

유한요소법을 이용한 MT 탐사 자료의 모델링: 보조장 계산의 고찰

남명진^{1,2} · 한누리^{1,2} · 김희준³ · 송윤호^{4*}

¹세종대학교 에너지자원공학과

²세종대학교 그린에너지연구소

³부경대학교 에너지자원공학과

⁴한국지질자원연구원 지열자원연구실

Modeling of Magnetotelluric Data Based on Finite Element Method: Calculation of Auxiliary Fields

Myung Jin Nam^{1,2}, Nuree Han^{1,2}, Hee Joon Kim³, and Yoonho Song^{4*}

¹Department of Energy and Mineral Resources Engineering, Sejong University

²Green Energy Research Institute, Sejong University

³Department of Energy Resources Engineering, Pukyong National University

⁴Groundwater and Geothermal Division, Korea Institute of Geoscience and Mineral Resources

요 약: 낮은 주파수의 자연 전자기장을 이용하는 MT 탐사는 지하 심부의 전기전도도 구조를 규명할 수 있기 때문에, 지열에너지자원 탐사, 이산화탄소의 지중저장을 위한 부지 선정, 인공저류층 지열발전 시스템 유망 지역 탐사 등에 적용되고 있다. 또한 해양 MT 자료를 활용하면 해양전자탐사 자료 해석의 정확도를 높일 수 있다. MT 자료의 해석에 있어 정확한 모델링 기법은 필수적이다. 변유한요소법을 이용한 기존의 MT 모델링 알고리즘에서는 보조장인 자기장을 차분적 방법론에 기초하여 계산하였기 때문에 수직자기장의 정확한 계산에 한계가 있었다. 이 논문에서는 변유한요소법의 기저함수들의 선형결합으로 근사된 전기장을 직접 미분하는 방법으로 수직자기장을 계산하였다. 수치 실험을 통해, 지형이 있는 경우에 수직자기장에 대한 기존의 알고리즘의 결과에 오차가 있음을 확인하였다. 최종적으로, 지형이 있는 모형에 대한 기존의 인덕션 벡터와 티퍼의 결과는 오차가 있는 수직자기장을 이용하였으므로, 이 논문에서는 개선된 알고리즘을 이용하여 올바른 결과를 제시하고자 한다.

주요어: 3차원, 기저함수, 변유한요소법, MT, 모델링, 지형 모델

Abstract: Using natural electromagnetic (EM) fields at low frequencies, magnetotelluric (MT) surveys can investigate conductivity structures of the deep subsurface and thus are used to explore geothermal energy resources and investigate proper sites for not only geological CO₂ sequestration but also enhanced geothermal system (EGS). Moreover, marine MT data can be used for better interpretation of marine controlled-source EM data. In the interpretation of MT data, MT modeling schemes are important. This study improves a three dimensional (3D) MT modeling algorithm which uses edge finite elements. The algorithm computes magnetic fields by solving an integral form of Faraday's law of induction based on a finite difference (FD) strategy. However, the FD strategy limits the algorithm in computing vertical magnetic fields for a topographic model. The improved algorithm solves the differential form of Faraday's law of induction by making derivatives of electric fields, which are represented as a sum of basis functions multiplied by corresponding weightings. In numerical tests, vertical magnetic fields for topographic models using the improved algorithm overcome the limitation of the old algorithm. This study recomputes induction vectors and tippers for a 3D hill and valley model which were used for computation of the responses using the old algorithm.

Keywords: 3D, basis function, edge finite elements, MT, modeling, topography

2011년 5월 6일 접수; 2011년 5월 20일 수정; 2011년 5월 25일 채택

*Corresponding author

E-mail: song@kigam.re.kr

Address: KIGAM, Gwahang-no 92, Yuseong-gu, Daejeon,
305-350 Korea

서 론

자연 전자기장을 이용하는 자기지전류(magnetotelluric, MT) 탐사는 탄화수소 탐사(Berdichevsky and Dmitriev, 2002), 심부 지각 및 맨틀 구조 규명(Unsworth *et al.*, 2005), 지진관측 및 예측(Honkura *et al.*, 1976), 지열에너지자원 탐사(Goldstein, 1988) 등에 널리 이용되어 왔다. 뿐만 아니라, 탄화수소 직접 탐지를 위한 해양전자탐사 자료의 해석 시에도, 해양 MT 탐사 자료를 선형 해석하거나 복합 해석하여 해양전자탐사 해석 결과의 신뢰도를 높일 수 있다(Constable and Weiss, 2006; Hoversten *et al.*, 2006; Mackie *et al.*, 2007; Commer and Newman, 2009).

국내에서는 지열에너지 탐사(Lee *et al.*, 2010) 및 이산화탄소의 지중저장을 위한 부지 선정(이태종 등, 2010) 등에 MT 탐사가 널리 이용되고 있다. 또한, 최근 인공저류층 지열시스템(enhanced geothermal system, EGS)에 기초한 지열 발전에 대한 관심이 국내에서 높아지면서 인공저류층 지열시스템에 적합한 지역 선정을 위해서도 MT 탐사에 대한 수요는 더욱 증가할 것이다. 이로 인해, MT 탐사 자료의 보다 정확하면서도 빠른 모델링 및 역산 기법이 더욱 중요해 지고 있다.

컴퓨터 계산 능력의 비약적 발전으로 MT 탐사 자료의 3차원 모델링에 대한 연구가 활발히 진행되었다. 특히, Wang and Hohmann (1993), Mackie *et al.* (1994), Druskin and Knizhnerman (1994), Smith (1996), Sasaki (1999) 등은 staggered 격자망(Yee, 1966)을 이용하는 유한차분법을 이용하여 서로 다른 매질 경계에서 수직 전기장의 불연속 조건을 만족하는 모델링을 수행하였다. Staggered 격자망에 기초한 유한차분법에서는 매질의 경계에서 전기전도도의 평균 값을 이용하므로 전기장의 경계조건을 만족하지 못하는 경우가 필연적으로 발생하여, 이상체를 정확하게 구현하기 위해서는 유한요소법(FEM)을 이용하는 것이 유리하다. 더 나아가 실제 MT 탐사에서 자주 접하게 되는 지표의 지형을 표현하기 위해서도 유한요소법을 이용하는 것이 유리하다.

유한요소법을 이용하여 Reddy *et al.* (1977)이 모델링을 수행한 예가 있지만, 절점에 대해 정의된 기저함수를 이용하여 전기장의 3성분을 표현하였기 때문에 기저함수가 요소간 연속성을 만족해야 하는 유한요소법의 특성상, 매질의 경계에서 경계면에 수직한 전기장이 연속하게 된다는 문제점이 있었다. 2차원 모델링의 경우 TE와 TM 모드의 특성 상 절점에서 정의된 기저함수를 이용하여도 전기장 경계조건에서 문제를 비교적 쉽게 해결할 수 있어서, Wannamaker *et al.* (1986)은 절점 유한요소법을 이용하여 지형을 고려한 2차원 MT 탐사 모델링 알고리즘을 개발하였다. 유한요소법에 기초한 3차원 모델링을 수행하기 위해서는 격자망 모서리에서 정의되는 기저함수를 이용하는 변유한요소법(edge finite element method)을 이용하여야 경계면에서 수직 전기장의 불연속 특성을 구현할 수 있

다(Nedelec, 1980; 손정술 등, 2002). Nam *et al.* (2007a)이 변유한요소법에 기초하여 3차원 MT 모델링 알고리즘을 개발함으로써 보다 정확한 이상체의 구현뿐만 아니라 지표 지형의 모사도 가능해졌다. 이 알고리즘을 이용하여 남명진 등 (2007)은 MT 탐사 자료에서 지형효과를 분석하였으며, Nam *et al.* (2009)은 제주도에서 지열자원 부존 확인을 위해 수행한 MT 탐사 자료를 해석하고자 제주도의 지표 및 해저 지형을 고려한 모델링을 수행하고 현장자료와의 비교 연구 등을 수행하였다. Nam *et al.* (2007a)이 개발한 알고리즘은 우리나라의 경우와 같이 산이 많은 지역에서 탐사한 MT 자료의 해석에 필수적이다.

Nam *et al.* (2007a)의 알고리즘은, Mackie *et al.* (1994), Sasaki (1999), Siripunvaraporn *et al.* (2005) 등 차분법에 기초한 다른 알고리즘에 비해 유한요소법의 특성 상 계산 시간은 더 걸리지만 가장 정확한 결과를 제공한다(Han *et al.*, 2009). MT 반응의 계산을 위해 Nam *et al.* (2007a)은 변유한요소법의 계산 결과인 전기장을 이용하여 자기장을 계산함에 있어, Faraday의 전자기유도 법칙의 적분형을 이산(discrete)적으로 표현하여 계산하였다. 그러나, 유한요소법에서는 일반적으로 계산 영역 내 임의의 점에서 미분연산이 가능하므로 Faraday의 전자기유도 법칙의 미분형을 MT 반응 계산 점에서 미분하는 것이 더 정확한 결과를 도출할 수 있다. 단, 변유한요소법에서는 격자점에서 기저함수가 불연속이기 때문에 미분이 정의되지 않는다; 격자점에서 기저함수의 불연속이라는 특성으로 인해 변유한요소법을 이용할 경우 경계에서 경계면에 수직한 전기장의 불연속을 표현할 수 있다.

Faraday의 전자기유도 법칙의 적분형에 대한 이산적 표현을 계산하거나 혹은 Faraday의 전자기유도 법칙의 미분형을 차분적으로 계산하여 자기장을 계산하게 되면, 지형이 있는 경우 연직 자기장을 정확하게 계산할 수 없다는 단점이 있다. Nam *et al.* (2007a)과 Nam *et al.* (2009) 등에서는 수직 자기장을 이용하는 MT 반응은 계산하지 않았지만, 남명진 등(2007)에서는 수직 자기장을 이용하는 티퍼(tipper) 및 인덕션 벡터(induction vector) 등을 계산할 때, 차분적 견지에서 근사적으로 계산한 H_z 를 이용하였으며, 남명진(2006)에서도 동일하게 근사적으로 계산한 H_z 를 이용하고 있다.

이 논문에서는, Nam *et al.* (2007a)의 알고리즘을 발전시켜 변유한요소법으로 계산한 전기장으로부터 자기장을 계산할 때 Faraday의 전자기유도 법칙의 적분형에 대한 이산적 표현을 계산하지 않고, 수신점에서 전기장의 미분을 통해(즉, 기저함수들의 선형결합을 미분함으로써) 곧바로 계산함으로써 자기장 계산의 정확도를 향상시켰다. 특히, 이와 같은 계산을 통해, 지형이 있는 경우 기존의 알고리즘에서는 H_z 를 정확히 계산할 수 없었으나 개선된 알고리즘에서는 H_z 를 정확히 계산할 수 있도록 하였다. 개선된 알고리즘과 기존의 알고리즘을 이용하여, COMMEMI 3D-2 모형에 대한 수평 및 수직 자기장을 계

산하고 결과를 비교함으로써, 수평 전자기장을 이용하는 MT 반응에서는 오차가 크지 않음을 알 수 있었다. 그러나, 3차원 사다리꼴 언덕에 대해 수직자기장을 계산한 결과 차분적으로 자기장을 계산하는 기존의 알고리즘은 수직 자기장을 정확히 계산할 수 없음을 밝혔다. 이로부터, 남명진 등(2007)이 제시한 3차원 언덕과 골 모형에 대 인덕션 벡터와 티퍼의 결과 역시 정확하지 않다는 것을 파악할 수 있었으며, 이 논문에서 개선했던 알고리즘을 이용하여 올바른 결과를 제시하고자 한다.

MT 반응

MT 탐사에서는 지구 전리층내에 흐르는 전류에 기인한 지구의 자연 전자기장에 의한 지표에서의 수평 전기장(E_x, E_y), 수평(H_x, H_y) 그리고 수직 자기장(H_z)에 기초하여 다음과 같은 반응들을 정의한다(좌표축은 x, y, z 가 각각 북쪽, 동쪽, 깊이 방향이 +가 되도록 정의함).

티퍼(Tipper) 및 인덕션 벡터(Induction vector)

티퍼(**T**)는 수직 자기장(H_z)과 수평 자기장(H_x, H_y)들 간의 관계에 기초한 반응으로 다음과 같이 표현된다(Vozoff, 1991).

$$H_z = T_x H_x + T_y H_y, \tag{1}$$

여기서 $T_x (= a + ib)$ 와 $T_y (= c + id)$ 는 티퍼의 성분이다(**T** = (T_x, T_y)). 티퍼 분석을 위해 티퍼의 크기(**|T|**)와 방향(ϕ_T)을 3차원에서 다음과 같이 정의한다(Zonge and Hughes, 1991).

$$T = |\mathbf{T}| = (|T_x|^2 + |T_y|^2)^{1/2}, \tag{2}$$

$$\phi_T = \frac{(a^2 + c^2)\tan^{-1}(c/a) + (b^2 + d^2)\tan^{-1}(d/b)}{T^2}. \tag{3}$$

이때, 티퍼의 방향은 수평자기장들과 수직자기장의 결맞음(coherency)이 최대인 방향을 나타내며, 티퍼 방향의 각도는 x 축을 기준으로 시계 방향이 +이며, 티퍼의 크기는 항상 1보다 작다(Ting and Hohmann, 1981).

티퍼에 기초한 다른 해석방법으로 인덕션 벡터(**I** = **I_r** + **iI_i**)를 정의하여 분석하는 방법도 널리 이용되며(Berdichevsky and Dmitriev, 2002), 인덕션 벡터의 실수 및 허수성분은 다음과 같이 정의한다

$$\text{Re}(\mathbf{I}) = \text{Re}(T_x)\mathbf{e}_x + \text{Re}(T_y)\mathbf{e}_y, \tag{4}$$

$$\text{Im}(\mathbf{I}) = \text{Im}(T_x)\mathbf{e}_x + \text{Im}(T_y)\mathbf{e}_y, \tag{5}$$

여기서 $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y$ 는 x, y 방향의 단위 벡터이다.

임피던스(Impedance) 및 임피던스 극도표(Impedance polar diagram)

지표 임피던스는 지표에서의 MT 장에 의한 수평 전기장($E_x,$

E_y)과 수평 자기장(H_x, H_y)의 관계를 정의하며, 지표 임피던스 텐서 **Z**는 아래의 관계를 만족한다.

$$\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_{xx} & Z_{xy} \\ Z_{yx} & Z_{yy} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} H_x \\ H_y \end{pmatrix}. \tag{6}$$

임피던스 텐서의 성분을 시계 방향으로 α 만큼 회전한 새로운 축에서 표현하면 아래와 같다.

$$\begin{aligned} Z_{xx}(\alpha) &= Z_{xx} \cos^2\alpha + Z_{yy} \sin^2\alpha + (Z_{xy} + Z_{yx}) \sin\alpha \cos\alpha, \\ Z_{yy}(\alpha) &= Z_{yy} \cos^2\alpha - Z_{xx} \sin^2\alpha - (Z_{xy} - Z_{yx}) \sin\alpha \cos\alpha, \\ Z_{yx}(\alpha) &= Z_{yx} \cos^2\alpha - Z_{xy} \sin^2\alpha - (Z_{xx} - Z_{yy}) \sin\alpha \cos\alpha, \\ Z_{xy}(\alpha) &= Z_{xy} \cos^2\alpha + Z_{xx} \sin^2\alpha - (Z_{xy} + Z_{yx}) \sin\alpha \cos\alpha. \end{aligned} \tag{7}$$

α 가 0에서 2π 까지 변화할 때 $|Z_{xx}(\alpha)|$ 와 $|Z_{yy}(\alpha)|$ 의 끝점이 그리는 곡선을 임피던스 (혹은 진폭) 극도표라 한다(Berdichevsky and Dmitriev, 2002). 임피던스 극도표 및 앞서 설명한 티퍼의 방향 및 크기를 함께 도시하여 분석할 수 있다.

겉보기 비저항 및 위상

지표에서의 겉보기 비저항(ρ)과 위상(ϕ)은 임피던스 텐서 ((6식)의 성분(Z_{ij}))로부터 다음과 같이 정의한다(Vozoff, 1991).

$$\begin{aligned} \rho_{ij} &= \frac{1}{\omega\mu_0} |Z_{ij}|^2, \\ \phi_{ij} &= \tan^{-1} \{ \text{Im}(Z_{ij}) / \text{Re}(Z_{ij}) \}. \end{aligned} \tag{8}$$

여기서 ω 는 각주파수, μ_0 는 진공에서의 투자율이다. Z_{xy}, Z_{yx} 를 이용해 구한 겉보기 비저항과 위상을 각각 (ρ_{xy}, ϕ_{xy}), (ρ_{yx}, ϕ_{yx})라 표기하며, 이를 Z_{xy}, Z_{yx} 모드에서의 겉보기 비저항 및 위상이라 한다.

임피던스 및 티퍼의 계산

앞서 정의한 MT 반응들을 계산하기 위해서는 먼저 티퍼 및 임피던스를 계산하고 이에 기초하여 티퍼의 크기, 방향, 인덕션 벡터, 임피던스 극도표, 겉보기비저항 및 위상을 계산한다. 임피던스와 티퍼의 계산을 위해서는 두 개의 서로 수직하게 분극된 입사 평면파에 대한 전기장 및 자기장을 계산해야 한다(Zonge and Hughes, 1991). 3차원 구조에서는 2차원 구조에 서와 같이 입사 전기장의 분극 방향과 매질과의 관계에 따라 분극을 구분할 수 없으므로 입사 평면파의 전기장이 x 방향으로 분극된 때를 xy 분극, 전기장이 y 방향으로 분극된 때를 yx 분극이라 한다. 각 분극에서의 자기장 및 전기장을 이용하면, 각 분극에서의 티퍼 및 인덕션 벡터를 계산할 수 있으며, (6) 식에 제시된 임피던스 텐서는 다음과 같이 계산할 수 있다(Zonge and Hughes, 1991). 단, 아래 첨자 1은 xy 분극을 2는 yx 분극을 의미한다.

$$\begin{aligned}
 Z_{xx} &= \frac{E_{x1}H_{y2} - E_{x2}H_{y1}}{H_{x1}H_{y2} - H_{x2}H_{y1}}, \\
 Z_{xy} &= \frac{E_{x1}H_{x2} - E_{x2}H_{x1}}{H_{x1}H_{y2} - H_{x2}H_{y1}}, \\
 Z_{yx} &= \frac{E_{y1}H_{y2} - E_{y2}H_{y1}}{H_{x1}H_{y2} - H_{x2}H_{y1}}, \\
 Z_{yy} &= \frac{E_{y1}H_{x2} - E_{y2}H_{x1}}{H_{x1}H_{y2} - H_{x2}H_{y1}}.
 \end{aligned}
 \tag{9}$$

또한 티퍼는 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 T_x &= \frac{H_{z1}H_{y2} - H_{z2}H_{y1}}{H_{x1}H_{y2} - H_{x2}H_{y1}} \\
 T_y &= \frac{H_{z1}H_{x2} - H_{z2}H_{x1}}{H_{x1}H_{y2} - H_{x2}H_{y1}}
 \end{aligned}
 \tag{10}$$

각 분극에서의 전기장 및 자기장의 계산

이 연구에서는 각 분극에서의 전기장을 모델링을 통해 계산하고 계산한 전기장을 이용하여 자기장을 계산한다. 먼저 각 분극에서의 전기장을 계산하기 위해서 변유한요소법을 이용하여 xy 분극과 yx 분극에서의 전기장을 계산하는 Nam *et al.* (2007a)의 알고리즘을 이용하였다. 이 알고리즘에서는 전기장의 물리적 특성을 만족하는 기저함수 중 가장 단순한 형태인, 계산영역내의 모서리 i 에 정의된 선형 벡터기저함수(Φ)들을 이용하여 전체 영역에서의 전기장(\mathbf{E})를 아래 식과 같이 표현한 뒤, MT 전기장 지배 방정식에 대입하여 FEM 변분식을 구성하여 전기장을 계산하게 된다(남명진 등, 2007).

$$\mathbf{E} = \sum_{i=1}^N E_i \Phi_i
 \tag{11}$$

여기서 N 은 계산영역내의 모든 모서리의 수, E_i 는 i 번째 모서리에 정의된 선형 벡터기저함수 Φ_i 의 가중치이다.

측점에서의 전기장의 계산

각 분극에서 계산한 전기장을 이용하여 원하는 측점(\mathbf{r})에서

의 전기장을 계산하기 위하여 Nam *et al.* (2007a)에서는 측점 주변의 모서리에서의 전기장을 평균하여 계산하였으나, 변유한요소법에서는 기저함수들의 선형결합으로 전기장이 표현되므로, 다음과 같이 원하는 측점에서의 전기장을 계산할 수 있다.

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \sum_{i=1}^N E_i \Phi_i(\mathbf{r})
 \tag{12}$$

측점에서의 자기장의 계산

계산영역의 요소의 각 모서리에서 계산된 전기장 값으로부터 보조장인 자기장을 계산하기 위해서는 아래 두 식과 같은 맥스웰방정식의 적분형 혹은 미분형을 이용하여 계산할 수 있다.

$$\int_S i\omega\mu_0 \mathbf{H} \cdot d\mathbf{s} = -\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}
 \tag{13}$$

$$\mathbf{H} = -\frac{1}{i\omega\mu_0} \nabla \times \mathbf{E}
 \tag{14}$$

Nam *et al.* (2007a)은 걸보기비저항 및 위상의 계산을 위해 필요한 H_x , H_y 를 계산하기 위해 (13)식을 차분적으로 계산하였으며(부록 참조), Sasaki (1999)는 (14)식을 차분적으로 계산하였다(남명진 등(2007) 참조). H_z 의 계산 역시 지형이 없는 경우라면 (13)식 혹은 (14)식을 요소의 모서리에 정의된 전기장을 이용하여 차분적으로 계산할 수 있다. 예로, (13)식을 차분적으로 계산하여 H_z 를 계산한다고 가정하면, 하나의 지표면 요소 면의 네 모서리에 정의된 전기장(Fig. 1a)을 이용하여 H_z 를 구할 수 있다. 그러나 지형이 있는 경우, 모서리에 있는 전기장만을 이용할 경우 모서리가 이루는 면에 수직한 자기장(H_n)이 계산될 뿐(Fig. 1b) H_z 가 계산되지는 않는다. 비록, 측점 위치에서 세 성분의 자기장 H_x , H_y , H_n 을 계산할 수 있다고 하더라도 이 세 자기장은 서로 직교하지 않으므로(선형 독립이 아니므로), 이 세 자기장에 기초하여 H_z 를 계산할 수는 없다. 즉, 모서리에 정의된 전기장만을 이용해서 차분적으로

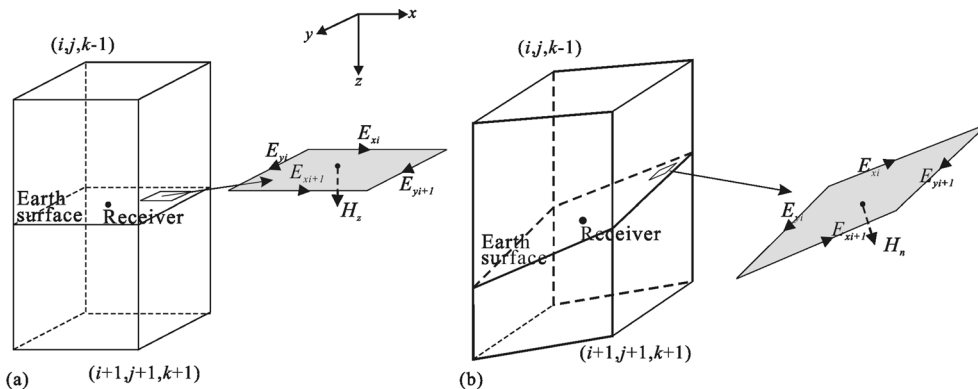


Fig. 1. Computing H_z using electric fields on edges of flat (a) and topographic (b) earth surfaces.

H_z 를 계산한다면 지형이 있는 모형에서는 H_z 를 계산할 수 없게 된다.

유한차분법을 이용한다면 지형을 계단식으로만 표현할 수 있으므로 경사면에서 H_z 를 계산하는 경우는 없지만, 유한요소법을 이용한 경우에는 경사면을 구현할 수 있으므로 지표 지형이 있는 경우에 앞서 언급한 바와 같이 H_z 의 계산에 있어 어려움이 있다. 그러나 유한요소법을 이용하는 경우, (11)식에서와 같이 전체 영역의 전기장 \mathbf{E} 는 선형 벡터 기저함수(Φ_i)들에 가중치(E_i)가 곱해진, 기저함수들의 선형 가중합으로 표현되기 때문에, 일차미분을 쉽게 계산할 수 있다. 즉, (14)식에 (11)식을 대입하여 원하는 위치에서 아래와 같이 H_x , H_y 뿐 아니라 H_z 또한 쉽게 계산할 수 있게 된다.

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}_r) = H_x(\mathbf{r}_r)\mathbf{i}_x + H_y(\mathbf{r}_r)\mathbf{i}_y + H_z(\mathbf{r}_r)\mathbf{i}_z = -\frac{1}{i\omega\mu_0} \sum_{i=1}^N E_i \nabla \times \Phi_i \quad (15)$$

수치 실험

전기장과 이로부터 계산되는 보조장인 자기장, 그리고 여러 가지 MT 반응을, Nam *et al.* (2007a)의 알고리즘과 이 연구에서 개선한 기저함수에 기초하여 보조장을 계산하는 알고리즘을 이용하여 각각 계산하고 비교분석한다. 논의의 편의상 이 연구에서 발전시킨 알고리즘을 “기저함수 알고리즘”으로 Nam *et al.* (2007a)의 알고리즘을 “차분법 알고리즘”이라 명명하고자 한다. 이들은 앞 장에서 설명한 바와 같이 각각 기저함수 자체를 미분하여 보조장을 계산, 모서리에서의 전기장을 이용하여 차분적으로 보조장을 계산하는 것을 지칭한다. 먼저, 기저함수 알고리즘과 차분법 알고리즘에서의 MT 반응의 차이를 알아보기 위해, MT 반응의 비교를 위해 세계적으로 가장 널리 이용되는 COMMEMI 3D-2 (3D-2 model for Comparison Of Modeling Methods for ElectroMagnetic Induction; Zhdanov *et al.*, 1997) 모형에 대한 MT 반응 및 자기장을 비교하였다. 또한, 지형이 있는 경우 기저함수 알고리즘을 이용하여야만 수직 자기장을 정확히 계산할 수 있음을 확인하기 위해서 Nam *et al.* (2007a)이 이용한 3차원 사다리꼴 모형에 대한 수직자기장을 계산하여 비교하였다. 끝으로, 남명진 등 (2007)은 차분적 견지에서 근사적으로 계산한 수직자기장(H_z)을 이용하여 3차원 언덕과 골 모델에 대한 인덕션 벡터와 티퍼 및 임피던스 극도표를 작성하여 제시하였는데, 이 논문에서 기저함수 알고리즘을 이용하여 계산한 H_z 를 이용하여 3차원 언덕과 골 모델에 대한 인덕션 벡터와 티퍼 및 임피던스 극도표에 대해 올바른 결과를 제시한다. 이 논문에서의 모든 계산은 배정밀도(double precision) 하에서 수행하였다.

COMMEMI 3D-2 모델의 MT 반응 비교

3층 층서구조로 되어 있는 COMMEMI 3D-2 모델(Fig. 2)은

상부에서부터 전기비저항이 각각 10, 100, 0.1 ohm-m인 3층 층서구조이며 중간층의 두께는 20 km, 최상부층의 두께는 10 km이다. 최상부층에는 크기가 동일한 1 ohm-m의 저비저항 이상체와 100 ohm-m의 고비저항 이상체가 서로 접해 있다. 이때 이상체의 크기는 x 방향으로 20 km, y 방향으로 40 km이며 두께는 최상부층의 두께와 동일한 10 km이다. 전체 계산 영역은 120 km \times 120 km \times 151 km이며, 28 \times 20 \times 21 개의 요소로 이산화하여 0.001 Hz에서 모형반응을 계산하였다.

Zxy 모드의 1 ohm-m 이상체 위에서 걸보기비저항과 위상의 비교에서 작은 차이가 보이지만, 전체적으로 차분적 알고리즘과 기저함수 알고리즘의 결과는 크게 차이를 보이지 않는다(Fig. 3). 두 알고리즘의 MT 반응 결과를 자세히 비교하기 위해 xy 분극과 yx 분극에서 계산한 수평방향 자기장을 Figs. 4와 5에 각각 도시하였다. 각 분극에서의 수평 자기장 값들은 차이가 있기는 하지만 변화 모양과 값의 크기가 비슷하다고 할 수 있다. 차분적으로 수평 자기장을 계산할 경우 부록에 설명되어 있는 바와 같이, 공기 중 및 지중의 자기장도 이용하여 계산하기 때문에 기저함수를 이용하여 계산한 수평자기장 값과는 차이가 있을 수 밖에 없지만, 이 차이는 Fig. 3에서 볼 수 있는 바와 같이 MT 반응에는 크게 영향을 미치지 않는다는 것을 알 수 있다. Fig. 5(b)의 0 m 주변에서 값의 yx 분극에서 H_y 의 허수자기장 값의 변화가 불안정한 것은, yx 분극에서의 E_x 값이 그 지점에서 불안정하기 때문이다(논문의 길이를 고려하여 도시하지는 않았음). 이는 허수값과 실수값의 차이가 크기 때문에, 실수값에 비해 허수값이 수치적으로 불안할 수 밖에 없기 때문이며 이는 격자를 더욱 조밀하게 한다면 해결될 것이다. 임피던스의 허수값과 실수값을 이용하여 계산하는 위상이 필드값의 허수값에 영향을 많이 받기 때문에, 위상이 걸보기비저항보다 격자의 영향을 더 많이 받게 된다.

수평 자기장뿐 아니고 수직 자기장의 값도 Fig. 6에 차분적으로 구한 자기장과 기저함수를 이용한 자기장을 비교하였다. 수직자기장의 차분적 계산은 지표면 상의 전기장을 이용하기 때문에, 지표면에서의 전기장 변화가 크지 않은 경우는 기저함

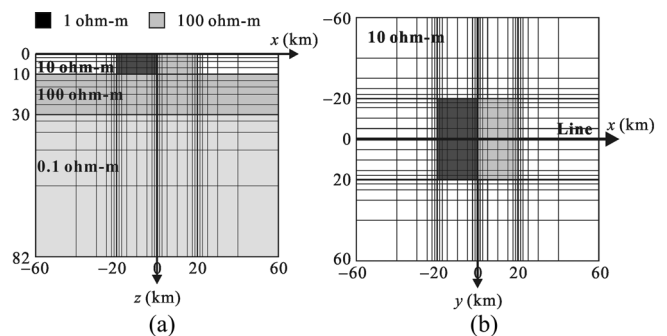


Fig. 2. 3D-2 model for comparison of modeling methods for EM induction (COMMEMI 3D-2; Zhdanov *et al.* 1997); (a) cross-section and (b) plan view.

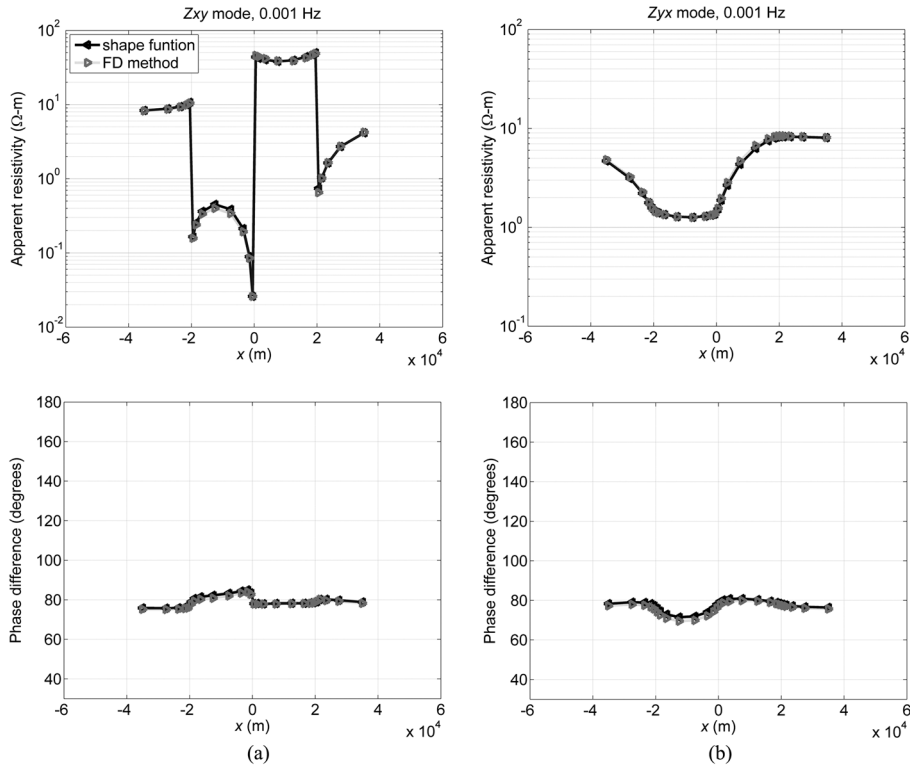


Fig. 3. Apparent resistivities (upper) and phases (lower) at 0.001 Hz in (a) Z_{xy} and (b) Z_{yx} modes along $y = 0$ for the 3D-2 COMMEMI model shown in Fig. 2. The MT responses are computed using auxiliary fields which were computed using derivative of basis (shape) functions (\blacktriangleleft) and FD-based derivative (\blacktriangleright).

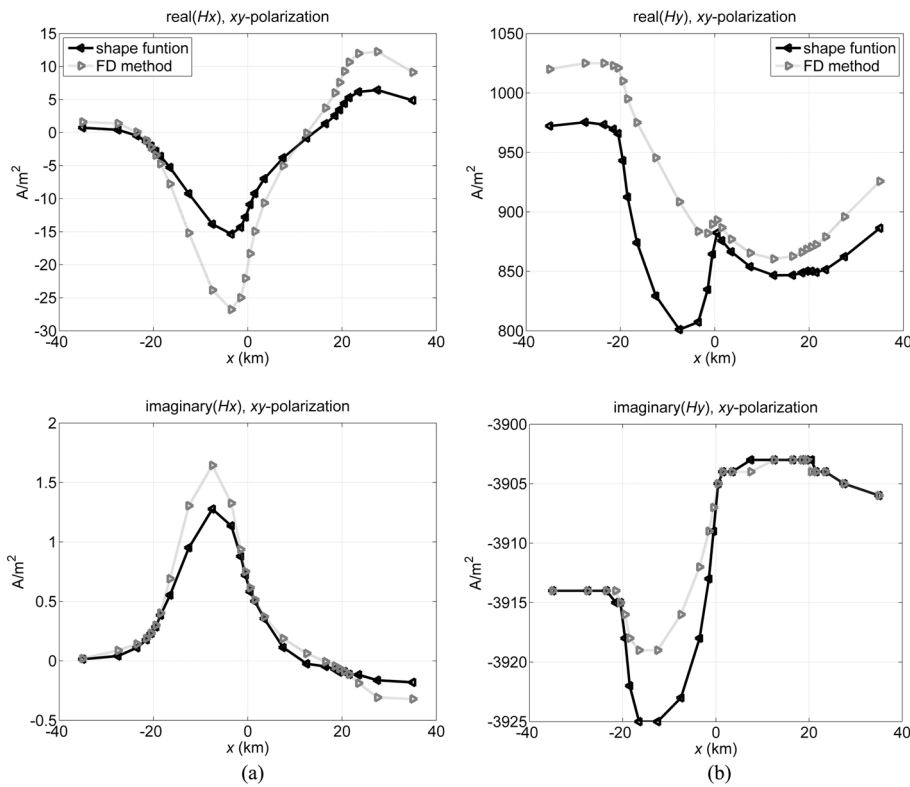


Fig. 4. Real (upper) and imaginary (lower) components of H_x (a) and H_y (b) at 0.001 Hz in xy -polarization along $y = 0$ for the 3D-2 COMMEMI model shown in Fig. 2. The fields are computed using auxiliary fields which were computed using derivative of basis (shape) functions (\blacktriangleleft) and FD-based derivative (\blacktriangleright).

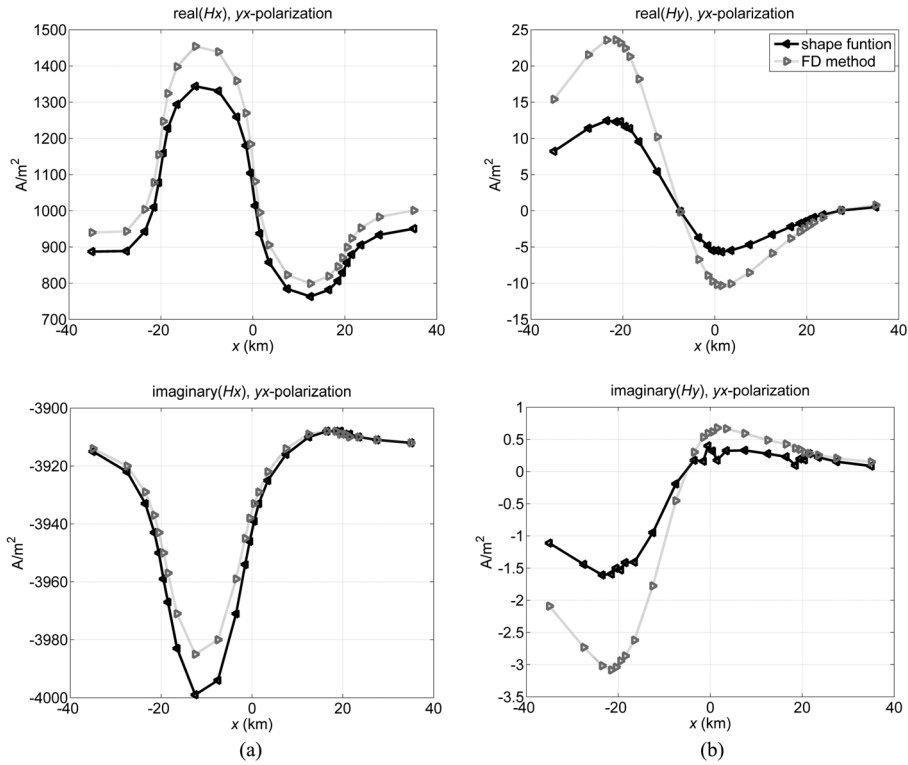


Fig. 5. Real (upper) and imaginary (lower) components of H_x (a) and H_y (b) at 0.001 Hz in yx -polarization along $y = 0$ for the 3D-2 COMMEMI model shown in Fig. 2. The fields are computed using auxiliary fields which were computed using derivative of basis (shape) functions (\blacktriangleleft) and FD-based derivative (\blacktriangleright).

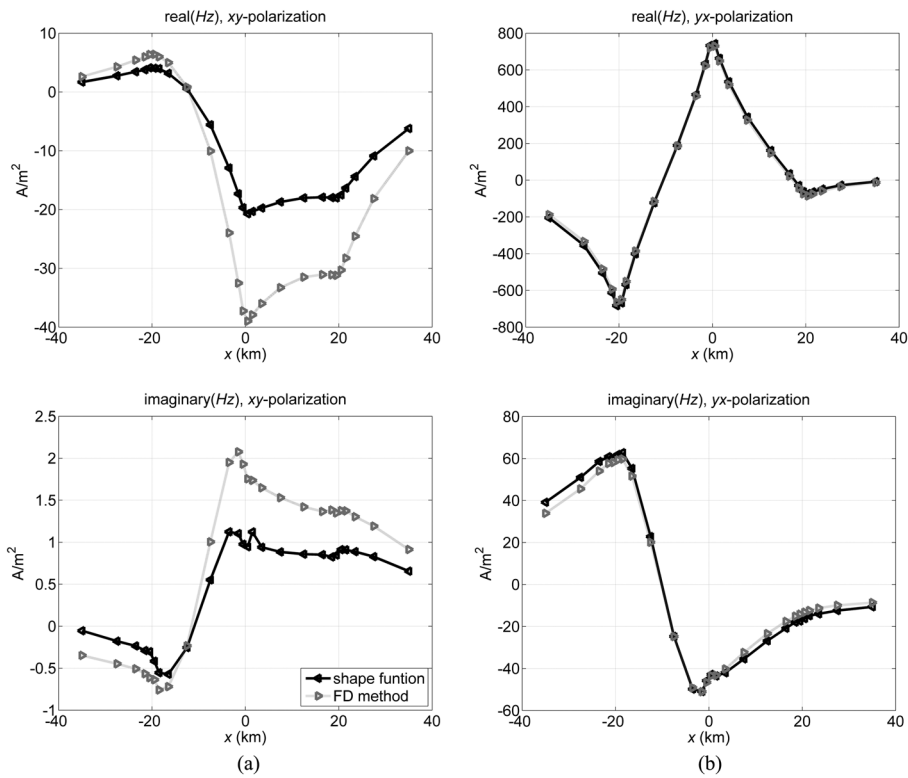


Fig. 6. Real (upper) and imaginary (lower) components of H_z at 0.001 Hz in (a) xy - and (b) yx -polarizations, respectively, along $y = 0$ for the 3D-2 COMMEMI model shown in Fig. 2. The fields are computed using auxiliary fields which were computed using derivative of basis (shape) functions (\blacktriangleleft) and FD-based derivative (\blacktriangleright).

수를 이용하여 계산한 H_z 와 차분적으로 계산한 H_z 는 큰 차이가 없어야 한다. 즉, COMMEMI 3D-2 모델의 x 방향으로의 전기전도도 변화가 y 방향보다 크므로, x 방향으로 전기장이 분극되어 있는 xy 분극에서 yx 분극에서 보다 수신기가 놓여 있는 측선 주변에서 전기장의 변화가 크며, 이로 인해 수직 자기장은 xy 분극에서는 차이가 크지만 yx 분극에서는 두 수직 자기장의 차이가 xy 분극에 비해 상대적으로 크지 않다는 것을 확인할 수 있다.

사다리꼴 모형에서의 수직 자기장 계산

지하 매질의 전기전도도가 100 ohm-m으로 균질하며 3차원

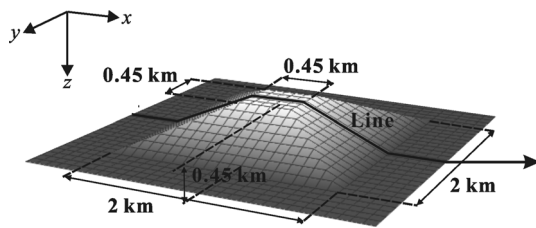


Fig. 7. A 3D trapezoidal hill model considered in Nam *et al.* (2007a).

사다리꼴 언덕이 있는 모형(Fig. 7; Nam *et al.*, 2007a)에 대한 수직자기장을 Fig. 8에 비교하였다. 언덕의 크기는 x, y 방향으로 모두 2 km이며, 언덕 정상은 양방향으로 모두 450 m이다. 결과에서 볼 수 있듯이, 차분적으로 계산한 수직자기장은 실제 수직 자기장이라고 할 수 있는 기저함수를 이용한 수직자기장과 판이하게 다른 양상을 보여주고 있다(Fig. 8). 이로부터 근사적으로 계산한 자기장을 이용한 남명진 등(2007)의 3차원 언덕과 골 모델에 대한 인덕션 벡터와 티퍼 및 임피던스 극도표의 결과가 정확하지 않다는 것을 알 수 있다.

3차원 언덕과 골에 대한 인덕션 벡터와 티퍼 및 임피던스 극도표

남명진 등(2007)은 3차원 지형효과를 고찰하기 위해 3차원 언덕과 골 모형(Fig. 9)에 대해 MT 반응을 계산하였다. x 방향으로 코사인 함수 모양의 언덕과 골이며 y 방향으로도 코사인 함수 모양이지만, 언덕의 정상부와 골의 밑바닥을 주향 방향으로 500 m 연장한 형태이다. 지하 매질의 전기비저항은 100 ohm-m로 균질하다고 가정하였다. 남명진 등(2007)이 제시한 이 언덕과 골에 대한 인덕션 벡터와 티퍼 및 임피던스 극도표를 기저함수 알고리즘을 이용하여 계산한 결과를 각각

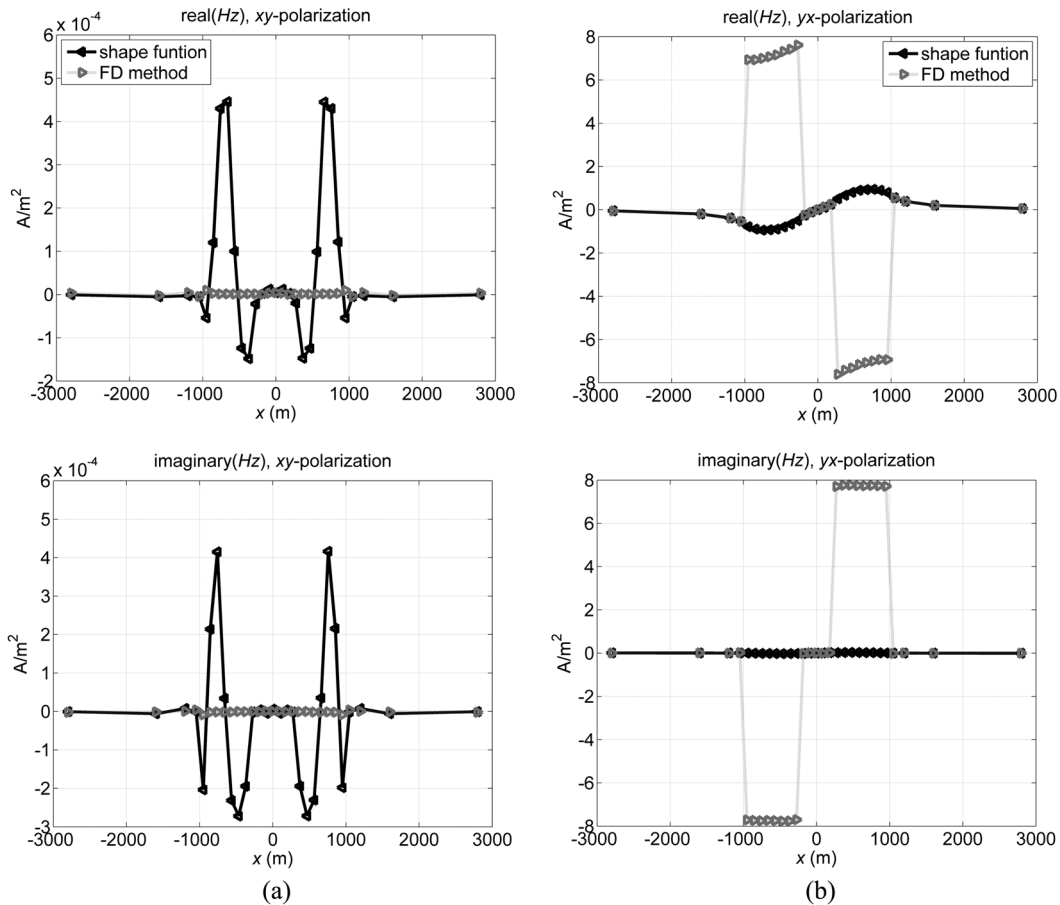


Fig. 8. Real (upper) and imaginary (lower) of H_z at 2 Hz in (a) xy - and (b) yx -polarizations along $y = 0$ for the trapezoidal hill model shown in Fig. 7. The fields are computed using auxiliary fields which were computed using derivative of basis (shape) functions (\blacktriangleleft) and FD-based derivative (\blacktriangleright).

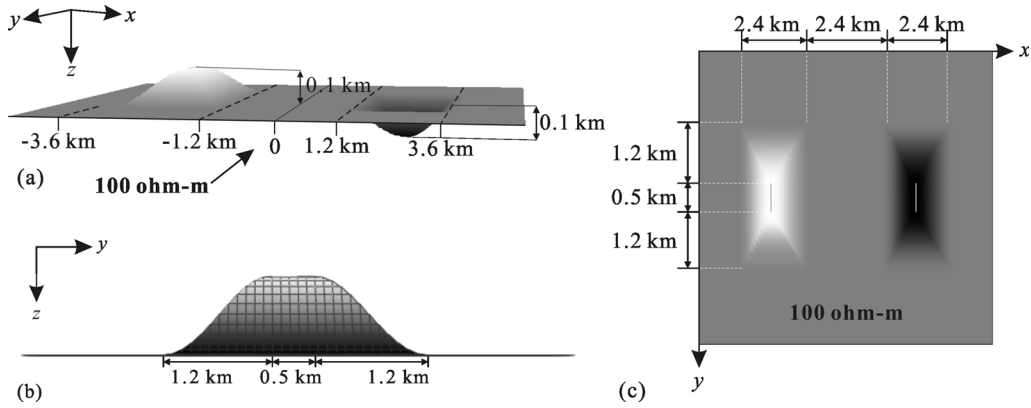


Fig. 9. A 3D topographic model with a cosinusoidal hill and valley considered in Nam *et al.* (2007b). (a) Topographic surface, (b) a cross-section of the 3D hill and (c) plan view.

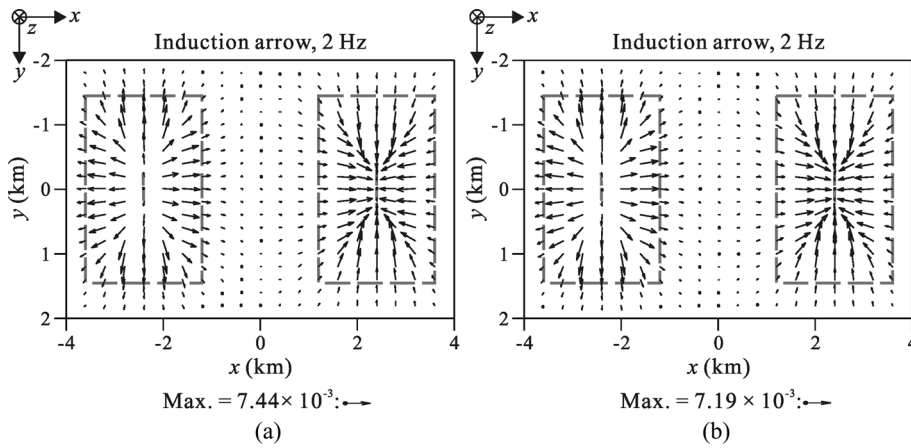


Fig. 10. Real (a) and imaginary (b) components of induction arrow at 2 Hz for the hill-and-valley model shown in Fig. 9.

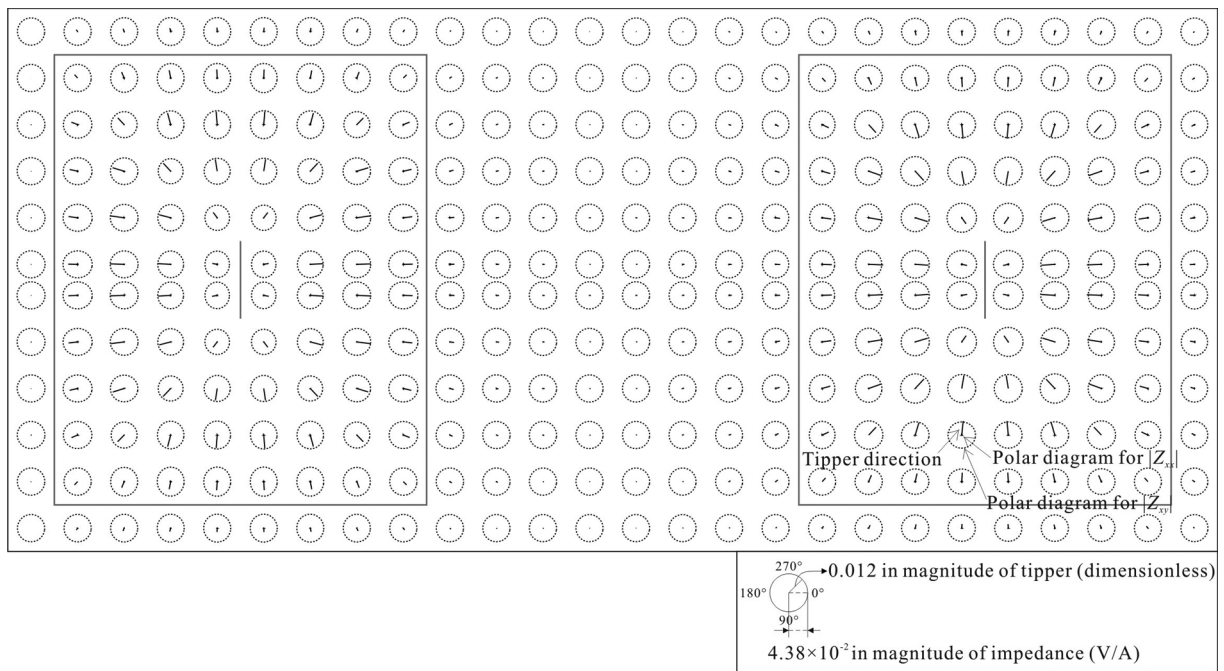


Fig. 11. Impedance polar diagrams and tipper directions at 2 Hz for the hill-and-valley model shown in Fig. 9.

Figs. 10과 11에 도시하였다.

Z_{xy} 모드와 Z_{yx} 모드 각각의 겹보기 비저항과 위상차 결과를 통해, 3차원에서는 기하학적 특성 상 하나의 분극 하에서 입사 전기장과 지형의 관계가 수직(TM 모드와 동일), 수평(TE 모드와 동일) 혹은 두 관계의 벡터합에 의해 표현되게 되므로, 하나의 분극에서 전류집중(galvanic) 영향과 전자기유도(induction) 영향이 공존한다(Nam *et al.*, 2007a). 2차원 지형효과는 TM 모드에서만 전류 흐름의 왜곡이 나타나지만 3차원 지형효과는 Z_{xy} 와 Z_{yx} 두 모드 모두에서 전류 흐름의 왜곡이 나타나며, 특히 이상체가 없는 경우 자기장의 수직 성분은 지형에 의한 전류 흐름의 왜곡에 의해서만 나타나게 된다(남명진 등, 2007).

인덕션 벡터의 실수성분은 언덕의 경사면에서 언덕 정상에 반대 방향을 향하고 있는 반면 골의 경사면에서는 골의 중심을 향하고 있다(Fig. 10a). 허수성분 또한 실수 성분과 동일한 양상을 보이고 있으며 크기도 비슷함을 알 수 있다(Fig. 10b). 언덕과 골 이외의 위치에서는 인덕션 벡터의 실수 및 허수 성분이 매우 작으며 이는, 지하 매질의 균질하기 때문에 언덕과 골에서만 지형에 의해 전류의 왜곡이 주로 일어나기 때문이다.

한편 티퍼의 크기는 언덕과 골짜기의 경사면에서 큰 값으로 존재하며, 골에서는 골의 중심부를 향하고 있는 반면 언덕에서는 이와 반대로 정상의 반대 방향을 향하고 있다(Fig. 11). 즉 티퍼는 지형 높이가 감소하는 방향을 향하고 있다. 임피던스 극도표는 남명진 등(2007)에서 논의한 결과와 동일하다.

결 론

최근 국내에서 지열에너지 개발, 이산화탄소의 지질학적 저장을 위한 부지 선정 등에 MT 탐사의 적용성이 높아지고 있다. 지형이 많은 국내에서의 MT 자료 해석을 위해서는 지형에 의한 MT 자료의 왜곡을 정확히 모델링하는 것이 특히 중요하다. 이 논문에서는 변유한요소법에 기초한 기존의 MT 모델링 알고리즘을 개선하여 보조장인 자기장을 보다 정확하게 계산할 수 있도록 하였으며, 특히 지형이 있는 경우에도 수직 자기장을 정확히 계산할 수 있도록 하였다. 수치실험 결과 COMMEMI 3D-2 모형에 대해, 수평 전기장 및 자기장만을 이용하는 겹보기 비저항 및 위상의 결과는 개선된 알고리즘과 기존의 알고리즘에서 큰 차이가 없었으며, 이를 통해 수평자기장의 비교에서 비록 작은 차이가 있지만 이는 MT 반응에 영향을 미치는 정도가 아님을 알 수 있었다. 수직자기장에 대해서도 동일한 결론에 도달할 수 있었다. 그러나 3차원 사다리꼴 모형에 대한 수직자기장의 비교 결과, 기존의 알고리즘은 지형이 있는 경우 수직자기장 결과에 오차가 있음을 밝혔다. 기존의 변유한요소법에 기초한 MT 모델링 알고리즘을 이용한 연구에서는, 주로 전기장과 수평 자기장만을 이용하는 MT 반응인 겹보기 비저항과 위상에 집중되었지만, 본학회지에 3차

원 언덕과 골에 대한 인덕션 벡터와 티퍼의 결과가 소개된 적이 있다. 이 논문에서는, 개선된 알고리즘을 이용하여 이 3차원 언덕과 골에 대한 정확한 결과를 제시할 수 있었다.

사 사

이 연구는 한국지질자원연구원 기본사업인 ‘저온 지열 열병합 발전에 활용 가능한 심부 지열수 자원 확보기술 개발’의 지원과, 2010년 교육과학기술부의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행되었다(NRF-2010-0021937).

참고문헌

- 남명진, 2006, MT 탐사의 3차원 지형효과 분석 연구, 서울대학교 박사학위 논문.
- 남명진, 김희준, 송윤호, 이태중, 서정희, 2007, MT 탐사의 3차원 지형효과, *물리탐사*, **10**, 275-284.
- 손정술, 송윤호, 정승환, 서정희, 2002, 벡터 유한 요소를 이용한 고주파수 3차원 전자탐사 모델링, *물리탐사*, **5**, 280-290.
- 이태중, 한누리, 고희범, 황세호, 박권규, 김형찬, 박용찬, 2010, 이산화탄소 지중저장 Pilot 선정을 위한 의성지역 MT 탐사, *지구물리와 물리탐사*, **12**, 281-288.
- Berdichevsky, M. N., and Dmitriev, V. I., 2002, *Magnetotellurics in the context of the theory of ill-posed problems*, Soc. Explor. Geophys.
- Commer, M., and Newman, G. A., 2009, Three-dimensional controlled-source electromagnetic and magnetotelluric joint inversion, *Geophysical Journal International*, **178**, 1305-1316.
- Constable, S., and C. Weiss, 2006, Mapping thin resistors and hydrocarbons with marine EM methods: Insights from 1D modeling, *Geophysics*, **71**, G43-G51.
- Druskin, V., and Knizhnerman, L., 1994, A spectral approach to solving three-dimensional diffusion Maxwell's equation in the time and frequency domains, *Radio Science*, **29**, 937-953.
- Goldstein, N. E., 1988, Subregional and detailed exploration for geothermal-hydrothermal resources, *Geotherm. Sci. Tech.*, **1**, 303-431.
- Han, N., Nam, M. J., Kim, H. J., Song, Y., and Suh, J. H., 2009, A comparison of accuracy and computation time of three-dimensional magnetotelluric modeling algorithms, *J. Geophys. Eng.*, **6**, 136-145.
- Honkura, Y., Niblett, B. R., and Kurtz, R. D., 1976, Changes in magnetic and telluric fields in a seismically active region of eastern Canada: Preliminary results of earthquake prediction studies, *Tectonophysics*, **34**, 219-230.
- Hoversten, M. G., Newman, G. A., Geier, N., and Flanagan, G., 2006, 3D modeling of a deepwater EM exploration survey, *Geophysics*, **71**, G239-G248.
- Lee, T. J., Han, N., and Song, Y., 2010, Magnetotelluric survey applied to geothermal exploration: An example at Seokom Island, Korea, *Exploration Geophysics*, **41**, 61-28.
- Mackie, R. L., Smith, J. T., and Madden, T. R., 1994, Three-

dimensional electromagnetic modeling using finite difference equations: The magnetotelluric example, *Radio Science*, **29**, 923-935.

Mackie, R., Watts, D. M., and Rodi, W., 2007, Joint 3D inversion of marine CSEM and MT data, *SEG expanded abstract*, 574-578.

Nam, M. J., Kim, H. J., Song, Y., Lee, T. J., Son, J. S., and Suh, J. H., 2007a, 3D magnetotelluric modeling including surface topography, *Geophysical Prospecting*, **55**, 277-287.

Nam, M. J., Kim, H. J., Song, Y., Lee, T. J., and Suh, J. H., 2007b, Effects of 3D topography on magnetotelluric responses, *Mulli-Tamsa*, **10**, 275-284.

Nam, M. J., Kim, H. J., Song, Y., Lee, T. J., and Suh, J. H., 2009, Three-dimensional topographic and bathymetric effects on magnetotelluric responses in Jeju Island, Korea, *Geophys. J. Int.*, **176**, 457-466.

Nedelec, J. C., 1980, Mixed finite elements in R3, *Numr. Math.*, **35**, 315-341.

Reddy, I. K., Rankin, D., and Phillips, R. J., 1977, Three-dimensional modeling in magnetotelluric and magnetic variational sounding, *Geophys. J. Roy. Astr. Soc.*, **51**, 313-325.

Sasaki, Y., 1999, Three-dimensional frequency-domain electromagnetic modeling using the finite-difference method, *Butsuri-Tansa*, **52**, 421-431. (in Japanese with English abstract)

Smith, J. T., 1996, Conservative modeling of 3-D electromagnetic fields, Part II: Biconjugate gradient solution and an accelerator, *Geophysics*, **61**, 1319-1324.

Siripunvaraporn, W., Egbert, G., Lenbury, Y., and Uyeshina, M., 2005, Three-dimensional magnetotelluric inversion: data-space method *Phys. Earth Planet. Inter.* **150**, 3-14.

Ting, S. C., and Hohmann, G. W., 1981, Integral equation modeling of three-dimensional magnetotelluric response, *Geophysics*, **46**, 182-197.

Unsworth, M. J., Jones, A. G., Wei, W., Marquis, G., Gokarn, S. G., Spratt, J. E., and the INDEPTH0MT tem, 2005, Crustal rheology of the Himalaya and Southern Tibet inferred from magnetotelluric data, *Nature*, **438**, 78-81.

Vozoff, K., 1991, The magnetotelluric method, in Nabighian M. N., Ed., *Electromagnetic methods in applied geophysics*, Soc. Explor. Geophys., Vol. II, 641-711.

Wang, T., and Hohmann, G. W., 1993, A finite difference, time-domain solution for three-dimensional electromagnetic modeling, *Geophysics*, **58**, 797-809.

Wannamaker, P. E., Stodt, J. A., and Rijo, L., 1986, Two-dimensional topographic responses in magnetotelluric modeled using finite elements, *Geophysics*, **51**, 2131-2144.

Yee, K. S., 1966, Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equation in isotropic media, *IEEE Trans. Anten. Prop.*, **AP-14**, 302-307.

Zhdanov, M. S., Varentsov, I. M., Weaver, J. T., Golubev, N. G., and Krylov, V. A., 1997, Methods for modeling electromagnetic fields. Results from COMMEMI-the international project on the comparison of modeling methods for electromagnetic induction, *J. Applied Geophys.*, **37**, 133-271.

Zonge, K. L., and Hughes, L. J., 1991, Controlled source audio-frequency magnetotellurics, in Nabighian, M. N., Ed., *Electromagnetics in Applied Geophysics*, Vol II, Soc. Expl. Geophys., 713-809.

부록. 수평 자기장의 계산

변유한요소법에 기초한 알고리즘은 계산된 전기장을 이용하여 지표 격자면 중앙에서의 자기장을 계산한다. 이를 계산하기 위해 지표 격자면 모서리에 접하는 수직면들의 중앙에서 자기장을 먼저 계산한 뒤, 이 값들을 가중평균하여 지표 격자면 모서리 중앙에서의 자기장을 구하고 이들을 평균하여 지표 격자면 중앙에서의 자기장으로 계산한다. 즉, y 방향 자기장을 계산할 경우, 먼저 수신점이 있는 격자면의 x 방향 모서리를 포함하는 xz 단면 상의 네 면의 중앙에서 자기장 값을 (13)식을 이용하여 계산한다(이때의 자기장을 각각 H_{y1} , H_{y2} , H_{y3} , H_{y4} 라 한다; Fig. A1c). 이들 중 H_{y4} 의 계산에 대해 자세히 알아보면 다음과 같다.

$$H_{y4} = - \frac{\sum_{i=1}^N (-1)^{i+1} E_{4j} I_{4j}}{i \omega \mu S_4} . \quad (A1)$$

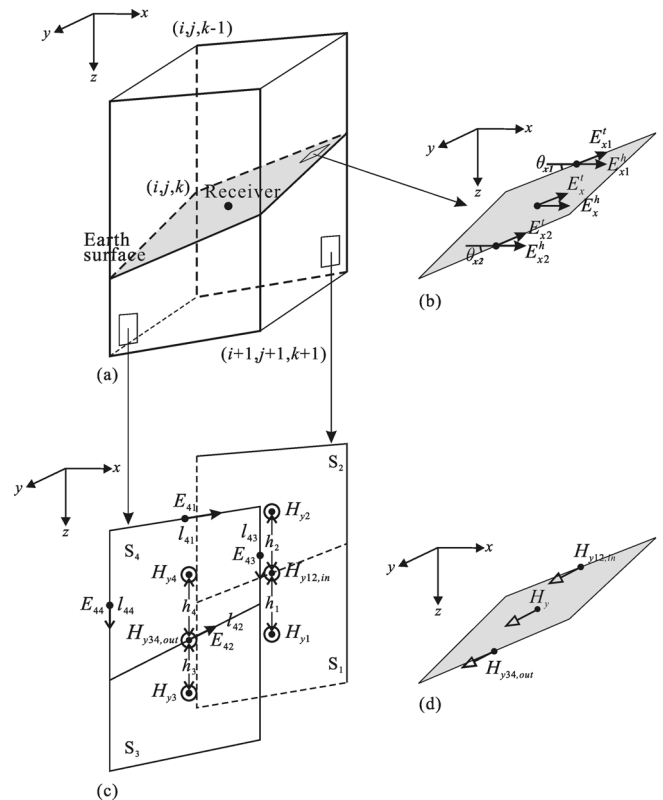


Fig. A1. Calculation of electric and magnetic fields ((b) E_x , (d) H_y) at the center of surface cell using electric fields along edges when the model contains topographic variation (After Nam *et al.*, 2007b).

위와 같이 계산한 H_{y1} , H_{y2} , H_{y3} , H_{y4} 을 가중평균하여 수신 점이 놓인 격자면의 x 방향 모서리의 중앙에서의 자기장인 $H_{y12,in}$, $H_{y34,out}$ 을 계산한다(Fig. A1c).

$$H_{y12,in}\left(1 + \frac{1}{2}, j, k\right) = \frac{h_2 H_{y1} + h_1 H_{y2}}{h_1 + h_2}, \quad (\text{A2})$$

$$H_{y34,out}\left(1 + \frac{1}{2}, j + 1, k\right) = \frac{h_4 H_{y3} + h_3 H_{y4}}{h_3 + h_4}. \quad (\text{A3})$$

최종적으로 $H_{y12,in}$, $H_{y34,out}$ 를 평균하여 수신점에서의 y 방향 자기장을 계산한다(Fig. A1d).

$$H_y = \frac{H_{y12,in} + H_{y34,out}}{2} \quad (\text{A4})$$