《연구논문》 Korean Journal of Optics and Photonics, Volume 22, Number 2, April 2011 DOI: 10.3807/KJOP.2011.22.2.108

복소차분도표를 이용한 단일경계 표면플라즈몬 모드 이해

이동진 · 이승걸 · 오범환†

인하대학교 정보통신공학과
㊀ 402-751 인천광역시 남구 용현동 253

(2011년 1월 26일 받음, 2011년 3월 9일 수정본 받음, 2011년 3월 15일 게재 확정)

본 논문에서는 단일경계 표면플라즈몬 도파로의 모드특성을 잘 이해하기 위해 복소차분도표를 제안한다. 기존의 표면플라즈몬 모드는 군속도의 부호가 바뀌는 부분을 기준으로 분류되었는데, 여기에서 군속도는 표면플라즈몬 모드 진행방향의 전파상수와 광자 에너지에 대한 분산 관계식에서 접선의 기울기이다. 표면플라즈몬 모드는 진행방향에 대해 수직한 방향의 전파상수도 가지고 있기 때문에 이를 종합적으로 이용하여 모드를 분류하는 것이 필요하다. 복소차분도표는 전파상수의 실수 부와 허수 부의 차이를 변수로 하여 나타낸 도표로서 이를 이용하면 모드 분류가 가능하고 또한 광자 에너지에 따른 종합적인 전파상수의 변화 경향을 살펴보는 것이 용이하다.

Classification of Single-interface Surface Plasmons by Using Complex Differential Diagram

Dong-Jin Lee, Seung-Gol Lee, and Beom-Hoan O†

Department of Information and Communication Engineering, Inha University, 253 Yonghyun-dong, Nam-gu, Incheon 402-751, Korea

(Received January 26, 2011; Revised manuscript March 9, 2011; Accepted March 15, 2011)

In this paper, we propose the complex differential diagram to classify surface plasmon waveguide modes with single interface. To date, surface plasmon waveguide modes are classified using the sign change of the group velocity in the dispersion relation that describes the interrelations between the real wavenumber of the propagation direction and the photon energy. The surface plasmon waveguide modes have the wavenumbers of the direction perpendicular to that in which the wave propagates as well as of the propagation direction, so it is necessary to classify the modes using all of these wavenumbers. The complex differential diagram is a graphical representation with variables of the difference between the real component and the imaginary component of the wavenumber. Using this diagram, the specific mode classification is possible, and it is easy to comprehensively analyze the wavenumber as the function of the photon energy.

Keywords: Surface plasmon waveguide, Mode classification
OCIS codes: (230.7370) Waveguides; (240.6680) Surface plasmons

I. 서 론

표면플라즈몬(Surface Plasmon)은 금속과 유전체의 경계면에서 발생하는 양자화된 전자들의 집단적인 진동으로서 표면플라즈몬이 전자기파와 결합하여 진행할 때 이를 표면플라즈몬 폴라리톤(Surface Plasmon Polariton)이라 하고 간단히 표면플라즈몬이라 부른다[1]. 표면플라즈몬을 이용하면 회절한계 이하의 모드 크기로 빛이 진행할 수 있고[2], 또한 금속과 유전체의 경계 면에 빛을 강하게 집중시킬 수 있어 [3] 나노스케일의 광 도파로[4, 5], 변조기[6-8], 수광기[9, 10] 또는 바이오 센서[11] 등에 다양하게 응용된다.

표면플라즈몬 도파로를 이용하여 더 많은 효과를 얻기 위해서는 표면플라즈몬 도파로의 모드 특성을 좀 더 잘 이해하는 것이 필요하다. 기존의 표면플라즈몬 모드는 군속도의 부호가 바뀌는 부분을 기준으로 bound mode, quasi-bound mode, radiative mode로 분류되었는데[12], 여기에서 군속도는 표면플라즈몬 진행방향의 전파상수와 광자 에너지에 대한 분산 관계식에서 접선의 기울기이다. 그렇지만 표면플라즈몬 모드

†E-mail: obh@inha.ac.kr

는 진행방향에 대해 수직한 방향의 전파상수도 가지고 있어 진행방향의 전파상수 실수 부만을 이용한 기존의 모드 분류 방식은 미흡하고, 또한 모드 내에서 종합적인 전파상수의 변화 경향을 알기에 어려움이 있었다.

따라서 본 논문에서는 복소차분도표(complex differential diagram)를 이용한 모드 분석방법을 제안한다. 복소차분도표는 표면플라즈몬 도파로의 전파상수 실수 부와 허수 부의 차이를 변수로 하는 도표로서 이를 이용하면 모드 분류가 가능하고 또한 모드 내에서 종합적인 전파상수의 변화 경향을 살펴보는 것이 용이하다. 본 논문은 우선 *Ag*의 유전상수가 Drude model에 의해 구해질 때와 Johnson & Christy의 실험 값으로 표현될 때의 차이를 살펴보고 *Ag*와 SiO_2로 이루어진 단일경계 표면플라즈몬 도파로 구조에서 기존의 모드 분류방법과 복소차분도표를 이용한 모드 분류방법을 비교하도록 한다.

II. 금속의 광학적 특성 (Ag의 경우)

Drude 모델에 의해 금속의 유전상수를 구하면 식 (1)과 같다.

$$\varepsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^{\ 2}}{\omega(\omega + i\gamma)} \tag{1}$$

여기서, ω_p는 부피 플라즈몬의 진동수 (bulk plasmon frequency)로서 Ag의 경우ω_p=8.85×10$^{15}S^{1}$이고[12], γ는 충돌빈도 (collision frequency) 를 나타낸다. ω가 γ보다 매우 크다고 가정하면 식 (1)은 식 (2)와 같이 표현되어 근사적으로 금속의 특성을 표현하는데 이용된다.

$$\varepsilon(\omega) = 1 - \left(\frac{\omega_p}{\omega}\right)^2 \tag{2}$$

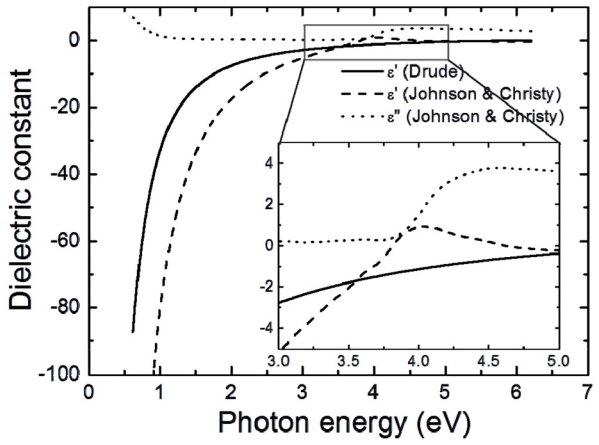

FIG. 1. The real and imaginary components of the Ag didelectric function derived a Drude model (black solid line), data from Jonhson & Christy (black dotted and dashed line). The inset shows an enlarged view of the region of anomalous dispersion for the Johnson & Christy data.

또한 Johnson & Christy의 실험 값을 이용하여 Ag의 유전상수 $\varepsilon(\omega) = \varepsilon'(\omega) + i\varepsilon''(\omega)$을 나타낼 수 있고[13], 식 (2)부터 구한 Ag의 유전상수와 함께 그림 1에 표현되어 있다.

III. 단일 경계 표면 플라즈몬 도파로

*Ag*와 SiO_2로 이루어진 단일경계 표면플라즈몬 도파로 구조(그림 2(a)의 삽도)의 분산 관계식을 구해보자. 표면플라즈몬은 +*X*방향으로 진행하고, 진행방향에 수직한 방향(*z*방향)에 대해 SiO_2와 *Ag*는 충분히 두껍게 존재한다고 가정하자. TM 모드에 대하여 전기장 및 자기장의 표현 식을 구하면, SiO_2 영역에서는,

$$E_{x,SiO_2} = E_0 e^{ik_{z,SiO_2}z} e^{i(k_x x - \omega t)},\ E_{z,SiO_2} = -E_0 \frac{k_x}{k_{z,SiO_2}} e^{ik_{z,SiO_2}z} e^{i(k_x x - \omega t)},$$

$$H_{y,SiO_2} = E_0 \frac{\omega \varepsilon_{SiO_2}}{\mu_0 c^2 k_{z,SiO_2}} e^{ik_{z,SiO_2}z} e^{i(k_x x - \omega t)}, \quad \text{where}\ \varepsilon_{SiO_2} = 1.5^2 \tag{3}$$

이고, *Ag*영역에서는,

$$E_{x,Ag} = E_0 e^{-ik_{z,Ag}z} e^{i(k_x x - \omega t)},\ E_{z,Ag} = E_0 \frac{k_x}{k_{z,Ag}} e^{-ik_{z,Ag}z} e^{i(k_x x - \omega t)},$$

$$H_{y,Ag} = -E_0 \frac{\omega \varepsilon_{Ag}}{\mu_0 c^2 k_{z,Ag}} e^{-ik_{z,Ag}z} e^{i(k_x x - \omega t)} \tag{4}$$

이다. 경계조건을 이용하여 표면플라즈몬의 분산 관계식을 구하면 식 (5)와 같다.

$$k_x = \frac{\omega}{c}\sqrt{\frac{\varepsilon_{Ag}\varepsilon_{SiO_2}}{\varepsilon_{Ag} + \varepsilon_{SiO_2}}} = k_x{}' + ik_x{}'',$$

$$k^2{}_{z,(SiO_2\ \text{or}\ Ag)} = \varepsilon_{(SiO_2\ \text{or}\ Ag)}\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 - k_x{}^2, \tag{5}$$

$$\text{where}\ k_{z,(SiO_2\ \text{or}\ Ag)} = k'_{z,(SiO_2\ \text{or}\ Ag)} + ik''_{z,(SiO_2\ \text{or}\ Ag)}$$

편의상 k_x'과 $k'_{z,(SiO_2,Ag)}$을 전파계수라 하고, k_x''과 $k''_{z,(SiO_2,Ag)}$을 소멸계수라 하자.

*Ag*의 유전상수를 수식 (2)의 Drude 모델을 이용하여 구할 때 단일경계 표면플라즈몬 도파로의 분산 관계식은 그림 2와 같이 나타나고, *Ag*의 유전상수를 Johnson & Christy 실험 값을 이용하여 표현할 때는 그림 3과 같이 나타난다. 그림 2(a)와 (b)는 k_x와 k_{z,SiO_2}의 전파계수 및 소멸계수에 대하여 3차원 분산 관계식을 구한 것이다. 분산 관계식을 3차원으로 표현하면 광자 에너지의 변화에 따라 전파계수 및 소멸계수의 변화를 유기적으로 볼 수 있어 표면플라즈몬 파장의 변화뿐만 아니라 손실에 대한 정보를 함께 살펴볼 수 있다. 에너지의 변화에 따른 k_x의 전파계수와 소멸계수의 존재 범위를 살펴보면 (그림 2(a)) 에너지가 E_b보다 작거나 E_d보다 클 때 k_x의 전파계수만 존재하고, 에너지가 E_b와 E_d사이에 있을 때

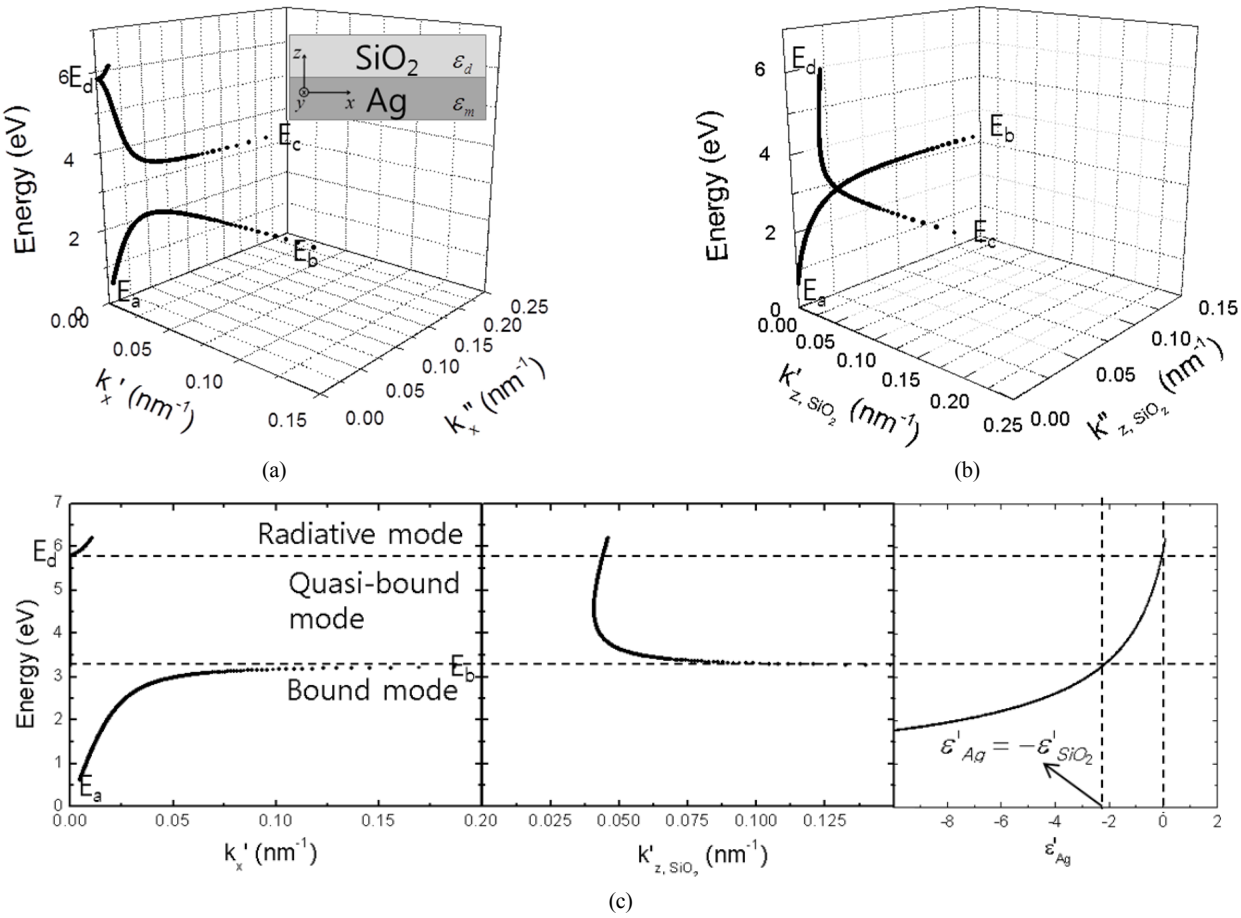

FIG. 2. The surface plasmon dispersion relation computed using the Drude model. (a) The 3-dimensional dispersion relation for the k_x. The inset image is the schematic of the surface plasmon waveguide with single interface. (b) The 3-dimensional dispersion relation for the k_{z,SiO_2}. (c) The 2-dimensional dispersion relation and the Ag dielectric function derived the Drude model. (E_a=0.62 eV, Eb≈E_c=3.233 eV, E_d=5.83 eV)

는 k_x의 소멸계수만 존재한다. 에너지가 E_b보다 작을 때 k_x의 전파계수는 서서히 증가를 하다가 (표면플라즈몬 파장은 서서히 감소를 하다가) E_b에 가까워지면 급격하게 증가한다 (표면플라즈몬 파장은 급격하게 감소한다). 그림 2(b)에서 에너지가 E_b보다 작을 때 k_{z,SiO_2}의 소멸계수만 존재하고, 에너지가 E_b보다 클 때에는 k_{z,SiO_2}의 전파계수만 존재한다. 에너지가 E_b에 가까워 질수록 표면플라즈몬은 진행방향에 수직한 방향으로 더욱 강하게 집속된다. 그림 2(c)는 k_x와 k_{z,SiO_2}의 전파계수와 수식 (2)의 Drude 모델을 이용하여 구한 *Ag*의 유전상수를 에너지의 변화에 따라 나타낸 것이다. $\varepsilon'_{Ag} - \varepsilon'_{SiO_2}$일 때, k_x는 실수이고, k_{z,SiO_2}는 허수이며 이 때 표면플라즈몬은 금속과 유전체의 경계 면에서 *z*축 방향으로 지수함수적으로 감소하고, *x*축 방향으로는 진행하는 모드가 되어 bound mode라고 부른다. $-\varepsilon'_{SiO_2} < \varepsilon'_{Ag} < 0$일 때, k_x는 허수이고, k_{z,SiO_2}는 실수이며 이 때 표면플라즈몬은 금속과 유전체의 경계 면에서 *X*축 방향으로 지수함수적으로 감소하고, *Z*축 방향으로는 진행하는 모드가 되어 quasi-bound mode라고 부른다. $\varepsilon'_{Ag} > 0$일 때, k_x와 k_{z,SiO_2}는 실수이며 이 때 표면플라즈몬은 *X*축과 *Z*축으로 진행하는 모드가 되어 radiative mode라고 부른다. Bound mode와 quasi-bound mode의 경계를 표면플라즈몬 에너지라고 부르고 k_{z,SiO_2}로 나타내며 *Ag-SiO*$_2$ 도파로에서 E_{sp}=3.233 eV이고, quasi-bound mode와 radiative mode의 경계를 (부피) 플라즈몬 에너지라고 하고 E_p로 나타내며 *Ag-SiO*$_2$ 도파로에서 E_p=5.83 eV이다.

*Ag*의 유전상수를 Johnson & Christy 실험 값을 이용하여 표현했을 때 *Ag*와 *SiO*$_2$의 단일경계 표면플라즈몬 도파로에서 분산 관계식은 그림 3과 같다. k_x의 전파계수 및 소멸계수에 대하여 3차원 분산 관계식은 그림 3(a)의 아래그림이고, 이를 k_x 평면에 사영한 그래프가 그림 3(a)의 위 그림이다. 검은 파선의 화살표는 에너지의 증가 방향을 나타낸다. 그림 3(a)의 위 그림에서 에너지가 증가함에 따라 k_x의 전파계수 및 소멸계수는 점점 증가를 하고 E_B(=3.43 eV)를 지나면서 전파계수는 감소를 하고 소멸계수는 증가를 하다가 E_C(=3.48 eV)를 지나면서 소멸계수도 감소를 하기 시작한다. 에너지가 점점 증가하여 E_D(=3.73 eV)를 지날 때 전파계수는 다시 증가를 하기 시작한다. 기존의 표면플라즈몬 모드 분류에 의하면 k_x의 전파계수가 증가를 하다가 감소하는 부분인 E_B(=3.43 eV)는 bound mode와 quasi-bound mode의 경계이고, k_x의 전

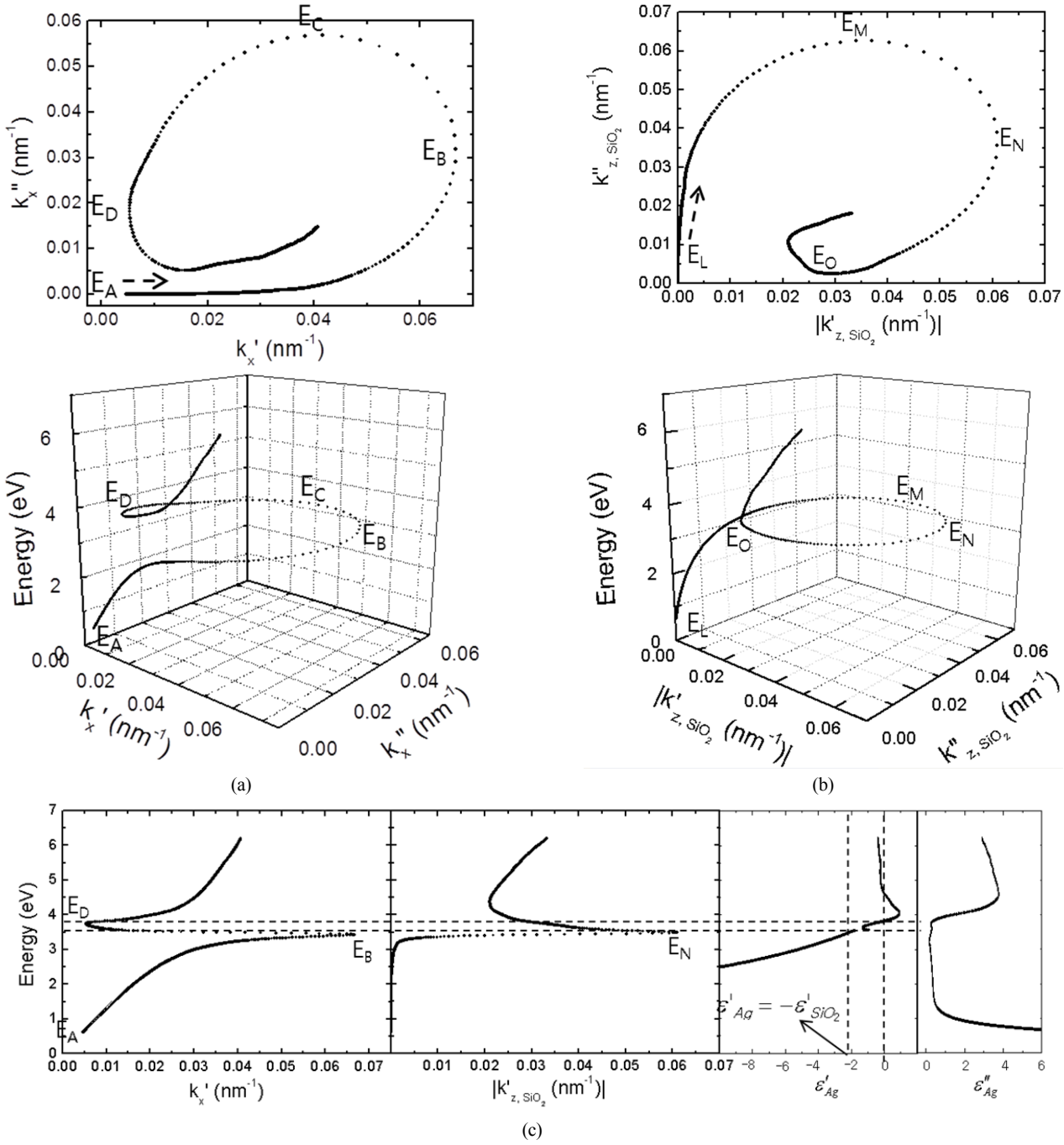

FIG. 3. The surface plasmon dispersion relation computed using the optical constants of Jonhson and Christy. (a) (lower) The 3-dimensional dispersion relation for the k_x. (upper) The projected image of the lower image of Fig. 3(a) onto the k_x plane. The energy increases along to the direction of the black dashed arrow. (E_A=0.62 eV, E_B=3.43 eV, E_C=3.48 eV, E_D=3.73 eV) (b) (lower) The 3-dimensional dispersion relation for the k_{z,SiO_2}. (upper) The projected image of the lower image of Fig. 3(b) onto the k_{z,SiO_2} plane. The energy increases along to the direction of the black dashed arrow. (E_L=0.62 eV, E_M=3.43 eV, E_N=3.49 eV, E_O=3.8 eV) (c) The 2-dimensional dispersion relation and the Ag dielectric function computed using the optical constants of Jonhson and Christy.

파계수가 감소를 하다가 증가하는 부분인 E_D(=3.73 eV)는 quasi-bound mode와 radiative mode의 경계이다[12]. 그렇지만 그림 3(a)의 위 그림에서 알 수 있듯이 E_B와 E_D에서 k_x의 소멸계수 또한 상당한 값을 갖고 있어 k_x의 전파계수만을 고려한 모드 분류는 미흡한 면이 있다. 또한 이를 k_{z,SiO_2}의 전파계수 및 소멸계수에 대하여 살펴보면 (그림 3(b)) k_{z,SiO_2}의 전파계수 및 소멸계수도 k_x에 상당하는 값으로 증가와 감소를 한다 (E_M=3.43 eV, E_N=3.49 eV, E_O=3.8 eV). 따라서 k_x와 k_{z,SiO_2}의 전파계수 및 소멸계수를 모두 고려한 모드 분류방법이 필요하고 이는 표면플라즈몬 도파로의 모드 특성을 좀 더 잘

이해하는 방법을 제공할 수 있으리라 여겨진다. 그림 3(c)는 k_x와 k_{z,SiO_2}의 전파계수와 Johnson & Christy 실험 값을 이용하여 표현한 *Ag*의 유전상수를 에너지의 변화에 따라 나타낸 것이다. *Ag*의 유전상수를 Drude 모델을 이용하여 나타낼 때와는 달리 bound mode와 quasi-bound mode의 경계, quasi-bound mode와 radiative mode의 경계에서 k_x및 k_{z,SiO_2}가 복소수의 형태로 존재하여 모드가 모호해짐을 알 수 있다.

복소차분도표는 k_x와 k_{z,SiO_2}의 전파계수 및 소멸계수의 차이를 변수로 하여 나타낸 도표이다 (그림 4(a) 및 (c)). *Ag*의 유전상수를 Drude 모델을 이용하여 구했을 때의 복소차분도표가 그림 4(a)이고, *Ag*의 유전상수를 Johnson & Christy 실험 값을 이용하여 표현했을 때의 복소차분도표가 그림 4(c)이다. 그림 4(b)는 그림 4(a)에서 각 사분 면의 의미를 나타낸 도표이다. 모드가 4 사분면에 있으면 *X*축으로는 진행하는 성향이 강하고, *Z*축으로는 국소화되는 성향이 강한 bound mode이고, 모드가 2 사분면에 있으면 *X*축으로는 국소화되는 성향이 강하고, *Z*축으로는 진행하는 성향이 강한 quasi-bound mode이며, 모드가 1 사분면에 있으면 *X*축과 *Z*축으로 모두 진행하는 성향이 강한 radiative mode이다. 또한 모드가 3사분면에 있으면 *X*축과 *Z*축으로 모두 국소화되는 성향이 강한 Localized mode로서 단일경계 표면플라즈몬 도파로에서는 이 모드가 나타나지 않는다. 그림 4(a)에서 에너지가 증가함에 따라 표면플라즈몬 모드는 bound mode영역에 머물다가 quasi-bound mode로 급격하게 모드 이행(mode transition)을 하고 에너지가 조금 더 증가하면 radiative mode영역으로 이행한다. Bound mode영역에서 quasi-bound mode영역으로 이행할 때의 에너지 E_{sp}=E_b=3.233 eV이고, quasi-bound mode영역에서 radiative mode영역으로 이행할 때의 에너지 E_p=E_d=5.83 eV으로 이 결과는 기존의 모드 분류 결과와 같다 (그림 2와 비교). 표면플라즈몬 모드가 bound mode영역에 있을 때 에너지가 증가함에 따라 *X*축으로는 진행하는 성향이 강해지고, *Z*축으로는 국소화되는 성향이 강해진다. *Ag*의 유전상수를 Johnson & Christy 실험 값을 이용하여 표현했을 때 (그림 4(c) 및 (d)) 에너지가 증가함에 따라 표면 플라즈몬 모드는 bound mode 영역에 머물다가 radiative mode를 거쳐 quasi-bound mode로 이행을 하고 에너지가 조금 더 증가하면 radiative mode영역으로 이행한다. 이때 bound mode영역을 벗어날 때의 에너지가 표면플라즈몬 에너지이고 (E_{sp}=3.46 eV), quasi-bound mode 영역에서 radiative mode영역으로 이행할 때의 에너지가 (부피) 플라즈몬 에너지이다 (E_p=3.81 eV).

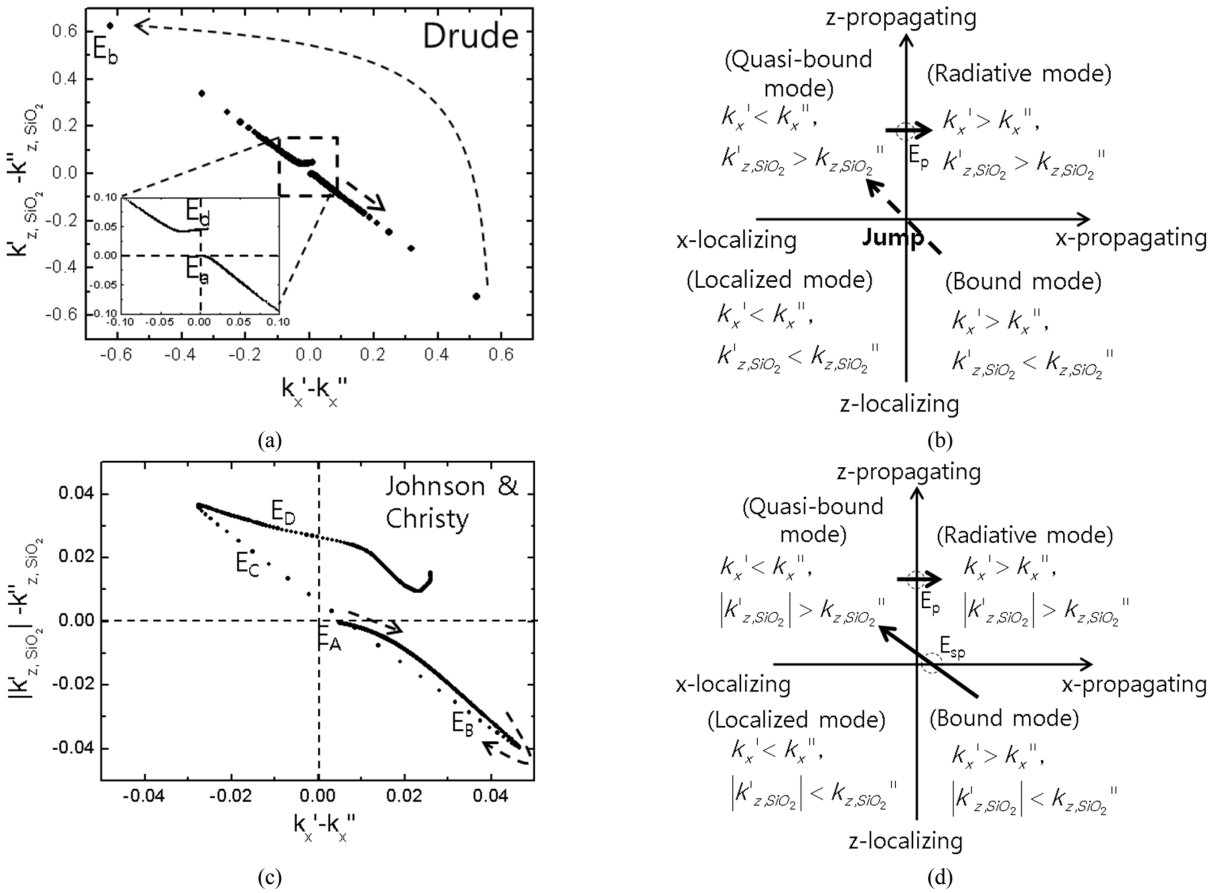

FIG. 4. The complex differential diagram computed using (a) the Drude mode and (c) the optical constants of Jonhson and Christ. The energy increases along to the direction of the black dashed arrow. (b) and (d) are the diagram to explain each quadrant for Fig. 5(a) and for Fig. 5(c). In Fig. 5(a) and (b), E_b=E_{sp}=3.233 eV, E_d=E_p=5.83 eV. In Fig. 5(c) and (d), E_{sp}=3.46 eV, E_p=3.81 eV.

기존의 표면플라즈몬 모드는 k_x의 전파계수만을 고려하여 분류되었는데 k_x의 소멸계수 또한 상당한 값을 갖고 있고, k_{z,SiO_2} 역시 모드 경계에서 복소수의 형태로 존재하고 k_x에 비등한 값을 갖고 있어 기존의 방식으로 표면플라즈몬 모드를 분류하기에는 미흡한 면이 있었다. 본 논문에서 제안하는 복소차분도표를 이용하면 k_x와 k_{z,SiO_2}의 전파계수 및 소멸계수를 모두 고려한 모드 분류가 가능해져 모드 간의 경계가 분명하게 구분되고 각 모드의 의미도 명확해진다. 또한 각각의 모드 내에서 파장 변화에 따라 X축과 Z축에 대하여 빛의 진행하는 성향과 국소화되는 성향의 정도를 알 수 있고 이를 이용하여 표면플라즈몬 모드를 이해하는데 도움을 줄 수 있다.

IV. 결 론

본 논문에서 단일경계 표면플라즈몬 도파로의 모드 분류 및 그 특성을 잘 이해하기 위한 복소차분도표를 제안하였다. 복소차분도표를 이용하면 k_x와 k_{z,SiO_2}의 전파계수 및 소멸계수를 모두 고려한 모드 분류가 가능해지고, 파장 변화에 따른 모드의 특성 변화를 입체적으로 알 수 있는 장점이 있다. 또한 이중경계 표면플라즈몬 도파로 및 다른 형태의 표면플라즈몬 도파로에도 적용이 가능하여 표면플라즈몬 도파로의 모드 특성 이해에 도움을 줄 수 있고, 이를 이용하여 더 많은 효과를 얻을 수 있으리라 본다.

감사의 글

본 연구는 집적형 광자기술 연구센터(R11-2003-022-03002-0)를 통하여 과학재단의 지원과 인하대학교의 지원에 의해 수행되었으며 이에 감사드립니다.

References

1. W. L. Barnes, A. Dereux, and T. W. Ebbesen, “Surface plasmon subwavelength optics,” Nature **424**, 824-830 (2003).
2. D. K. Gramotnev and S. I. Bozhevolnyi, “Plasmonics beyond the diffraction limit,” Nat. Photonics **4**, 83-91 (2010).
3. J. A. Schuller, E. S. Barnard, W. Cai, Y. C. Jun, J. S. White, and M. L. Brongersma, “Plasmonics for extreme light concentration and manipulation,” Nat. Mater. **9**, 193-204 (2010).
4. J. A. Dionne, L. A. Sweatlock, and H. A. Atwater, “Plasmon slot waveguides: towards chip-scale propagation with sub-wavelength-scale localization,” Phys. Rev. B **73**, 035407-1-9 (2006).
5. L. Chen, J. Shakya, and M. Lipson, “Subwavelength confinement in an integrated metal slot waveguide on silicon,” Opt. Lett. **31**, 2133-2135 (2006).
6. K. F. MacDonald, Z. L. Sámson, M. I. Stockman, and N. I. Zheludev, “Ultrafast active plasmonics,” Nat. Photonics **3**, 55-58 (2009).
7. D. Pacifici, H. J. Lezec, and H. A. Atwater, “All-optical modulation by plasmonic excitation of CdSe quantum dots,” Nat. Photonics **1**, 402-406 (2007).
8. J. A. Dionne, K. Diest, L. A. Sweatlock, and H. A. Atwater, “PlasMOStor: a metal-oxide-si field effect plasmonic modulator,” Nano Lett. **9**, 897-902 (2009).
9. P. Neutens, P. V. Dorpe, I. D. Vlaminck, L. Lagae, and G. Borghs, “Electrical detection of confined gap plasmons in metal-insulator-metal waveguides,” Nat. Photonics **3**, 283-286 (2009).
10. C. Scales, I. Breukelaar, and P. Berini, “Surface-plasmon Schottky contact detector based on a symmetric metal stripe in silicon,” Opt. Lett. **35**, 529-531 (2010).
11. S.-H. Hong, C.-K. Kong, B.-S. Kim, M.-W. Lee, S.-G. Lee, S.-G. Park, E.-H. Lee, and B.-H. O, “Implementation of surface plasmon resonance planar waveguide sensor system,” Microelectron. Eng. **87**, 1315-1318 (2010).
12. J. A. Dionne, L. A. Sweatlock, and H. A. Atwater, “Planar metal plasmon waveguides: frequency-dependent dispersion, propagation, localization, and loss beyond the free electron model,” Phys. Rev. B **72**, 075405-1-11 (2005).
13. P. B. Johnson and R. W. Christy, “Optical constants of the noble metals,” Phys. Rev. B **6**, 4370-4379 (1972).