

## 論文

## 복합재료 적층판의 기계적 체결부 해석

김성준\*, 황인희\*\*

## A analysis on the mechanical joint of composite laminate

Sung Joon Kim\*, In-Hee Hwang\*\*

## ABSTRACT

This paper gives a review of finite element model for the analysis of fastening as practical points of view. Different mechanical properties of plate-fastener systems are analyzed. Calculations of the system properties are described as well as the technique of their application in model. Analysis has been performed for calculating the load distribution in multi-joint and the results are compared using the several models. The effects of fastener-hole clearance on the load distribution in multifastener joints are presented. And the stress analysis method have been reviewed for failure analysis of mechanical joint of composite laminate.

Key Words : Joint(체결부), Flexibility(유연도), Rigidity(강성도), Contact(접촉), composite laminate(복합재료)

## 1. 서 론

복합재료가 구조물로 쓰이는 경우 볼트나 리벳 등의 수많은 체결부위를 갖게 된다. 기계적인 결합 방법은 분해 및 결합이 간단하고 작업 시 재료의 표면 처리가 필요 없기 때문에 접착제를 이용한 접합보다 적용이 간단하다. 그러나 기계적이 체결방법은 응력집중 현상이 일어나 부분적인 강도저하가 발생하게 된다. 체결부의 강도를 평가하기 위해서는 체결부에 작용하는 내부하중 분포를 정확하게 계산하여야 한다. 항공기와 같은 대형 구조물의 경우 기계적 체결부위를 상세 모델을 할 경우 해석 시간, 메모리 문제 등의 이유로 비효율적이 되므로 많은 경우 단순화된 방법을 이용하여 체결부를 해석하고 있다. 전기체 구조해석 시 볼트나 리벳 등의 체결 부재에 적용하는 모델링 기법은 각 항공 제작사마다 다

른 방법을 적용하고 있다. 본 논문에서는 여러 가지 체결부 모델링 기법을 검토하고 하중분포에 영향을 주는 중요한 인자를 파악하려고 한다. 또한 복합재료 체결부의 파손해석을 수행하기 위하여 체결부위의 응력해석 방법을 검토하였다. 응력해석은 체결부위에 적당한 하중분포를 가정하거나 갭(GAP)요소를 이용하여 접촉부위를 모사하여 구하였다.

## 2. 체결부 모델링방법 검토

본 연구에서는 복합재 체결부를 상용 유한요소 프로그램인 MSC/NASTRAN에서 제공하는 스프링요소(CELAS2), 보요소(CBAR), 갭요소(GAP) 및 MPC(Multipoint Constraint) 등을 이용하여 모사하였다. 스프링요소를 사용하는 경우 필요한 체결부의 강성은 적절한 방법으로 계산하여 입력하여야 한다. 체결부 모델링 시 사용되는 기계적 물성은 참고문헌의 여러 가지 방법들을 이용하여 해석하였고 그 결과를 비교하였다. Barrois[1] 등은 체결부의 유연도(Flexibility)가 베어링, 굽힘 및 전단 성분으로 구성됨을 보고하였다.

2011년 11월 11일 접수 ~ 2011년 12월 20일 심사완료

\* 한국항공우주연구원 항공구조팀

연락처자, E-mail : yaelin@kari.re.kr

대전시 유성구 어은동 45

\*\* 한국항공우주연구원 항공구조팀

$$C = \frac{1}{K} = C_{Bearing} = C_{Bolt,Bending} = C_{Bolt,Shear} \quad (1)$$

여기서  $K$ 는 강성도이고,  $C$ 는 유연도이다.

Rutman[2]은 적층판과 패스너(Fastener)의 유연도 성분을 아래와 같이 정의하였다.

- 판의 베어링 유연도(Bearing Flexibility)

$$C_{Bearing,Hate} = \frac{1}{E_{cp} \times t_p} \quad (2)$$

$E_{cp}$  : 판의 압축강성 계수,  $t_p$  : 판의 두께

- 패스너의 베어링 유연도

$$C_{Bearing,f} = \frac{1}{E_{cf} \times t_p} \quad (3)$$

$E_{cf}$  : 패스너의 강성계수

최종적인 베어링 유연도는 아래와 같다.

$$C_{Bearing} = C_{Bearing,Hate} + C_{Bearing,Fastener} \quad (4)$$

패스너의 전단 및 굽힘에 대한 유연도는 보요소로 이용하여 모델링한다. 개략적인 모델링 방법은 Fig. 1과 같다. 여기서 RBAR는 강체요소이다.

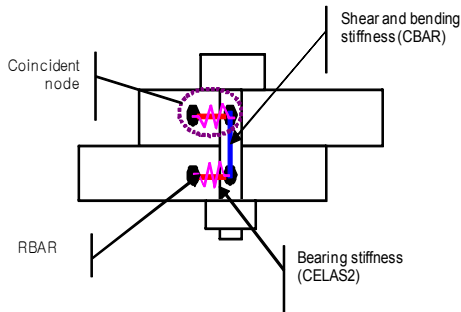


Fig. 1 Schematic Diagram for Fastener Joint Model

Nelson[3] 등은 single lap joint에 대하여 아래의 식을 제안하였다.

$$C = \frac{2(t_1+t_2)}{3G_bA_b} + \left( \frac{2(t_1+t_2)}{t_1t_2E_b} + \frac{1}{t_2(\sqrt{E_L E_T})_1} + \frac{1}{t_1(\sqrt{E_L E_T})_2} \right) (1+3\beta) \quad (5)$$

위 식에서  $G_b$ 는 패스너의 전단 강성계수,  $E_b$ 는 굽힘 강성계수,  $E_L, E_T$ 는 비등방성 재료인 경우

수직인 두 방향에 대한 인장 강성계수이다. 식(5)에서 첫 번째 항은 전단, 둘째 항은 굽힘 셋째와 넷째 항은 베어링 유연도이다.  $\beta$ 는 패스너의 굽힘 모멘트 중 판의 베어링응력에 의해 전달되는 부분을 의미한다. 즉  $(1-\beta)$ 는 패스너의 머리(Head)나 너트(Nut)에 의해 전달되는 양이다. 전단 판의 경우  $\beta$ 는 1.0이고 접시머리 볼트는 0.5이며 protrude 볼트의 경우 대략 0.15를 적용한다[4]. Huth[5]는 single lap 아래의 식을 이용하여 체결부의 유연도를 계산하였다.

$$C = \left( \frac{t_1+t_2}{2D} \right)^a b \left( \frac{1}{t_1E_1} + \frac{1}{t_2E_2} + \frac{1}{t_1E_f} + \frac{1}{2t_2E_f} \right) \quad (6)$$

식(6)의 아래 첨자 1,2는 체결되는 적층판이고  $f$ 는 패스너를 의미한다. 패스너를 이용한 금속부재의 체결인 경우  $a=2/3, b=3.0$ 을 적용한다.  $D$ 는 패스너의 직경이다. Douglas社의[5]의 경우 아래의 식을 이용한다.

$$C = \frac{5}{E_f D} + 0.8 \left( \frac{1}{t_1E_1} + \frac{1}{t_2E_2} \right) \quad (7)$$

Xiong[6] 등은 패스너의 굽힘과 전단 유연도만을 고려하여 아래의 식을 제안하였다.

$$C = \eta_i \frac{(t_1+t_2)^3}{12EI} \left[ 1 + \frac{12\alpha_i EI}{GA(t_1+t_2)^2} \right] \quad (8)$$

$$\eta_i = \frac{D}{t_i}$$

$\eta_i$ 는 끝단의 탄성지지 조건을 모사하기 위한 계수,  $D$ 는 패스너의 직경 그리고  $\alpha_s$ 는 전단계수(shear coefficient)로 1.33을 적용하였다. 식(5)~(8)을 이용하여 패스너의 기계적 물성을 계산하고 아래의 Single lap joint의 형상에 대하여 해석을 수행하였다.

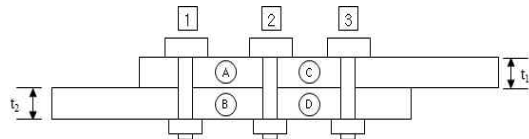


Fig. 2 Configuration of Single Lap Joint

### 3. 이론적인 방법을 이용한 고찰

간단한 형상의 경우 이론적인 방법을 이용하여 체결부의 하중분포를 해석할 수 있다. Fig. 3 으로부터 적합방정식과 평형방정식을 유도하면 아래와 같다.

$$\delta_1 + P_A \left( \frac{L}{A_A E_A} \right) = \delta_2 + P_B \left( \frac{L}{A_B E_B} \right) \quad (9)$$

$$V_1 C_1 + P_A C_A = V_2 C_2 + P_B C_B$$

$$V_1 + V_2 = P$$

$C_A, C_B$ 는 각 부재의 유연도 이다. 패스너의 유연도는 아래의 식을 이용하여 계산하였다[7].

$$C = \frac{8}{t_{av} E} \left( 0.13 \left( \frac{t_{av}}{D} \right)^2 \left[ 2.12 + \left( \frac{t_{av}}{D} \right)^2 \right] + 1.0 \right) \quad (10)$$

$$t_{av} = \frac{t_1 + t_2}{2}$$

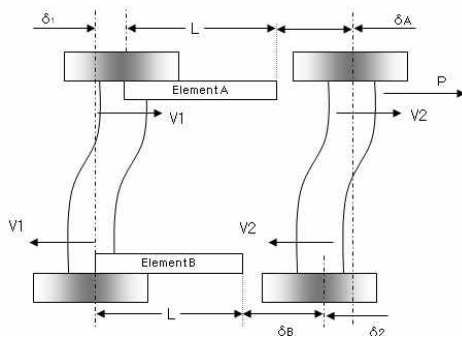


Fig. 3 Sketch of Single Shear Joint

$$t_1 = 0.16", t_2 = 0.16", t_{ave} = 0.16"$$

$$\text{Bolt Dia.} = 0.25"$$

$$\text{Plate modulus, } E = 10 \times 10^6 \text{ psi}$$

$$\text{Bolt modulus, } E = 30 \times 10^6 \text{ psi}$$

식(10)으로부터  $C = C_1 = C_2 = C_3 = 3.34 \times 10^{-6}$  이 된다. 패스너 1과 2사이의 적합방정식과 평형방정식은 아래와 같다.

$$V_1 C_1 + P_A C_A = V_2 C_2 + P_B C_B, P_A = V_1, \quad (11)$$

$$C_A = \frac{L}{EA_A}, P_B = P - V_1, C_B = \frac{L}{EA_B}$$

패스너 2와 3사이의 적합방정식과 평형방정식은 아래와 같다.

$$V_2 C_2 + P_C C_C = V_3 C_3 + P_D C_D \quad (12)$$

$$P_C = V_1 + V_2, C_C = \frac{L}{EA_C}$$

$$P_D = P - V_1 - V_2 = V_3, C_D = \frac{L}{EA_D}$$

식 (11)과 (12)를 이용하여 패스너에 작용하는 하중을 계산하면  $V_1 = 0.352 P$ ,  $V_2 = 0.296 P$ ,  $V_3 = 0.352 P$ 이다.

#### 4. 체결부 해석결과 검토

Fig.2의 해석모델에 대하여 2절의 “2. 체결부 모델링방법 검토”에서의 해석방법을 이용하여 유연도 및 강성도를 계산하고 유한요소해석을 수행하였다. 패스너는 스프링요소로 모사하고 판은 보 요소로 모사하였다. 또 다른 방법으로 두 절점 사이의 상대적인 거동을 자유도로 모사하는 MPC를 이용하여 체결부를 모사하여 해석을 수행하였다. MPC를 이용하여 체결되는 두 절점의 자유도를 다음과 같이 정의된다.

$$\sum_i^n A_i u_i = 0, i = x, y, z \quad (13)$$

$A_i$ 는 각 자유도의 가중치이고  $u_i$ 는 자유도 이다. 표 1은 해석적인 방법과 유한요소 해석을 이용한 결과를 비교한 결과이다. 작용하는 하중은 단위하중 1.0 lb이다. 유연도와 강성도는 역수관계이므로 유연도가 작을수록 강성도가 커진다. 해석결과로부터 유연도가 작아질수록 양쪽 끝에 있는 패스너 하중( $V_1, V_3$ )의 하중이 커지고, 가운데에 있는 패스너 하중( $V_2$ )이 작아짐을 알 수 있다. 특히 MPC는 패스너를 강체로 모사한 경우로 가운데에 있는 패스너에는 하중이 작용하지 않음을 알 수 있다. MPC를 제외하면 유연도를 계산하는 방법에 따라 최대 7% 정도의 하중의 차이가 발생하는 것을 알 수 있다. 표 2는 3절의 “3. 이론적인 방법을 이용한 고찰”에서의 해석적인 방법을 이용하여 패스너의 유연도에 따른 하중분포 변화를 비교한 결과이다. 해석결과로부터 패스너의 유연도에 따라 내부하중의 변화가 매우 큼(약 50%)을 알 수 있다. 표 3은 가운데에 위치한 패스너의 클리어런스(clearance) 영향을 고려한 해석결과이다. GAP 요소를 이용하여 초기의 클리어런스를 0.0625 mm로 설정하였다. 작용하중이 49,820 N인 경우 끝단에 있는 패스너에 6%

정도의 하중이 더 부가되는 것을 알 수 있다. Fig. 4는 체결 부에 대한 개략적인 유한요소 모델이다. CELAS2는 스프링 요소이고 CBAR는 보 요소이다.

표 1 Summary of Fastener Loads

Method	C (10 <sup>-6</sup> )	V <sub>1</sub> (P)	V <sub>2</sub> (P)	V <sub>3</sub> (P)
Analytical	3.340	0.351	0.298	0.351
Huth	3.481	0.351	0.298	0.351
Nelson	3.397	0.352	0.296	0.352
Xiong	1.226	0.376	0.248	0.376
Douglas	1.667	0.367	0.266	0.367
MPC	-	0.5	0.0	0.5

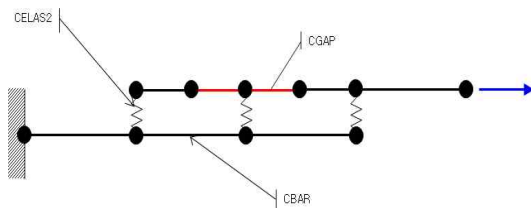


Fig. 4 Schematic Diagram of Joint FEM Model

표 2 Influence of Flexibility in Fastener Loads

Flexibility	V <sub>1</sub> (P)	V <sub>2</sub> (P)	V <sub>3</sub> (P)
1000C	0.333	0.333	0.333
C	0.352	0.296	0.352
C/3	0.379	0.243	0.379
C/5	0.397	0.206	0.397
C/10	0.426	0.148	0.426
C/100	0.488	0.024	0.488
C/1000	0.499	0.002	0.499

표 3 Influence of clearance on load distribution

Configuration	V <sub>1</sub>	V <sub>2</sub>	V <sub>3</sub>
① Without clearance	3,946	3,265	3,990
② With clearance	4,167	2,828	4,205
②/① (%)	105.6	86.6	105.4

### 5. 체결부 해석

기계적 체결부의 파단강도 예측을 위한 체결

부의 응력해석을 수행하였다. 체결부에 작용하는 하중은 많이 사용되고 있는 코사인(Cosine)분포와 패스너를 모델링을 하고 접촉문제에 해석하는 방법을 적용하여 비교하였다.

#### 5.1 체결부의 강성해석

접촉부의 변위를 식(14)로 가정하고 유한요소 모델에 적용한 갭요소의 x 방향 강성과 식(4)에서 구한 체결부의 베어링강성을 등가시키면 식(15)을 이용하여 갭요소의 강성을 계산할 수 있다. 아래의 식에서  $\theta_i$ 는 수평축으로 부터의 각도이다.

$$\delta_r = x \cos\theta_i + y \sin\theta_i \quad (14)$$

$$\delta_x = \frac{\delta_r}{\cos\theta_i}$$

$$F_x = K_{Bearing} \delta_x = \sum_i^n K_g \delta_{ri} \cos\theta_i \quad (15)$$

$$K_g = \frac{K_{Bearing}}{\sum_i^n \cos^2\theta_i}$$

위 식에서  $K_g$ 는 GAP 요소의 강성이고,  $\delta_r$ 은 반경방향의 변위 그리고  $K_{Bearing}$ 은 접촉부위의 베어링 강성이다. Fig. 5는 체결부의 개략적인 형상이다. 갭요소의 강성은 압축 시에는 식(15)로 계산된 값을 사용하고 인장 시는 접촉하중이 발생하지 않도록 강성을 0.0으로 적용하였다.

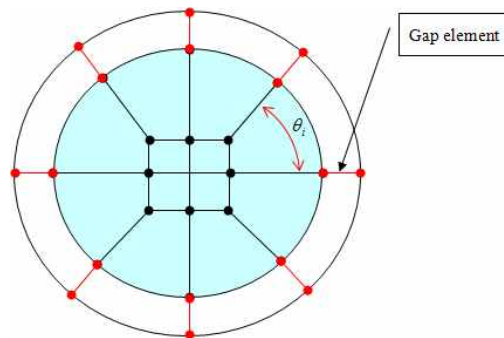


Fig. 5 Schematic Diagram of Contact Model using GAP Elements

#### 5.2 체결부 응력해석

Fig. 6은 파손해석을 위한 유한요소 모델로 패스너의 직경은 4.7625 mm, 폭은 38.1 mm 이고 작용하중은 10,000N이다. 해석에 사용한 기계적

물성은 표 4에 정리하였다. 체결부 해석은 작용 하중을 코사인 함수로 가정하였을 경우와 접촉문제 모사할 경우에 대하여 Fig. 7 및 참고문헌 [8]에서 정의된 특성길이에서 변형을 비교하였다. 해석은 압축파손부위인  $\theta = 0^\circ$  와 인장파손부위인  $\theta = 90^\circ$  인 위치에 대하여 수행하였다. 표 5는 해석에 사용된 적층 순서와 특성길이 이다.

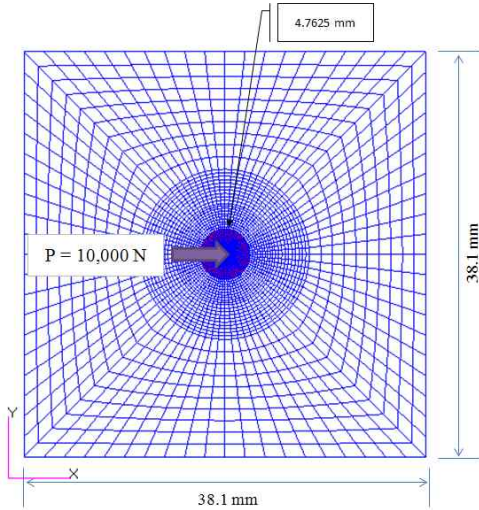


Fig. 6 Finite Element Model for Stress Analysis

표 6은 식(15)를 이용하여 계산된 각 적층판에 대한 접촉부의 갭요소 강성이다. 적층판에 따라 갭요소의 강성이 변화함을 알 수 있다. Fig. 8은 갭요소를 이용하여 접촉해석을 수행한 후 접촉부의 하중을 코사인 분포와 비교한 것이다. 적층판의 종류에 따른 변화는 크지 않으나 코사인 분포와는 많은 차이가 남을 알 수 있다. 표 7은 특성길이 위치에서 하중을 코사인으로 가정한 경우와 접촉해석으로 가정한 경우에 대한 변형을 결과를 비교한 것이다. 코사인 분포로 하중을 가정하였을 경우 접촉해석으로 응력을 계산한 경우와 비교하여 -3 ~ +13 % 사이의 차이를 보임을 알 수 있다. 즉 코사인 분포로 가정한 경우가 10%정도 큰 값을 보인다.

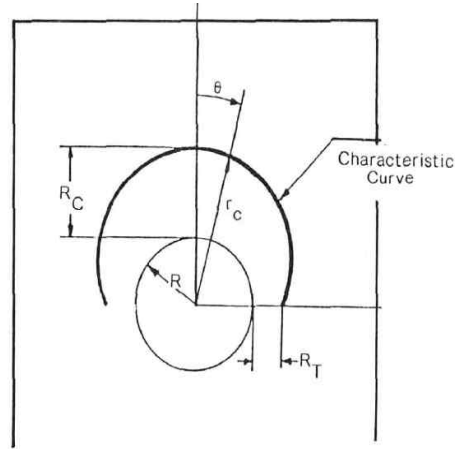


Fig. 7 Composite Plate with Characteristic Curve Description

표 4 Mechanical Properties of Lamina[8]

Modulus	
$E_x = 12.01 \times 10^3 \text{ kg/mm}^2$	$\nu_{xy} = 0.27$
$E_y = 12.01 \times 10^3 \text{ kg/mm}^2$	$h_0 = 0.125 \text{ mm}$
$G_{xy} = 12.01 \times 10^3 \text{ kg/mm}^2$	

표 5 Layup Pattern and Characteristic Length[8]

Type	적층순서	$R_c$ (mm)	$R_t$ (mm)
J3	$[\pm 45/45/0/90/0/-45/+45/-45/0]_s$	2.95	0.55
JQ	$[45/0/-45/90/45/0/-45/90/-45/0/45]_s$	2.92	0.57
JS	$[\pm 45]_{6s}$	2.62	1.12

표 6 GAP stiffness of laminate

Unit (N/mm)

Type	JS	JQ	J3
$K_g$	$4.306 \times 10^3$	$1.061 \times 10^4$	$9.432 \times 10^3$

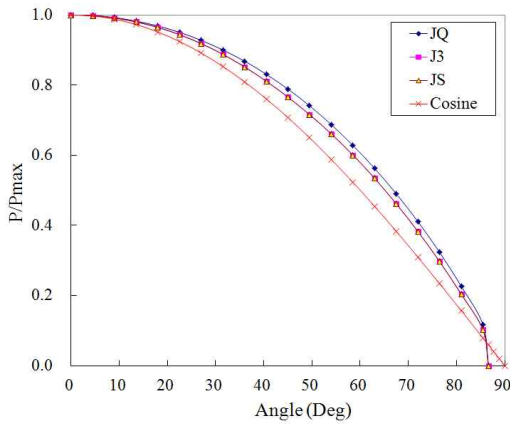


Fig. 8 Comparison of Contact Force

표 7 Comparison of Strain at Characteristic Length

Type		JS	JQ	J3
R <sub>t</sub>	Cosine	1,372.9	817.8	905.4
	Contact	1,402.9	810.9	817.9
R <sub>c</sub>	Cosine	-1008.4	-635.2	-602.5
	Contact	-978.5	-608.5	-681.6

6. 결 론

본 연구에서는 패스너 모델 시 체결부의 유연도 및 강성도를 계산하는 방법과 각 방법이 해석 결과에 주는 영향에 대하여 검토하였다. 그리고 강성도가 체결부의 하중분포에 미치는 영향을 검토하였으며, 홀의 클리어런스가 하중분포에 미치는 영향을 검토하였다. 또한 체결부의 강도 평가를 위한 응력해석 방법을 검토하였다. 코사인 분포로 베어링하중을 가정하는 경우가 깎요소를 이용한 접촉해석을 수행하는 것보다 보수적인 결과를 줄을 보였다.

후 기

본 논문은 국토해양부 항공안전기술 개발사업의 연구비 지원(07항공-안전02)에 의해 수행되었습니다.

참고문헌

[1] Barrois, W., 1978, "Stress and displacements due to load-transfer by fasteners in structural assemblies," Engineering fracture mechanics, Vol. 10, No. 1, pp. 115~176.

[2] Rutman A., Boshers C., 2007, "Fastener modeling for joining parts modeled by shell and solid elements," 2007 American VPD conference

[3] Nelson WD, Bunin BL, Hart-smith LJ, 1983, "Critical joints in large composite aircraft structure," NASA CR-3710

[4] McCarthy MA, McCarthy CT, Padhi GS, 2006, "A simple method for determining the effects of bolt-hole clearance on load distribution in single-column multi-bolt composite joints," Composite Structures, Vol. 73, pp. 78-87

[5] Whitney JM, Nuismer RJ., 1974, "Stress fracture criteria for laminated composites containing stress concentrations," Journal of Composite Materials, Vol. 8, pp.253-265

[6] Xiong Y., 1996, "An analytical method for failure prediction of multi-fastener composite joints," Int. J. Solids Structures, Vol.33, No.29, pp.4395-4409

[7] Michael Chun-Yung Niu, Airframe stress analysis and sizing

[8] C.M. Cho, J.K. Ryou, Y.M. Han and D.M. Ahn, 1986, "On the failure strength and mode predictions of single bolted composite joints using characteristic length," Journal of the Korean Society for Aeronautical and Space Science, Vol. 14, No. 3, pp. 63 ~ 73