

# 중요파괴모드 선정 및 시스템 신뢰성 해석

## Dominant Failure Mode Selection and System Reliability Analysis



김 동 석\*



옥 승 응\*\*

\* (주)인터컨스텍 기술연구소 차장

\*\* 한경대학교 안전공학과 조교수

### 1. 머리말

실제 구조물들은 많은 요소를 가지고 있으며, 또한 큰 구조적 여유성을 가지고 있는 경우가 많다. 따라서, 일반적으로 요소 하나의 파괴가 전체 구조 시스템의 파괴로 이어지는 경우는 드물다. 또한 여러 요소가 맞물려 하중을 전달하기 때문에 요소의 파괴가 서로 독립적이지 않고 상관관계를 가지게 된다. 따라서 기존의 요소 신뢰성 해석만으로는 구조 시스템의 안정성을 평가할 수 없으므로 구조 시스템의 여유성과 요소 파괴 사이의 통계적 의존성을 고려할 수 있는 시스템 신뢰성 해석이 필요하다.

구조물이 파괴되는 여러 파괴모드 중 하나라도 발생하면 시스템 파괴가 일어나므로 시스템 파괴는 여러 파괴모드의 직렬연결로 표현할 수 있다.<sup>1)~5)</sup> 따라서 시스템 신뢰성 해석은 여러 파괴모드의 합집합 확률을 구하는 것이라고 할 수 있다. 그러나 요소의 수가 많고 구조적 여유성이 풍부한 구조물의 경우 모든 파괴모드를 전부 고려하여 시스템 신뢰성 해석을 한다는 것은 엄청나게 많은 해석시간을 필요로 한다. 더욱이 요소의 단순 조합으로 표현되는 파괴모드뿐만 아니라 파괴 순서까지 고려하는 순차적 파괴모드를 고려할 때, 그 파괴모드의 수는 더욱 많아지므로 모든 파괴모드를 고려한 시스템 신뢰성 해석은 현실적으로 불가능하다

고 할 수 있다. 따라서 발생확률이 극히 낮아 전체 시스템 신뢰성에 기여하는 정도가 미미한 파괴모드는 무시하고, 비교적 높은 발생확률을 갖는 중요파괴모드만을 고려하는 것이 해의 정확도를 유지하면서도 수치적 효율성을 확보할 수 있는 방법이라 할 수 있다.

중요파괴모드를 선택하기 위한 기존 방법으로는  $\beta$ -unzipping 방법<sup>1)</sup>이나 incremental loading 방법<sup>6)</sup> 같은 결정론적인 방법과 branch and bound 방법<sup>7)</sup>과 같은 확률론적인 방법이 있다. 결정론적인 방법은 빠르게 중요파괴모드를 결정할 수 있는 반면 중요파괴모드를 간과할 수 있는 가능성이 있으며, 확률론적인 방법은 중요파괴모드를 결정함에 있어서 매 단계마다 시스템 신뢰성 해석을 수행하여 그 결과로부터 파괴모드의 중요도를 결정하기 때문에 요소의 수가 증가할수록 많은 신뢰성 해석을 수행해야 하는 단점이 있다.<sup>8)</sup> 따라서 결정론적인 방법과 확률론적인 방법이 가지고 있는 단점을 보완할 수 있는 새로운 중요파괴모드 검색 방법이 필요하다.

이렇게 중요파괴모드를 선정했다고 해도 시스템 신뢰성 해석에는 또 한가지 문제가 남는다. 요소 파괴의 교집합 확률로 표현되는 각 파괴모드의 발생확률과 파괴모드의 합집합 확률로 표현되는 시스템 파괴확률을 얼마나 정확하게 계산할 수 있는가 하는 문제이다. 파괴모드를 구성하는 요

소나 시스템을 구성하는 중요파괴모드 사이에는 통계적 의존성에 의해 Correlation이 존재하게 된다.<sup>9,10)</sup> 이러한 Correlation을 정확히 고려하기 위해서는 결합확률밀도함수 (Joint Probability Density Function)의 다중적분을 수행할 필요가 있다. 그러나 일반적으로 3개 이상의 다중 적분은 매우 어려우며, 요소가 4~5개 이상으로 많아지면 이 또한 불가능하게 된다. 따라서 지금까지는 2또는 3개까지의 교집합만을 구하고 이로부터 상하한의 범위만을 예측할 수 있는 bound 방법<sup>11~13)</sup>이 이용되고 있으며, 이런 방법 중 계산이 평이하면서도 상하한의 폭이 비교적 좁은 결과를 주는 Ditlevsen's bound가 주로 사용되고 있다. 최근에는 Linear Programming(LP)을 이용하여 보다 좁은 범위의 bound를 주는 방법이 개발되기도 하였다.<sup>14)</sup> 이 외에 결합확률밀도함수의 다중적분을 수행하지 않는 Monte Carlo 시뮬레이션 방법이 사용되기도 하는데<sup>15,16)</sup> 이는 많은 해석 수와 시간을 필요로 하기 때문에 주로 간단한 구조물에 대해서만 수행되었다. 따라서 구조해석 수에 구속받지 않으며 파괴모드와 시스템의 파괴확률을 보다 정확히 계산할 수 있는 시스템 신뢰성 해석방법이 요구된다.

여기서는 기존 중요파괴모드 검색 방법의 단점을 해결할 수 있는 중요파괴모드 검색방법을 제시하고 이를 통해 검색된 파괴모드와 시스템의 파괴확률을 비교적 정확히 계산할 수 있는 행렬기반 시스템 신뢰성 해석방법에 대해 설명하고자 한다.

## 2. 유전자 알고리즘을 이용한 중요파괴모드 검색방법

시스템의 파괴확률은 검색된 중요파괴모드 확률의 합집합으로 계산되기 때문에 중요파괴모드의 결정은 시스템 파괴확률의 정확도에 큰 영향을 미친다. 따라서 중요파괴모드를 간과할 수 있는 결정론적인 접근방법보다는 확률론적인 접근방법이나 시뮬레이션에 기초한 방법이 정확도 측면에서는 더 적합하다고 할 수 있다. 시뮬레이션에 기초한 방법의 경우 다른 방법들과 달리 순차적인 파괴모드뿐만 아니라 동시 파괴모드도 함께 고려하는 것이 가능하며, 요소의 한계상태 이후의 다양한 거동을 적용하기 용이하다는 장점 또한 가질 수 있다. 그러나 시뮬레이션을 통해 중요파괴모드와 그 파괴모드의 확률 그리고 시스템의 파괴확률까지 산출하기 위해서는 많은 수의 해석 횟수로 인해 많은 시간이 걸리게 된다.

따라서 여기서는 시뮬레이션의 장점을 취하면서 단점을 보완할 수 있는 방법을 제시하고자 한다. 이를 위해 중요파

괴모드 검색과 신뢰성 해석을 분리하는 방법을 사용한다. 즉, 많은 수의 시뮬레이션으로 확률을 구하는 것이 아니라 시뮬레이션은 오직 중요파괴모드를 검색하는 부분에만 사용하고 확률 계산은 행렬기반 시스템 신뢰성 해석방법<sup>17)</sup>을 사용한다. 또한 중요파괴모드를 결정함에 있어 파괴모드의 파괴확률 계산 결과를 사용하지 않고 확률변수의 표준정규분포 공간상에서 원점에서 거리라는 기하학적 개념을 사용함으로써 구조물의 요소와 여유성이 증가함에 따라 많은 해석 시간을 필요로 하는 파괴모드와 시스템의 확률계산을 하지 않도록 하였다. 따라서 파괴모드와 시스템의 확률 계산은 중요파괴모드가 결정된 후 단 한번만 수행하면 된다. 여기에 표준정규분포 공간상의 모든 방향을 검색하는 것은 비효율적이므로 기존 단순 시뮬레이션에 기반한 검색방법 대신 중요파괴모드가 나타난 방향을 위주로 검색할 수 있도록 하는 유전자 알고리즘(Genetic Algorithm: GA)을 사용하여 효율성을 더욱 높이고자 하였다.

중요파괴모드를 효과적으로 검색하기 위해 2가지 기본 검색 전략을 이용한다. 첫째 원점에서 멀어질수록 발생확률이 낮다는 표준정규분포 공간상의 특징을 이용하여 원점에서 거리가 가까운 곳부터 먼 곳으로 검색을 수행한다. 그림 1과 같이 확률변수가  $u_1, u_2$  2개인 2차원 평면의 표준정규분포 공간의 경우 반지름이 작은 원 위의 점에서 점차 큰 원 위의 점으로 검색해 나가는 것이다. 둘째 시스템 파괴모드가 발견된 방향 주변에서 기존의 파괴모드와 유사한 다른 파괴모드가 발생할 확률이 높으므로 파괴모드가 발견된 방향을 위주로 검색을 수행한다. 그림 1에서 파괴모드 1이 A와 B 요소의 파괴로 이루어진 파괴모드라고 하면 파

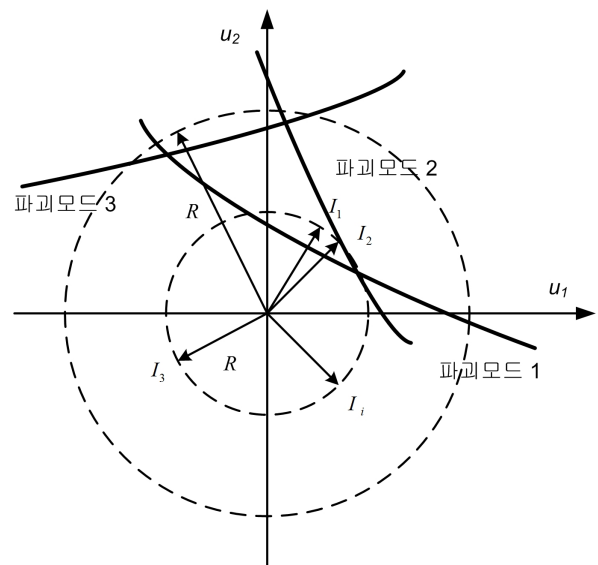


그림 1 표준정규분포 공간상에서의 파괴모드 검색

파괴모드 2의 경우는 전혀 새로운 요소인 M과 N의 파괴로 이루어진 파괴모드일 확률 보다는 A와 C 또는 B와 C와 같이 A 또는 B의 요소 파괴가 포함된 파괴모드일 확률이 높다. 또한 두 파괴모드의 조합 파괴모드 또한 기존의 파괴모드가 발견된 방향에 있을 가능성이 높다. 따라서 유전자 알고리즘의 선택과정을 통해 전 영역을 검색하는 것이 아닌 관심 대상 영역만을 검색하는 선택적 검색 전략을 수립할 수 있다.

이러한 검색 전략을 수행하기 위한 자세한 절차는 다음과 같다.

1) 원점에서 거리가 제일 가까운 초기 검색영역의 반지름( $R$ )을 결정한다.

2) 반지름이 결정되면 원 위의 점( $u_i$ )은 반지름과 크기가 1인 방향벡터( $I_i$ )로 표현될 수 있으며, 이 때 방향벡터( $I_i$ )는 확률변수의 값을 이용하여 아래 식과 같이 구할 수 있다.

$$u_i = R \cdot I_i = R \frac{(a_1, a_2, \dots, a_n)}{\sum_{j=1}^n a_j^2} \quad (1)$$

여기서  $a_j$ 는 각 확률변수의 값이며 -1과 1사이의 실수를 갖는다.

유전자 알고리즘의 염색체(chromosome)로 방향벡터( $I_i$ )가 사용된다. 따라서 염색체의 길이는 그림 2와 같이 확률변수의 수와 같으며 염색체의 유전자는 2진수가 아닌 -1과 1사이의 실수가 사용된다.

3) 선택된 원 위의 점은 표준정규분포 공간상의 값이므로 이를 실제 확률변수의 값으로 바꾼 후 연쇄붕괴해석을 수행하여 시스템 파괴 여부를 체크하여 파괴 발생 시 파괴모드와 염색체를 기억한다. 이러한 연산은 세대를 이루는 염색체 수만큼 반복한다.

4) 한 세대의 해석 후 파괴모드가 발견되지 않았다면 다음 세대의 염색체를 임의로 구성하여 3)의 과정을 반복한다. 파괴모드가 발견되었다면 파괴모드가 발생한 염색체를 이용 다음 세대를 구성한다. 일반적인 유전자 알고리즘과 달리 적합도 함수를 따로 구성하지 않고 시스템 파괴 여부를 판단해 시스템 파괴가 발생했을 때의 염색체를 모아

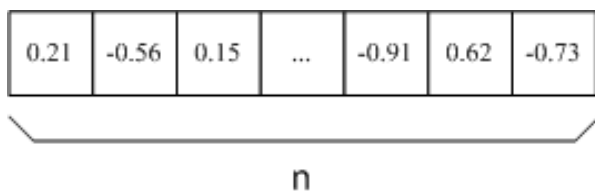


그림 2 확률변수의 값을 유전자로 사용한 염색체

pool을 구성한다. 그리고 이 pool에서 임의의 염색체를 선택하여 다음 세대를 구성하기 위한 교차, 변이 등 GA 연산을 수행한다. 이 염색체 pool은 세대를 반복할수록 발생빈도가 높은 파괴모드를 나타내는 염색체의 수가 많은 특징을 가지고 있다. 따라서 염색체 pool에서 임의의 선택하는 방법 자체가 중요파괴모드를 자연스럽게 더 고려하게 되므로 특별한 적합도(fitness) 함수가 필요없게 되는 것이다. 변이 연산은 변이 확률에 따라 새로 구성된 염색체의 각 항의 부호를 바꿔 줌으로써 파괴모드가 발생한 방향이 아닌 새로운 방향을 검색하도록 한다. 변이 연산은 기존의 파괴모드와 다른 전혀 새로운 파괴모드의 존재를 확인하기 위해 수행된다.

5) 일정 횟수( $N_{same}$ )이상의 파괴모드 갱신이 없을 경우 주어진 원 위에서의 검색을 종료하고 반지름을 증가시켜 새로운 원 위에서 2)~4)의 과정을 반복한다.  $N_{same}$ 의 값을 크게 정할 경우 파괴모드를 간과할 가능성은 감소하나 많은 구조해석을 반복하게 되므로 적절히 결정할 필요가 있다. 표준정규분포 공간에서 원점에서부터의 거리는 신뢰도 지수를 의미하므로 처음 파괴모드가 발견된 반지름을 기준으로 그 파괴확률이 원하는 수준이상 차이가 날 경우 더 이상 반지름을 증가시키지 않고 모든 검색을 종료한다.

### 3. 시스템 신뢰성 해석

#### 3.1 행렬기반 시스템 신뢰성 해석

행렬기반 시스템 신뢰성 해석(Matrix-based System Reliability: MSR)방법은 구하고자 하는 시스템 사건을 나타내는 사건벡터와 서로 배타적이면서 모두 합치면 전체 표본공간이 되는 기본사건의 확률벡터를 이용하여 시스템의 파괴확률을 간단한 행렬의 곱으로 계산하는 방법으로서 Song and Kang<sup>17)</sup>에 의해 제안되었다.

파괴와 안전 두 가지 상태를 가지는  $n$ 개의 사건으로 구성된 표본 공간은  $m = 2^n$ 개의 상호 배타적이며 합쳤을 때 모든 공간이 되는 기본 사건들로 나뉘게 된다. 이 사건들을 MECE(Mutually Exclusive Collectively Exhaustive) 사건이라고 하며  $e_j$ , ( $j=1, \dots, m$ )로 정의된다. 이 때 우리가 알고자 하는 어떤 시스템 사건은  $m$ 개의 MECE 사건 중 어떤 것이 시스템 사건에 속하는지 여부를 나타내는 사건벡터로 표현된다. 사건벡터는 아래와 같이 포함여부에 따라 1 또는 0으로 구성된다.

$$e^T = [1 \ 0 \ 0 \ \dots \ 1]_{1 \times m} \quad (2)$$

각 MECE 사건의 확률을 라고 한다면 시스템 사건( $E_{sys}$ )의 확률은 그 시스템 사건에 속하는 MECE 사건의 확률( $p_j$ )을 합한 것이 된다. 따라서 시스템 사건의 확률은 식 (3)과 같이 계산할 수 있다.

$$P(E_{sys}) = P_{sys} = \sum_{j: e_j \in E_{sys}} p_j = \mathbf{c}^T \mathbf{p} \quad (3)$$

여기서  $p_j$ 는 사건  $e_j$ 가 발생할 확률  $P(e_j)$ , ( $j=1, \dots, m$ )로 이루어진 확률벡터이다.

이와 같이 임의의 어떤 시스템 사건은 MECE 사건의 포함여부를 나타내는 사건벡터  $\mathbf{c}$ 와 확률벡터  $\mathbf{p}$ 의 곱으로 계산될 수 있다. 이러한 개념을 쉽게 이해하기 위해 그림 3과 같이 3개의 사건으로 이루어진 표본공간을 도시하였다. 그림에서도 알 수 있듯이 이 표본공간은 8개의 MECE 사건으로 나뉘어진다는 것을 알 수 있다. 이때  $E_{sys} = E_1 \cap E_2 \cup E_3$ 와 같은 시스템 사건은  $e_1 + e_2 + e_3 + e_4 + e_5$ 로 이루어진다. 따라서 이 이벤트 사건의 확률은 식 (3)의 형태로서 식 (4)와 같이 사건벡터와 확률벡터의 곱으로 쉽게 계산될 수 있다.

$$P(E_1 \cap E_2 \cup E_3) = [1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0] \cdot \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ \vdots \\ p_8 \end{bmatrix} \quad (4)$$

사건이 서로 독립이 아닐 경우 확률벡터를 구하는 것은 쉬운 일이 아니다. 그러나 만약 사건들 사이에 통계적 의존성을 가지게 하는 것이 어떤 공통된 요인에 의한 것이며 이것을 분리해 낼 수 있다면 나머지 부분은 서로 독립 사건으로 다루는 것이 가능하다.<sup>17)</sup>

공통인자 확률변수(Common Source Random Variables; CSRV) 벡터를  $\mathbf{x}$ 라고 하면 확률이론에 의해 시스템 파괴

확률은 식 (5)에 의해 계산될 수 있다.

$$P_{sys} = \int_{\mathbf{x}} P(E_{sys}|\mathbf{x}) f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \quad (5)$$

여기서,  $P(E_{sys}|\mathbf{x})$ 는 공통인자 확률변수(CSRV)에 특정한 값이 주어졌을 때 시스템 사건의 조건부 확률이며,  $f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x})$ 는  $\mathbf{x}$ 의 결합확률밀도함수이다.

공통인자 확률변수를 분리해 낼 수 있다면 시스템 사건을 구성하는 요소파괴 사건을 통계적 독립으로 다룰 수 있으므로 식 (3)의 MSR방법을 사용하여 식 (5)를 식 (6)과 같이 쓸 수 있게 된다.

$$P_{sys} = \int_{\mathbf{x}} \mathbf{c}^T \mathbf{p}(\mathbf{x}) f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} = \mathbf{c}^T \mathbf{p} \quad (6)$$

여기서,  $\mathbf{c}$ 는 시스템 사건을 구성하는 사건벡터,  $\mathbf{p}(\mathbf{x})$ 는 공통인자 확률변수  $\mathbf{x}$ 가 주어졌을 때 조건부 확률로 계산된 확률벡터이다.

이와 같이 공통인자 확률변수를 분리해 낼 수 있는 경우는 요소 파괴 사건들 사이의 상관관계 행렬이 Dunnet-Sobel (DS) Correlation(Dunnett and Sobel, 1955)과 같이 특별한 상관관계로 표현될 수 있어야 가능하다. 그러나 많은 문제에서 공통인자 확률변수를 명확하게 알기는 쉽지 않으며 주어진 사건들 사이의 상관관계 행렬을 하나의 공통인자 확률변수만을 가지는 DS Correlation으로 근사하기에는 무리가 있다. 따라서 상관관계 행렬을 좀 더 정확히 근사하기 위해 일반화된 DS Correlation 모델을 사용한다. 이에 대한 보다 자세한 설명은 참고문헌<sup>17),18)</sup>을 참조하기 바란다.

### 3.2 시스템 파괴확률 계산

파괴모드는 요소 파괴의 교집합으로 표현되고 시스템 파괴는 파괴모드의 합집합으로 표현된다. 따라서 요소 신뢰성 해석을 통해 구한 요소 파괴확률을 이용하여 먼저 파괴모드의 확률을 구하고 그 다음 파괴모드로 구성되는 시스템의 파괴확률을 구하는 방식으로 시스템 신뢰성 해석이 진행된다.

먼저 요소 파괴확률의 교집합 확률인 파괴모드의 확률을 행렬기반 시스템 신뢰성 해석(MSR) 방법을 사용하여 구하기 위해서는 파괴모드를 구성하고 있는 요소들의 파괴확률과 그 요소들 사이의 상관관계를 알아야 한다. 각 요소의 파괴확률은 선형 한계상태식일 때 일레이차모멘트법(FORM)을 사용하고 비선형 한계상태식일 경우는 이레이차모멘트법(SORM)을 사용하여 좀 더 정확히 구할 수 있다. 그리고 요

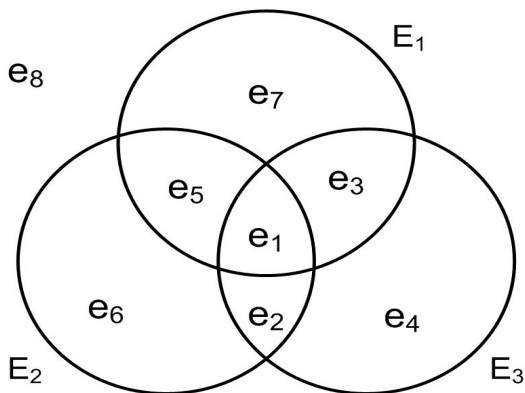


그림 3 3개의 사건으로 이루어진 표본공간

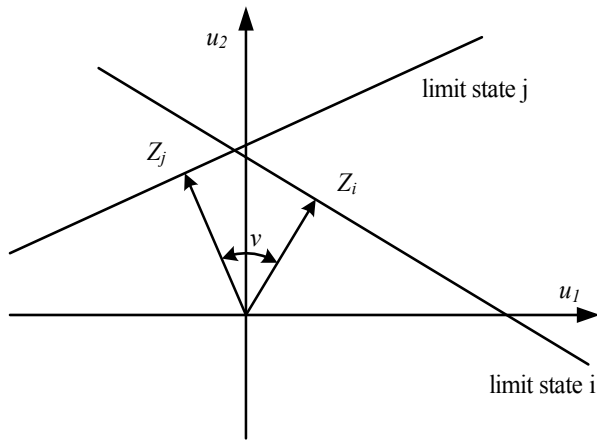


그림 4 표준정규분포 공간에서 두 한계상태식의 상관관계

소 파괴 사이의 상관관계는 한계상태식을 선형으로 가정한 경우 각 요소의 파괴확률을 구할 때 계산되는 design point를 이용하여 그림 4와 같이 구할 수 있다. 그림 4는 확률변수가 2개인 경우 표준정규분포 공간상에 있는 2개의 한계상태와 그 상관관계를 나타낸 것이다.

두 한계상태식의 신뢰도 지수는 각각 원점에서 두 한계상태영역과의 최단 거리가 되며, 최단거리가 되는 한계상태식 위의 점이 바로 두 한계상태의 design point  $Z_i$ 와  $Z_j$ 가 된다. 이 때 두 한계상태식 사이의 상관계수( $\rho$ )는 식 (7)과 같이 두 벡터가 이루는 각도의 cosine 값이 된다.

$$\rho = \cos \nu = \frac{Z_i \cdot Z_j}{|Z_i| \cdot |Z_j|} \quad (7)$$

파괴모드를 이루는 요소들 사이의 상관관계를 모두 알았다면 이제 이 상관관계 행렬을 DS Correlation으로 근사하게 된다. 파괴모드를 이루는 요소의 개수가 많으면 DS Correlation으로 근사를 하는데 필요한 공통인자 확률변수의 개수가 증가하는데, 공통인자 확률변수의 개수가 많아질수록 수치적분을 하는데 많은 시간이 소요되므로 여기서는 최대 3개까지 고려하는 것으로 한다. 이제 파괴모드의 확률은 3.1에서 설명한 방법대로 공통인자 확률변수에 대한 수치적분과 MSR방법으로 구할 수 있게 된다.

시스템 파괴확률을 구하기 위해서는 마찬가지로 각 파괴모드의 확률과 그 상관관계 행렬을 알아야 한다. 파괴모드의 확률은 앞에서 계산했으므로 상관관계 행렬만 구하면 나머지 부분은 같은 방식으로 계산된다. 파괴모드의 경우는 한계상태식이 정의되지 않았으므로 요소파괴의 경우처럼 design point를 알 수가 없다. 따라서 다음 식을 이용하여 두 파괴모드 사이의 상관관계를 구한다.

$$P(E_i E_j) = P(E_i) \times P(E_j) + \int_0^{\rho} \phi(\beta_i, \beta_j, r) dr \quad (8)$$

여기서,  $\phi$ 는 결합확률밀도함수이고,  $\beta_i$ 와  $\beta_j$ 는 각 사건  $E_i$ 와  $E_j$ 의 신뢰도지수(reliability index)이다.

$E_i$ 와  $E_j$ 를 두 파괴모드라고 하면 각 파괴모드의 확률은 앞에서 계산이 되어 알고 있으므로 두 파괴모드의 교집합 확률을 안다면 두 파괴모드 사이의 상관관계를 구할 수 있다. 두 파괴모드의 교집합 확률은 두 파괴모드를 구성하는 모든 요소의 교집합 확률이므로 요소의 개수만 증가할 뿐 앞의 파괴모드의 확률을 구하는 방법과 동일하게 구하면 된다.

우리가 파괴모드와 그 파괴모드를 구성하는 요소들을 모두 알고 있다면 굳이 파괴모드간의 상관관계를 구하지 않고 모든 파괴모드를 구성하는 모든 요소들에 대해 상관관계 행렬을 구해 한 번에 각 파괴모드의 확률과 시스템 파괴확률을 구할 수 있다. 그러나 앞서도 설명하였듯이 상관관계 행렬을 구성하는 요소의 개수가 많아질수록 DS Correlation을 정확히 근사하기 위한 공통인자 확률변수의 개수가 증가함으로 다중 수치적분에 의해 소요되는 해석시간이 기하급수적으로 증가하여 해석이 불가능해진다. 따라서 이 연구에서는 대형 구조물예의 적용성을 높이기 위해 먼저 파괴모드의 확률을 구하고 파괴모드간의 상관관계 행렬을 구해 다시 시스템 파괴확률을 구하는 두 단계 절차로 진행한다.

## 4. 해석 예제

### 4.1 6-bar truss 예제

제안한 시스템 신뢰성 해석방법의 검증을 위해 그림 5와 같은 6개의 요소로 이루어진 1차 부정정 트러스 예제를 구성하였다. 트러스의 가로 길이는 120cm, 세로 길이는 90cm

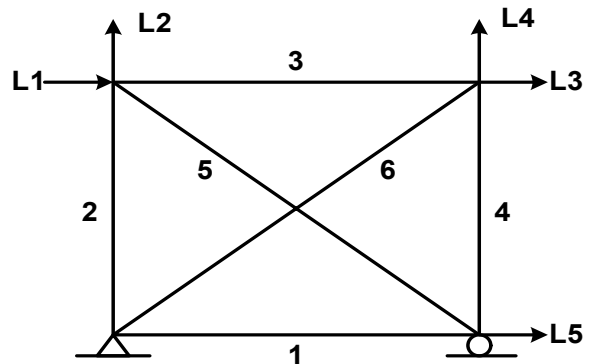


그림 5 6-bar 트러스 예제

표 1 확률변수의 확률분포 특성

확률변수	확률분포	평균	COV
$L_1$	Normal	50 kN	0.1
$L_2$	Normal	30 kN	0.1
$L_3$	Normal	20 kN	0.1
$L_4$	Normal	30 kN	0.1
$L_5$	Normal	20 kN	0.1
$\sigma_{y_i}, i=1, \dots, 6$	Normal	27.6 kN/cm <sup>2</sup>	0.05

이며, 각 요소의 단면적은 2.3cm<sup>2</sup>이다. 이 예제에서는 5개의 하중과 각 요소의 항복응력을 확률변수로 고려하였으며 각 확률변수는 서로 독립으로 가정하였다. 확률변수의 확률분포 특성은 표 1에 정리하였다.

단면적이나 길이, 탄성계수(E) 등이 확률변수가 아니므로 구조물의 강성행렬은 상수가 된다. 따라서 이 예제의 각 요소의 한계상태식은 확률변수의 선형조합으로 구성되므로 한계상태식이 0이 되는 파괴면은 평면(2차원에서는 직선)이 된다. 그러므로 요소의 파괴확률을 구할 때 일제이차모멘트법(FORM)을 사용하여 정해를 구할 수 있다.

주어진 예제에 대해 정해라고 할 수 있는 중요파괴모드와 시스템 파괴확률을 알기 위해 먼저 Monte Carlo 시뮬레이션을 수행하였다. Monte Carlo 시뮬레이션은 횟수가 많아질수록 결과를 신뢰할 수 있게 되는데, 일반적으로 구하고자 하는 값의 변동계수(Coefficient of Variation; COV)가 원하는 수준 이하가 될 때까지 시뮬레이션을 반복한다. 이 예제에서는 시스템 파괴확률의 변동계수가 0.03이하가 될 때까지 시뮬레이션을 수행하였으며, 이때 시뮬레이션 횟수는 360만 번이었다.

Monte Carlo 시뮬레이션을 통해 얻은 중요파괴모드는 그림 6과 같다. 총 9개의 파괴모드가 나타났는데 이중 빈도수가 높은 순으로 상위 5개(최소 빈도수 100회 이상)를 중요 파괴모드로 고려하였다. 그림 6에서 2|6은 6번 요소의 파괴 후 2번 요소의 파괴를 의미하는 조건부 사건이다. 따라서 6

번 요소의 파괴사건( $E_6$ )과 6번 요소 파괴 후 2번 요소파괴사건( $E_{2|6}$ )과의 교집합 사건(병렬연결)으로 표현되는 첫 번째 파괴모드는 6번 다음에 2번 요소가 순차적으로 파괴되는 파괴모드(6→2)를 의미한다. 마찬가지로 두 번째, 네 번째 파괴모드는 순차적인 파괴모드로서 각각 6번 다음에 1번 요소 파괴(6→1), 2번 다음에 6번 요소의 파괴(2→6)를 나타낸다. 세 번째 파괴모드는 6번 요소와 2번 요소의 병렬연결로 표현되었으므로 순차적 파괴가 아닌 6번과 2번 요소의 동시 파괴를 나타낸 것이다. 다섯 번째 파괴모드는 순차적 파괴와 동시 파괴모드가 결합되어 있는 형태로서 6번 요소 다음에 1번, 2번 요소가 동시에 파괴된 파괴모드( $6 \rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ )를 나타낸다.

제안한 방법은 약 3000회 정도의 시뮬레이션으로 그림 6에 있는 중요파괴모드를 검색할 수 있었으며 행렬기반 시스템신뢰성 해석방법을 이용하여 약 20초 정도의 소요 시간만으로 시스템의 신뢰성 해석을 수행할 수 있었다. 360만회의 시뮬레이션을 수행해야 하는 Monte Carlo 시뮬레이션에 비해 상당히 효율적인 방법이라고 할 수 있다.

제안한 방법의 정확도를 검증하기 위해 5개의 중요파괴모드와 전체 시스템에 대한 파괴확률과 신뢰도 지수를 Monte Carlo 시뮬레이션의 결과와 표 2에 비교하였다. 결과에서 알 수 있듯이 제안한 방법으로 구한 파괴모드와 시스템의 파괴확률과 신뢰도 지수는 Monte Carlo 시뮬레이션 결과와 거의 차이가 없음을 알 수 있다. 신뢰도 지수 보다는 파괴확률에서의 오차가 조금 크게 나타나는 경향이 있는데, 이는 숫자의 자리수의 차이에 의해 발생하는 것으로 판단되며 최대 차이가 나는 경우도 3%이내이므로 제시한 신뢰성 평가 방법이 매우 정확한 파괴확률과 신뢰도 지수를 산출할 수 있음을 알 수 있다.

#### 4.2 문형 frame 예제

그림 7과 같이 수평하중과 수직하중을 동시에 받고 있는

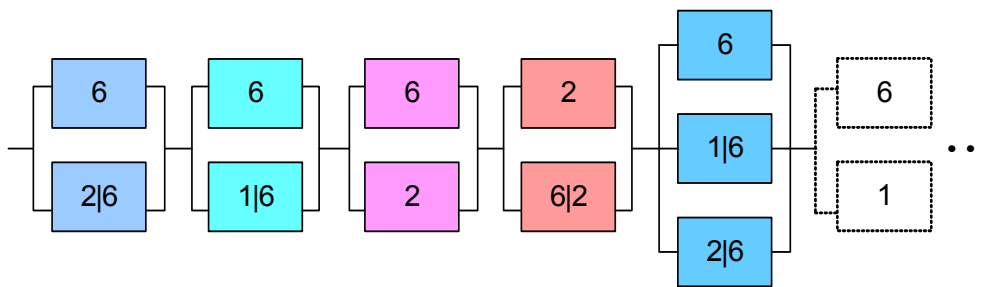


그림 6 Monte Carlo 시뮬레이션으로 구한 중요파괴모드

표 2 상위 5개 중요파괴모드와 시스템의 파괴확률과 신뢰도 지수

Failure mode & system	Failure probability			Reliability Index		
	Proposed method	MCS	Error (%)	Proposed method	MCS	Error (%)
6 → 2	$1.058 \times 10^{-3}$	$1.050 \times 10^{-3}$	0.76	3.0736	3.0756	0.07
6 → 1	$2.818 \times 10^{-4}$	$2.760 \times 10^{-4}$	2.10	3.4486	3.4542	0.16
(6, 2)	$2.257 \times 10^{-4}$	$2.277 \times 10^{-4}$	0.88	3.5080	3.5057	0.07
2 → 6	$3.015 \times 10^{-4}$	$3.057 \times 10^{-4}$	1.37	3.4303	3.4265	0.11
6 → (1, 2)	$4.424 \times 10^{-5}$	$4.335 \times 10^{-4}$	2.05	3.9202	3.9251	0.12
system	$1.397 \times 10^{-3}$	$1.387 \times 10^{-3}$	0.72	2.9895	2.9918	0.20

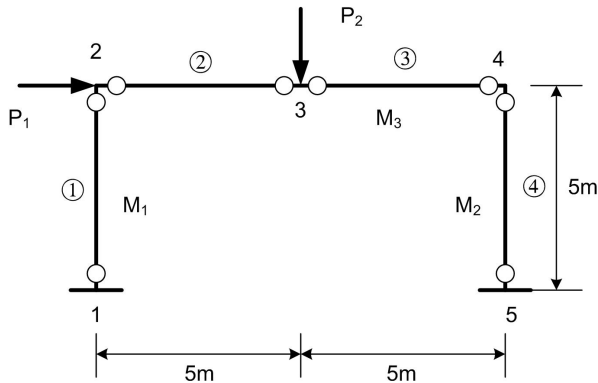


그림 7 문형 Frame 예제

Frame 예제를 구성하였다. 이 예제에서는 힘에 대한 강도 한계상태만을 고려하며 한계상태를 초과하는 경우 힌지가 형성되어 더 이상의 모멘트를 받을 수 없는 것으로 가정한다. 이 때 힌지는 모멘트를 전혀 받지 못하는 것이 아니라 모멘트 저항값만큼은 받을 수 있는 것으로 가정하여 완전 탄소성 거동을 하는 것으로 모사한다. 각 요소의 물성치는 표 3에 정리하였다.

이 예제는 힌지 생성 여부의 검토를 용이하게 하기 위해 수직하중 좌우를 구분하여 5개의 절점과 4개의 요소로 모델링하였다. 힌지가 생길 수 있는 곳은 좌 우 세로 보의 상단과 하단, 가로 보의 양쪽 끝 단과 집중하중이 작용한 절점 좌우에서 생길 수 있으므로 총 8곳이 가능하며(4번과 5 번은 공통), 각 보 요소의 양쪽 절점에서 모멘트 한계상태를 검토하면 된다. 확률변수는 수직, 수평 하중과 2개의 세로 부재와 1개의 가로 부재의 모멘트 저항 값으로 총 5개를 고려하였다. 가로 부재는 2개의 요소로 구분되어 있으나 하나의 확률변수를 사용하므로 같은 모멘트 저항 값을 갖는다. 자세한 확률변수의 확률분포 특성은 표 4에 정리하였다.

트러스 예제에서와 마찬가지로 정해라고 할 수 있는 중요파괴모드와 시스템의 신뢰도 지수를 알기 위해 Monte Carlo 시뮬레이션을 수행하였으며, 신뢰할 만한 결과를 얻기 위해 이 예제에서는 시스템 파괴확률의 변동계수가 0.02 이하가 될 때까지 총 227만 번의 시뮬레이션을 수행하였다.

표 3 요소의 재료 특성

확률변수	탄성계수(E)	단면적(A)	단면2차모멘트( I )
1번 요소	210 GPa	$4 \times 10^{-3} \text{ m}^2$	$3.58 \times 10^{-5} \text{ m}^4$
2번 요소	210 GPa	$4 \times 10^{-3} \text{ m}^2$	$4.77 \times 10^{-5} \text{ m}^4$
3번 요소	210 GPa	$4 \times 10^{-3} \text{ m}^2$	$4.77 \times 10^{-5} \text{ m}^4$
4번 요소	210 GPa	$4 \times 10^{-3} \text{ m}^2$	$3.58 \times 10^{-5} \text{ m}^4$

표 4 확률변수의 확률분포 특성

확률변수	확률분포	mean	COV
$P_1$	Normal	20 kN	0.3
$P_2$	Normal	40 kN	0.3
$M_1$	Normal	75 kN·m	0.05
$M_2$	Normal	75 kN·m	0.05
$M_3$	Normal	101 kN·m	0.05

Monte Carlo 시뮬레이션을 통해 얻은 중요파괴모드는 그림 8과 같다. 총 14개의 파괴모드가 나타났으나 100회 이상 나타난 8개의 파괴모드를 중요파괴모드로 고려하였다. 그림 8에서 -는 힌지의 모멘트 방향이 시계방향인 모멘트를 의미하며, 양으로 표현된 것은 반대로 반시계방향의 모멘트를 의미한다. 가장 발생 빈도가 높은 첫 번째 파괴모드는 4번과 7번에 동시에 힌지가 생긴 후 하중 재분배에 의해 순차적으로 2번과 8번에 동시에 힌지가 생기는 파괴모드이다. 여기서 -2(4,7)와 8(4,7) 요소 파괴사건은 4번과 7번에 힌지가 생긴 후 2번과 8번에 각각 힌지가 생기는 조건부 사건을 나타내며 그리고 다섯 번째 파괴모드는 4, 7, 4, -2(4,7)로 이루어져 있으므로 4번에 힌지가 생긴 후 7번에 힌지가 생기고 그 다음에 2번에 힌지가 생기는 순차적 파괴모드를 표현한 것이다. 그림 8에 구해진 8개의 중요파괴모드를 살펴보면 같은 힌지 위치라도 발생 순서에 따라 다양한 파괴모드가 나타남을 알 수 있다.

트러스 예제에서와 마찬가지로 제한한 방법은 적은 수(약 2300회)의 시뮬레이션만으로 그림 8에 있는 8개의 중요 파괴모드를 검색할 수 있었으며, 신뢰성 해석시간은 요소(힌지)의 개수나 파괴모드의 수가 증가하여 약 15분 정도 소요되었으나 여전히 Monte Carlo 시뮬레이션에 비해서는

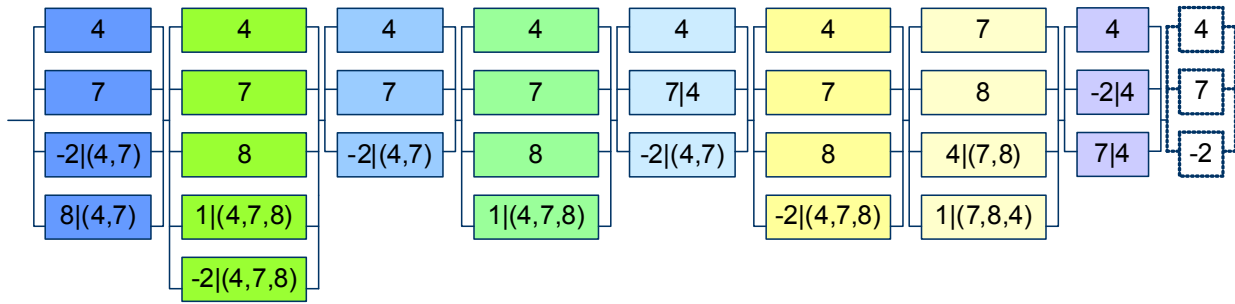


그림 8 Monte Carlo 시뮬레이션으로 구한 중요파괴모드

표 5 상위 8개 중요파괴모드와 시스템의 신뢰도 지수

번호	중요파괴모드	제시한 방법	MCS
1	(4,7) → (-2,8)	2.5179	2.5212
2	(4,7,8) → (1,-2)	3.1413	3.1405
3	(4,7) → -2	2.5025	2.5016
4	(4,7,8) → 1	3.0549	3.0555
5	4 → 7 → -2	2.4888	2.4901
6	(4,7,8) → -2	3.1039	3.1017
7	(7,8) → 4 → 1	3.0343	3.0396
8	4 → (-2,7)	3.0738	3.0803
	System	2.4546	2.4698

효과적이라고 할 수 있다.

표 5에서는 제시한 시스템 신뢰성 해석방법으로 구한 8개의 중요파괴모드의 신뢰도 지수 그리고 시스템의 신뢰도 지수를 Monte Carlo 시뮬레이션의 결과와 비교하여 나타내었다. 비교 결과 중요파괴모드의 신뢰도 지수 차이는 최대 0.21%이며, 시스템 신뢰도 지수는 0.61%의 오차를 보였다. 시스템 신뢰도 지수의 차이가 조금 더 큰 이유는 DS Correlation 근사를 통해 공통인자 확률변수를 정하게 되는데 이 연구에서는 최대 3개의 공통인자 확률변수를 고려하는 것으로 하였기 때문에 7개 까지는 정확히 DS Correlation 근사가 가능하나 8개 이상의 요소나 파괴모드를 가지고 교집합 또는 합집합 확률을 구하는 경우에는 DS Correlation 근사과정에서 약간의 오차가 발생할 수 있기 때문이다. 그러나 0.61% 오차 또한 충분히 작은 값이므로 제시하는 신뢰성 해석방법이 충분한 정확성을 가지고 있다고 할 수 있다.

### 5. 맺음말

유전자 알고리즘을 이용한 중요파괴모드 검색 방법은 기존의 파괴모드 검색방법이 중요파괴모드를 결정하기 위해 시스템 신뢰성 해석(요소 파괴 사건의 교집합 확률)을 매번 수행해야 하는 것과 달리 표준정규분포 공간상에서 가까운

곳에서부터 먼 곳으로 검색을 진행하므로 자동적으로 발생 확률이 높은 파괴모드가 먼저 찾아지게 된다. 따라서 시스템 신뢰성 해석과 파괴모드 검색의 분리가 가능하여 많은 해석시간을 줄일 수 있다. 또한 행렬기반 신뢰성 해석방법은 기존의 파괴확률의 상하한을 제시하는 것이 아닌 정해에 가까운 하나의 파괴확률을 산출하는 것이 가능하다.


제안한 방법의 효율성과 정확성을 검증하기 위해 6개 요소로 이루어진 1차 부정정 트러스 예제와 힘 한계상태만을 고려한 문형 Frame에 대해 시스템 신뢰성 해석을 수행하였다. 해석 결과 제시한 방법은 순차적 파괴모드와 동시 파괴모드가 모두 고려된 중요파괴모드를 효과적으로 검색할 수 있었으며, 검색된 중요파괴모드와 시스템 파괴확률이 Monte Carlo 시뮬레이션 결과와 거의 일치함을 보임으로써 제시한 시스템 신뢰성 해석방법이 매우 정확함을 확인하였다.

여기서, 제안한 시스템 신뢰성 해석방법은 시뮬레이션 기반의 파괴모드 검색방법을 사용하기 때문에 일정한 수의 구조해석이 필요하다. 그렇지만 구조물의 요소 수나 구조적 여유성의 증가와는 무관하기 때문에 오히려 사장교나 현수교와 같이 요소의 수가 많고 여유성이 풍부한 대형 구조물의 시스템 신뢰성에 적합할 것이다. 또한 시스템 신뢰성 해석에 큰 영향을 미치는 한계상태 이후의 다양한 요소 거동을 고려하기가 용이할 것으로 판단된다.

### 참 고 문 헌

1. Thoft-Christensen, P. and Murotsu, Y., "Application of structural systems reliability theory," Springer-Verlag, 1986.
2. Henwadi, S. and Frangopol, D.M., "System reliability and redundancy in structural design and evaluation," Structural Safety, 1994, Vol.16, pp.47-71.
3. Park, S.Y., "A new methodology for the rapid calculation of system reliability of complex structures," Architectural



- Research, 2001, Vol.3, No.1, pp.71-80.
4. Liu, N. and Tang, W.H., "System reliability evaluation of nonlinear continuum structures - a probabilistic FEM approach," *Finite Elements in Analysis and Design*, 2004, Vol.40, pp.595-610.
  5. 조효남, 구분성, "체계신뢰성 방법에 기초한 R.C. 도로 교 상부구조의 근사적 신뢰성해석 모형", 대한토목학회 논문집, 1987, 제 7권, 제 2호, pp. 79-88.
  6. Moses, F. and Stahl, B., "Reliability analysis format for offshore structures," *Proceeding of the 10th Annual Offshore Technology Conference*, Houston, Texas, 1978, Paper3046.
  7. Murotsu, Y., Okada, H., Taguchi, K., Grimmelt, M. and Yonezawa M., "Automatic generation of stochastically dominant failure modes of frame structures," *Structural Safety*, 1984, Vol.2, pp.17-25.
  8. Shao, S. and Murotsu, Y., "Approach to failure mode analysis of large structures," *Probabilistic Engineering Mechanics*, 1999, Vol.14, pp.169-177.
  9. Moses, F., "New directions and research needs in system reliability research," *Structural Safety*, 1990, Vol.7, pp. 93-100.
  10. Galambos, T.V., "Systems reliability and structural design," *Structural Safety*, 1990, Vol.7, pp.101-108.
  11. Hunter, D., "An upper bound for the probability of union," *Journal of Applied Probability*, 1976, Vol.13, pp.597-603.
  12. Ditlevsen, O., "Narrow reliability bounds for structural system," *Journal of Structural Mechanics*, 1979, Vol.7, No.4, pp.453-472.
  13. Feng, Y., "A method for computing structural system reliability with high accuracy," *Computers & Structures*, 1989, Vol.33, No.1, pp.1-5.
  14. Song, J. and Der Kiureghian, A., "Bounds on system reliability by linear programming," *Journal of Engineering Mechanics*, 2003, Vol.129, No.6, pp.627-636.
  15. Grimmelt, M. and Schueller, G.I., "Benchmark study on methods to determine collapse failure probabilities of redundant structures," *Structural Safety*, 1982, Vol.1, pp. 93-106.
  16. Melchers, R.E., "Structural system reliability assessment using directional simulation," *Structural Safety*, 1994, Vol.16, pp.23-37.
  17. Song, J. and Kang, W.H., "System reliability and sensitivity under statistical dependence by matrix-based system reliability method," *Structural Safety*, 2007, available in online.
  18. 김동석, "중요파괴모드 검색방법을 이용한 행렬기반의 시스템 신뢰성 해석", 2009, 서울대학교 박사학위 논문 

[담당 : 유은종, 편집위원]