 설정하였다. 또한 단계별로 연료를 최소화하고 자세변화를 최소화하는 목적함수와 제어값의 조건을 주어 최적 경로를 생성하였다[8].

3.1 최적화 방법

본 논문에서는 달착륙선이 착륙을 하기 위한 궤적 및 여러 가지 상태변수들을 제어변수와 같이 운동방정식을 통하여 근사화하기 위해서 직접적인 접근방법인 Gauss pseudo-spectral method 을 이용하였다.

가격함수의 최소가 되는 상태 $x(\tau) \in R^n$, 제어값, $u(\tau) \in R^n$, 초기시간 t_0 , 최종시간 t_f 인 문제의 해를 구하는 것으로 가격함수, 아래의 식과 같이 식 (1)은 Gauss quadrature를 이용하여 가격함수를 나타냈고, 식 (2)는 Dynamic constraint, 식 (3)은 Boundary constraint, 식 (4)는 Path constraint를 나타내고 있다.

$$J = \Phi(x(-1), t_0, x(1), t_f) + \frac{t_f - t_0}{2} \int_{-1}^1 g(x(\tau), u(\tau), \tau; t_0, t_f) d\tau \quad (1)$$

$$\frac{dx}{d\tau} = \frac{t_f - t_0}{2} f(x(\tau), u(\tau), \tau; t_0, t_f) \quad (2)$$

$$\phi(x(-1), t_0, x(1), t_f) = 0 \quad (3)$$

$$C(x(\tau), u(\tau), \tau; t_0, t_f) \leq 0 \quad (4)$$

위의 식을 이용한 Matlab tool인 GPOCS(Gauss Pseudo spectral Optimal Control Software)를 이용하여 최적 경로 생성문제를 해결하였다[9].

3.2 운동방정식

상태변수는 고도 r , 경도 θ , 위도 ϕ , 수직방향의 속도 v_r , 경도평면 방향의 속도 v_θ , 위도평면 방향의 속도 v_ϕ , 그리고 착륙선의 질량 m 이다. 또한 제어변수는 추력 값 T , 로컬평면에 대해 정의된 추력방향 α (요), β (피치)로 정의하였다[10][11].

$$\dot{r} = v_r \tag{5}$$

$$\dot{\theta} = \frac{v_\theta}{r \cos \phi} \tag{6}$$

$$\dot{\phi} = \frac{v_\phi}{r} \tag{7}$$

$$\dot{v}_r = -\frac{T}{m} \sin \beta - \frac{\mu_m}{r^2} + \frac{v_\phi^2}{r} + \frac{v_\theta^2}{r} + 2\omega^2 \cos^2 \phi + 2\omega v_\theta \cos \phi \tag{8}$$

$$\dot{v}_\theta = \frac{T}{m} \cos \beta \cos \alpha - \frac{v_r v_\theta}{r} + \frac{v_\theta v_\phi \sin \phi}{r \cos \phi} + 2\omega v_\phi \sin \phi - 2\omega v_r \cos \phi \tag{9}$$

$$\dot{v}_\phi = \frac{T}{m} \cos \beta \sin \alpha - \frac{v_r v_\phi}{r} - \frac{v_\theta^2 \sin \phi}{r \cos \phi} - r\omega^2 \sin \phi \cos \phi - 2\omega v_\theta \sin \phi \tag{10}$$

$$\dot{m} = -\frac{T}{I_{sp} g_0} \tag{11}$$

3.3 달 환경 가정 및 단계별 경계조건

달 환경과 달착륙선의 고유값은 아래 표와 같다. 달의 경도는 달을 바라보았을 때 정중앙을 0°로 하여 동경 0 ~ 180°, 서경 0 ~ 180°, 위도는 달의 적도면을 기준으로 북위 0 ~ 90°, 남위 0 ~ 90°로 각각 나누어진다[12].

고도의 경우, 동력 하강단계가 시작되는 고도가 15.24km이고, 위도와 경도의 경우 최종 착륙 지점만 지정하고 나머지 상태는 free로 두고 계산하도록 하였다. 수직 방향속도의 경우, 마지막에 연착륙을 위해서 최종 속도를 -1m/s로 두었다. 경도, 위도 방향의 속도는 최종 도착 시의 속도이므로 0m/s를 주었고 나머지 속도는 free로 두어 최적 값을 찾도록 하였다.

추력 제어값의 경우 아폴로 착륙선 및 타 착륙선의 값과 비교하여 Braking phase에서는 전체추력의 100%~80%, Approach phase에서는 최소 30%까지, 마지막 착륙에서는 30%~0%의 추력을

표 1. 달환경 및 착륙선의 고유값

달의 자전속도 ω	$2.6632 \times 10^{-6} \text{ rad/s}$
달의 반지름 r_m	1737.4 km
표준중력파라미터 μ_m	$4902.78 \text{ km}^3/\text{s}^2$
착륙지점	26.132E, 3.634N
달착륙선의 비추력 I_{sp}	312초
달착륙선 질량 m	546.55 kg

표 2. Descent phase의 구간별 조건

Powered descent phase						
State / control	Braking		Approach		Landing	
	t_0	t_f	t_0	t_f	t_0	t_f
r (km)	15.24	1~2	1~2	0.03	0.03	0
θ (deg)	free	θ_{BP}	θ_{BP}	θ_{AP}	θ_{AP}	26.132E
ϕ (deg)	free	ϕ_{BP}	ϕ_{BP}	ϕ_{AP}	ϕ_{AP}	3.634N
v_r (m/s)	free	v_{rBP}	v_{rBP}	v_{rAP}	v_{rAP}	-1
v_θ (m/s)	free	$v_{\theta BP}$	$v_{\theta BP}$	$v_{\theta AP}$	$v_{\theta AP}$	0
v_ϕ (m/s)	free	$v_{\phi BP}$	$v_{\phi BP}$	$v_{\phi AP}$	$v_{\phi AP}$	0
T (%)	100 ~ 80		100 ~ 30		100 ~ 0	

내도록 범위를 지정하였고, 지면과의 추력각도 β 는 각도를 -180°에서 시작하여 마지막 지면에 도달했을 때 -90°에서 착륙이 종료 되도록 하였다.

3.4 최적화 착륙궤적

연료를 최소화하는 달착륙선의 궤적은 그림 1과 같다. 동력 하강단계가 시작되고 약 455초 지난 지점에서 약 379km의 달 표면을 이동하여 달 표면에 착륙하였다. 고도 1.95km에서 Approach phase가 시작되었고, Final landing은 고도 30m에서 시작되었다. 위도와 경도의 경우 마지막 착륙지점을 고정시키고 최적화 연산을 수행한 결과, 동력 하강단계는 경도 11.500W, 위도

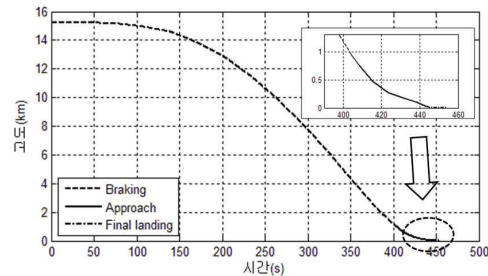


그림 1. 시간에 따른 고도변화

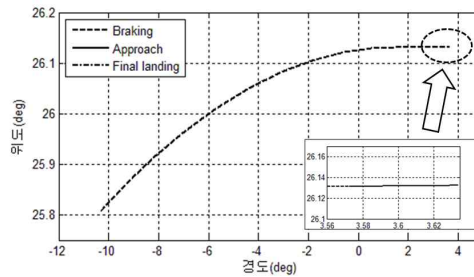


그림 2. 위도와 경도에 대한 궤적

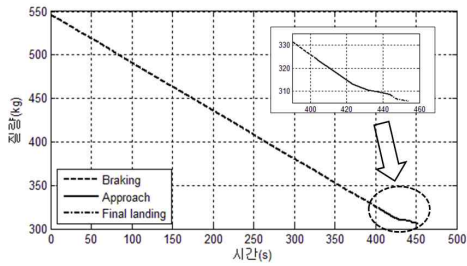


그림 3. 시간에 따른 질량변화

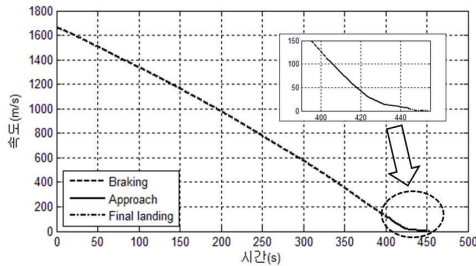


그림 4. 시간에 따른 속도 변화

25.805N에서 시작하는 것을 알 수 있다. 그림 3은 착륙하는 동안 질량의 변화량을 나타낸 그래프로 착륙 후 최종 질량은 305.7kg이고, 그림 4에서는 100x15.24km의 궤도속도 1655m/s에서 마지막 착륙속도가 0m/s에 도달한 것을 알 수 있다[13].

IV. 시스템 구성 및 시뮬레이션

4.1 시스템 구성

달착륙선의 시뮬레이션을 위해서 Matlab의 Simulink를 이용하여 시스템을 구성하였다. 그림 5와 같이 크게 달착륙선의 3차원 공간 운동방정식과 연료 소모 부분을 계산하는 플랜트 부분, 최적화 연산을 통하여 경로를 생성해낸 결과를

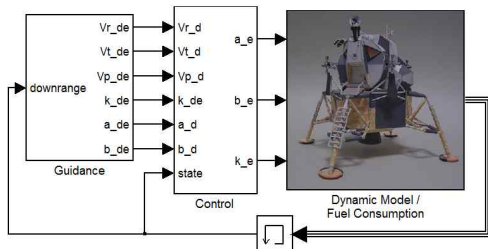


그림 5. Simulink를 이용한 달착륙선의 착륙단계 제어 시스템 구성

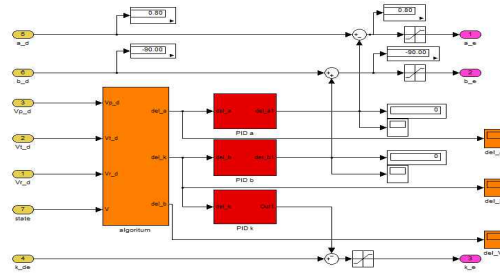


그림 6. Simulink를 이용한 컨트롤 블록 구성

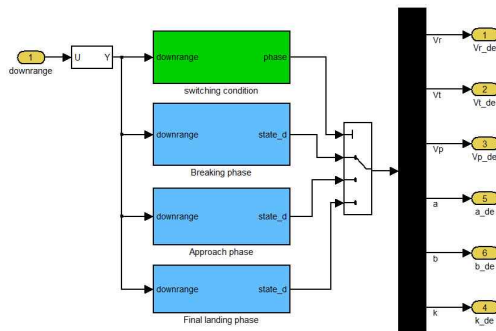


그림 7. Simulink를 이용한 가이드런스 블록 구성

이동 거리의 상태에 따라 최적화 된 상태값과 제어값을 내보내 주는 가이드런스 부분, 최적화된 값과 현재 상태값과의 오차를 PID 제어를 통하여 제어값을 만들어주는 컨트롤 부분으로 나누었다. 그림 6과 7은 각각 컨트롤 블록과 가이드런스 블록을 Simulink 블록으로 나타낸 것이다.

4.1.1 Guidance

달착륙선의 가이드런스는 GPOCS를 통해 구해진 최적화 경로의 상태값과 제어값을 이용한다. 그림 7, 그림 8과 같이 피드백 되는 달착륙선의 이동 거리를 이용하여 그 단계에 따른 지점의 최적화된 상태값과 제어값을 look-up table에 의해서 불러오게 된다.

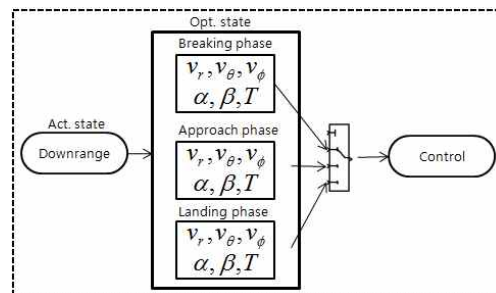


그림 8. Guidance block 구성도

4.1.2 횡방향과 종방향의 유도제어시스템

횡방향과 종방향의 제어는 그림 9와 같이 최적 경로의 상태값과 제어값을 이용하였을 때 오차가 생기기 때문에 이러한 오차를 줄이는 방법으로 제어하게 된다.

그림 10과 같이 유도 알고리즘에서 횡방향 최적값 $\alpha_{opt.}$ 와 $\alpha_{act.}$ 의 오차를 이용하여 $\Delta\alpha$ 를 생성하고 PID제어를 통하여 제어값을 생성하고 최적값 $\alpha_{opt.}$ 를 합하여 $\alpha_{cmd.}$ 를 생성한다. 종방향의 알고리즘 경우도 횡방향의 알고리즘과 마찬가지로 방법으로 $\beta_{cmd.}$ 를 생성한다.

횡방향의 궤적오차의 경우에는 그림 11과 같이 위도와 경도의 평면상에서 실제 속도벡터 값과 최적 궤적의 벡터값의 차이로 구해내고 이를 통하여 횡방향의 제어값을 만들어낸다.

$$\frac{v_\phi}{v_\theta} = \tan\alpha, \alpha = \tan^{-1}\left(\frac{v_\phi}{v_\theta}\right) \quad (12)$$

$$\Delta\alpha = \alpha_{opt.} - \alpha_{act.} \quad (13)$$

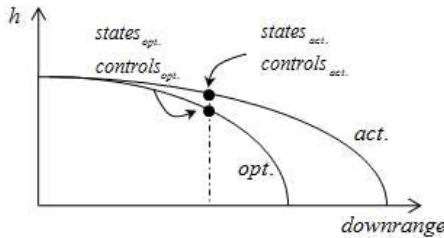


그림 9. 이동거리에 따른 최적값과 실제값

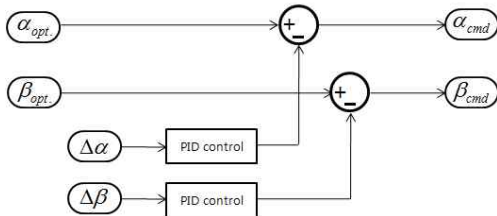


그림 10. 횡방향과 종방향의 제어 시스템

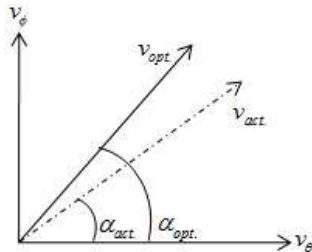


그림 11. α 방향의 궤적오차

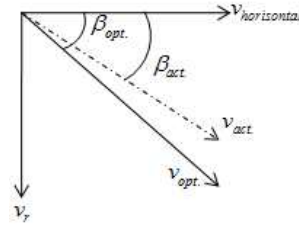


그림 12. β 방향의 궤적오차

종방향의 궤적오차의 경우에는 그림 12와 같이 수평면과 수직방향의 좌표에서 실제 속도벡터 값과 최적 궤적의 벡터 값의 차이로 구해내고 이를 통하여 종방향의 제어값을 만들어낸다. 속도의 벡터 합은 위도방향 속도, 경도방향 속도, 수직하강 속도의 합력으로 이루어진다.

$$\frac{v_r}{v} = \sin\beta, \beta = \sin^{-1}\left(\frac{v_r}{v}\right) \quad (14)$$

$$\Delta\beta = \beta_{opt.} - \beta_{act.} \quad (15)$$

4.2 PID 제어기 설계

달착륙선의 경로 추종의 제어에 PID 제어기를 사용하였다. PID제어기는 구조가 간단하고 제어 성능이 우수하고 제어이득 조정이 비교적 쉽기 때문에 적용대상이 단일입출력 시스템에 한정되는 제약에도 불구하고 많이 사용되고 있다. PID 제어기는 입력과 출력이 각각 두개 이상씩인 다변수 시스템에 그대로 적용할 수는 없지만 입력과 출력을 일대일로 대응시키는 분해과정을 거쳐 여러 개의 단일입출력 모델을 구하고 각각에 대해 PID제어기를 적용시킬 수 있다. PID 제어는 비례제어, 적분제어, 미분제어를 결합한 형태로 사용한다.

본 논문에서는 Braking phase, Approach phase, Final landing phase의 최적 궤적을 바탕으로 제어값을 만들어내기 때문에 특성이 서로 다른 구간별로 PID제어기를 나눌 필요가 있다.

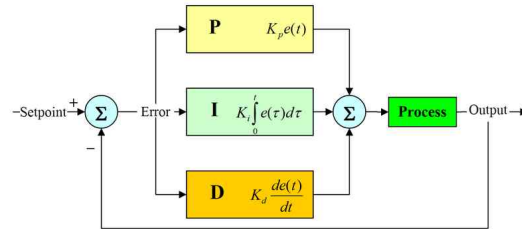


그림 13. PID 제어기

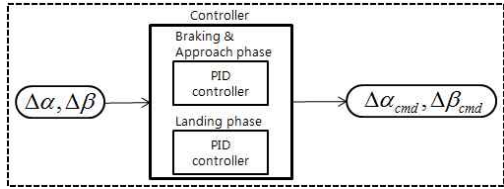


그림 14. 구간별 PID 제어기

표 3. PID Gain Parameter

	Braking & Approach phase		
	α	β	T
Proportional	13.81	7.20	0.01
Integral	0.04	0.09	0.002
Derivative	1.45	1.91	0.138

그림 14와 같이 각각의 에러 값에 따라 크게 두 개의 제어기를 구성하였다. 대부분의 궤적을 차지하는 두 개의 Braking, Approach phase와 나머지 Final landing phase로 나누어 단계의 특성에 맞는 이득값을 적용하도록 한다.

단계별로 설정된 제어기를 통하여 나타낸 Braking & Approach phase에서 사용된 횡방향, 종방향, 추력의 PID 수치는 표 3과 같다.

Final landing phase의 경우에는 특별히 이득값을 정하지 않아도 경로를 잘 추종하여 최적값을 그대로 제어 입력으로 사용하였다.

4.3 시뮬레이션

4.1에서 설계한 제어시스템을 통하여 제어 시뮬레이션을 수행하였다. 제어 시뮬레이션은 횡방향과 종방향의 PID제어기를 이용하여 수행하였고 최적 궤적을 가장 잘 추종하는 표 3의 PID 게인 값을 사용하여 시뮬레이션 하였다.

시뮬레이션 결과 최적 경로의 결과와 시뮬레이션 한 결과 경로는 그림 15와 같고 최적 경로와의 오차는 표 4와 같이 나타났다. 목표지점의 위도와 경도에 대해서 각각 $9.2 \times 10^{-4} \text{deg}$, $5.3 \times 10^{-5} \text{deg}$ 의 오차를 보였고 이에 따라 계산한 수평거리는 약 $7.0 \times 10^{-6} \text{m}$ 의 오차를 보였다. 표 4와 그림 16에서 최종 착륙지점에서 수직 하강 속도는 목표 -1m/s 보다 0.53m/s 높은 -1.53m/s 의 결과를 보였으나 실제 달착륙선인 서베이어의 데이터 -1.5m/s 와 비교해 보았을 때 충분히 연착륙을 했다고 볼 수 있다[14]. 그림 17, 18과 표 4에서도 볼 수 있듯이 경도와 위도방향의 최종속도는 목표 0m/s 에 가까운 속도에 도달하였고, 질량의 경우에는 최적궤적을 생성 했을 때 보다 1.2kg 을 덜 소비하였다.

표 4. Optimal 결과와 Actual 결과의 오차

수평거리오차	위도오차	경도오차
$7.0 \times 10^{-6} \text{m}$	$9.2 \times 10^{-4} \text{deg}$	$5.3 \times 10^{-5} \text{deg}$
수직하강방향 속도오차	경도방향속도 오차	위도방향속도 오차
0.53m/s	0.91m/s	0.01m/s

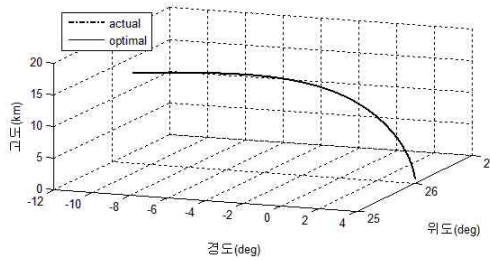


그림 15. 착륙 경로

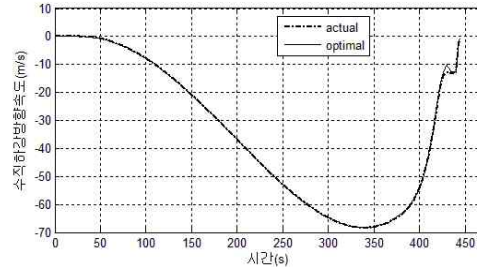


그림 16. 수직하강 방향 속도 비교

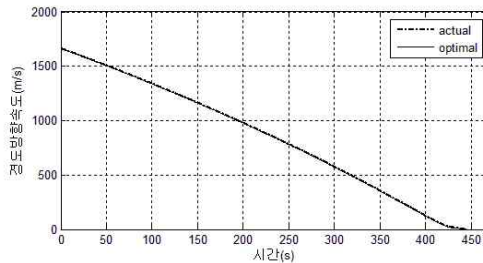


그림 17. 경도 방향 속도 변화

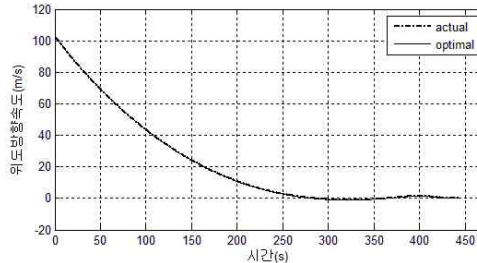


그림 18. 위도 방향 속도 변화

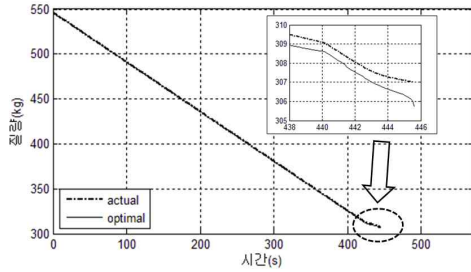


그림 19. 시간에 따른 질량변화의 비교

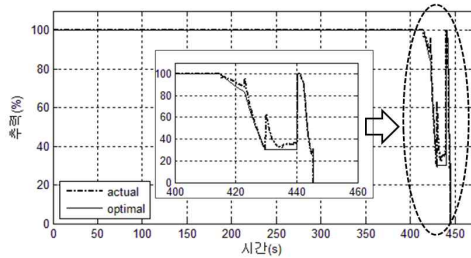


그림 20. 시간에 따른 추력 변화의 비교

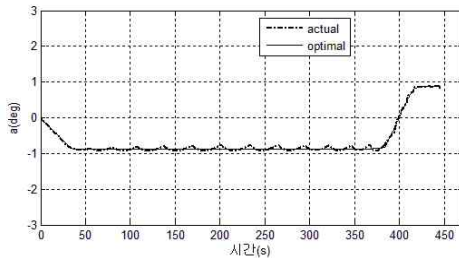


그림 21. 횡방향 제어값 비교

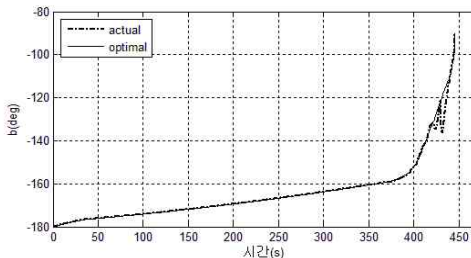


그림 22. 종방향 제어값 비교

V. 결 론

본 논문은 달 착륙 단계 중에서 동력하강단계에 대하여 gauss pseudo-spectral method를 사용하여 최적 궤적을 생성하였고, 생성된 제어값과 상태값을 이용하여 PID 제어를 통해 착륙 제어 시뮬레이션을 수행하였다.

시스템을 구성함에 있어서 달착륙선의 제어 입력값은 최적의 제어값과 각 방향 속도 오차를 이용한 제어값을 이용하여 생성해냈다. 단계에 따라 제어값의 특성과 상태변화가 서로 다르기 때문에 하나의 이득값으로 모든 구간의 경로 추종을 만족하지 못했다. 이를 보완하기 위해서 단계에 따라서 다른 이득값을 적용하여 시뮬레이션을 수행하였다.

시스템을 구성하여 시뮬레이션 결과와 최적경로 결과를 비교한 결과, 최종 착륙지점에 대한 속도와 위치에 있어서 미소한 오차가 있었지만 연착륙 하면서, 경로를 잘 추종한 것으로 나타났다.

본 논문에서는 PID제어기를 사용하여 제어 시뮬레이션을 수행하였다. PID제어기는 외란과 급변화가 심한 입력에 대해서는 성능과 안정성이 떨어지는 단점들이 있다. 또한 불확실한 환경에 대처 할 수 있는 자기 적응능력과 자기 판단력이 없기 때문에 PID제어기를 대처할 수 있는 지능형 제어방법에 대한 연구가 활성화 되고 있다. 추후 이러한 달착륙선의 하강 단계뿐만 아니라 상승 단계에 대해서도 생성된 궤적을 통해 단계마다 다른 특성을 고려하는 유도제어 알고리즘 및 제어를 수행하는 연구와 환경에 능동적으로 대처할 수 있는 장점으로 향상된 제어성능을 기대할 수 있고 PID제어기를 대처 할 수 있는 뉴로-퍼지 방법을 이용한 지능형 제어가 진행되어야 할 필요가 있을 것으로 판단된다.

후 기

이 논문은 2010년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임(No. 2010-0015885).

참고문헌

- 1) David A. Benson, "Direct Trajectory Optimization and Costate Estimation via an Orthogonal Collocation Method", Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 29, No. 6, July-August 1995, pp. 830-837.
- 2) R. V. Ramanan, M. Lal, "Analysis of optimal strategies for soft landing on the Moon from lunar parking orbits", Journal of Earth System Science, Vol. 114, No. 6, 2005, pp. 807-813.

- 3) D. E. Kirk, "Optimal Control Theory", Dover Publications, 1970.
- 4) F. V. Bennett, T. G. Price, "Study of Powered-Descent Trajectories for Manned Lunar Landings", NASA Technical Note D-2426, Johnson Spacecraft Center Huston, Tex. August 1964.
- 5) Karl D. Bilimoria, "Effects of Control power and Guidance Cues on Lunar Lander Handling Qualities", AIAA Space 2008 Conference, September, 2008
- 6) J. D. Alexander, R. W. Becker, "Apollo Experience Report - Evolution of the Rendezvous-Maneuver Plan for Lunar Landing Mission", NASA Technical Note D-7388, Johnson Spacecraft Center Huston, Tex. August 1973.
- 7) F. V. Bennett, "Apollo Experience Report-Mission Planning for Lunar Module Descent and Ascent", NASA Technical Note D-6846, Johnson Spacecraft Center Huston, Tex. June 1972.
- 8) R. R. Sostaric, "Powered Descent Trajectory Guidance and Some Considerations for Human Lunar Landing", 30th Annual AAS Guidance and Control Conference, February, 2007.
- 9) Rao, A. V., "User's Manual for GPOCS Version 1.0", Gainesville, FL32607, 2007, pp.1-60
- 10) C. A. Kluever, B. L. Peirson, "Optimal Low-Thrust Three-Dimensional Earth-Moon Trajectories", Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 19, No. 4, July-August 1995, pp. 830-837.
- 11) Bong-gyun Park, Dae-kyu Sang, Min-Jea Tahk, "Direct Trajectory Optimization of a soft lunar Landing Considering a Landing site", 2009, IAC09.C1.1.10.
- 12) Boyoung Jeong, Donghun Lee, Hyochoong Bang, "Optimal perilune Altitude of Lunar Landing Trajectory", Int'l J. of Aeronautical & Space science, Vol. 10, No. 1, May 2009, pp. 67-74
- 13) 조성진, 민찬오, 이대우, 조겸래, "Sub-Phase를 고려한 달착륙선의 Descent/Ascent phase 최적 궤적 생성", 한국항공우주학회지, 2010.12
- 14) "Surveyor Program Results", NASA Technical Note SP-184, Lunar and Planetary programs Division, 1964.