

논문 2011-48TC-8-4

Extended QRD-RLS 등화기의 성능 분석

(Performance Analysis of Extended QRD-RLS Equalizer)

장진규*, 장영범**

(Jin Kyu Jang and Young Beom Jang)

요약

이 논문에서는 Extended QRD-RLS 등화기의 성능을 분석한다. Extended QRD-RLS 등화기는 시스톨릭 어레이(Systolic Array) 구조를 사용하여 구현되므로 이 구조의 등화기에 여러 가지 길이의 송신 신호를 보내어 등화기 성능을 분석하였다. 분석 방법은 채널의 주파수 응답과 등화기의 주파수 응답을 곱하여 전체 시스템의 주파수 응답에 대한 편평도를 관찰하는 방식을 사용하였다. 송신 신호의 길이를 8, 16, 32, 64개로 변화시키며 4 탭 등화기의 편평도를 관찰하였으며, 5 탭 등화기에 대하여도 같은 실험을 반복하였다. 각각의 탭 수에 대하여 공통으로 16개의 송신 신호 길이일 때에 편평도가 현저히 향상됨을 관찰할 수 있었다.

Abstract

In this paper, performances of the extended QRD-RLS equalizer is analyzed. Since the extended QRD-RLS equalizer is efficiently implemented by systolic array architecture, we analyze performances of this structure with signals of different lengths. By multiplying the frequency responses of the unknown channel and proposed equalizer, we observed the flatness of the overall system function. Through the simulation, it is shown that the performance of the extended QRD-RLS equalizer is remarkably increased with input signals of length 16.

Keywords : equalizer, Extended QRD-RLS, systolic array structure

I. 서론

등화기에서 사용되는 대표적인 적응 알고리즘으로는 LMS(Least Mean Square) 알고리즘과 RLS(Recursive Least Square) 알고리즘이 있다. RLS 알고리즘은 LMS 알고리즘에 비하여 등화 성능이 우수하나 상대적으로 복잡한 연산을 요구한다. 따라서 RLS 필터링의 연산을 줄이기 위하여 QRD(QR-Decomposition)를 사용한 행렬의 삼각화(triangularization) 방식이 제안되었다.^[1~2] 또한 이와 같은 QRD-RLS 알고리즘의 효과적인 병렬 처리 구현을 위하여 Givens 회전을 사용한 시스톨릭 어레이 구조가 제안되었다.^[3~4] 시스톨릭 어레이는 입력

신호 행렬의 특정한 엘리먼트를 없애기 위한 벡터 회전을 수행한다. 회전 각도의 계산은 삼각함수 연산을 필요로 하는데 이를 위하여 CORDIC(COordinate Rotation DIgital Computer) 알고리즘이 사용될 수 있다.^[5~6] CORDIC 알고리즘을 사용하는 시스톨릭 어레이 구조의 연산은 shift와 adder/subtractor를 사용하는 반도체로 효율적으로 구현될 수 있다. 이와 같은 CORDIC 시스톨릭 어레이 구조에서는 입력행렬의 QR 분해를 수행하는 RLS 알고리즘의 연산을 위하여 벡터모드 CORDIC 블록과 회전모드 CORDIC 블록을 사용한다.^[7]

이 논문에서는 시스톨릭 어레이 구조를 이용한 Extended QRD-RLS 등화기의 성능을 분석한다. 성능 분석은 입력신호의 길이에 따른 성능 분석과 등화기의 탭 수에 따른 성능 분석 두 가지로 나누어 분석한다.

이 논문의 II장에서는 등화기에 사용되는 QRD-RLS 알고리즘과 Extended QRD-RLS 알고리즘에 대하여 알

* 학생회원, 상명대학교 컴퓨터정보통신공학과
(Graduate School, Sangmyung University)

** 정회원-교신저자, 상명대학교 정보통신공학과
(College of Engineering, Sangmyung University)
접수일자: 2010년9월29일, 수정완료일: 2011년8월17일

아보고 III장에서는 시스톨릭 어레이 구조를 이용한 Extended QRD-RLS 등화기의 성능을 실험을 통하여 분석한다. 끝으로 IV장에서 결론을 맺는다.

II. 등화기용 Extended QRD-RLS 알고리즘

1. QRD-RLS 알고리즘

QRD-RLS(QR Decomposition based Recursive Least Squares) 알고리즘의 설명을 위하여 사용되는 표기는 다음과 같다.

- $d(i)$: 송신되는 파일럿 신호
- $\mathbf{w}(n)$: 구하려는 등화기 필터 계수 벡터
- $\mathbf{u}(i)$: 수신된 파일럿 신호 벡터
- λ^{n-i} : 과거 파일럿 신호의 영향이 감소되는 나타내는 forgetting factor

여기에서 목표는 필터계수 벡터 $\mathbf{w}(n)$ 를 구하는 것이며 이 벡터는 다음의 비용함수를 최소화하도록 결정되어야 한다.

$$\epsilon = \|\mathbf{Q}(n)\mathbf{A}(n)d(n) - \mathbf{Q}(n)\mathbf{A}(n)\mathbf{w}(n)\|^2 \quad (1)$$

이 식에서 $\mathbf{Q}(n)$ 은 unitary 행렬이며, \mathbf{A} 는 망각계수 λ 로 이루어진 행렬이다. 또한 $d(n)$ 은 송신된 파일럿 벡터이며 $\mathbf{A}(n)$ 은 수신된 파일럿 신호로 만들어진 Toeplitz 행렬이다. 위의 비용함수가 최소가 되기 위해서는 다음의 식을 만족하여야 한다.

$$\mathbf{R}(n)\mathbf{w}(n) = \mathbf{P}(n) \quad (2)$$

이 식에서 $\mathbf{R}(n)$ 은 상삼각행렬(upper triangular matrix)이고 벡터 $\mathbf{P}(n)$ 은 $\mathbf{Q}(n)\mathbf{A}(n)d(n)$ 의 윗부분이다. 상삼각행렬 $\mathbf{R}(n)$ 을 구하기 위해 다음의 Givens 회전을 사용한다.

$$\mathbf{J}_M(n)\dots\mathbf{J}_2(n)\mathbf{J}_1(n)\mathbf{Q}'(n-1)\mathbf{A}(n)\mathbf{A}(n) = \begin{bmatrix} \mathbf{R}(n) \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0}^T \end{bmatrix} \quad (3)$$

벡터 $\mathbf{P}(n)$ 도 역시 Givens 회전을 사용하여 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{P}(n) \\ \mathbf{V}(n) \end{bmatrix} = \mathbf{J}_M(n)\dots\mathbf{J}_2(n)\mathbf{J}_1(n) \begin{bmatrix} \lambda\mathbf{P}(n-1) \\ \lambda\mathbf{V}(n-1) \\ d^*(n) \end{bmatrix} \quad (4)$$

이와 같이 $\mathbf{R}(n)$ 과 $\mathbf{P}(n)$ 을 구하였으므로 목표가 되

는 벡터는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\mathbf{w}(n) = \mathbf{R}(n)^{-1}\mathbf{P}(n) \quad (5)$$

이 식에서 상삼각행렬 $\mathbf{R}(n)$ 의 역행렬을 구하는 계산의 복잡도를 줄이기 위해 다음 절에서 다루는 Extended QRD-RLS 알고리즘이 제안되었다.

2. Extended QRD-RLS 알고리즘

QRD-RLS 알고리즘에서 구한 $\mathbf{R}(n)$ 과 $\mathbf{P}(n)$ 을 update하는 식을 합하여 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{R}(n)\mathbf{P}(n) \\ \mathbf{0} \quad \alpha(n) \end{bmatrix} = \mathbf{Q}(n) \begin{bmatrix} \lambda\mathbf{R}(n-1)\lambda\mathbf{P}(n-1) \\ \mathbf{u}^T(n) \quad d(n) \end{bmatrix} \quad (6)$$

망각계수를 곱하여 다음의 상삼각행렬을 새로 정의한다.

$$\tilde{\mathbf{R}}(n) = \begin{bmatrix} \lambda\mathbf{R}(n)\lambda\mathbf{P}(n) \\ \mathbf{0} \quad \alpha(n) \end{bmatrix} \quad (7)$$

위의 행렬의 역행렬은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\tilde{\mathbf{R}}^{-1}(n) = \begin{bmatrix} \lambda^{-1}\mathbf{R}^{-1}(n) - \mathbf{w}(n)/\alpha(n) \\ \mathbf{0} \quad 1/\alpha(n) \end{bmatrix} \quad (8)$$

직교변환 행렬인 $\mathbf{Q}(n)$ 이 상삼각행렬 $\mathbf{R}(n)$ 을 update하는 것과 같은 방법으로 하삼각행렬도 다음과 같이 update한다.

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{R}}^{-T}(n) \\ \mathbf{v}(n) \end{bmatrix} = \mathbf{Q}(n) \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{R}}^{-T}(n-1) \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (9)$$

Extended QRD-RLS 알고리즘은 상삼각행렬과 하삼각행렬의 두 개의 행렬이 다음과 같이 update된다.

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{R}}(n)\tilde{\mathbf{R}}^{-T}(n) \\ \mathbf{0} \quad \mathbf{v}(n) \end{bmatrix} = \mathbf{Q}(n) \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{R}}(n-1)\tilde{\mathbf{R}}^{-T}(n-1) \\ \tilde{\mathbf{u}}^T(n) \quad \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (10)$$

위의 update 식에서 목표 벡터인 $\mathbf{w}(n)$ 은 상삼각행렬 $\mathbf{R}(n)$ 의 우측 아래 코너에 놓여있는 $\alpha(n)$ 과 하삼각행렬 $\mathbf{R}^{-1}(n)$ 의 맨 아래줄을 곱하여 얻어진다.

3. 설계 예제

설계 예제에 사용된 송신 신호 $d(i)$ 는 다음과 같은 8개의 샘플로 구성된 신호를 사용하였다. 이 송신 신호는 MatLab의 랜덤 함수를 이용하여 만들었다.

$$d(i) = [5, 18, -12, 8, -11, -15, 4, -2] \quad (11)$$

이 송신 신호 $d(i)$ 는 무선 채널을 통과하게 되며 이 무선 채널의 임펄스 응답 $h[n]$ 은 식 (12)와 같은 3차 FIR 필터로 모델링하였다.

$$h[n] = 0.5333\delta[n] + 0.2667\delta[n-1] + 0.1333\delta[n-2] + 0.0667\delta[n-3] \quad (12)$$

송신 신호가 위에서 정의한 무선채널을 통과하면 다음의 수신 벡터 $\mathbf{u}(i)$ 를 얻는다.

$$\mathbf{u}(i) = [2.6665, 10.9329, -0.9325, 3.7989, -4.1317, -10.6672, -2.8000, -2.7330, -1.0007, 0.0002, -0.1334] \quad (13)$$

QRD-RLS 알고리즘을 적용하기 위해서는 송신 신호와 수신 신호의 샘플의 수가 같아야 한다. 따라서 수신 신호 $\mathbf{u}(i)$ 의 11개의 신호 중에서 앞의 8개를 사용하였다. 수신 벡터 $\mathbf{u}(i)$ 를 이용하여 toeplitz 행렬 $\mathbf{A}(n)$ 을 다음과 같이 만들 수 있다.

$$\mathbf{A}(n) = \begin{bmatrix} 2.6665 & 0 & 0 & 0 \\ 10.9329 & 2.6665 & 0 & 0 \\ -0.9325 & 10.9329 & 2.6665 & 0 \\ 3.7989 & -0.9325 & 10.9329 & 2.6665 \\ -4.1317 & 3.7989 & -0.9325 & 10.9329 \\ -10.6672 & -4.1317 & 3.7989 & -0.9325 \\ -2.8000 & -10.6672 & -4.1317 & 3.7989 \\ -2.7330 & -2.8000 & -10.6672 & -4.1317 \end{bmatrix} \quad (14)$$

Extended QRD-RLS 등화기 알고리즘을 효과적으로 구현하는 구조는 그림 1과 같은 시스톨릭 어레이 구조이다.

그림 1의 시스톨릭 어레이 구조의 각각의 PE (Processing Element)는 CORDIC 알고리즘을 사용하여 쉽게 구현될 수 있다.[7] 그림 1에서 원모양의 PE는 벡터모드 CORDIC으로서 벡터의 직각 좌표가 입력되면

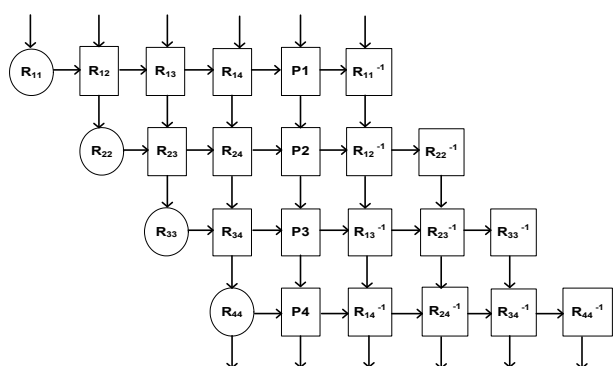


그림 1. Extended QRD-RLS 등화기용 시스톨릭 어레이 구조의 블록도(4 탭 등화기)
Fig. 1. Block diagram of Systolic Array Architecture for Extended QRD-RLS equalizer(4 tap equalizer).

그 벡터의 각도와 크기가 계산된다. 네모 모양의 PE는 회전모드 CORDIC으로서 벡터와 각도가 입력되면 각도만큼 회전된 후의 벡터의 좌표를 출력한다. 그림 1에서 R_{11} 이 벡터의 각도를 계산하여 첫 번째 행의 나머지 5개의 회전모드 CORDIC에 그 각도를 제공한다. 같은 행에 위치한 5개의 회전모드 CORDIC은 입력벡터를 그 각도만큼 회전시켜 그 좌표를 아래의 PE에 제공한다. 이와 같은 동작이 1 clock에 수행된다. 망각계수 0.01을 사용한 Extended QRD-RLS 등화기용 시스톨릭 어레이 구조의 각각의 clock 별 계산은 표 1과 같이 총 11 clock이 소요된다.

표 1. Clock에 따른 계산 결과
Table 1. Computation result in each clock.

| | | | | | | | | | | | |
|--------------|------|------|------|-----------|--------------|---|-----|-----|-----|-----|-----|
| (0.01, 2.66) | 0 | 0 | 0 | (0, 5) | (100, 0) | | | | | | |
| (2.66, 0) | 0.01 | 0 | 0 | (5, 0.01) | (0.37, -100) | 0 | 100 | | | | |
| | | 0.01 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 100 | | | |
| | | | 0.01 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 100 | | |
| | | | | 0.01 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 100 | |
| | | | | | 0.01 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 100 |

| | | | | | | | | | | | |
|---------------|--------------|------|------|----------------|---------------|---|-----|-----|-----|-----|-----|
| (2.66, 10.93) | (0, 2.66) | 0 | 0 | (5, 18) | (0.37, 0) | | | | | | |
| (11.25, 0) | (2.59, 0.63) | 0 | 0 | (18.67, -0.59) | (0.08, -0.36) | 0 | 100 | | | | |
| | 0.01 | 0 | 0 | (0, 0.01) | (0, -100) | 0 | 0 | 100 | | | |
| | | 0.01 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 100 | | |
| | | | 0.01 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 100 | |
| | | | | 0.01 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 100 |

| | | | | | | | | | | | |
|----------------|---------------|---------------|------|-----------------|----------------|----------------|-----|-----|-----|--|--|
| (11.25, -0.93) | (2.59, 10.93) | (0, 2.66) | 0 | (18.67, -12) | (0.08, 0) | | | | | | |
| (11.29, 0) | (1.67, 11.10) | (-0.22, 2.65) | 0 | (19.59, -10.41) | (0.08, 0.00) | 0 | 100 | | | | |
| | 0.01 | 0 | 0 | (0, -0.59) | (0, 0.36) | (100, 0) | | | | | |
| | | 0.63 | 0 | (-0.59, -0.01) | (-0.36, -0.01) | (1.58, -99.99) | | | | | |
| | | | 0.01 | (0, 0.02) | (0, -100) | 0 | 100 | | | | |
| | | | | 0.01 | 0 | 0 | 0 | 100 | | | |
| | | | | | 0.01 | 0 | 0 | 0 | 100 | | |

| | | | | | | | | | | | |
|---------------|---------------|----------------|--------------|-----------------|---------------|---------------|-----------|-----|-----|--|--|
| (11.29, 3.80) | (1.68, -0.93) | (-0.22, 10.93) | (0, 2.67) | (19.60, 8) | (0.09, 0) | | | | | | |
| (11.91, 0) | (1.30, -1.42) | (3.28, 10.43) | (0.85, 2.53) | (21.13, 1.33) | (0.08, -0.03) | | | | | | |
| | 0.63 | (0, 2.66) | 0 | (-0.59, -10.42) | (-0.36, 0.01) | (1.58, 0) | | | | | |
| | | (11.11, 0.15) | 0 | (-10.43, -0.00) | (-0.01, 0.36) | (0.09, -1.58) | | | | | |
| | | | 0.01 | (0, -0.01) | (0, -0.01) | (0, -99.99) | 100 | | | | |
| | | | | 0.01 | (0, 0.01) | (0, -100) | 0 | 100 | | | |
| | | | | | 0.01 | (0, 0.01) | (0, -100) | 0 | 100 | | |

| | | | | | | | | | | | |
|----------------|---------------|---------------|----------------|----------------|----------------|-----------------|----------------|-----|-----|--|--|
| (11.91, -4.13) | (1.29, 3.80) | (3.28, -0.93) | (0.85, 10.93) | (21.13, -11) | (0.08, 0) | | | | | | |
| (12.61, 0) | (-0.02, 4.01) | (3.40, 0.19) | (-2.78, 10.61) | (-3.47, -3.47) | (0.08, 0.03) | | | | | | |
| | | (2.65, 10.43) | (0, 2.53) | (-10.43, 1.33) | (-0.01, -0.03) | (0.09, 0) | | | | | |
| | | | (1.31, 2.51) | (-10.52, 0.00) | (-0.01, -0.03) | (0.09, 0.01) | | | | | |
| | | | | (0.01, 0.15) | (0, -0.00) | (0, -158) | (100, 0) | | | | |
| | | | | | (-0.00, 0) | (0.36, -1.58) | (6.61, -99.78) | | | | |
| | | | | | (0.02) | (-0.10, -99.99) | 0 | 100 | | | |
| | | | | | | (0, -99.99) | 0 | 0 | 100 | | |

| | | | | | | |
|-----------------|----------------|----------------|------------------|---------------|---------------|-------|
| (12.61, -10.67) | (-0.02, 3.80) | (3.40, -0.93) | (-2.78, 10.93) | (23.57, 0.06) | (0.08, 0) | 6 clk |
| (16.22, 0) | (2.65, 0.14) | (0.14, -1.52) | (-1.52, 27.68) | (27.68, 0.06) | (0.06, 0.05) | |
| (11.22, 4.01) | (1.31, 0.19) | (-0.32, 10.61) | (-10.52, -3.47) | (-0.01, 0.03) | (0.09, 0) | |
| (11.91, 0) | (1.30, 0.19) | (3.27, 10.61) | (-11.073, -3.47) | (0.00, 0.03) | (0.08, -0.03) | |
| | (-0.26, 10.10) | (0.28, 0.03) | (-0.00, 0.03) | (-1.58, 0.01) | (6.61, 0) | |
| | (10.68, 0) | (0.04, 0.00) | (0.00, -0.36) | (-0.01, 1.58) | (0.09, -6.61) | |
| | | 0.01 | (0, -0.00) | (0, 0.24) | (0, -0.10) | 100 |

| | | | | | | |
|----------------|----------------|---------------|---------------|------------------|-----------------|-----------------|
| (16.22, -2.80) | (2.65, -10.67) | (0.14, -4.13) | (-1.52, 3.80) | (27.68, -0.93) | (0.06, 0) | 7 clk |
| (16.75, 0) | (4.0, -10.07) | (0.83, -4.05) | (-2.13, 3.49) | (26.62, 8.57) | (0.06, 0.01) | |
| (11.91, -3.17) | (11.91, 0) | (5.10, -3.17) | (-0.05, 3.81) | (-11.07, -11.67) | (0.00, -0.01) | |
| (12.33, 0) | (12.33, 0) | (5.26, -1.58) | (0.79, 0.05) | (0.00, 0.05) | (0.08, 0) | |
| | (10.68, 0) | (10.68, 0) | (2.26, -0.00) | (-0.03, -0.01) | (0.09, 0) | |
| | (10.68, 0) | (10.15, 0.28) | (0.03, -0.03) | (-0.01, 0.00) | (0.09, 0) | |
| | | (0.01, 0.00) | (0, -0.36) | (0, 1.58) | (0, -6.66) | (100, 0) |
| | | 0.04 | (0.00, -0.35) | (1.52, -1.79) | (-6.36, -96.25) | (27.12, -96.25) |
| | | (0.04, 0) | 0.00 | (-0.10, 0.43) | (-1.79, -96.25) | |

| | | | | | | |
|-----------------|---------------|----------------|-----------------|----------------|----------------|----------------|
| (16.75, -2.73) | (4.40, 2.65) | (0.83, -10.67) | (-2.13, -4.13) | (26.62, 3.80) | (0.06, 0) | 8 clk |
| (16.97, 0) | (4.79, -2.06) | (2.54, -10.39) | (-1.44, -4.42) | (26.60, 2.31) | (0.06, 0.01) | |
| (12.33, -10.07) | (15.92, 0) | (-0.05, -4.05) | (3.81, 3.49) | (-11.67, 8.57) | (-0.01, 0.01) | |
| (15.92, 0) | (15.92, 0) | (2.52, 0.74) | (-14.46, -0.02) | (-0.02, 0.05) | (0.06, 0.05) | |
| | (10.68, 5.26) | (10.68, 5.26) | (5.11, -0.75) | (-0.00, -0.00) | (0.09, 0) | |
| | (11.91, 0) | (11.91, 0) | (2.26, -1.58) | (-0.03, 0.05) | (0.08, -0.04) | |
| | | | (1.33, 0.35) | (-0.00, 0.00) | (0.08, -0.04) | |
| | | | (-2.42, 0.71) | (0.06, 0.02) | (0.09, 0) | |
| | | | (0.04, 0.28) | (-0.35, -0.03) | (-6.36, 0.00) | (27.12, 0) |
| | | | (10.15, 0.28) | (0.03, -0.02) | (0.10, -0.02) | (0.10, -27.12) |
| | | | (10.15, 0) | (0.02, 0.03) | (-0.02, -0.02) | (6.36, -27.12) |

| | | | | | | |
|----------------|------------|----------------|---------------|------------------|----------------|-------|
| 16.974 | 4.791 | 2.5391 | -1.440 | 26.596 | 0.058 | 9 clk |
| (15.92, -2.06) | (16.05, 0) | (2.52, -10.39) | (3.83, 1.30) | (-14.46, -14.64) | (-0.02, -0.02) | |
| | | (0.74, -4.42) | (2.31, 0.44) | (-0.02, 0.01) | (0.06, 0.01) | |
| | | (11.91, -3.17) | (12.33, 0) | (1.33, -0.03) | (0.00, -0.01) | |
| | | (5.11, -0.75) | (5.28, -0.63) | (-0.00, -0.00) | (0.08, 0.02) | |
| | | (10.15, -2.42) | (10.44, 0) | (0.28, 0.10) | (-0.02, -0.01) | |
| | | (10.15, 0) | (10.44, 0) | (0.76, 0.06) | (0.06, 0.02) | |

| | | | | | | |
|----------------|------------|----------------|---------------|-----------------|----------------|--------|
| 16.97 | 4.79 | 2.54 | -1.44 | 26.60 | 0.06 | 10 clk |
| (15.92, -2.06) | (16.05, 0) | (3.83, -4.29) | (1.30, -3.35) | (-14.636, 0.68) | (-0.018, 0.01) | |
| | | (-0.03, -4.29) | (0.53, 0.13) | (-0.00, -0.01) | (-0.01, -0.02) | |
| | | (12.33, -9.99) | (15.86, 0) | (-0.03, -3.35) | (0.01, 0.01) | |
| | | (5.11, -0.75) | (5.28, -0.63) | (-0.00, -0.00) | (0.08, 0.05) | |
| | | (10.44, 5.28) | (11.70, 0) | (0.10, -0.19) | (-0.01, 0.06) | |

| | | | | | | |
|----------------|------------|----------------|---------------|-----------------|----------------|--------|
| 16.974 | 4.791 | 2.539 | -1.440 | 26.596 | 0.059 | 11 clk |
| (15.92, -2.06) | (16.05, 0) | (3.83, -4.29) | (1.30, -3.35) | (-14.636, 0.68) | (-0.018, 0.01) | |
| | | (-0.03, -4.29) | (0.53, 0.13) | (-0.00, -0.01) | (-0.01, -0.02) | |
| | | (12.33, -9.99) | (15.86, 0) | (-0.03, -3.35) | (0.01, 0.01) | |
| | | (5.11, -0.75) | (5.28, -0.63) | (-0.00, -0.00) | (0.08, 0.05) | |
| | | (10.44, 5.28) | (11.70, 0) | (0.10, -0.19) | (-0.01, 0.06) | |

위의 설계예제에서 보듯이 11 clock이 지나면 $P(n)$ 과 $R(n)^{-1}$ 이 구해진다. 즉 $P(n)$ 은 가운데 열벡터이고 $R(n)^{-1}$ 는 $P(n)$ 의 우측 행렬 4x4를 transpose하여 다음과 같이 구할 수 있다.

$$R(n)^{-1} = \begin{bmatrix} 0.0589 & -0.0176 & -0.0052 & 0.0100 \\ 0 & 0.0623 & -0.0150 & -0.0033 \\ 0 & 0 & 0.0630 & -0.0139 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0822 \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$P(n) = [26.5956 \quad -14.6359 \quad 0.1316 \quad -0.3731]^T \quad (16)$$

$P(n)$ 과 $R(n)^{-1}$ 이 얻어졌으므로 식 (5)를 이용하여 등화기의 필터계수 $w(n)$ 을 구하면 다음과 같다.

$$w(n) = [2.0444 \quad -1.0251 \quad 0.0151 \quad -0.0344]^T \quad (17)$$

지금까지 송신 신호와 수신 신호로부터 Extended QRD-RLS 등화기의 필터 계수를 찾는 방식을 알아보았다. 다음 절에서 입력신호의 길이의 변화와 등화기 탭 수 변화에 따른 성능의 차이를 분석한다.

III. 성능 분석

이 논문에서 사용한 첫 번째 성능 분석 방법은 4탭 Extended QRD-RLS 등화기를 설계한 후 입력 신호의 길이를 변화시키며 등화기 성능의 결과를 비교한다. 두 번째 성능 분석 방법은 5탭 Extended QRD-RLS 등화

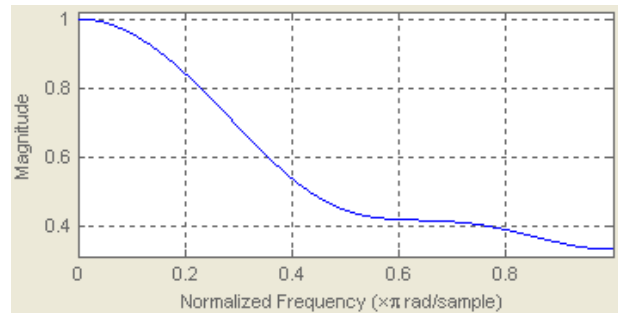


그림 2. 실험에 사용된 채널의 주파수 응답
Fig. 2. Frequency response of the channel in simulation.

기를 설계하여 4탭 Extended QRD-RLS 등화기 성능과 비교한다. 등화기 성능 비교 방법은 채널의 주파수 응답과 등화기 주파수 응답의 곱에 대한 MSE를 비교한다. 실험에 사용된 채널은 이전 절의 설계 예제에서 사용한 식 (12)의 임펄스 응답을 사용하였으며 이 통신채널의 주파수 응답은 그림 2와 같다.

1. 입력 길이에 따른 성능 분석(4 탭 등화기)

4탭 Extended QRD-RLS 등화기를 설계한 후 입력 신호의 길이의 변화에 대한 등화기 성능을 분석하기 위하여 입력의 길이를 8, 16, 32, 64로 변화시키며 등화기 성능을 관찰한다. 이 때 입력 값은 -20부터 20 사이의 정수를 사용한다. 성능 분석은 채널의 주파수 응답과 등화기의 주파수 응답을 곱한 전체 주파수 응답에 대한 평균도를 관찰하였다. 즉 작은 MSE를 가진 등화기의 성능을 우수한 등화기로 평가한다.

a. 입력의 길이가 8일 경우

이 절에서 사용된 입력 신호는 이전 절의 설계 예제에서 사용한 입력신호와 같다. 모든 조건이 설계 예제와 같으므로 구해진 Extended QRD-RLS 등화기의 필터 계수도 식 (17)과 같다. 채널과 등화기의 주파수 응답은 각각 그림 3의 1점 쇄선과 점선과 같다. 따라서 전체 주파수 응답은 두 주파수 응답의 곱으로 구해지며 그림 3의 실선과 같다.

그림 3의 굵은 선의 전체 주파수 응답의 편평도를 측정하기 위하여 다음과 같은 MSE 식을 사용하였다.

$$MSE = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} (x[n] - \mu)^2 = 0.003 \quad (18)$$

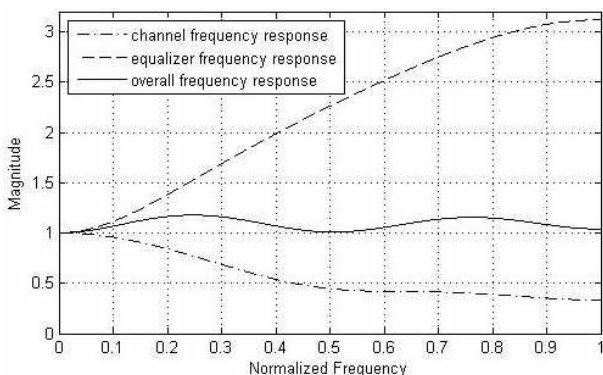


그림 3. 입력의 길이 8, 4탭의 주파수 응답들
Fig. 3. Frequency responses (8 input length, 4 tap).

주파수 응답의 그림에서 사용된 주파수 샘플 수 N 은 8192를 사용하였으며 μ 는 전체 샘플의 평균이다.

b. 입력의 길이가 16일 경우

MatLab의 랜덤 함수를 사용하여 만든 입력신호는 다음과 같다.

$$d(i) = [-2, -19, -7, -3, -9, -12, 13, -3, 16, -4, 11, -4, 12, 10, -5, -11] \quad (19)$$

채널을 통과하여 수신된 신호는 다음과 같다.

$$\mathbf{u}(i) = [-1.0666, -10.6661, -9.0670, -6.1329, -7.8002, -9.6667, 2.3327, -0.3327, 8.6652, 2.6012, 6.7322, 1.3345, 6.5323, 8.7339, 1.3333, -5.0664, -2.9332, -1.7998, -0.7337] \quad (20)$$

Convolution된 19개의 신호 중에서 앞의 16개를 사용하였다. Extended QRD-RLS 알고리즘을 수행한 결과는 다음과 같다.

$$\mathbf{R}(n)^{-1} = \begin{bmatrix} 0.0386 & -0.0274 & -0.0070 & 0.0110 \\ 0 & 0.0483 & -0.0259 & -0.0208 \\ 0 & 0 & 0.0499 & -0.0261 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0576 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{P}(n) = [35.3875 \quad -19.1920 \quad 0.9240 \quad 0.2143]^T \quad (21)$$

$$\mathbf{w}(n) = [1.9149 \quad -0.9685 \quad 0.0411 \quad 0.0125]^T$$

채널, 등화기, 전체 시스템의 주파수 응답은 그림 4와 같다.

그림 4의 전체 주파수 응답에 대한 MSE는 0.0019로 계산되었다. 이 MSE 값에서 보듯이 입력 길이 8의 경우와 비교하여 편평도가 좋아졌음을 알 수 있다.

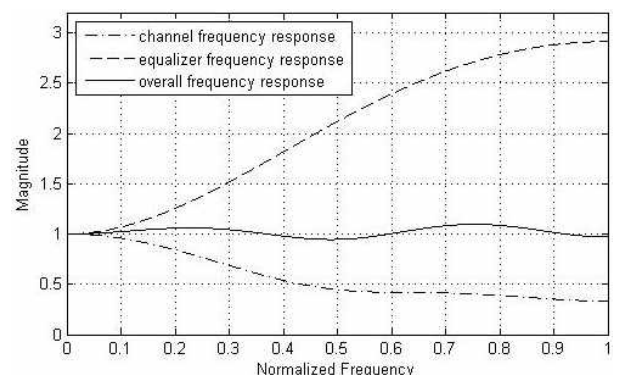


그림 4. 입력의 길이 16, 4탭의 주파수 응답
Fig. 4. Frequency responses (16 input length, 4 tap).

c. 입력의 길이가 32일 경우

랜덤으로 만든 입력신호는 다음과 같다.

$$d(i) = [-18, -13, 7, -7, 16, -15, 20, 2, 8, 20, -8, -3, -1, 11, 13, -16, -13, -6, -18, 1, -7, -13, -12, 16, 7, -1, 16, -16, 10, 9, 2, -13] \quad (22)$$

채널을 통과하여 수신된 신호는 다음과 같다.

$$\mathbf{u}(i) = [-9.5994, -11.7335, -2.1334, -4.7997, 6.7319, -4.1985, 8.3314, 5.4683, 6.4653, 14.4002, 2.2674, -0.5339, -1.0658, 4.6661, 9.5332, -3.6661, -8.7335, -7.9326, -13.9997, -5.9342, -6.2660, -9.8671, -10.7331, 3.1326, 5.5336, 2.6660, 10.2664, -3.9320, 3.1319, 6.4011, 3.7327, -4.5328, -2.6002, -1.5995, -0.8671] \quad (23)$$

Convolution된 35개의 신호 중에서 앞의 32개를 사용하였다. Extended QRD-RLS 알고리즘을 수행한 결과는 다음과 같다.

$$\mathbf{R}(n)^{-1} = \begin{bmatrix} 0.0244 & -0.0126 & -0.0031 & 0.0010 \\ 0 & 0.0276 & -0.0118 & -0.0043 \\ 0 & 0 & 0.0282 & -0.0114 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0285 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{P}(n) = [59.2642 \quad -33.1017 \quad 0.9160 \quad 0.9520]^T \quad (24)$$

$$\mathbf{w}(n) = [1.9114 \quad -0.9547 \quad 0.0154 \quad 0.0279]^T$$

채널, 등화기, 전체의 주파수 응답은 그림 5와 같다.

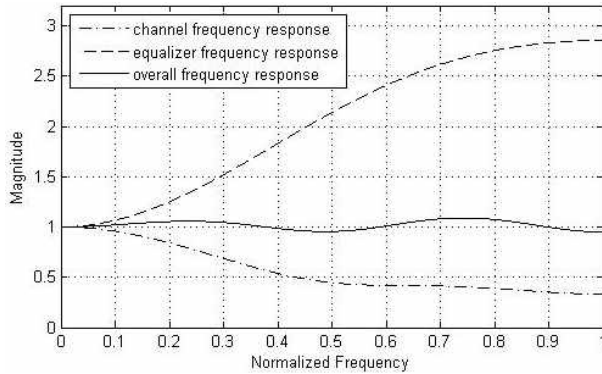


그림 5. 입력의 길이가 32, 4탭의 주파수 응답
Fig. 5. Frequency responses (32 input length, 4 tap).

그림 5의 주파수 응답에 대한 MSE는 0.0017이다. 이 결과 값은 입력 길이가 16의 경우와 비교하여 편평도가 약간 향상되었음을 알 수 있다.

d. 입력의 길이가 64일 경우

랜덤으로 만든 입력신호는 다음과 같다.

$$d(i) = [2, 9, 1, 20, -11, -16, -16, -17, -4, -2, -5, 11, 5, 11, 17, 19, -12, -14, 8, -16, 1, 1, 14, -1, -4, 7, 10, 1, -6, -14, 3, -10, -18, 10, -10, -2, 8, -6, 9, -4, 7, 8, -2, -19, -7, -3, -9, -12, 13, -3, 16, -4, 11, -4, 12, 10, -5, -11, 12, 18, -7, 7, -2, 13] \quad (25)$$

채널을 통과하여 수신된 신호는 다음과 같다.

$$\mathbf{u}(i) = [1.0666, 5.3331, 3.2002, 12.2658, 0.2013, -8.7338, -12.9323, -16.1998, -9.8671, -5.4667, -4.8670, 3.9994, 4.8003, 8.3326, 13.4000, 16.4664, 1.6675, -7.0000, 0.2003, -9.0658, -3.6013, -0.7992, 6.7990, 3.4005, -0.4670, 3.4668, 6.6000, 3.8666, -1.1332, -8.2661, -2.8670, -6.7993, -12.8003, -0.6005, -5.7324, -3.6012, 3.0670, -1.9998, 4.1325, 0.0009, 3.4658, 6.2004, 1.7333, -9.1328, -8.5334, -6.1329, -7.8002, -9.6667, 2.3327, -0.3327, 8.6652, 2.6012, 6.7322, 1.3345, 6.5323, 8.7339, 1.3333, -5.0664, 3.4664, 11.0000, 1.9334, 5.0660, 1.0678, 6.8657, 3.6674, 1.5995, 0.8671] \quad (26)$$

Convolution된 67개의 신호 중에서 앞의 64개를 사용하였다. Extended QRD-RLS 알고리즘을 수행한 결과는 다음과 같다.

$$\mathbf{R}(n)^{-1} = \begin{bmatrix} 0.0184 & -0.0130 & 0.0005 & 0.0030 \\ 0 & 0.0227 & -0.0134 & -0.0010 \\ 0 & 0 & 0.0228 & -0.0137 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0231 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{P}(n) = [72.7734 \quad -40.2125 \quad 1.3310 \quad 2.0556]^T \quad (27)$$

$$\mathbf{w}(i) = [1.8965 \quad -0.9469 \quad 0.0021 \quad 0.0482]^T$$

채널, 등화기, 전체의 주파수 응답은 그림 6과 같다.

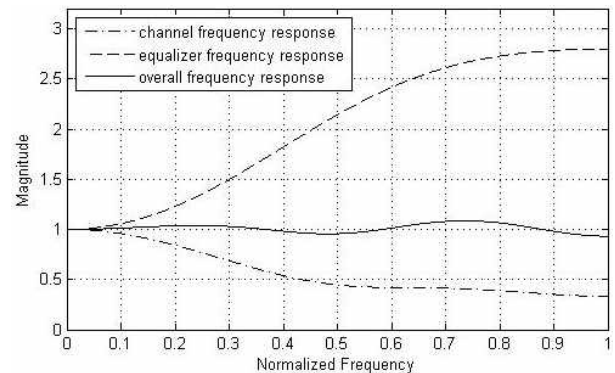


그림 6. 입력의 길이가 64, 4탭의 주파수 응답
Fig. 6. Frequency responses (64 input length, 4 tap).

그림 6의 전체 주파수 응답에 대한 MSE는 0.0016으로 계산되었다.

2. 입력 길이에 따른 성능 분석(5 탭 등화기)

이 절에서는 Extended QRD-RLS 등화기의 탭수 증가에 따른 성능을 분석한다. 4탭 Extended QRD-RLS 등화기와 성능을 비교하기 위하여 채널과 입력의 조건을 동일하게 설정하여 시뮬레이션을 수행하였다.

a. 입력의 길이가 8일 경우

이 절에서 사용된 입력 신호와 수신 신호는 이전 절의 설계 예제에서 사용한 신호와 같다. Extended QRD-RLS 알고리즘을 수행한 결과는 다음과 같다.

$$R(n)^{-1} = \begin{bmatrix} 0.0588 & -0.0175 & -0.0052 & 0.0099 & 0.0563 \\ 0 & 0.0622 & -0.0150 & -0.0033 & 0.0008 \\ 0 & 0 & 0.0629 & -0.0138 & -0.0120 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0819 & 0.0120 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1148 \end{bmatrix}$$

$$P(n) = [26.5496 \ -14.5780 \ 0.1271 \ -0.3927 \ 0.9456]^T$$

(28)

$$w(i) = [1.7783 \ -0.8639 \ 0.0020 \ -0.0198 \ 0.1035]^T$$

채널, 등화기, 전체의 주파수 응답은 그림 7과 같다.

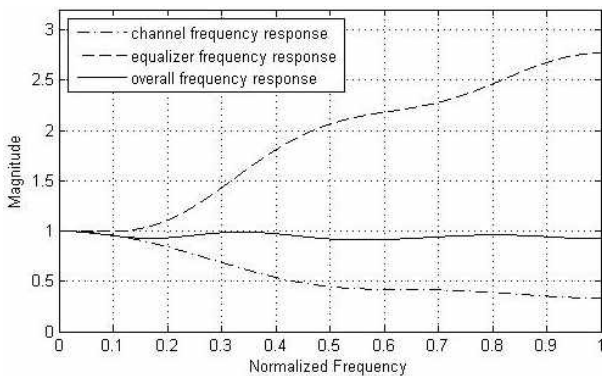


그림 7. 입력의 길이가 8, 5탭의 주파수 응답
Fig. 7. Frequency responses (8 input length, 5 tap).

그림 7의 주파수 응답에 대한 MSE는 0.000589이다.

b. 입력의 길이가 16일 경우

이 실험에서 사용한 송신신호와 채널을 통과한 수신신호는 각각 식 (19)와 (20)의 신호를 그대로 사용하였다. Extended QRD-RLS 알고리즘을 수행한 결과는 다음과 같다.

$$R(n)^{-1} = \begin{bmatrix} 0.0386 & -0.0274 & -0.0070 & 0.0109 & 0.0008 \\ 0 & 0.0482 & -0.0258 & -0.0207 & 0.0090 \\ 0 & 0 & 0.0499 & -0.0260 & -0.0211 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0574 & -0.0239 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0576 \end{bmatrix}$$

$$P(n) = [35.3611 \ -19.1251 \ 0.9119 \ 0.1748 \ 1.6476]^T$$

(29)

$$w(n) = [1.8448 \ -0.9150 \ 0.0060 \ -0.0287 \ 0.0929]^T$$

채널, 등화기, 전체의 주파수 응답은 그림 8과 같다.

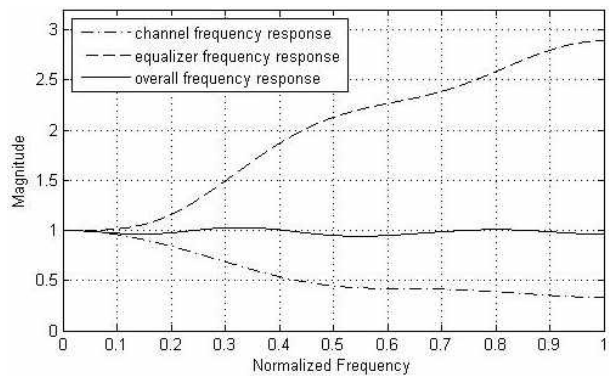


그림 8. 입력의 길이 16, 5탭의 주파수 응답
Fig. 8. Frequency responses (16 input length, 5 tap).

그림 8의 주파수 응답에 대한 MSE는 0.000571이다.

c. 입력의 길이가 32일 경우

입력신호와 수신신호는 식 (22)와 (23)의 신호를 그대로 사용하였다. 32개의 수신신호를 사용하여 Extended QRD-RLS 알고리즘을 수행한 결과는 다음과 같다.

$$R(n)^{-1} = \begin{bmatrix} 0.0244 & -0.0126 & -0.0031 & 0.0010 & 0.0021 \\ 0 & 0.0276 & -0.0118 & -0.0043 & 0.0001 \\ 0 & 0 & 0.0282 & -0.0114 & -0.0046 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0285 & -0.0114 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0286 \end{bmatrix}$$

$$P(n) = [59.2466 \ -33.0683 \ 0.9106 \ 0.9461 \ 3.2258]^T$$

(30)

$$w(n) = [1.8275 \ -0.9084 \ 0.0001 \ -0.0095 \ 0.0903]^T$$

채널, 등화기, 전체의 주파수 응답은 그림 9와 같다.

그림 9의 주파수 응답에 대한 MSE는 0.00047로 계산되었다.

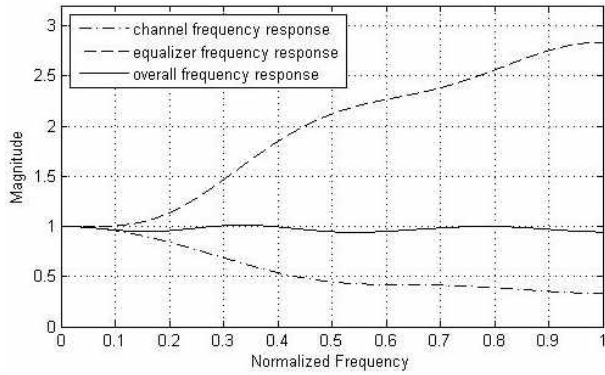


그림 9. 입력의 길이 32, 5탭의 주파수 응답
Fig. 9. Frequency responses (32 input length, 5 tap).

d. 입력의 길이가 64일 경우

송신신호와 채널을 통과한 수신신호는 각각 식 (25) 와 (26)의 신호를 사용하였다. 64개의 수신신호를 Extended QRD-RLS 알고리즘을 수행한 결과는 다음과 같다.

$$R(n)^{-1} = \begin{bmatrix} 0.0184 & -0.0130 & 0.0005 & 0.0030 & 0.0044 \\ 0 & 0.0227 & -0.0134 & -0.0010 & 0.0005 \\ 0 & 0 & 0.0228 & -0.0137 & -0.0012 \\ 0 & 0 & 0 & 0.00231 & -0.0134 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0235 \end{bmatrix}$$

$$P(n) = [72.7610 \ -40.1814 \ 1.3174 \ 2.0487 \ 3.6830]^T \quad (31)$$

$$w(n) = [1.8187 \ -0.8979 \ -0.0026 \ -0.0019 \ 0.0836]^T$$

채널, 등화기, 전체의 주파수 응답은 그림 10과 같다.

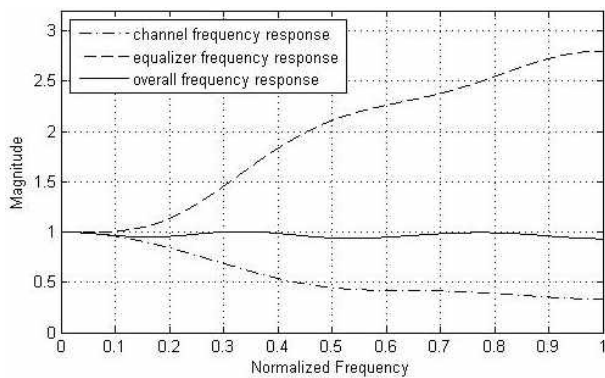


그림 10. 입력의 길이 64, 5탭의 주파수 응답
Fig. 10. Frequency responses (64 input length, 5 tap).

그림 10의 주파수 응답에 대한 MSE는 0.000466이다. 4탭과 5탭 등화기에 대한 입력샘플 길이 변화에 대한 MSE를 정리하면 표 2와 같다.

지금까지의 실험은 하나의 송신 신호에 대한 MSE

표 2. 4탭 등화기와 5탭 등화기의 입력샘플에 대한 MSE

Table 2. The MSE of 4 tap and 5 tap equalizer.

| Length of input | 4 tap | 5 tap |
|-----------------|--------|----------|
| 8 | 0.003 | 0.000589 |
| 16 | 0.0019 | 0.000571 |
| 32 | 0.0017 | 0.00047 |
| 64 | 0.0016 | 0.000466 |

표 3. 4탭 등화기와 5탭 등화기의 MSE (10,000번 실험)

Table 3. The MSE of 4 tap and 5 tap equalizer. (10,000 times)

| Length of input | 4 tap | 5 tap |
|-----------------|----------|----------|
| 8 | 0.018597 | 0.000988 |
| 16 | 0.002039 | 0.000591 |
| 32 | 0.001804 | 0.000514 |
| 64 | 0.00172 | 0.000483 |

측정을 통한 편평도의 관찰이었다. 실험의 신뢰도를 높이기 위해 하나의 실험에 대하여 10,000번을 반복하여 MSE를 구해보았다. 예를 들면 송신 신호의 길이가 8인 경우에 서로 다른 10,000개의 송신 신호를 만들어 실험을 반복하였으며 그 평균값은 표 3과 같다.

표 3의 결과를 보면 표 2에서의 실험 결과와 비슷함을 알 수 있다. 즉 4 탭 등화기의 경우에 입력 신호의 길이를 16으로 늘렸을 때에 편평도가 현저히 향상되었음을 볼 수 있으며, 16 이상으로 송신 신호의 길이가 증가하여도 성능 향상이 작음을 알 수 있다. 5 탭 등화기의 경우에도 비슷한 결과가 관찰되었다.

IV. 결 론

이 논문에서는 시스톨릭 어레이 구조를 이용한 Extended QRD-RLS 등화기의 성능을 여러 가지 실험을 통하여 분석하였다. 송신 신호의 길이 변화에 따른 Extended QRD-RLS 등화기의 성능을 분석하였으며 또한 등화기 탭 수 변화에 따른 Extended QRD-RLS 등화기의 성능을 분석하였다. 송신 신호가 채널과 등화기를 통과한 전체 시스템의 주파수 응답의 편평도를 관찰함으로써 송신 신호의 길이의 증가에 따른 등화기 성능을 분석하였다. 송신 신호의 길이가 8에서 16으로 증가하였을 때 등화기의 성능이 현저히 향상됨을 볼 수 있었다.

참 고 문 헌

- [1] S. Haykin, "Adaptive filtering theory," 3rd Ed. Prentice Hall, New Jersey.
- [2] S. Haykin, A. H. Sayed, J. R. Zeidler, P. Yee, and P. C. Wei, "Adaptive tracking of linear time-variant systems by extended RLS algorithms," IEEE Trans, Signal Proc. Vol. 45, No. 5, pp. 1118-1127, May 1997.
- [3] L. Gao and K. K. Parhi, "Hierarchical pipelining and folding of QRD-RLS adaptive filters and its application to digital beamforming," IEEE Trans, Circuits and Systems II, Vol. 47, No. 12, pp. 1503-1519, Dec. 2000.
- [4] Z. Chi, J. Ma and K. K. Parhi, "Hybrid annihilation transformation for pipelining QRD-based least square adaptive filters," IEEE Trans, Circuits and Systems II, Vol. 48, No. 7, pp. 661-674, Jul. 2001.
- [5] J. E. Volder, "The CORDIC trigonometric computing technique," IRE Trans, on Electronic Computer 8, pp. 330-334, 1959.
- [6] Y. H. Hu, "CORDIC-based VLSI architecture for digital signal processing," IEEE Signal Processing Magazine, Vol. 9, pp. 16-35, 1992.
- [7] T. Z. Mingqian, A. S. Madhukumar and F. Chin, "QRD-RLS adaptive equalizer and its CORDIC-based implementation for CDMA systems", International Journal on Wireless & Optical Communications, Vol. 1, No. 1, pp. 25-39, 2003.1.

저 자 소 개



장 영 범(정회원)-교신저자
1981년 연세대학교
전기공학과 학사졸업.
1990년 Polytechnic University
Electrical Engineering
석사졸업.
1994년 Polytechnic University
Electrical Engineering
박사졸업.

1981년~1999년 삼성전자 System LSI 사업부
수석연구원.

2002년~현재 상명대학교 정보통신공학과 교수.
<주관심분야 : 통신신호처리, 비디오신호처리,
SoC 설계>



장 진 규(학생회원)
2009년 상명대학교 정보통신
공학과 학사졸업.
2011년 상명대학교 컴퓨터정보
통신공학과 석사졸업.
2011년~현재 Uniquify Inc. ASIC
design engineer.

<주관심분야 : 통신신호처리, 비디오신호처리,
SoC 설계>