

예비교사들의 통계적 표집에 대한 이해

고 은 성* · 이 경 화**

본 연구에서는 예비교사들의 통계적 표집에 대한 이해를 조사하였다. 먼저 선행 연구를 바탕으로 표집의 이해와 관련된 주요 주제를 표본의 대표성, 표집 변이성, 표집분포로 구분하고, 각각의 주요 주제에 대한 세부 개념 요소들을 선정하였다. 이에 대한 예비교사들의 이해를 조사한 결과 대부분의 예비교사들이 편의를 일으키지 않는 무작위 추출이 표집방법으로 적절함을 이해하고 있었으나 약 64%의 예비교사들만이 표본을 모집단의 준비례적 축소버전으로 인식하고 있었다. 표집에서 표본이 모집단에서 차지하는 비율보다 표본의 크기 자체가 중요함을 인식하는 예비교사는 극소수에 불과했으며, 조사 대상의 절반에 해당하는 예비교사들만이 신뢰할 수 있는 결과를 도출하기 위해 전체 표본의 크기가 아니라 표집 횟수가 중요함을 인식하였다. 그리고 표집분포는 모집단 분포의 형태와 무관하게 모집단의 평균을 중심으로 대칭적인 형태를 나타낸다는 것을 이해하는 예비교사는 매우 적었다.

1. 서론

통계적 표집은 전수조사에 비해 비용이나 시간을 절약한다는 장점과 더불어 오차가 발생한다는 약점을 가지므로, 정확성을 확보하기 위한 방법에 대한 논의가 필수적이다. 전수조사의 경우에도 오차는 발생하지만, 이 경우에는 측정값을 얻는 과정에서 발생하는 오차로 통계적 추정 과정에서 객관화시킬 수 없다. 이를 비표집오차(nonsampling error)라 한다. 반면, 표본으로부터 모집단을 추측하는 과정에서 발생하는 오차는 객관화가 가능하다. 이를 표집오차(sampling error)라 한다. 주의 깊은 표집에 의해 비표집오차를 줄이고 표집오차를 객관적으로 분석한다면, 경제적이면서도 정확성을 확보한 통계적 추론이 가능하다(노부호 · 민재형 ·

이군희, 2004).

그동안 많은 연구자들이 통계적 추정을 이해하는데 있어 표집과 관련된 개념적 이해가 얼마나 중요한지에 대해 다양한 증거를 제시해왔다. 통계적 표집에 대한 이해는 표집분포(sampling distribution)에 대한 이해로부터 출발한다(Lipson, 2000, 2003; Pfannkuch, 2008; Sotos, Vanhoof, Noortgate, & Onghena, 2007). 표집분포에 대해 이해해야만 유의성 검정과 신뢰구간 계산의 원리와 과정을 이해할 수 있기 때문이다(Batanero, Godino, Vallecillos, Green, & Holmes, 1994, p. 527). 실제로, 많은 학생들이 통계적 추정의 계산은 능숙하게 처리하면서도 그 과정을 올바르게 이해하지 못하거나 수행한 계산 결과를 적절하게 해석하지 못하는 경우가 많은데, Chance와 delMas, Garfield(2004)는 이러한 원인을 표집분포 개념에 대한 이해의 부족

* 서울대학교 대학원, kes-7402@hanmail.net
** 서울대학교, khmath@snu.ac.kr

으로 보고하고 있다(p. 295). Pfannkuch(2007)는 두 집단을 비교하는 문제 상황에서 15세 학생들의 비형식적 통계적 추정에서 나타나는 추론의 특징을 조사한 바 있다. 그에 따르면 학생들은 표집분포에 대한 이해의 부족으로 비형식적 통계적 추정에서 형식적 통계적 추정으로 나아가는데 한계에 부딪히게 된다. 이와 같이 많은 학생들이 표집분포와 관련하여 어려움을 겪는 이유는 표집분포가 표본, 모집단, 분포, 변이성과 같은 내용을 통합해야 하는 상당히 어렵고 추상적인 개념이기 때문이다(Chance et al., 2004, p. 295).

이렇게 어렵고 추상적인 개념들을 학생들이 적절하게 학습할 수 있기 위해서는 교사의 역할이 중요할 것이다. 이에 대한 적절한 지도를 위해 교사는 통계적 표집과 관련된 통계적 내용 지식, 학습자의 지식에 대한 지식, 교육학적 내용 지식 등이 준비되어 있어야 한다(Ball, Thames, & Phelps, 2008). 본 연구에서는 그 중 통계적 표집과 관련된 내용 지식에 대한 예비교사들의 이해를 알아본다. 이를 위해 첫째, 선행연구의 검토를 통해 통계적 표집과 관련된 주요 주제와 세부 개념 요소들을 도출하고(II장), 둘째, 이에 대한 예비교사들의 이해를 조사하기 위한 문항을 선정 또는 개발한다(III장), 셋째, 예비교사들의 반응을 토대로 예비교사들이 통계적 표집을 이해하는데 보이는 어려움 또는 오개념에 대해 살펴보고(IV장), 넷째, 예비교사교육을 위한 시사점과 함께 초등과 중등학교에서의 통계교육을 위한 시사점을 제시한다(V장).

II. 문헌연구

통계적 추정은 표본이 모집단에 대한 정보를

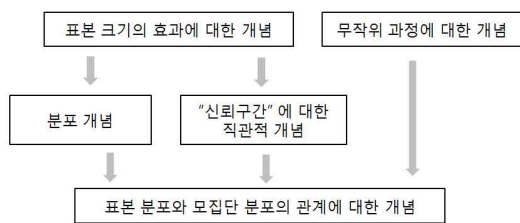
제공할 수 있다는 기본적인 개념에 기초한다. 그러나 표본이 제공하는 모집단에 대한 정보는 완전한 것이 아니라 대략적인 것이다(Batanero et al., 1994, p. 527). 이를 이해하기 위해 표본의 대표성과 표집 변이성이라는 서로 상반되면서도 보완적인 개념을 이해할 수 있어야 한다(Rubin, Bruce, & Tenney, 1991, p.314). Lipson(2002)은 표본을 통해 모집단의 특성을 파악하고 예측하는 통계적 추정을 이해하는데 있어 표본 및 모집단과 관련된 개념을 이해하는 것이 매우 중요하다고 주장하고 있으며(p. 1), Pfannkuch(2008) 역시 표본과 모집단 사이의 관계를 이해하기 위해 표본의 대표성, 표집 변이성, 표집분포와 같은 여러 개념들의 스키마(schema)를 형성하는 것이 중요하다고 주장한다(p. 3). Saldanha와 Thompson(2002)에 따르면 통계적 표집의 개념은 반복적인 무작위 추출, 변이성, 분포의 개념이 통합된 스키마이다(p. 258).

표본의 대표성은 표본추출 과정이 적절한 방식으로 행해질 때 표본이 모집단과 유사한 특징을 지닐 가능성이 크다는 개념을 반영한다(Batanero et al., 1994, p. 527). 무작위추출(random sampling), 층화추출(stratified random sampling) 등은 표집과정에서 나타날 수 있는 편의를 제거함으로써 모집단을 잘 대표할 수 있는 표본을 추출하기 위한 개념의 발현이다(이외숙·임용빈·성내경·소병수, 2000. pp.488-492). Saldanha와 Thompson(2002)은 표본의 대표성을 이해한다는 것은 표본을 모집단의 부분집합으로 간주하는 것이 아니라 모집단의 준비례적 축소 버전(quasi-proportional, small-scale version)으로 간주할 수 있어야 함을 의미한다고 주장한다. 그들에 따르면 후자는 표집과정의 반복성과 변이성에 대한 이미지를 함께 수반하게 된다(p. 257). Watson과 Moritz(2000) 역시 표본에 대한 이해를 위해 무작위 추출의 중요성을 인식할 수 있어야

한다고 언급하며, 또한 표집과정에서 발생하는 편의에 대해 비판적 시각을 갖는 것이 중요하다고 말한다.

표집 변이성은 모집단으로부터 추출한 모든 표본들은 서로 다르며, 또한 어느 것도 모집단과 동일하지 않다는 개념을 반영한다(Franklin & Garfield, 2006, p.348). 이것은 변이성에 대한 이해는 변이성을 감지하고 인정함으로써 변이성 기록의 필요성을 인식하는 것으로부터 시작된다는 Reading과 Reid(2004), Wild와 Pfannkuch(1999), Watson(2004, p.291)의 의견과 일맥상통한다.

Pfannkuch(2008)는 표집 변이성과 관련된 개념들을 [그림 II-1]과 같이 요약하여 제시하고 있는데, 이는 표본의 크기, 무작위성, 분포, 신뢰구간, 표본분포와 모집단 분포의 관계 등에 대한 개념이 함께 작용하고 있음을 보여준다. 표본의 크기에 따라 어떠한 결과가 나타날 것인지에 대한 이해는 분포에 대한 사고에 영향을 미치며, 또한 신뢰구간에 대한 이해에 영향을 미친다. 그리고 분포와 신뢰구간에 대한 이해는 무작위 과정에 대한 이해와 함께 표본분포와 모집단 분포의 관계에 대한 이해에 영향을 미치게 된다.



[그림 II-1] 표집 변이성과 관련된 이미지들(Pfannkuch, 2008, p. 4)

표본추출에서 적절한 표본의 크기는 모집단의 크기와 무관하다(노부호 외, 2004). 예를 들어, 우

리나라 알코올 소비량의 평균에 대한 95% 신뢰구간 폭을 1만리터 이상 되지 않도록 추정하고자 할 때 적당한 표본의 크기를 계산해보자. 모집단 평균 μ 의 95% 신뢰구간은 $\bar{x} \pm 1.96 \sigma_{\bar{x}}$ 이므로 μ 의 추정량 \bar{X} 를 중심으로 5천리터 이상 떨어져 있지 않기 위해서는 $1.96 \sigma_{\bar{x}} \leq 5000$ 이 되어야 한다. 여기에서 $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ 이므로 위의 조건은 $1.96 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq 5000$ 이 되며, 따라서 $n \geq \left(\frac{1.96\sigma}{5000}\right)^2$ 이 된다. 과거의 경험에 의하여 대략적인 σ 의 추정값을 설정하거나 간단한 예비 조사를 통하여 σ 를 추정할 수 있을 것이다. 모집단 표준편차 σ 의 값에 대해 어떠한 값, 예를 들어 $\sigma = 30000$ 을 할당하게 되면 $n \geq 138.30$ 으로, 적어도 139명의 표본을 추출하여야 한다. 즉 표본의 크기는 모집단의 크기와는 무관하게 결정된다(pp. 248-249). 그런데 선행연구에 따르면 많은 학생들이 표본의 크기를 고려할 때 모집단의 크기를 반영하는 오개념을 가지고 있다. 즉 학생들은 표본 크기 자체가 아니라 표본이 모집단에서 차지하는 비율을 중요시 하는 경향이 있다(Bar-Hillel, 1979; 민진원, 2010, p. 50에서 재인용).

표집 변이성에 영향을 주는 것은 모집단에서 표본이 차지하는 비율이 아니라 표본의 크기이다. 표본의 크기가 클수록 표집 변이성은 작아진다. 표집 변이성을 표현하는 대표적인 통계치인 표본평균의 분산을 예로 들어 살펴보자. 크기가 N 이고 분산이 σ^2 인 모집단에서 크기가 n 인 표본을 비복원으로 임의추출하였을 때, 표본평균의 분산은 $\frac{\sigma^2}{n} \times \frac{N-n}{N-1}$ 이다(노부호 외, 2004, p. 210). <표 II-1>은 모집단의 분산이 일정하다고 가정했을 때 모집단과 표본의 크기에 따라 표본평균 분산이 어떻게 변화하는지 보여준다.

모집단의 크기를 그대로 하고 표본이 차지하

<표 II-1>은 모집단과 표본의 크기에 따른 표본평균 분산의 변화

행 번호	N	n	모집단 분산	표본평균의 분산
1	10000	10	1	0.0999
2	10000	20	1	0.0499
3	10000	40	1	0.0249
4	20000	10	1	0.1000
5	20000	20	1	0.0500
6	20000	40	1	0.0250
7	100000	10	1	0.1000
8	100000	100	1	0.0100
9	100000	200	1	0.0050
10	100000	400	1	0.0025
11	200000	10	1	0.1000
12	200000	100	1	0.0100
13	200000	200	1	0.0050

는 비율을 2배로 하면 표본평균의 분산은 항상 $\frac{1}{2}$ 배가 된다. 그러나 표본의 크기를 고정시키고 모집단의 크기를 증가시키면 일정한 순간부터 표본평균의 분산에는 거의 차이가 없게 된다(<표 II-1>의 1, 4, 7, 11행 참조). 또한 표본의 비율이 일정해도 표본의 크기가 클수록 표본평균의 분산은 작아진다(<표 II-1>의 1과 5행, 8과 13행 참조).

변이성은 분포를 통해 인지된다(Wild, 2006, p.11). 즉 분포는 변이성에 대한 추론을 가능하게 하는 도구가 된다. 표집 변이성의 패턴을

인지하고 표집 변이성에 대해 추론하기 위해서는 표집분포에 대한 이해가 함께 이루어져야 한다. 표본의 크기가 큰 하나의 표본 집합의 분포, 즉 표본분포(distribution of a sample)는 모집단의 분포와 유사한 경향을 갖는다. 그러나 표집분포는 모집단 분포와 무관하게 결정된다. 선행연구에 따르면 학생들은 표본분포와 표집분포를 혼동하는 어려움을 가지고 있으며, 표집분포가 모집단 분포와 유사한 형태를 갖는다고 생각하는 경향이 있다(Chance, delMas, & Garfield, 2004).

III. 조사 내용 및 방법

1. 조사 내용 및 과제

선행연구를 바탕으로 표집의 이해와 관련된 주요 주제를 표본의 대표성, 표집 변이성, 표집분포로 구분하였다. 그리고 각각의 주요 주제와 관련된 개념들을 <표 III-1>과 같이 정리한 후 이에 대한 예비교사들의 이해를 알아보기 위해 조사 과제를 선정하거나 개발하였다([부록] 참조). 표집 변이성과 표집분포에 대한 조사 과제는 선행연구에서 발췌하였으며, 표집

<표 III-1> 표집과 관련된 주요 주제 및 관련 개념

주요 주제	관련 개념	과제 번호	출처
표본의 대표성	표본은 모집단의 부분집합이 아니라 준비례적 축소버전이다. 편의를 제거하기 위해 무작위 추출을 시행한다.	1 2	개발 개발
표집 변이성	적절한 표본의 크기는 모집단 크기와 독립적으로 결정된다. 표본의 크기가 클수록 표집 변이성은 작아진다. 표집변이성에 대한 이해는 신뢰구간에 대한 직관적인 판단을 가능하게 한다.	3 4 5	개발 Watson(2004) Lipson(2000)
표집 분포	큰 표본의 분포 형태는 모집단 분포의 형태와 유사한 경향을 갖는다. 표집분포는 모집단의 평균을 중심으로 대칭이다.	6a 6b	Chance et al.(2004)

변이성 중 표본 크기에 대한 이해를 알아보기 위한 과제와 표본의 대표성에 대한 이해를 알아보기 위한 과제는 자체 개발하여 전문가의 검토를 거쳤다.

2. 조사방법

본 연구는 광역시 소재 대학에서 수학교육을 전공하고 있는 2학년 예비교사 22명(2)을 대상으로 2학기 말에 이루어졌으며, 연구에 참여한 학생들은 2학년 1학기 과정에서 통계학 과목을 이수하였다. 본 연구는 통계학 과목을 이수함으로써 통계학에 대한 전반적인 이해에 도달한 예비교사들이 통계적 표집에 대해 어느 정도로 이해하고 있는지 알아보고, 이로부터 교육적 시사점을 도출하고자 하였다. 그러므로 통계학 과목을 이수한 예비교사들의 이해 정도를 조사하였으며, 시간제한 없이 과제를 해결하도록 하고 응답 내용을 분석하였다.

IV. 조사 결과

1. 표본의 대표성 이해 조사

표본은 모집단을 대표할 수 있는 것이어야

<표 IV-1> 표본의 이미지에 대한 조사

구분	적합하다	적합하지 않다	합계
영회가 꺼낸 구슬 20개	22(100.0%)	0(0.0%)	22(100.0%)
철수가 꺼낸 구슬 20개	8(36.4%)	14(63.6%)	22(100.0%)

2) 본 연구의 참여자는 비확률 표본에 의해 추출하였다. 비록 본 연구 자체가 예비교사들의 표집 개념 이해도 조사를 목표로 하고 있지만, 국내에서 예비교사를 대상으로 유사 조사 연구가 수행되지 않았으므로 본 연구는 예비 조사의 성격을 띤다. Creswell(2004, p.210)이 제시한 바와 같이, 비확률 표본에 기초한 조사 연구는 양적인 분석 뿐 아니라 세부 양상이나 유형 등 질적인 자료를 수집하기에 유용한 정보를 제공한다. 그러므로 본 연구의 결과를 일반화하는 데에는 제한점이 따르지만, 향후 조사 연구를 위한 기초 자료를 확보할 수 있다. 한편, 이 연구에 참여한 예비교사들은 수능 성적에 기초하여 판단할 때, 전체 예비교사 중 평균 이상의 수준에 해당한다고 할 수 있다.

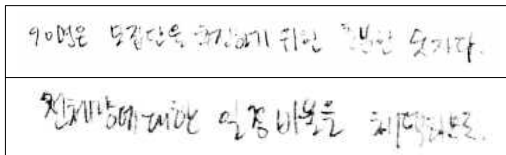
함을 인식하는지 알아보기 위해, 첫째, 표본을 단순히 모집단의 부분집합으로 인식하고 있는지 아니면 모집단의 준비례적 축소버전으로 이해하고 있는지 조사하였으며, 둘째, 편의가 발생하는 표집의 문제점을 인식하는지, 편의를 없애기 위해 무작위 추출이 필요함을 인식하는지 여부를 조사하였다.

표본을 모집단의 부분집합이 아니라 모집단의 준비례적 축소버전으로 이해하고 있는지 알아보기 위해, 제시된 예가 표본으로 적합한지 여부를 판별하도록 하였다([문제 1]). 제시된 문제에서 전체 80개의 구슬을 풀고루 섞은 후 20개의 구슬을 꺼낸 것은 표본으로 적절하지만, 20개를 꺼낸 나머지 60개의 구슬에서 계속해서 꺼낸 20개의 구슬은 모집단의 표본으로 적합하지 않다. 모집단의 부분집합이지만 비례를 유지하지 못하여 준비례적 축소버전이 될 수 없기 때문이다.

<표 IV-1>은 예비교사들이 표본에 대해 어떠한 이미지를 지녔는지 조사한 결과를 요약한 것이다. [문제 1]에서 전체 80개의 구슬로부터 영회가 무작위로 추출한 20개의 구슬에 대해서는 모든 학생들이 표본으로 적합하다고 생각하였으며, 나머지 60개의 구슬로부터 철수가 무작위로 추출한 20개의 구슬에 대해서는 63.6%의 학생들만이 표본으로 적합하지 않다고 올바르게 판단하였다.

의 학생이 부스 조사 방법([문제 2b])은 편의를 발생시킬 수 있으므로 표집방법으로 적절하지 않다고 올바르게 판단하였다.

[그림 IV-3]은 부스 조사 방법이 적절하지 못함을 올바르게 판단한 학생들 반응의 예이다. 이 학생들의 경우 조사에 참여를 원하는 학생들을 선착순으로 조사할 경우 복잡자율화에 관심이 있는, 즉 찬성을 원하는 학생들(또는 반대를 원하는 학생들)의 의견이 일반적으로 많이 반영될 수 있어 편의가 발생할 수 있음을 반영하고 있다.



[그림 IV-4] 부스 조사 방법에 대한 부적절한 판단의 예

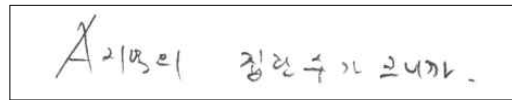
[그림 IV-4]는 부스 조사 방법이 적절한 것으로 잘못 판단한 학생들 반응의 예이다. 이 학생들의 경우 표집방법의 적절성을 판단할 때 편의에 대해서는 전혀 고려하지 못하고 표본의 크기에만 주목하고 있음을 알 수 있다.

2. 표집 변이성 이해 조사

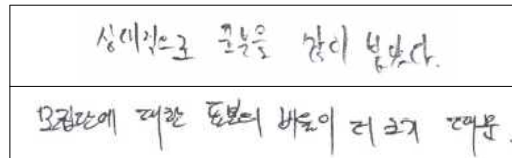
표집 변이성의 이해를 조사하기 위해, 적절한 표본의 크기는 모집단 크기와 독립적으로 결정됨을 이해하는지([문제 3]), 표본의 크기와 표집 변이성의 관계, 즉 표본의 크기가 클수록

표집 변이성은 작아짐을 이해하는지([문제 4]), 신뢰구간에 대한 직관적인 판단이 가능한지([문제 5])에 대해 조사하였다.

<표 IV-3>은 표본의 크기에 대한 이해를 조사한 결과이다. [문제 3a]는 모집단에서 표본이 차지하는 비율이 아니라 표본 자체의 크기가 중요함을 이해하는지 알아보기 위해 제시되었는데, 18.2%의 학생들만이 올바른 답을 제시하였다. [그림 IV-5]는 이 문제에 대해 올바르게 판단한 학생 반응의 예이다. A 지역의 표본의 크기가 더 크므로 A 지역이 더 큰 신뢰도를 가지고 있다고 올바르게 판단하고 있다. 이에 반해 많은 학생들(68.2%)이 표본 크기 자체가 아니라 모집단에서 표본이 차지하는 비율이 높을수록 신뢰도가 높다고 판단하는 오류를 범하는 경향이 있음을 알 수 있다([그림 IV-6] 참조)

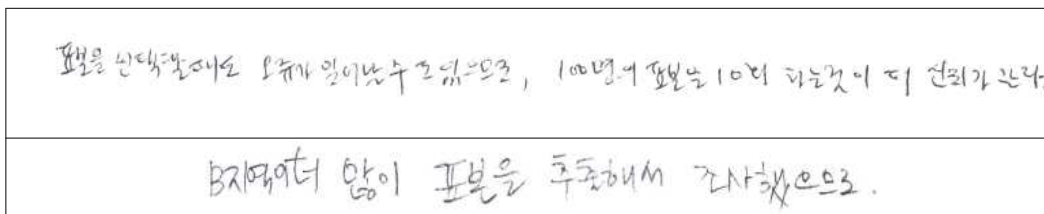


[그림 IV-5] [문제 3a]에 대한 올바른 판단의 예



[그림 IV-6] [문제 3a]에 대한 부적절한 판단의 예

[문제 3b]는 표본으로 선택된 전체 학생의 크기가 아니라 표집 횟수가 더 중요함을 인식하는지 알아보기 위해 제시되었는데, 50.0%의



[그림 IV-7] [문제 3b]에 대한 올바른 판단의 예

학생들만이 올바른 답을 제시하였다. [그림 IV-7]은 이 문제에 대해 올바른 판단을 한 학생들 반응의 예이다. 표집에서 나타날 수 있는 오차 때문에 표집 횟수가 많은 것이 더 신뢰할 수 있는 결과를 도출할 수 있음을 이해하고 있다. 이에 반해 50.0%의 학생들은 단순히 표본의 크기에만 주목하여 A 지역의 결과를 더 신뢰할 수 있다고 판단하거나([그림 IV-8]의 첫 번째 학생), 각 모집단에 대하여 조사한 전체 대상의 수가 차지하는 비율이 같기 때문에 신뢰정도가 서로 같다고 판단하는([그림 IV-8]의 두 번째 학생) 오류를 범하고 있음을 알 수 있다.

표본은 크게 할수록 전체 경향에 잘 반영
각각의 모집단에서 추출한 표본의 크기가 같기 때문에

대해 올바른 이해를 보인 학생 반응의 예이다. 이 학생의 경우 “남녀 출생 가능성이 50%인 상황에서 50명 중 40명이 나올 확률이 10명 중 8명이 나오는 확률에 비해 낮다”고 정확하게 설명하고 있다. 이에 반해 많은 학생들(44.5%) 이 표본의 크기가 크면 클수록 표집 변이성이 크다고 생각하거나([그림 IV-10]의 첫 번째 학생), 남녀 아기가 태어날 확률이 각각 50%로 같다는 사실에 근거하여 가능성이 서로 같다고 판단하는([그림 IV-10]의 두 번째 학생) 오류를 범하고 있다.

A의 모집단 크기가 더 크기 때문에.
이차의 확률값은 많이 태어나고, 조금 태어나는
중요하지 않다.

[그림 IV-8] [문제 3b]에 대한 부적절한 판단의 예
<표 IV-4> 표본 크기와 표집 변이성의 관계
이해 조사

①	②	③	합계
2(9.1%)	12(54.5%)	8(36.4%)	22(100.0%)

<표 IV-4>는 표본의 크기와 표집 변이성의 관계를 이해하는지 조사한 결과로, 54.5%의 학생들은 표본의 크기가 작을수록 표집 변이성이 크다는 것을 올바르게 판단하고 있었다. [그림 IV-9]는 표본의 크기와 표집 변이성의 관계에

반의 출생 가능성이 50% 같은 상황에서, 50명 중 40명이 나올 확률이 10명 중 8명이 나오는 확률에 비해 낮다.

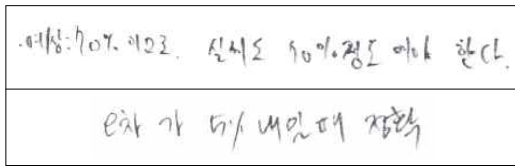
[그림 IV-9] 표본 크기와 표집 변이성의 관계에 대한 올바른 이해의 예

<표 IV-5> 신뢰구간에 대한 직관적 이해 조사

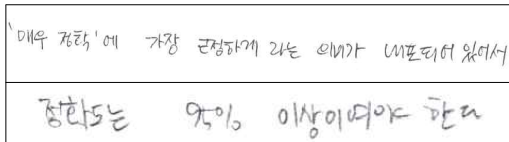
①	②	③	④	무응답	합계
9(40.9%)	1(4.5%)	1(4.5%)	8(36.4%)	3(13.6%)	22(100.0%)

[그림 IV-10] 표본 크기와 표집 변이성의 관계에 대한 부적절한 이해의 예
<표 IV-5>는 신뢰구간에 대한 직관적 이해 능력을 조사한 결과이다. 표집 변이성에 대한 이해를 통해 신뢰구간에 대하여 직관적으로 판단할 수 있는 것은 통계적 표집의 원리를 이해하는데 있어 중요한 요소이다. 36.4%의 학생들만이 문제에서 요구하는 신뢰구간을 올바르게 파악할 수 있었다. [그림 IV-11]은 신뢰구간에 대해 올바르게 판단한 학생들 반응의 예이다. 이 학생들의 경우 일기예보의 보도가 정확하

기 위해서는 예상치를 중심으로 오차가 크지 않아야 함을 올바르게 판단하고 이를 문제에 적용할 수 있었다. 반면 많은 학생들(40.9%)이 예상치에 주목하지 못하고 단지 정확도가 높아야 한다는 것에만 주목하여 90-100%를 정답으로 선택하는 오류를 보였다([그림 IV-12]).



[그림 IV-11] 신뢰구간에 대한 올바른 판단의 예



[그림 IV-12] 신뢰구간에 대한 부적절한 판단의 예

3. 표집분포 이해 조사

표집분포에 대한 이해는 표본분포의 형태를 인식하는지([문제 6a]) 그리고 이와 구분하여 표집분포의 형태를 인식하는지([문제 6b])로 나누어 알아보았다. 표본분포는 모집단 분포의 형태와 유사하지만 표집분포는 모집단 분포의

<표 IV-6> 표본분포와 표집분포의 차이 인식 조사

A	B	C	D	E	잘모르겠다	합계
1 (4.5%)	1 (4.5%)	1 (4.5%)	2 (9.1%)	14 (63.6%)	3 (13.6%)	22 (100.0%)

<표 IV-7> 표집분포의 형태에 대한 이해 조사

구분	A	B	C	D	E	잘모르겠다	합계
n=4	2 (9.1%)	2 (9.1%)	0 (0.0%)	1 (4.5%)	4 (18.2%)	13 (59.1%)	22 (100.0%)
n=25	3 (13.6%)	2 (9.1%)	1 (4.5%)	0 (0.0%)	4 (18.2%)	12 (54.5%)	22 (100.0%)

형태와 무관하며 모집단의 평균을 중심으로 종 모양의 대칭적 형태를 이룬다.

<표 IV-6>은 표본분포의 형태를 인식할 수 있는지 여부를 조사한 결과이다. 63.6%의 학생들은 충분히 큰 하나의 표본의 분포는 모집단 분포와 유사한 형태가 된다는 것을 올바르게 인식하였으나, 22.7%의 학생들(A, B, C, D를 선택한 학생들)은 종 모양의 대칭을 이루는 그래프를 하나의 표본에 대한 분포 그래프로 선택하는 오류를 보였다.

<표 IV-7>은 표집분포의 형태는 모집단 분포의 형태와 무관하며 모집단의 평균을 중심으로 종 모양의 대칭적 형태를 이룬다는 것을 이해하는지 여부를 조사한 결과이다. [문제 6b]를 해결하기 위해서는 우선 모집단의 평균이 6임을 인식해야 하며, 이를 이용해 표본의 크기가 4와 25인 표집분포의 그래프를 결정할 수 있어야 한다. 그래프 B와 D가 평균 6을 중심으로 대칭을 이루고 있으며, 그래프 B의 폭이 더 좁으므로 표집 변이성이 더 작다. 따라서 표본의 크기가 4인 표집분포의 그래프는 D가 되며 표본의 크기가 25인 표집분포의 그래프는 B가 된다. 각각 1명, 2명의 학생만이 이를 올바르게 선택하였는데, 표본의 크기가 4와 25인 표집분포의 그래프 모두를 올바르게 선택한 학생은

한 명도 없는 것으로 나타났다.

V. 결론 및 논의

본 연구에서는 예비교사들의 통계적 표집에 대한 이해를 살펴보았다. 이를 위해 선행연구를 바탕으로 표집의 이해와 관련된 주요 주제를 표본의 대표성, 표집 변이성, 표집분포로 구분하고, 각각의 주요 주제와 관련된 개념들을 선정 후 이에 대한 예비교사들의 이해 정도를 알아보았다. 조사결과를 통해 표집과 관련된 주요 주제 및 관련 개념에 대한 예비교사들의 이해가 부족함을 확인하였는데, 특히 표본의 크기와 표집분포 관련 개념에 대한 이해가 매우 부족한 것으로 나타났다. 예비교사들의 통계적 표집에 대한 이해의 부족은 예비교사교육과 학교수학에서 이루어지는 통계교육에 다음과 같은 시사점을 제공한다.

첫째, 통계적 표집과 관련된 여러 개념들을 좀더 이른 시기부터 학생들에게 지도할 필요가 있다. 연구자들(고은성·이경화, 2010; Lipson, 2000; Saldanha & Thompson, 2007; Watson, 2004, 2006; Watson & Moritz, 2000)은 표본, 표집 변이성, 표집분포에 대한 이해는 변이성과 분포에 대한 이해를 바탕으로 하며, 또한 오랜 시간을 통해 서서히 발달할 수 있는 개념이기 때문에 이른 시기부터 이와 관련된 기본 개념들을 경험하고 확장시켜나가는 것이 중요하다고 지적한다. 이미숙과 박영희(2006)는 초등학교 6학년 자료정리와 분석 단원에서 그래프 그리기, 자료 해석하기 등의 기술적인 부분이 아니라 표본 개념에 지도의 초점을 맞추었을 때 학생들의 표본 개념의 이해 수준이 향상되었으며, 자료 분석 과정에서 표와 그래프의 활용 능력이 향상되었다고 보고하고 있다. 이는 표

와 그래프가 단순한 표현 도구로 인식되는 것이 아니라 통계적 추론을 위한 사고의 도구로 인식되는데 있어서도 중요한 경험이 될 수 있다.

둘째, 학교수학의 통계 영역에서 이들 개념을 명시적으로 다루어야 한다. 예비교사들의 통계적 표집에 대한 이해의 부족은 통계교육과정에서 관련된 개념들을 명시적으로 다루지 않음으로써 올바른 개념적 학습이 이루어질 수 있는 기회를 갖지 못했다는 점과 무관하지 않다(교육부, 1997, 1999). 호주(Australian Education Council, 1991), 뉴질랜드(Ministry of Education, 1992), 미국(National Council of Teachers of Mathematics, 1989), 영국(Department for Education, 1999)의 교육과정은 표집과 관련된 기본 개념과 원리를 이른 시기에서부터 강조하고 있다. 특히 호주의 교육과정에서는 초등학교 고학년에서부터 “표본이 무엇인지 이해할 수 있어야 하며, 적절한 표본을 선택할 수 있어야 하며, 표본을 이용한 비형식적 추론을 할 수 있어야 한다.”(Australian Education Council, 1991, p.172)고 명시하고 있다. 우리나라 통계교육에 대한 문제점을 지적하고 있는 선행연구들(민진원, 2010; 윤현진·박선용·김서령·이영하, 2009)은 우리나라 통계교육과정이 표집분포 개념에 주목하지 않고, 바로 이항분포와 정규분포로 이어지면서 이에 대한 기술적인 소개에 대부분을 할애하고 있음을 지적하고 있다. 표집분포를 우회하여 통계적 추론을 가르칠 수 있는 방법은 없다(이영하·이은호, 2010). 따라서 표집분포에 대한 학습이 교육과정에서 명시적으로 다루어질 필요가 있다.

셋째, 통계적 표집에 대한 예비교사들의 어려움과 오개념에 대해 지속적으로 관심을 갖고, 다양한 연구를 통해 예비교사교육 과정에서도 적극적인 노력이 이루어져야 한다. 이 연

구에 참여한 예비교사들이 대학에서 통계학 강의를 수강했다는 점을 고려하면, 표본의 크기와 표집분포 관련 개념들에 대한 충분한 학습이 여전히 이루어지지 않고 있음을 알 수 있다. 통계적 표집은 통계적 추정의 핵심적인 개념이므로 학교수학과 예비교사 교육과정 모두에서 적절하게 다루어질 필요가 있다.

국의 교육과정, 관련 선행 연구, 그리고 본 연구에서 예비교사를 통해 확인한 바를 종합하면, 통계적 표집에 대한 이해를 발달시키기 위해서는 초등과 중등학교, 그리고 예비교사교육 모두에서 관련된 개념을 명시적으로 다루고, 올바른 지도를 위한 적극적인 노력과 실행이 필요함을 알 수 있다.

참고문헌

- 고은성, 이경화(2010a). 변이성과 변이 추론의 지도를 위한 지식. **수학교육학연구**, 20(4), 221-239.
- 교육부.(1997). **초·중등학교 교육 과정** - 국민 공통 기본 교육 과정 -.
- 교육부.(1999). **고등학교 교육과정 해설** - 수학 -.
- 노부호·민재형·이준희(2004). **통계학의 이해 (제2판)**. 서울: 범문사.
- 민진원(2010). **통계적 추정의 지도에 관한 연구**. 서울대학교 대학원 석사학위논문.
- 윤현진, 박선용, 김서령, 이영하 (2009). **수학교육 내용 개선 방안 연구** - '이산수학'과 '확률과 통계' 영역을 중심으로 -. 한국교육과정평가원. 연구보고 RRC 2009-3-3.
- 이미숙, 박영희(2006). 6학년 학생들의 표본개념 이해 및 자료 분석에 관한 연구. **학교수학**, 8(4), 441-463.
- 이영하, 이은호(2010). 통계적 추론에서의 표집분포 개념 지도를 위한 시뮬레이션 소프트웨어 설계 및 구현. **학교수학**, 12(3), 273-299.
- 이외숙, 임용빈, 성내경, 소병수(2000). **통계학 입문 (제2판)**. 서울: 경문사.
- Australian Education Council. (1991). *A national statement on mathematics for Australian schools*. Carlton, Vic.: Author. [http://www.eric.ed.gov/PDFS/ED428947.pdf] 2010년 11월 23일
- Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407.
- Batanero, C., Godino, J. D., Vallecillos, A., Green, D. R., & Holmes, P. (1994). Errors and difficulties in understanding elementary statistical concepts. *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology*, 25(4), 527 - 545.
- Chance, B., delMas, R., & Garfield, J. (2004). Reasoning about sampling distributions. In D. Ben-Zvi and J. Garfield (Eds.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking* (pp. 295-324). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Creswell, J. W. (2005). **연구설계: 정성연구, 정량연구 및 혼합연구에 대한 실제적인 접근**. (강운수, 고상숙, 권오남, 류희찬, 박만구, 방정숙, 이준권, 정인철, 황우형 공역). 서울: 교우사. (영어 원작은 2003년 출판)
- Department for Education. (1999). *Mathematics: The National Curriculum for England*. Wellington, New Zealand: Author. [http://publications.education.gov.uk/eOrderingDownload/QCA-99-460.pdf] 2010년 11월 23일
- Franklin, C. A. & Garfield, J. B. (2006). The GAISE

- project: Developing statistics education guidelines for grades Pre-K-12 and college courses. In G. F. Burrill & P. C. Elliott (Eds.), *Thinking and reasoning with data and chance: Sixty-eight yearbook* (pp.345-375). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Lipson, K. (2000). *The role of the sampling distribution in developing understanding of statistical inference*. Unpublished Ph.D thesis, Swinburne University of Technology, Melbourne.
- Lipson, K. (2002). The role of computer based technology in developing understanding of the sampling distribution. In B. Phillips (Ed.), *Proceedings of the 6th International Conference on Teaching Statistics*. [CD-ROM] Voorburg, The Netherlands: International Statistics Institute. [http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/1/6c1_lips.pdf]
- Lipson, K. (2003). The role of the sampling distribution in understanding statistical inference. *Mathematics Education Research Journal*, 15(3), 270-287.
- National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- Ministry of Education. (1992). *Mathematics in the New Zealand curriculum*. Wellington, New Zealand: Author. [<http://www.minedu.govt.nz/~media/MinEdu/Files/EducationSectors/Schools/MathematicsInTheNZCurriculum.pdf>]
2010년 11월 23일
- Pfannkuch, M. (2007). Year 11 students' informal inferential reasoning: A case study about the interpretation of box plots. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 2(3), 149-167. [<http://www.iejme.com/>]
- Pfannkuch, M. (2008). *Building sampling concepts for statistical inference: A case study*, paper presented at the ICME 2008 TSG. Monterrey, Mexico. [<http://tsg.icme11.org/document/get/476>]
2010년 11월 30일
- Reading, C. & Reid, J. (2004). *Consideration of variation: A model for curriculum development*, paper presented at the IASE 2004 Roundtable. Lund, Sweden. [[http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/rt04/2.3_Reading & Reid.pdf](http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/rt04/2.3_Reading_Reid.pdf)]
- Rubin, A., Bruce, B., & Tenney, Y. (1991). Learning about sampling: trouble at the core of statistics. In D. Vere-Jones (ed.), *Proceedings of the Third International Conference on Teaching Statistics* (pp. 314-319). Voorburg, The Netherlands: International Statistical Institute.
- Saldanha, L. & Thompson, P. (2002). Conceptions of sample and their relationship to statistical inference. *Educational Studies in Mathematics*, 51, 257-270.
- Saldanha, L. & Thompson, P. (2007). Exploring connections between sampling distributions and statistical inference: An analysis of students' engagement and thinking in the context of instruction involving repeated sampling. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 2(3), 270-297.
- Sotos, A. E. C., Vanhoof, S., Noortgate, W. V., & Onghena, P. (2007). Students' misconceptions of statistical inference: A review of the empirical evidence from research on statistics education. *Educational Research Review* 2, 98-113.

- Watson, J. M. (2004). Developing reasoning about samples. In D. Ben-Zvi and J. Garfield (Eds.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking* (pp. 277-294). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Watson, J. M. (2006). *Statistical literacy at school: Growth and goals*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Watson, J. M. & Moritz, J. B. (2000). Developing concepts of sampling. *Journal of Research in Mathematics Education*, 31(1), 44-70.
- Wild, C. (2006). The concept of distribution. *Statistics Education Research Journal*, 5(2), 10-26.
- Wild, C. J. & Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry. *International Statistical Review*, 67(3), 223-265.

Pre-service Teachers' Understanding of Statistical Sampling

Ko, Eun Sung (Graduate school of Seoul National University)

Lee, Kyeong Hwa (Seoul National University, Professor)

This study investigated pre-service teachers' understanding of statistical sampling. The researchers categorized major topics related to sampling into representativeness of samples, sampling variability, and sampling distribution, and selected concepts connected to each topic. Findings on this study are as follows: Even though most of the pre-service teachers considered the random sampling bringing unbiased outcomes as a proper sampling method, only 64% of them recognized that sample is a quasi-proportional, small-scale version of population; Few pre-service teachers understood that more important is the size of sample, not the portion of sample to population, and half of them appreciated that the number of sampling has a powerful effect on drawing of reliable results than the size of sample; Few pre-service teachers understood that sampling distribute is irrelevant to the shape of population and has a symmetrical bell-shape.

* **Key words** : pre-service teachers(예비교사), representativeness of samples(표본의 대표성), sampling variability(표집 변이성), sampling distribution(표집 분포)

논문접수: 2011. 1. 8.

논문수정: 2011. 1. 21.

심사완료: 2011. 2. 11.

[부록] 통계적 표집에 대한 이해 조사 과제

[문제 1] 주머니에 흰 구슬과 검정 구슬이 모두 80개 들어 있다(단, 흰 구슬과 검정 구슬의 개수는 알지 못한다.). 영희와 철수는 주머니에 흰 구슬과 검정 구슬이 몇 개씩 들어있는지 다음과 같은 방법으로 조사하였다.

영희: 80개의 구슬을 골고루 섞은 후 20개의 구슬을 꺼내어 조사

철수: 영희가 꺼내고 남은 60개의 구슬을 골고루 섞은 후 20개의 구슬을 꺼내어 조사

각 학생이 꺼낸 구슬이 표본에 해당하는지 결정하고, 이유를 설명하시오.

[문제 2] A고등학교에서는 2011년 학교운영을 위해 복장자율화에 대한 학생들의 의견을 조사하였다. 다음 각 학생이 실시한 조사 방법과 관련하여 물음에 답하시오.(학생 수는 각 학년별로 300명씩 전체 900명이라고 한다)

(a) 이선준: 900명 학생의 이름이 각각 적힌 종이를 상자에 넣고 그 중 90개를 뽑아 그 학생들을 조사하였다. 이선준의 방법에 대해 어떻게 생각하는지 다음 중에서 고르고, 이유를 설명하시오.

- ① 좋은 방법이다
- ② 좋은 방법이 아니다
- ③ 잘 모르겠다

(b) 문재신: 조사 부스를 설치한 후 조사에 참여를 원하는 학생을 대상으로 선착순 90명을 조사하였다. 문재신의 방법에 대해 어떻게 생각하는지 다음 중에서 고르고, 이유를 설명하시오.

- ① 좋은 방법이다
- ② 좋은 방법이 아니다
- ③ 잘 모르겠다

[문제 3] A지역(총 인구 60,000명)과 B지역(총 인구 20,000명)에서 어떤 정책에 대한 지역 주민들의 찬성 비율을 추정하기 위해 무작위로 표본을 선정하여 조사하기로 하였다. 다음 물음에 답하시오.

(a) A지역은 300명의 표본을 10회, B지역은 250명의 표본을 10회 선정하여 조사한 결과를 이용했을 때, 어느 지역의 추정을 더 신뢰할 수 있겠는가?

- ① A지역
- ② B지역
- ③ 서로 같다
- ④ 잘 모르겠다

(b) A지역은 3000명의 표본을 1회, B지역은 100명의 표본을 10회 선정하여 조사한 결과를 이용했을 때, 어느 지역의 추정을 더 신뢰할 수 있겠는가?

- ① A지역
- ② B지역
- ③ 서로 같다
- ④ 잘 모르겠다

[문제 4] A병원에서는 하루에 약 50명의 아기가, B병원에서는 약 10명의 아기가 태어난다고 한다. 남녀 아기가 태어날 확률은 각각 50%로 서로 같지만, 어느 날은 남자 아기가 50% 이상 태어날 수도 있고, 어느 날은 여자 아기가 50% 이상 태어날 수도 있다. 특정한 어느

날 여자 아기가 80% 이상 태어날 가능성이 더 높은 곳은 어느 병원인가?

- ① A 병원
- ② B 병원
- ③ 서로 같다

[문제 5] 우리나라 기상관측소는 2009년 일기예보의 정확성을 조사하기 위해, 작년 한 해 동안 비가 올 확률이 약 70%라고 보도했던 날과 그렇게 보도한 날 실제로 비가 온 경우를 조사하였다. 비가 올 확률이 약 70%라고 보도했던 날의 몇 % 정도 실제로 비가 왔다면 기상관측소의 보도가 매우 정확했다고 말할 수 있겠는가?

- ① 95%-100%
- ② 85%-94%
- ③ 75%-84%
- ④ 65%-74%

[문제 6] 아래의 왼쪽 그림은 어떤 모집단의 분포를 나타낸 것이다(단, 가로축은 변량, 세로축은 빈도를 나타낸다). 다음 물음에 답하시오.

(a) 모집단으로부터 크기가 1000인 표본을 꺼냈을 때 그 집합의 분포를 나타내면 어떠한 모양이겠는지 그래프 A~E 중에서 고르고, 이유를 설명하시오.

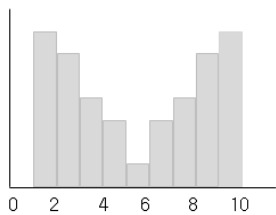
- ① A
- ② B
- ③ C
- ④ D
- ⑤ E
- ⑥ 잘 모르겠다

(b) 모집단으로부터 표본의 크기가 각각 4, 25인 표본을 여러 번 추출한 후 그것의 평균에 대한 분포를 나타내면 어떠한 모양이겠는지 그래프 A~E 중에서 고르고, 이유를 설명하시오.

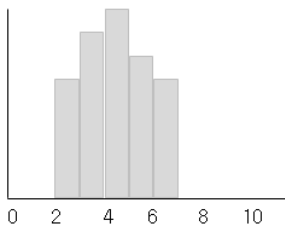
n=4 _____ n=25 _____

- ① A
- ② B
- ③ C
- ④ D
- ⑤ E
- ⑥ 잘 모르겠다

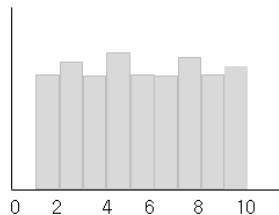
모집단 분포



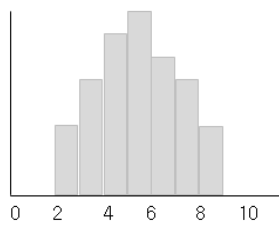
C



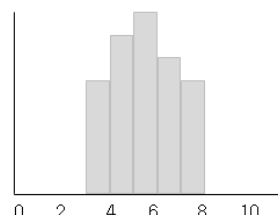
A



D



B



E

