

■ 論 文 ■

## 협력적 게임을 이용한 다수단 연속형 교통망 설계 모형

A Multi-modal Continuous Network Design Model by Using Cooperative Game Approach

**김 병 관**

(한국건설기술연구원 첨단교통연구실 수석연구원)

**이 영 인**

(서울대학교 환경대학원 교수)

**임 용 택**

(전남대학교 교통물류학부 부교수)

**임 강 원**

(서울대학교 환경대학원 교수)

### 목 차

- |  |  |
|--|--|
| <p>I. 서론</p> <p>II. 기존연구 고찰</p> <p>III. 다수단 연속형 교통망 설계 모형</p> <p style="padding-left: 20px;">1. 다수단 확률적 사용자 균형 통행배정</p> <p style="padding-left: 20px;">2. 교통수단 선택을 고려한 민감도 분석</p> <p style="padding-left: 20px;">3. 다수단 연속형 교통망 설계 모형 정립</p> | <p>IV. 모형의 적용 및 평가</p> <p style="padding-left: 20px;">1. 최적 도로용량 및 대중교통 노선빈도 산정</p> <p style="padding-left: 20px;">2. 최적 수단분담을 산정</p> <p>V. 결론</p> <p>참고문헌</p> |
|--|--|

Key Words : 다수단 교통망 설계, 교통정책, 민감도 분석, 협력적 게임, 수단선택

Multi-modal Network Design, Transportation Policy, Sensitivity Analysis, Cooperative Game, Transport Mode Choice

### 요 약

본 연구는 다수단 교통망에서 교통시설 운영자와 이용자의 상호 의사결정과정을 고려하여 교통시설의 건설 및 운영 정책 문제를 해결하기 위한 다수단 연속형 교통망 설계문제를 다룬다. 특히, 교통시설에 대한 정책변화에 따라 교통수단간 통행이 어떻게 변화하는가를 고려하기 위하여 승용차 교통망과 대중교통 교통망을 함께 고려하고자한다. 이러한 교통망 설계 모형을 개발함에 있어서 일반적인 Nash 균형(비협력적 게임)의 접근법이 아닌 좀 더 합리적이라고 연구되어진 Stackelberg 균형(협력적 게임)의 접근법을 이용하고 그러한 방법으로 다수단 교통망의 교통수단 선택을 고려한 민감도 분석 방법을 적용한다. 본 연구의 다수단 연속형 교통망 설계 모형은 교통정책 결정에 대한 임의의 연속형 교통망 설계변수( $\epsilon, \hat{\epsilon}, p$ )에 대해서 개발되어진다. 또한 모형의 적용 및 평가를 위하여 1)도로 정책에 대한 최적 도로용량 산정과 2)대중교통 정책에 대한 최적 대중교통 노선빈도 산정 그리고 3)교통체계의 수단분담 정책에 대한 현 교통체계의 최적 목표 수단분담을 산정 문제에 모형을 적용하여 본다.

This research deals with the multi-modal continuous network design problem to resolve the transportation policy problems for constructing and operating transportation facilities with considering the mutual decision-making process between transportation operator and user in the multi-modal network. Particularly, in the consideration of changes in travel pattern between transport modes due to the changes in transportation policy, road network for passenger car and transit network for public transportation are considered together. In the development of network design model, more rational Stackelberg equilibrium(cooperative game) rather than more general Nash equilibrium(non-cooperative game) approach is used and sensitivity analysis considering transport mode is used. A multi-modal continuous network design model in this study is developed for the arbitrary continuous network design parameters( $\epsilon, \hat{\epsilon}, p$ ) of transportation policy decisions. As examples of application and evaluation for these design parameters, the developed model is applied to calculate 1)the optimal capacity of road link in the road transport policy, 2)the optimal frequency of transit line in public transport policy and 3)the optimal modal split in transport modal share policy.

## I. 서론

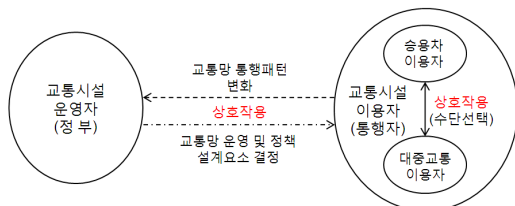
경제활동의 증가로 인해 교통수요는 지속적으로 증가하고 있으며 이러한 교통수요의 증가는 다양한 교통문제를 야기하고 있다. 정부는 교통수요 증가로 인한 교통문제를 해결하기 위하여 교통시설의 확충에 주력하고 있지만, 역설적이게도 이러한 교통시설의 공급은 새로운 유발수요를 발생시키게 된다. 결국, 교통시설의 건설 및 운영 정책을 결정하기 위해서는 교통시설에 대한 수요와 공급의 순환 고리 관계를 고려하는 것이 필요하다고 하겠다.

교통시설의 건설 및 운영 정책에 관한 문제는 공급측면의 교통시설 운영자와 수요측면의 교통시설 이용자 입장에서 분석해 볼 수 있다. 교통시설의 운영자는 교통 혼잡 완화에 따른 교통체계의 사회적 비용감소를 목적으로 교통시설에 대한 정책을 수립한다. 반면 교통시설의 이용자는 자신의 통행비용이 최소가 되도록 승용차와 대중교통수단을 선택하고 가장 최소비용의 경로를 이용하여 통행을 하고자 한다. 이렇듯 교통시설의 운영자와 이용자는 서로 상충되는 목적을 가지고 있다고 볼 수 있다. 이러한 교통시설의 운영자와 이용자의 관계는 교통수요와 공급의 반복적인 순환 고리 관계와도 일치하는 것이다.

이러한 관점에서 본 연구는 교통시설의 건설 및 운영 정책에 대한 문제를 교통시설 운영자 최적화 문제와 교통시설 이용자 최적화 문제가 서로 결합된 바이레벨(Bi-level) 형태의 교통망 설계 문제(Network Design Problem)로 보고 교통정책결정 문제를 해결하고자 한다.

특히, 본 연구에서는 <그림 1>과 같이 교통시설로 승용차의 도로시설과 대중교통의 대중교통시설을 함께 고려하고자 한다. 대중교통시설과 승용차의 도로시설에 대한 새로운 정책을 시행할 경우 다른 통행수단으로의 수단전환과 그에 따른 승용차와 대중교통의 통행행태의 변화를 고려하고자 한다.

따라서 승용차와 대중교통수단을 함께 고려한 다수단 교통망에서의 교통시설 운영자와 이용자의 상호 의사결정



<그림 1> 다수단 교통망 운영자와 이용자의 상호작용

과정과 승용차 이용자와 대중교통 이용자의 수단선택에 따른 상호작용을 고려하여 교통시설의 건설 및 운영 정책 문제를 해결하는 다수단 연속형 교통망 설계모형(Multi-Modal Continuous Network Design Model)을 연구하고자 한다. 또한 다수단 교통망 설계모형을 개발함에 있어서 보다 나은 최적 대안을 산정할 수 있다고 연구되어진 협력적 게임의 접근법을 이용하고자 한다.

## II. 기존연구 고찰

교통망 설계 문제(Network Design Problem)와 같이 교통망 분석을 요하는 문제는 교통망 운영자 최적화 문제(Upper level problem)와 교통망 이용자 최적화 문제(Lower level problem)가 서로 결합되어진 문제(Bi-level Problem)로 볼 수 있다. 이렇게 결합된 두 문제는 서로의 결과물인 최적해를 도출하고 각각의 최적해를 서로의 입력 자료로 요구하는 상호작용이 존재하게 된다.

이러한 교통망 설계 문제는 Stackelberg 균형(Stackelberg, 1934)의 협력적 게임과 Nash 균형의 비협력 게임(Nash, 1951)의 2가지 게임이론의 행태적 의사결정 모형으로 해석될 수 있다. 이 두 게임이론은 다음과 같이 정책결정자와 개인집단이 서로 결합되어 서로 어떠한 전략 또는 결과물을 내놓을 때 두 집단사이의 반응을 모형화하기 위한 토대를 제공한다.

### <Nash 균형의 비협력적 게임의 접근법>

#### 상위수준문제 (Upper level problem)

$$\begin{aligned} & \underset{s}{\text{minimize}} F(s, x) \\ & \text{s.t.} \quad G(s, x) \geq 0 \end{aligned}$$

#### 하위수준문제 (Lower level problem)

$$\begin{aligned} & \underset{x}{\text{minimize}} f(s, x) \\ & \text{s.t.} \quad g(s, x) \geq 0 \end{aligned}$$

### <Stackelberg 균형의 협력적 게임의 접근법>

#### 상위수준문제 (Upper level problem)

$$\begin{aligned} & \underset{s}{\text{minimize}} F(s, x(s)) \\ & \text{s.t.} \quad G(s, x(s)) \geq 0 \end{aligned}$$

**하위수준문제 (Lower level problem)**

$$\begin{aligned} & \underset{x}{\text{minimize}} && f(s, x) \\ & \text{s.t.} && g(s, x) \geq 0 \end{aligned}$$

여기서,  $F$ 와  $s$ 는 상위수준 의사결정자(교통망 운영자)의 목적함수와 결정변수(설계변수);  $G$ 는 상위수준 목적함수의 제약식;  $f$ 와  $x$ 는 하위수준 의사결정자(교통망 이용자)의 목적함수와 결정변수(통행변수);  $g$ 는 하위수준 목적함수의 제약식이다.

Nash 균형의 비협력적 게임 접근법과 Stackelberg 균형의 협력적 게임 접근법의 가장 큰 차이는 상위수준 목적함수에 있다. 상위수준문제에서 교통망 이용자의 의사결정인 통행변수가 특정한 값( $x$ , response)으로 주어지는가 아니면 함수( $x(s)$ , reaction function)로 주어지는가에 따라서 Nash 균형의 비협력 게임과 Stackelberg 균형의 협력적 게임으로 나눌 수 있다.

이러한 교통망 설계문제에서 게임이론의 적용에 관한 보다 상세한 내용과 Stackelberg 균형이 Nash 균형 보다 우수한 최적해를 도출할 수 있음은 Fisk(1983), Marher(2001), 김병관(2004), 임용택(2004)의 연구에서 제시되었다.

교통망 설계 문제는 크게 교통망의 추가·폐쇄 문제를 다루는 이산형 교통망 설계문제(Discrete Network Design Problem)와 기존 교통망의 용량증대 또는 감소와 같이 교통망의 연속형 변수를 결정하는 연속형 교통망 설계문제(Continuous Network Design Problem)로 나눌 수 있다. 이산형 교통망 설계문제의 해법으로는 분담탐색법(LeBlanc, 1975), 분할법(Ziyou Gao, 2005), 경험적 방법(Magnanti, 1984), 유전자 알고리즘(박경철, 2006) 등이 있어왔고 연속형 교통망 설계문제의 해법으로는 반복최적배정(Asakura, 1990), 후-엔-지브(Abdulaal, 1979), 링크이용 비율기반 알고리즘(Yang, 1997), 균형분할최적화(Suwansirikul, 1987) 등이 있어왔다. 또한 최근에는 민감도 분석기반 알고리즘(임용택, 2004)이 적용되고 있다.

또한 교통망 설계 문제는 분석 대상에 따라 승용차 교통망을 다루는 도로교통망 설계문제(Road Network Design Problem)와 철도와 같은 대중교통 교통망을 다루는 대중교통망 설계 문제(Transit Network Design Problem)로 나눌 수 있다.

기존 대부분의 연구는 분석대상에 따라 승용차와 대중교통 교통망을 독립적으로 다루어 왔다. Yang(1997),

Mahe(2001), 임용택(2004), 김병관(2004) 등의 승용차교통망 설계 문제 연구는 승용차 통행만을 고려하였고 Jing(2000), Ziyou(2004), 박경철(2006), 유경상(2009) 등의 대중교통 교통망 설계 문제 연구는 대중교통 통행만을 고려하여 연구를 수행하였다. 하지만 승용차교통망 설계에서 교통망 설계에 따른 승용차 통행의 변화만이 아닌 대중교통 통행의 변화도 존재할 것이고 반대로 대중교통교통망 설계에서도 대중교통교통망 설계에 따른 대중교통 통행의 변화만이 아닌 승용차 통행의 변화도 존재할 것이다. 결국, 교통망 설계 문제에서 교통망 설계에 따른 승용차통행과 대중교통통행 간의 상호관계를 고려하여야 하고 이러한 수단간 상호관계를 고려하기 위해서는 다수단 교통망 설계 문제를 다룰 필요가 있게 된다. 다수단 교통망 설계문제를 다룬 연구는 최근에서야 다음과 같이 일부의 연구가 수행되어졌다.

Mei Chen(2004)은 수단으로 승용차와 트럭(중차량)을 대상으로 하여 하위문제로 결정적 통행배정을 고려하고 상위문제로 총통행시간을 최소화하는 혼잡통행료 산정문제를 연구하였다. 이용되지 않는 경로를 네트워크에서 제외함으로써 결합문제(Bi-level)를 단일수준문제(Single-level)로 변환하여 내점법(interior point algorithm)을 이용하여 문제를 풀었다.

Kim(2006)은 승용차와 철도를 대상으로 환승을 고려하지 못하고 기종점간에 하나의 노선만 존재하는 Sheffi의 수단분담/통행배정 결합문제(combined modal split/traffic assignment problem)을 하위문제로 고려하였다. 통행시간, 운행 및 유지관리비용, 사고비용, 환경비용이 합쳐진 사회적 비용 최소화를 상위문제로 고려하여 용량개선링크를 선택하는 이산형 문제를 연구하였다.

Kenetsu Uchida(2007)는 승용차와 대중교통수단을 대상으로 프로빗 기반의 확률적 통행배정을 하위문제로 고려하고 통행시간, 차내혼잡도, 대기시간, 대중교통 운행비용으로 구성된 비효용 최소화를 상위문제로 설정하여 최적배차간격과 최적 재설계 살포량을 결정하는 연구를 수행하였다. 해법으로는 Clark & Waling(2002)이 제안한 프로빗 기반 민감도 분석을 적용하였다.

본 연구는 다수단 교통망 설계 문제 연구의 필요에 따라 승용차와 대중교통을 고려한 연속형 다수단 교통망 설계 문제를 연구하고자 한다. 그 해법으로 좀 더 최적의 정책 대안을 얻을 수 있다고 연구된 협력적 게임의 접근법을 이용하고 그러기 위해서는 다수단 교통망에서의 수

단선택을 고려한 민감도 분석 방법을 정립하고 이를 기반으로 반응함수를 구축하여 협력적 게임의 모형을 개발하게 된다. 또한 본 연구에서는 이용자 최적화 문제로 다수단 통행배정 모형을 구축하게 되는데 승용차와 대중교통을 함께 고려하면서 각 수단의 수단선택과 경로선택의 확률적 사용자 균형 상태를 만족시키기 위하여 승용차와 대중교통의 확률적 통행배정모형과 수단선택모형이 결합되어진 로짓 기반의 다수단 확률적 균형통행배정 모형을 구축하고자 한다.

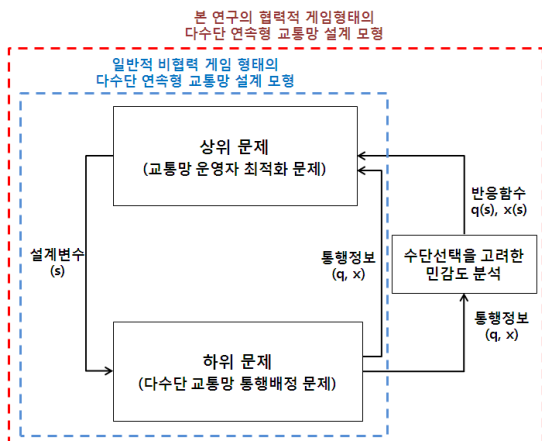
### III. 다수단 연속형 교통망 설계 모형

다수단 교통체계의 연속형 교통망 설계문제를 구성하고 이를 합리적으로 해결하기 위한 해법을 개발한다. 이러한 해법을 개발함에 있어서 현실적으로 교통시설의 운영자가 교통시설의 건설 및 운영 정책을 수립하고자 할 때 교통시설 이용자의 반응·행태를 예상하여 정책을 결정하다는 것이 보다 합리적이고 그러한 정책이 보다 효과적이라 할 수 있다.

따라서 본 연구에서는 승용차 교통망과 대중교통 교통망 설계에 따른 승용차와 대중교통 교통망 변수(통행정보)의 민감도를 구한 후 반응함수를 구축하여 <그림 2>와 같이 협력적 게임의 수단선택을 고려한 민감도 분석기반 다수단 연속형 교통망 설계문제를 구성한다.

#### 본 연구의 다수단 연속형 교통망 설계 문제의 구조

상위문제: 다수단 연속형 교통망 설계 문제



<그림 2> 본 연구의 다수단 연속형 교통망 설계 모형의 구조

$$\min_s F(q(s), x(s), \hat{q}(s), \hat{x}(s), s)$$

$$\text{s.t. } s_{\min} \leq s \leq s_{\max}$$

하위문제: 다수단 통행배정문제

$$\min_{q, x} F(q, x, s)$$

$$\min_{\hat{q}, \hat{x}} F(\hat{q}, \hat{x}, s)$$

s.t. 통행량 보존제약, 비음제약, O/D 수요제약

- 반응함수  $(q(s), x(s), \hat{q}(s), \hat{x}(s))$

$$x(s) = x' + \frac{\partial x}{\partial s}(s-s'), \quad q(s) = q' + \frac{\partial q}{\partial s}(s-s')$$

$$\hat{x}(s) = \hat{x}' + \frac{\partial \hat{x}}{\partial s}(s-s'), \quad \hat{q}(s) = \hat{q}' + \frac{\partial \hat{q}}{\partial s}(s-s')$$

$s = \{\epsilon, \hat{\epsilon}, p\}$ : 임의의 교통망 설계변수

$\epsilon$ : 승용차 교통망의 임의의 링크설계 변수

$\hat{\epsilon}$ : 대중교통 교통망의 임의의 링크설계 변수

$p$ : 승용차와 대중교통의 수단분담율

$q', x', s'$ : 현재 승용차 교통망의 기중점 통행수요, 링크 통행량, 설계변수 값

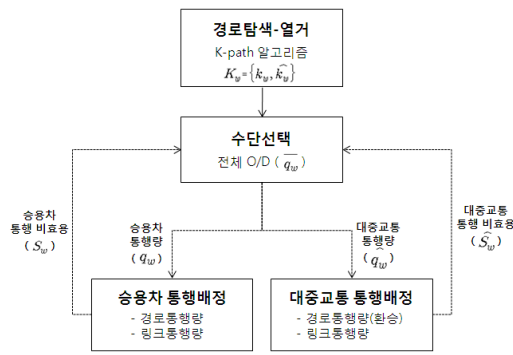
$\hat{q}', \hat{x}', s'$ : 현재 대중교통 교통망의 기중점 통행수요, 링크 통행량, 설계변수 값

### 1. 다수단 확률적 사용자 균형 통행배정

승용차와 대중교통수단이 함께 고려된 다수단 교통망의 통행배정모형은 통행비용에 따른 통행자의 수단선택 및 경로선택의 통행행태 묘사를 위한 도구로 볼 수 있다. 이를 기반으로 교통망 설계문제의 하위수준 문제를 해결하고자 한다.

본 연구에서는 <그림 3>과 같이 확률적 수단선택모형과 각 수단의 확률적 통행배정모형이 결합된 형태로 전체 통행수요가 승용차 통행수요와 대중교통 통행수요로 나뉜다. 여기서 수단선택모형은 통행배정의 결과로 나오는 기중점( $w$ )간 수단별 최소기대통행비용( $S_w, \hat{S}_w$ ; expected minimum travel cost; Williams, 1977)을 기반으로 반복적으로 실행되어지면서 확률적 균형상태의 수단분담율을 구하는 구조로 구성된다.

본 연구의 다수단 확률적 사용자 균형문제는 실질적



〈그림 3〉 다수단 확률적 통행배정모형의 구성

으로는 승용차 통행과 대중교통 통행의 최소화 문제가 수단선택모형에 의해 서로 결합되어 있는 문제로 볼 수 있다. 교통망과 관련된 표현을 정리하면 다음과 같다.

- $a, a'$  : 승용차 링크, 대중교통 링크
- $t_a(x_a, \epsilon_a)$  : 승용차 링크( $a$ )의 통행비용함수
- $\hat{t}_{a'}(\hat{x}_{a'}, \hat{\epsilon}_{a'})$  : 대중교통 링크( $a'$ )의 통행비용함수
- $x_a, x_{a'}$  : 승용차와 대중교통 링크의 통행량
- $\epsilon_a, \hat{\epsilon}_{a'}$  : 승용차와 대중교통 링크의 설계변수
- $\bar{q}_w$  : 기종점  $w$ 의 전체 통행수요
- $q_w$  : 기종점  $w$ 의 승용차 통행수요
- $\hat{q}_w$  : 기종점  $w$ 의 대중교통 통행수요
- $k_w, \hat{k}_w$  : 기종점  $w$ 를 연결하는  $k$ 개의 승용차와 대중교통의 경로집합
- $h_k^w$  : 기종점  $w$ 의 승용차 경로  $k$ 의 통행량
- $\hat{h}_{k'}^w$  : 기종점  $w$ 의 대중교통 경로  $k'$ 의 통행량
- $c_k^w$  : 기종점  $w$ 의 경로  $k$ 의 경로통행비용
- $\hat{c}_{k'}^w$  : 기종점  $w$ 의 경로  $k'$ 의 경로통행비용
- $C_k^w$  : 기종점  $w$ 의 경로  $k$ 의 동등경로통행비용
- $\hat{C}_{k'}^w$  : 기종점  $w$ 의 경로  $k'$ 의 동등경로통행비용

대중교통수단의 경우, 경로선택은 버스와 지하철 등의 대중교통 노선을 선택한다는 의미로 경로선택이 이루어지고 경로선택이라는 행위에 의해서 대중교통 수단 내에서 환승이 이루어진다. 현재의 환승이 자유로운 대중교통 체계에서 버스와 지하철 수요를 따로 구분 짓는 것은 의미가 없다고 생각되고 대중교통이라는 하나의 통합된 교통수단으로 보는 것이 더 바람직하다고 생각된다.

Daganzo(1982)의 단일수단 확률적 사용자 균형문

제를 확장하여 수단선택모형에 의해 연결된 다수단 확률적 사용자 균형문제를 정의하면 식(1)~(6)과 같다. 여기서 두 수단의 통행수요( $q_w, \hat{q}_w$ )는 로짓모형의 수단분담모형에 의해서 연결되어 진다.

**다수단 확률적 사용자 균형 문제**

$$\min_t Z(t, \hat{t}) = \sum_a \int_{t_a(0)}^{t_a} x_a(v)dv - \sum_w q_w S_w(c^w(t)) \quad (1)$$

$$\min_{\hat{t}} \hat{Z}(\hat{t}, t) = \sum_{a'} \int_{\hat{t}_{a'}(0)}^{\hat{t}_{a'}} \hat{x}_{a'}(\hat{v})d\hat{v} - \sum_w \hat{q}_w \hat{S}_w(\hat{c}^w(\hat{t})) \quad (2)$$

s. t.

$$q_w + \hat{q}_w = \bar{q}_w \quad (3)$$

$$\sum_k h_k^w = q_w, \quad \sum_{k'} \hat{h}_{k'}^w = \hat{q}_w \quad (4)$$

$$\sum_w \sum_k h_k^w \delta_{a,k} = x_a, \quad \sum_w \sum_{k'} \hat{h}_{k'}^w \delta_{a',k'} = \hat{x}_{a'} \quad (5)$$

$$h_k^w \geq 0, \quad \hat{h}_{k'}^w \geq 0 \quad (6)$$

여기서,

$$q_w = D_w(S_w, \hat{S}_w) = \bar{q}_w \frac{1}{1 + \exp(-\theta(\hat{S}_w - S_w))}$$

$$\hat{q}_w = \hat{D}_w(\hat{S}_w, S_w) = \bar{q}_w \frac{1}{1 + \exp(-\theta(S_w - \hat{S}_w))}$$

$$S_w(c^w(t)) = -\frac{1}{\theta} \ln \sum_k \exp(-\theta c_k^w)$$

$$\hat{S}_w(\hat{c}^w(\hat{t})) = -\frac{1}{\theta} \ln \sum_{k'} \exp(-\theta \hat{c}_{k'}^w)$$

이러한 다수단 확률적 사용자 균형 문제를 풀기위한 해석적 알고리즘을 구축하면 다음과 같다.

**〈다수단 확률적 사용자 균형 통행배정 알고리즘〉**

**step 0-1) 초기화**

- $n = 0$
- $\bar{q}_w, q_w, \hat{q}_w = 0$
- $h_k^{w,n}, \hat{h}_{k'}^{w,n}, x_a^n, \hat{x}_{a'}^n = 0$
- 링크통행비용 계산
- $[t_a(x_a), t_{a'(b)}(\hat{x}_{a'}), t_{a'(s)}(\hat{x}_{a'}), t_{a'(t)}(\hat{x}_{a'})]$

**step 0-2) K-th Path 알고리즘 수행**

- 수단별 k-th path( $k_w, \hat{k}_w$ ) 열거

**step 0-3) 비용 갱신**

- 경로통행비용( $c_k^w, \hat{c}_k^w$ ) 계산
- 수단별 최소기대통행비용( $S_w, \hat{S}_w$ ) 계산

**step 1) 수단분담율 및 수단통행량 계산**

- $n = n + 1$
- 수단별 통행수요( $q_w^n, \hat{q}_w^n$ ) 산출

**step 2) 확률적 승용차 통행배정**

- 승용차 경로 통행량의 예비해( $y_k^{w,n}$ ) 탐색
- 확률적 직접 로짓모형을 이용하여  $k_w$  경로에  $q_w$ 를 통행배정

**step 3) 확률적 대중교통 통행배정**

- 대중교통 경로 통행량의 예비해( $\hat{y}_k^{w,n}$ ) 탐색
- 확률적 직접 로짓모형을 이용하여  $\hat{k}_w$  경로에  $\hat{q}_w$ 를 통행배정

**step 4) 통행량 갱신**

- MSA(method of successive averages) 이용

$$h_k^{w,n} = h_k^{w,n-1} + \frac{1}{n+1}(y_k^{w,n} - h_k^{w,n-1})$$

$$\hat{h}_k^{w,n} = \hat{h}_k^{w,n-1} + \frac{1}{n+1}(\hat{y}_k^{w,n} - \hat{h}_k^{w,n-1})$$

**step 5) 비용 갱신**

- 링크통행비용 갱신
 
$$\{t_a(x_a), t_{a'(b)}(\hat{x}_{a'}), t_{a'(s)}(\hat{x}_{a'}), t_{a'(t)}(\hat{x}_{a'})\}$$
- 경로통행비용 및 동등경로통행비용 갱신
 
$$\{c_k^w, \hat{c}_k^w, C_k^w, \hat{C}_k^w\}$$
- 수단별 최소기대통행비용( $S_w, \hat{S}_w$ ) 갱신

**step 6) 수렴여부(User Equilibrium) 판단**

- 수단/기종점별 동등경로통행비용 수렴여부
 
$$\frac{\min_k |C_k^w - \hat{C}_k^w|}{\max_{k \in k_w} \{C_k^w\}} \leq \text{수렴값}, \quad \forall w \in W$$

$$\frac{\min_{k' \in \hat{k}_w} |\hat{C}_{k'}^w - C_{k'}^w|}{\max_{k' \in \hat{k}_w} \{\hat{C}_{k'}^w\}} \leq \text{수렴값}, \quad \forall w \in W$$
- 승용차와 대중교통 모두 수렴조건을 만족하면 정지, 그렇지 않으면 (step 1)부터 반복

**2. 교통수단 선택을 고려한 민감도 분석**

교통망 설계 문제에서 교통시설 운영자와 이용자의 의사결정을 함께 고려하기 위한 연결고리이자 협력적 게임의 교통망 설계 모형을 구성하기 위해서는 민감도 분석을 수행하고 그 결과를 이용하여 반응함수를 구축하여야 한다. 본 연구에서는 다수단 교통망의 수단선택 행태를 고려하여 특정 수단의 운영 및 정책 변화(설계변수 변화)에 따른 동일 수단만이 아닌 다른 수단의 통행변화(수단간 교차 민감도)도 분석이 가능한 교통수단 선택을 고려한 민감도 분석을 수행한다(김병관, 2010).

이러한 민감도 분석은 단순히 협력적 게임의 교통망 설계 모형의 구성을 위한 도구만이 아닌 경제학에서의 탄력성과 같이 교통시설의 운영 및 정책 변화에 따른 교통수단별 통행행태(수단분담율, 수단별 통행량, 통행수요) 변화를 분석할 수 있는 매우 중요한 정보라 할 수 있다.

본 연구에서는 승용차와 대중교통으로 구성된 다수단 교통망을 고려하였으므로 교통망 설계변수( $s$ )를 교통수단별로 임의의 링크 설계변수( $\epsilon, \hat{\epsilon}$ )와 수단분담율( $p$ )로 표현한다. ( $s = \{\epsilon, \hat{\epsilon}, p\}$ ). 이후 실질적인 모형의 적용으로 도로의 용량( $\epsilon = C$ ), 대중교통 노선의 노선빈도( $\hat{\epsilon} = f$ ), 승용차와 대중교통의 수단분담율( $p$ )을 적용해 본다.

**1) 링크 설계변수에 대한 민감도 분석**

식(1), (2)로부터 다수단 확률적 균형 상태에서 다음과 같이 성립된다.

$$F(t, \hat{t}, \epsilon) = x(t, \epsilon) - \sum_w q_w (\nabla_t S_w(c^w(t)))^T = 0$$

$$\hat{F}(\hat{t}, t, \hat{\epsilon}) = \hat{x}(\hat{t}, \hat{\epsilon}) - \sum_w \hat{q}_w (\nabla_{\hat{t}} \hat{S}_w(\hat{c}^w(\hat{t})))^T = 0$$

그리고 확률적 사용자 균형 상태에서 식(7)~(9)와 같이 수식을 유도할 수 있다.

$$\nabla_{\epsilon} F = \nabla_{\hat{\epsilon}} F = \nabla_{\epsilon} \hat{F} = \nabla_{\hat{\epsilon}} \hat{F} = 0 \quad (7)$$

$$\begin{bmatrix} \nabla_t F & \nabla_{\hat{t}} F \\ \nabla_t \hat{F} & \nabla_{\hat{t}} \hat{F} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial t}{\partial \epsilon} & \frac{\partial \hat{t}}{\partial \hat{\epsilon}} \\ \frac{\partial \hat{t}}{\partial \epsilon} & \frac{\partial t}{\partial \hat{\epsilon}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial F}{\partial \epsilon} & 0 \\ 0 & \frac{\partial \hat{F}}{\partial \hat{\epsilon}} \end{bmatrix} = 0 \quad (8)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial t}{\partial \epsilon} & \frac{\partial \hat{t}}{\partial \hat{\epsilon}} \\ \frac{\partial \hat{t}}{\partial \epsilon} & \frac{\partial t}{\partial \hat{\epsilon}} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \nabla_t F & \nabla_{\hat{t}} F \\ \nabla_t \hat{F} & \nabla_{\hat{t}} \hat{F} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial F}{\partial \epsilon} & 0 \\ 0 & \frac{\partial \hat{F}}{\partial \hat{\epsilon}} \end{bmatrix} \quad (9)$$

위의 계산결과를 이용하여 식(10)~(12)와 같이 링크설계변수에 대한 링크 통행량의 민감도를 계산할 수 있다. 여기서,  $(x)_\epsilon$ 와  $(x)_t$ 는  $x$ 에 대한  $\epsilon$ 와  $t$ 의 편미분계수이고  $x(t, \epsilon)$ 의 함수로부터 직접 계산이 가능하다.

설계변수가 임의의 링크변수( $\epsilon, \hat{\epsilon}$ )

$$\frac{\partial x}{\partial \epsilon} = (x)_\epsilon + (x)_t \frac{\partial t}{\partial \epsilon} \quad (10)$$

$\frac{\partial \hat{x}}{\partial \epsilon}, \frac{\partial x}{\partial \hat{\epsilon}}, \frac{\partial \hat{x}}{\partial \hat{\epsilon}}$ 도 동일한 방법으로 계산

설계변수가 링크 용량( $\epsilon = C$ )

$$\frac{\partial x}{\partial C} = (x)_C + (x)_t \frac{\partial t}{\partial C} \quad (11)$$

$\frac{\partial \hat{x}}{\partial C}$ 도 동일한 방법으로 계산

설계변수가 대중교통 노선빈도( $\hat{\epsilon} = f$ )

$$\frac{\partial x}{\partial f} = (x)_f + (x)_t \frac{\partial t}{\partial f} \quad (12)$$

$\frac{\partial \hat{x}}{\partial f}$ 도 동일한 방법으로 계산

다음으로 링크설계변수에 대한 수단별 최소기대통행비용과 기종점 통행량의 민감도를 구하면 식(13)과 (14)와 같다.

최소기대통행비용의 민감도

$$\frac{\partial S_w}{\partial \epsilon_a} = \sum_b \frac{\partial S_w}{\partial t_b} \frac{\partial t_b}{\partial \epsilon_a}, \quad \frac{\partial \hat{S}_w}{\partial \epsilon_a} = \sum_b \frac{\partial \hat{S}_w}{\partial \hat{t}_b} \frac{\partial \hat{t}_b}{\partial \epsilon_a} \quad (13)$$

기종점 통행수요의 민감도

$$\frac{\partial q_w}{\partial \epsilon_a} = \frac{\partial D_w}{\partial S_w} \frac{\partial S_w}{\partial \epsilon_a} + \frac{\partial D_w}{\partial \hat{S}_w} \frac{\partial \hat{S}_w}{\partial \epsilon_a}, \quad \frac{\partial \hat{q}_w}{\partial \epsilon_a} = - \frac{\partial q_w}{\partial \epsilon_a} \quad (14)$$

$\frac{\partial \hat{S}_w}{\partial \hat{\epsilon}_{a'}}, \frac{\partial S_w}{\partial \hat{\epsilon}_{a'}}, \frac{\partial \hat{q}_w}{\partial \hat{\epsilon}_{a'}}, \frac{\partial q_w}{\partial \hat{\epsilon}_{a'}}$ 도 동일한 방법으로 계산되

며 설계변수가 링크 용량일 경우( $\epsilon = C$ )와 대중교통 노선빈도일 경우( $\hat{\epsilon} = f$ )도 동일한 방법으로 계산할 수 있다.

## 2) 수단분담율에 대한 민감도 분석

식(1), (2)는 다수단 확률적 균형 상태에서 수단분담

율( $p$ )에 대해서 다음과 같이 성립된다.

$$F(t, p) = x(t) - \sum_w q_w(p_w)(\nabla_t S_w(c^w(t)))^T = 0$$

$$\hat{F}(\hat{t}, p) = \hat{x}(\hat{t}) - \sum_w \hat{q}_w(p_w)(\nabla_{\hat{t}} \hat{S}_w(\hat{c}^w(\hat{t})))^T = 0$$

여기서,

$$q_w(p_w) = \bar{q}_w p_w = \bar{q}_w (1 - \hat{p}_w)$$

$$\hat{q}_w(p_w) = \bar{q}_w (1 - p_w) = \bar{q}_w \hat{p}_w$$

확률적 사용자 균형 상태에서 식(15)~(19)와 같이 수식을 유도할 수 있다.

$$\nabla_p F = \nabla_p \hat{F} = 0 \quad (15)$$

$$\nabla_t F \left( \frac{\partial t}{\partial p} \right) + (F)_q (q)_p = 0 \quad (16)$$

$$\nabla_{\hat{t}} \hat{F} \left( \frac{\partial \hat{t}}{\partial p} \right) + (\hat{F})_{\hat{q}} (\hat{q})_p = 0 \quad (17)$$

$$\frac{\partial t}{\partial p} = - \nabla_t F^{-1} (F)_q (q)_p \quad (18)$$

$$\frac{\partial \hat{t}}{\partial p} = - \nabla_{\hat{t}} \hat{F}^{-1} (\hat{F})_{\hat{q}} (\hat{q})_p \quad (19)$$

위의 계산결과를 이용한 수단분담율에 대한 통행변수의 민감도는 식(20)~(22)과 같다.

링크 통행량의 민감도

$$\frac{\partial x}{\partial p} = (x)_t \frac{\partial t}{\partial p}, \quad \frac{\partial \hat{x}}{\partial p} = (\hat{x})_{\hat{t}} \frac{\partial \hat{t}}{\partial p} \quad (20)$$

최소기대통행비용의 민감도

$$\frac{\partial S_w}{\partial p} = \sum_a \frac{\partial S_w}{\partial t_a} \frac{\partial t_a}{\partial p}, \quad \frac{\partial \hat{S}_w}{\partial p} = \sum_{a'} \frac{\partial \hat{S}_w}{\partial \hat{t}_{a'}} \frac{\partial \hat{t}_{a'}}{\partial p} \quad (21)$$

기종점 통행수요의 민감도

$$(q)_p = \bar{q}_w, \quad (\hat{q})_p = - \bar{q}_w \quad (22)$$

## 3. 다수단 연속형 교통망 설계 모형 정립

교통망 운영자 최적화(교통망 비용 최소화)의 상위문제를 정의하고 교통망 이용자 최적화(다수단 확률적 사용자 균형통행배정)의 하위문제와 민감도 분석을 수행하여 협력적 게임의 다수단 연속형 교통망 설계 모형을 정

립한다.

교통시설을 운영하기 위한 상위수준 목적함수는 교통망 운영의 효과적도를 나타낼 수 있어야 한다. 본 연구에서는 식(23)과 같이 승용차와 대중교통을 이용하는 교통망 이용자의 통행비용과 승용차 도로시설과 대중교통 시설로 구성된 교통시설의 운영비용의 합을 교통망 비용으로 정의하고 이러한 교통망 비용(P)의 최소화를 상위 목적함수로 한다.

최종적으로 임의의 교통망 설계변수(s)에 대해서 교통망 운영자의 상위문제와 다수단 확률적 사용자 균형 통행배정의 하위문제를 결합하여 다음과 같이 협력적 계임의 다수단 연속형 교통망 설계 문제를 정의할 수 있다.

**상위수준(Upper Level)**

교통망 비용 최소화

$$\begin{aligned}
 P: \min & (\text{교통망 이용자 비용} + \text{교통망 운영자 비용}) \\
 & = \min(\text{통행비용} + \text{도로용량개선비용} \\
 & \quad + \text{대중교통노선 운행비용}) \\
 & = \min \sum_a \phi t_a(x_a)x_a + \sum_a \hat{\phi} \hat{t}_a(\hat{x}_a)\hat{x}_a \quad (23) \\
 & \quad + \sum_a \tau_a(C_a - C'_a)^2 + \sum_l 2\tau_l L_l f_l
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 P: \min_s & \sum_a \phi t_a(x_a(s))x_a(s) + \sum_a \hat{\phi} \hat{t}_a(\hat{x}_a(s))\hat{x}_a(s) \\
 & \quad + \sum_a \tau_a(C_a - C'_a)^2 + \sum_l 2\tau_l L_l f_l
 \end{aligned}$$

s.t.  $s_{\min} \leq s \leq s_{\max}$

**하위수준(Lower Level)**

다수단 확률적 사용자 균형

$$\begin{aligned}
 \min_{x, q} Z(t, \hat{t}, s) & = \sum_a \int_{t_a(0, s)}^{t_a} x_a(v, s) dv - \sum_w q_w S_w(c^w(t)) \\
 \min_{\hat{x}, \hat{q}} \hat{Z}(\hat{t}, \hat{v}, s) & = \sum_a \int_{\hat{t}_a(0, s)}^{\hat{t}_a} \hat{x}_a(\hat{v}, s) d\hat{v} - \sum_w \hat{q}_w \hat{S}_w(\hat{c}^w(\hat{t})) \\
 \text{s.t.} & \text{ 식(3)~(6)}
 \end{aligned}$$

여기서,

- $\phi$  : 승용차 통행자의 시간가치 (원/시간)
- $\hat{\phi}$  : 대중교통 통행자의 시간가치 (원/시간)
- $\tau_a$  : 용량 개선에 따른 건설비용 계수 (원/용량<sup>2</sup>)
- $\tau_l$  : 대중교통노선 l의 운행비용 단가(원/km·편성)

- $C'_a$  : 초기 승용차 도로의 용량(대/시간)
- $C_a$  : 모형에 의해 계산된 개선된 용량(대/시간)
- $L_l$  : 대중교통노선 l의 편도연장(km)
- $f_l$  : 대중교통노선 l의 노선빈도(편성/시간)

위의 다수단 연속형 교통망 설계 문제를 풀기위한 해석적 알고리즘을 다음과 같이 정립한다.

**<다수단 연속형 교통망 설계 모형의 알고리즘>**

**step 0) 초기화**

- $n = 0$
- 설계변수의 초기 값 설정  $s^n = s^0$

**step 1) 다수단 확률적 사용자 균형 통행배정**

- $s^n$ 에 대해서 확률적 통행배정 수행
- 링크통행량( $x_a^n, \hat{x}_a^n$ ) 및 수단별 기종점 통행량( $q_w^n, \hat{q}_w^n$ ) 산출

**step 2) 민감도 분석 수행 (반응함수 도출)**

- $x_a(s) = x_a^n + \frac{\partial x_a}{\partial s}(s - s^n), \hat{x}_a(s) = \hat{x}_a^n + \frac{\partial \hat{x}_a}{\partial s}(s - s^n)$

**step 3) 설계변수 결정 (Relaxation Method)**

- 설계변수 s에 대한 대각화 기법을 이용

**step 3-1) 설계변수의 예비해 결정**

- $n = n + 1$
- 상위수준 최적화 문제의 예비해( $y^n$ )을 찾음

**step 3-2) 새로운 설계변수 결정**

- $s^n = s^{n-1} + \alpha(y^n - s^{n-1})$
- $\alpha$ 는 1차원 비선형 최적화기법 이용

**step 4) 수렴여부 판단**

- $\frac{|s^n - s^{n-1}|}{s^{n-1}} \leq \text{수렴조건}, \forall s$  이면 정지
- 그렇지 않으면 (step 1)

**IV. 모형의 적용 및 평가**

여기서는 다음의 2가지 교통망 변수를 교통정책 결정의 설계변수로 고려하여 모형을 적용해 본다.



1. 설계변수로 교통망의 링크 변수를 고려한 경우

- 최적 승용차 도로 용량( $C_a$ )과 대중교통 노선빈도( $f_i$ ) 산정 문제

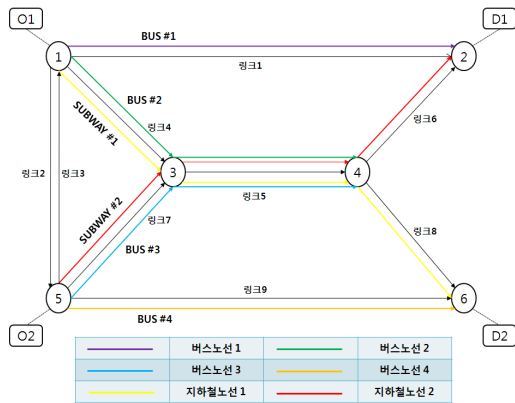
2. 설계변수로 수단분담율을 고려한 경우

- 이상적인 최적 목표 수단분담율( $p_w$ ) 산정 문제

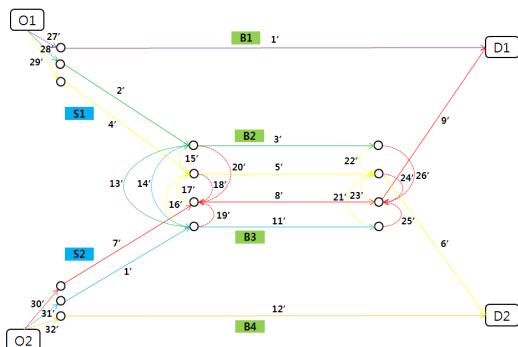
모형의 적용 및 평가를 위한 교통망은 <그림 4~5>와 같다. 분산계수( $\theta$ )는 0.05이고 통행자의 통행시간을 화폐단위(monetary unit)로 환산하기 위한 시간가치를  $\phi = \hat{\phi} = 1.0$ 라 가정한다.

<표 1> 모의 교통망의 기종점 통행수요

$w$	O	D	$\bar{q}_w$ (통행/시간)
1	O1	D1	350
2	O1	D2	350
3	O2	D1	350
4	O2	D2	350



<그림 4> 4개의 기종점 수요를 갖는 모의 교통망



<그림 5> 모의 교통망의 대중교통 링크의 표현

승용차 링크, 대중교통 노선링크, 환승링크의 비용함수는 통행량에 따른 단조증가 함수로 다음과 같이 정의한다. 승용차 링크와 대중교통 링크의 속성 자료는 <표 2~3>과 같다.

승용차 링크 (링크통행시간)

$$t_a(x_a) = t_a^0 + (1 + \alpha(x_a/C_a)^\beta)$$

대중교통 노선링크 (차내 통행시간+환잡비용)

$$\hat{t}_a(\hat{x}_a) = \hat{t}_a^0 + \alpha'_2(\hat{x}_a/K_a)^n, (K_a = f_i k_{a,i})$$

대중교통 환승링크(환승이동시간+대기시간)

$$\hat{t}_a(\hat{x}_a) = L_a/s_p + \alpha'_3/f_i + \alpha'_4(\hat{x}_a/f_i k_i)^n$$

링크비용함수의 입력값과 대중교통수단인 버스와 지하철 노선 속성자료는 다음과 같다.

<표 2> 승용차 링크의 속성 자료

$a$	$t_a^0$ (분)	$C'_a$ (대/시)	$L$ (km)	$\tau_a$
1	25	90	35	5
2	3	75	4	5
3	3	80	4	5
4	8	85	10	5
5	10	100	12	5
6	5	90	6	5
7	8	75	10	5
8	6	80	7	5
9	22	100	30	5

<표 3> 대중교통 링크(노선링크, 환승링크)의 속성 자료

$a'$	$l$	$t_a^0$ (분)	$L$ (km)	$a'$	$l$	$t_a^0$ (분)	$L$ (km)
1	1	27	35	17	5	-	0.02
2	2	10	10	18	6	-	0.02
3	2	12	12	19	6	-	0.04
4	5	7	10	20	6	-	0.04
5	5	8	12	21	5	-	0.04
6	5	5	7	22	5	-	0.04
7	6	7	10	23	5	-	0.02
8	6	8	12	24	6	-	0.02
9	6	5	6	25	6	-	0.04
10	3	8	10	26	6	-	0.04
11	3	12	12	27	1	-	0
12	4	25	30	28	2	-	0
13	2	-	0	29	5	-	0
14	3	-	0	30	6	-	0
15	5	-	0.04	31	3	-	0
16	5	-	0.04	32	4	-	0

〈표 4〉 링크비용함수의 계수 입력값

구분	계수값	구분	계수값
$\alpha$	0.15	$\alpha'_3$	0.5×60(분)
$\beta$	4	$\alpha'_4$	5
$\alpha'_2$	5	$n$	2
$s_p$ (보행속도)	0.072km/분	-	-

〈표 5〉 대중교통 노선의 속성 자료

$l$	$b, s$	$k_l$ (인/대)	$f_l$ (대/시)	$\tau_l$ (원/km·편성)	$L_l$ (km)
1	버스( $b$ )	10	6	3	35
2	버스( $b$ )	10	6	3	22
3	버스( $b$ )	10	6	3	22
4	버스( $b$ )	10	6	3	30
5	지하철( $s$ )	50	3	15	29
6	지하철( $s$ )	50	3	15	28

1. 최적 도로용량 및 대중교통 노선빈도 산정

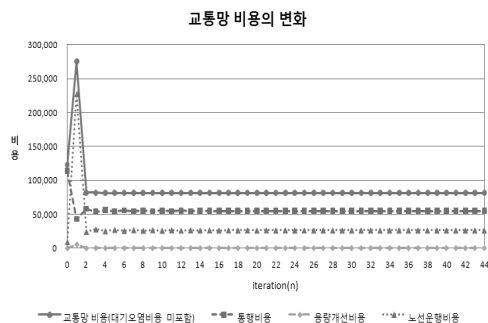
여기서는 교통망 비용 최소화( $P$ )의 상위 목적함수에 대해서 최적 승용차 도로용량 및 대중교통 노선빈도를 산정하고자 한다.

교통망 비용 최소화의 최적 도로용량 및 대중교통 노선빈도 산정 과정의 교통망 비용 및 요소비용의 변화를 나타내면 〈그림 6〉과 같다.

교통망 비용 최소화를 위한 최적 도로용량과 노선빈도를 산정할 경우는 44번째 반복에서 교통망 비용이 81,348.24로 수렴한다.

최종적인 최적 도로용량 및 대중교통 노선빈도의 산정 결과를 요약하고 그 결과를 비교하면 〈표 6〉과 같다.

교통망 비용 최소화를 위해 도로용량 및 대중교통 노선빈도를 조정할 경우, 승용차 링크통행비용과 대중교통 링크통행비용을 모두 감소시켜 교통망 비용을 34% 감소시키는 결과를 보인다. 이는 용량개선비용 증가와 노선운행비용 증가와 같이 도로용량개선과 대중교통 노선



〈그림 6〉 최적 도로용량-노선빈도 산정의 비용 변화

〈표 6〉 최적 도로용량 및 노선빈도 산정 결과

구분	초기	교통망 비용 최소화	
		내용	변화율 (%)
$q_1$	133.47	112.04	▽ 16
$\hat{q}_1$	216.53	237.97	△ 10
$q_2$	168.23	114.89	▽ 32
$\hat{q}_2$	181.77	235.11	△ 29
$q_3$	165.97	107.40	▽ 35
$\hat{q}_3$	184.04	242.60	△ 32
$q_4$	137.57	111.09	▽ 19
$\hat{q}_4$	212.43	238.91	△ 12
$C_1$	90.00	93.62	△ 4
$C_2$	75.00	75.54	△ 1
$C_3$	80.00	80.24	△ 0
$C_4$	85.00	85.39	△ 0
$C_5$	100.00	104.16	△ 4
$C_6$	90.00	90.19	△ 0
$C_7$	75.00	75.36	△ 0
$C_8$	80.00	80.19	△ 0
$C_9$	100.00	103.76	△ 3
$f_1$	6.00	5.19	▽ 13
$f_2$	6.00	26.06	△334
$f_3$	6.00	27.40	△357
$f_4$	6.00	6.47	△ 8
$f_5$	3.00	9.81	△227
$f_6$	3.00	10.06	△235
통행비용	113,718	54,831	▽ 52
용량개선비용	0	226	-
노선운행비용	9,054	26,291	△190
교통망 비용( $P$ )	122,772	81,348	▽ 34

빈도 증대의 교통시설 투자에 따른 결과이다.

교통망 비용 최소화를 위하여 도로용량개선과 대중교통 노선빈도 증가 모두에 교통시설 투자가 이루어졌지만 대중교통 노선빈도 증가를 위한 투자가 더 크기 때문에 4개의 기종점쌍에 대해서 승용차 수요는 감소하고 대중교통 수요는 증가하는 결과를 보인다. 결국, 본 모의 교통망에서는 교통망 비용을 낮추기 위해서는 현재보다 대중교통 통행을 더 많이 유도해야 한다는 것을 보여주고 있다.

2. 최적 수단분담율 산정

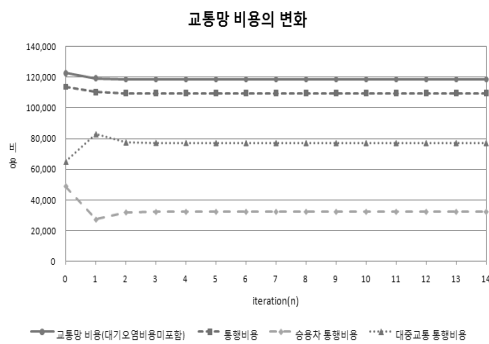
다음은 교통망 비용 최소화( $P$ )를 상위목적함수로 하여 모의 교통망의 교통망 비용 최소화를 위한 수단분담율의 이상적인 목표치를 산정해 보고자 한다.

비록 수단분담율이 통행자의 통행행태에 의해 결정되는 것이지만 교통망 비용 측면에서 어느 정도의 수단분

담율이 효율적인가를 판단하고 현재 교통체계에서 수단 분담율의 정확한 목표치와 수단분담 구조를 평가하기 위한 이론적 근거를 제시하고자 한다.

교통망 비용 최소화 최적 수단분담율 산정 과정의 상위목적함수인 교통망 비용 및 요소비용의 변화를 나타 내면 <그림 7>과 같다. 교통망 비용 최소화의 최적 수단 분담율 산정은 14번째 반복에서 교통망 비용이 118,569.77로 수렴한다.

여기서는 현 교통체계의 수단분담율을 교통망 설계변 수로 설정하여 이상적인 수단분담율의 목표치를 산정하 기 때문에 도로용량 개선비용은 0이고 대중교통 노선 운 행비용도 초기의 9,054로 변화하지 않는다.



<그림 7> 최적 수단분담율 산정의 비용 변화

<표 7> 최적 수단분담율 산정의 결과

구분	초기	P1 최소화	
		내용	변화율 (%)
$g_1$	133.47	118.56	▽ 11
$\hat{q}_1$	216.53	231.44	△ 7
$g_2$	168.23	147.19	▽ 13
$\hat{q}_2$	181.77	202.81	△ 12
$g_3$	165.97	146.48	▽ 12
$\hat{q}_3$	184.04	203.53	△ 11
$g_4$	137.57	123.76	▽ 10
$\hat{q}_4$	212.43	226.24	△ 7
$p_1$	0.38	0.34	▽ 11
$p_2$	0.48	0.42	▽ 13
$p_3$	0.47	0.42	▽ 12
$p_4$	0.39	0.35	▽ 10
통행비용	113,718	109,516	▽ 4
승용차 통행비용	48,727	32,318	▽ 34
대중교통 통행비용	64,992	77,198	△ 19
용량개선비용	0	0	0
노선운행비용	9,054	9,054	0
교통망 비용(P)	122,772	118,570	▽ 3

최종적인 교통망 비용 최소화를 위한 최적 수단분담 율 산정 결과를 요약하고 그 결과를 비교하면 <표 7>과 같다.

모의 교통망의 교통망 비용을 감소시키기 위해서는 승용차 수단분담율을 낮추고 대중교통 수단분담율을 높 여야 한다는 결과를 보였다. 즉, 교통망 비용을 낮추기 위해서는 대중교통으로의 수단전환을 통해 적정한 수준 의 승용차 통행의 혼잡 감소와 대중교통 통행의 혼잡 증 가가 필요하다는 것을 알 수 있다.

교통망 비용 최소화를 위한 이상적인 목표 수단분담 율일 경우 전체 대중교통 통행비용은 19% 증가하지만 전체 승용차 통행비용이 34% 감소하여 교통망 비용은 3% 정도 감소함을 보인다. 최적 수단분담율 산정의 경 우는

교통망의 수단분담 구조를 평가하기 위한 최적 수단분 담율의 산정은 교통시설에 대한 설계요소의 변화가 없다. 즉, 도로와 대중교통에 대한 교통시설 투자가 없기 때 문에 교통망 비용의 감소폭이 그리 크지 않게 나타난다.

## V. 결론

본 연구는 교통망 운영자와 이용자 간의 의사결정 과 정을 고려하고 승용차와 대중교통 수단을 함께 고려한 다수단 교통망 운영 및 정책 결정 문제를 해결하고자 한 다. 그래서 이러한 문제를 풀기위한 다수단 연속형 교통 망 설계 모형(Multi-Modal Continuous Network Design Model)을 개발한다.

모형을 개발함에 있어서 일반적인 Nash 균형(비협력 게임)의 접근법이 아닌 좀 더 합리적이라고 연구되어진 Stackelberg 균형(협력적 게임)의 접근법을 이용하고 그러기 위해서 교통수단 선택을 고려한 민감도 분석 방 법을 적용한다.

본 연구의 협력적 게임을 이용한 다수단 교통망 설계 모형의 장점은 단일수단 차원이 아닌 수단간 영향을 함 께 고려한 승용차 교통망과 대중교통 교통망의 건설 및 운영 정책의 결정이 가능하다는 것이다. 향후 추가적인 교통정책 결정을 위한 설계변수를 설정하고 다양한 교통 망 요소비용을 추가하여 현실과 부합하는 교통망을 구축 한다면 개발된 모형을 적용하여 보다 현실적이고 다양한 교통정책 문제를 해결할 수 있을 것이라 생각된다.

다수단 교통망 설계변수에 대한 수단별 통행변수의 민감도 분석은 계산과정이 상당히 복잡하고 어렵다고 할

수 있다. 이러한 이유로 본 연구는 협력적 게임의 다수단 교통망 설계 문제에 대한 연구의 첫 단계로 우선은 통행비용함수의 분리(separable)형태를 가정하여 연구를 진행하였다. 따라서 실질적으로 동일 링크를 통행하는 수단간 상호영향은 고려하지는 못하였다. 대신 수단선택의 변화에 따른 각 수단의 링크 통행량의 변화만을 고려할 수 있었다. 이는 지하철과 중앙버스전용차로를 이용하는 대중교통망에서 모형을 적용할 경우가 보다 합리적이라 할 수 있다. 향후 보다 완전한 형태의 다수단 교통망 설계 모형을 개발하기 위해서 통행비용함수의 비분리 형태를 고려할 필요가 있다. 또한 이를 위해서는 지금까지의 승용차와 중차량에 대한 이론적 차원에서의 연구가 아닌 승용차와 대중교통 수단을 모두 포함한 다수단 통행배정 방법과 민감도 분석 방법에 대한 추가적인 연구가 필요하다 하겠다.

## 참고문헌

- 김병관·임용택·임강원(2004), "민감도 분석을 이용한 도로 혼잡통행료 산정 모형 개발", 대한교통학회지, 제22권 제5호, 대한교통학회, pp.139~149.
- 김병관·임용택(2010), "다수단 확률적 사용자 균형의 민감도 분석", 대한교통학회지, 제28권 제5호, 대한교통학회, pp.117~129.
- 박경철(2006), "대중교통 네트워크 통합 설계 모형 개발", 서울대학교 공학박사학위논문.
- 유경상·김동규·전경수(2009), "환승지체 및 가변수요를 고려한 대중교통 운행빈도 모형 개발", 대한교통학회지, 제27권 제6호, 대한교통학회, pp.147~156.
- 임용택(2004), "민감도 분석을 이용한 연속형 교통망설계모형의 개발", 대한교통학회지, 제22권 제2호, 대한교통학회, pp.65~76.
- Abdulaal, M., Leblanc, L.J.(1979), "Continuous equilibrium network design models", Transportation Research, 13B, pp.19~32.
- Asakura, Y., Sasaki, T.(1990), "Formulation and feasibility test of optimal road network design model with endogenously determined travel demand", Proceedings of the 5th World Conference on Transportation Research, Yokohama, Japan, July, pp.351~365.
- Beckmann, M.J., C.B. Mcquire, and C.B. Winsten.(1956), "Studies in the Economics of Transportation", Yale University Press.
- Daganzo, C. F.(1982), "Unconstrained formulation of some transportation equilibrium problems", Transportation Science, Vol. 16, pp.332~360.
- Fisk, C. S.(1984), "Game theory and transportation systems modelling", Transportation Research 18B, pp.301~313.
- Hai Yang(1997), "Sensitivity analysis for the elastic-demand network equilibrium problem with applications", Transportation Research 31B, pp.55~70.
- Jing Zhou, William H. K. Lam (2000), "A bi-level programming approach-optimal transit fare under line capacity constraints", Journal of advanced transportation, Vol. 34, No. 2, pp.105~124.
- Kenetsu Uchida et al. (2007), "A Study on Network Design Problems for Multi-modal Networks by Probit-based Stochastic User Equilibrium", Networks and Spatial Economics, Vol. 7, No. 3, pp.213~240.
- Kim, Byung, Kim, Wonkyu (2006), "An equilibrium network design model with a social cost function for multimodal networks", The Annals of Regional Science Vol. 40, No. 3, pp.473~491.
- Leblanc, L. J. (1975), "An algorithm for the discrete network design problem", Transportation Science, Vol. 9, pp.183~199.
- Magnanti, T. L., Wong, R. T. (1984), "Network design and transportation planning: model and algorithms", Transportation Science, Vol. 18, pp.1~55.
- Mei Chen, David H. Bernstein (2004), "Solving the toll design problem with multiple user groups", Transportation Research Part 38 B, pp.61~79.
- Michael J. Maher et al. (2001), "A bi-level programming approach for trip matrix

estimation and control problem with stochastic user equilibrium link flow”, Transportation Research 35B, pp.23~40.

19. Sheffi, Y.(1985), “Urban Transportaion Network”, Prentice-Hall, Incorporated, Englewood Cliffs, N.J.

20. Suwansirikul, C., Friesz, T. L., Tobin, R. L.(1987), “Equilibrium decomposed optimization: a heuristic for the continuous equilibrium network design problem” Transportation Science, Vol. 21, pp.254~263.

21. Ziyou Gao, Huijun Sun, Lian Long Shan (2004), “A continuous equilibrium network design model and algorithm for transit systems”, Transportation Research 38B, pp.235~250.

22. Ziyou Gao, Jianjun Wu, Huijun Sun(2005), “Solution algorithm for the bi-level discrete network design problem”, Transportation Research 39B, pp.479~495.

✎ 주 작성자 : 김병관  
 ✎ 교신저자 : 김병관  
 ✎ 논문투고일 : 2010. 4. 8  
 ✎ 논문심사일 : 2010. 6. 7 (1차)  
                   2010. 8. 13 (2차)  
                   2011. 2. 15 (3차)  
 ✎ 심사판정일 : 2011. 2. 15  
 ✎ 반론접수기한 : 2011. 6. 30  
 ✎ 3인 익명 심사필  
 ✎ 1인 abstract 교정필