

논문 2011-48SP-4-17

# 간단한 신호 부공간 추정을 통한 MUSIC 기반의 효과적인 도래방향 탐지

( MUSIC-Based Direction Finding through Simple Signal Subspace Estimation )

최 양 호\*

( Yang-Ho Choi )

요 약

MUSIC(MUltiple Signal Classification)은 신호부공간과 잡음부공간이 서로 직교한다는 사실에 기초하여 센서 어레이에 입사하는 신호의 도래방향을 추정한다. 잡음 부공간에 대한 기저(basis)를 구하기 위해 샘플행렬을 고유분해하며, 이에 따라 많은 계산량을 요구한다. 본 논문에서는 샘플행렬의 열벡터(column vectors)에서 잡음전력을 제거하여 신호 부공간에 대한 기저벡터를 구해 간단히 도래각을 추정하는 방법을 제시한다. 추정된 기저벡터를 이용하여 비용함수를 정의하고, 비용함수의 최소점을 찾아 도래각을 추정한다. 비용함수의 최소점은 격자 간격으로 나누어 계산하는 grid 방법이 아닌, 포물선 보간법(parabolic interpolation)에 기초한 Brent 방법을 적용하여 효과적으로 구해진다. 시뮬레이션 결과에 따르면, 제안방식은 샘플행렬 고유분해에 의존하는 기존방식과 실질적으로 같은 성능을 가짐을 보인다.

## Abstract

The MUSIC (MUltiple Signal Classification) method estimates the directions of arrival (DOAs) of the signals impinging on a sensor array based on the fact that the noise subspace is orthogonal to the signal subspace. In the conventional MUSIC, an estimate of the basis for the noise subspace is obtained by eigendecomposing the sample matrix, which is computationally expensive. In this paper, we present a simple DOA estimation method which finds an estimate of the signal subspace basis directly from the columns of the sample matrix from which the noise power components are removed. DOA estimates are obtained by searching for minimum points of a cost function which is defined using the estimated signal subspace basis. The minimum points are efficiently found through the Brent method which employs parabolic interpolation. Simulation shows that the simple estimation method virtually has the same performance as the complex conventional method based on the eigendecomposition.

**Keywords :** DOA, direction finding, MUSIC, signal subspace, Brent method

## I. 서 론

센서 어레이(sensor array)에 입사하는 신호의 도래각 추정은 이동통신, 스마트 안테나(smart antenna), 레이더(radar), 소나(sonar), 지진학(seismology), 영상처리 등 광범위한 분야에서 활용되고 있다. 수십 년에 걸쳐

도래각 추정을 위한 많은 다양한 기법들이 개발되어 왔다<sup>[1-2]</sup>, 대표적인 기법으로 ML(maximum likelihood) 방식, MUSIC(multiple signal classification) 방식을 들 수 있으며, 이들 방식은 임의 형태 어레이에 적용할 수 있다. ML 방식<sup>[1-5]</sup>은 도래하는 신호가 서로 코히런트(coherent)해도 적용할 수 있고 매우 우수한 분해성능을 보이지만, 기본적으로 다차원(multi-dimensional) 탐색을 필요로 함에 따라 계산이 복잡하다.

MUSIC<sup>[1~3, 6~8]</sup>은 신호 부공간(signal subspace)과 잡

\* 정회원, 강원대학교 전자통신전공  
(Dept. of Electronic and Communication  
Engineering, Kangwon National University)  
접수일자: 2010년12월6일, 수정완료일: 2011년4월4일

음 부공간(noise subspace)이 서로 직교한다는 사실에 기초하여 도래각에 대한 스펙트럼을 정의하고, 스펙트럼의 피크(peak) 점들을 찾아 신호의 도래방향을 알아낸다. 스펙트럼은 1차원 상에서 계산되어 다차원 계산이 요구되는 ML 방식보다 계산이 훨씬 간단해진다. 그러나 잡음 부공간을 구하기 위해 공분산 행렬(covariance matrix)의 고유분해(eigen-decomposition)가 요구되며,  $M \times M$  행렬을 직접 고유분해 하는데  $O(M^3)$ 의 복소 곱셈(complex multiplication)이 필요하여 그 계산량이 많아진다. 여기서  $M$ 은 센서의 수이다. 실제의 경우, 예를 들면, 레이더에서  $M$ 이  $10^4$ 인 경우가 드물지 않으며, 특히  $M$ 이 큰 경우  $M \times M$  행렬을 고유분해 하는 것은 계산상의 큰 부하를 가져온다.

본 논문에서는  $M \times M$  행렬의 고유분해 없이 도래방향을 구하는 간단한 방법을 제안한다. 샘플행렬(sample matrix)의 열벡터(column vectors)에서 잡음전력 성분을 제거하여 신호 부공간에 대한 기저(basis)를 추정한다. 도래 신호에 대한 어레이 응답 벡터는 신호 부공간에 놓여 있다는 사실에 기초하여, 추정된 기저벡터를 이용, 비용함수를 도래각의 함수로 정의한다. 이 비용함수의 최소점을 찾아 신호의 도래방향을 구하며, Brent 방법<sup>[9]</sup>을 적용하여 최소점을 효과적으로 찾는다. 제안방식에서는 잡음전력을 구하는 것이 필요하다. 잡음전력은 샘플행렬의 부행렬(submatrix)인  $L \times L$  행렬을 고유분해하여 추정된다. 도래하는 신호의 수가  $K$ 라면  $L = K + 1$ 로 선택할 수 있고,  $M$ 이 큰 경우,  $K \ll M$ 이므로 제안 방식은  $M \times M$  행렬을 고유분해하는 기존의 MUSIC보다 크게 계산량을 절감할 수 있다.

## II. 시스템 모델링

$M$ 개의 센서로 구성된 어레이에  $K$ 개의 신호가 도래한다. 이들 신호는 서로 간에 코히런트(coherent)하지 않다. 도래각  $\theta$ 에 대한 어레이 응답벡터를  $\mathbf{a}(\theta)$ 로 표시한다. 어레이에 수신된 신호는

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}\mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t) \quad (1)$$

와 같이 나타낼 수 있고, 여기서

$$\mathbf{A} = [\mathbf{a}(\theta_1), \dots, \mathbf{a}(\theta_K)] \quad (2)$$

$$\mathbf{s}(t) = [s_1(t), \dots, s_K(t)]^T \quad (3)$$

$\theta_k$ 는  $k$ 번째 신호의 도래방향,  $\mathbf{n}(t)$ 는 잡음벡터,  $T$ 는 행렬의 전치(transpose)를 의미한다.

센서 잡음은 서로 상관되어 있지 않고, Gaussian 랜덤 프로세스로 모델링 하며, 이때 잡음 상관행렬은

$$\mathbf{R}_n = E[\mathbf{n}(t)\mathbf{n}^H(t)] = \sigma^2 \mathbf{I} \quad (4)$$

와 같다. 여기서  $E$ ,  $H$ 는 각각 기대치(expectation), Hermitian (complex conjugate transpose) 연산을 나타내고,  $\sigma^2$ 은 잡음전력,  $\mathbf{I}$ 는 단위행렬이다. 수신신호에 대한 공분산 행렬은

$$\mathbf{R}_x = E[\mathbf{x}(t)\mathbf{x}^H(t)] = \mathbf{A}\mathbf{R}_s\mathbf{A}^H + \sigma^2 \mathbf{I} \quad (5)$$

와 같이 주어지며,  $\mathbf{R}_s = E[\mathbf{s}(t)\mathbf{s}^H(t)]$ 이다.

실제로는  $\mathbf{R}_x$ 를 알 수 없고, 데이터 샘플로부터 추정해야한다.  $N$ 개의 데이터 샘플을 가지고,  $\mathbf{R}_x$ 를 아래와 같이 추정한다.

$$\mathbf{R}_x(N) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \mathbf{x}(n)\mathbf{x}^H(n) \quad (6)$$

$\mathbf{R}_x(N)$ 을 샘플행렬이라 부른다.

## III. 신호 부공간 및 도래방향 추정

### 1. MUSIC 원리

공분산 행렬  $\mathbf{R}_x$ 를 신호부공간과 잡음부공간 성분으로 나눌 수 있다:  $\mathbf{R}_x$ 를 고유분해하면

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_x &= \sum_{m=1}^M \lambda_m \mathbf{e}_m \mathbf{e}_m^H \\ &= \mathbf{E}_s \mathbf{\Lambda}_s \mathbf{E}_s^H + \mathbf{E}_n \mathbf{\Lambda}_n \mathbf{E}_n^H \end{aligned} \quad (7)$$

와 같이 쓸 수 있고, 여기서  $\lambda_m$ ,  $\mathbf{e}_m$ 는 고유치, 고유벡터 쌍으로  $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_M$  이며

$$\mathbf{\Lambda}_s = \text{diag}[\lambda_1, \dots, \lambda_K]$$

$$\mathbf{\Lambda}_n = \text{diag}[\lambda_{K+1}, \dots, \lambda_M]$$

$$\mathbf{E}_s = [\mathbf{e}_1, \dots, \mathbf{e}_K]$$

$$\mathbf{E}_n = [\mathbf{e}_{K+1}, \dots, \mathbf{e}_M]$$

이다.  $\mathbf{R}_x$ 가 positive definite Hermitian 행렬이어서 고유치들은 0보다 큰 값을 가지며 고유벡터들은 서로 직교한다<sup>[10]</sup>.  $\lambda_{K+1} = \lambda_{K+2} = \dots = \lambda_M = \sigma^2$  으로

$\mathbf{A}_n = \sigma^2 \mathbf{I}$ 이고,  $\sigma^2$  보다 큰 고유치에 대응하는 고유벡터들은  $\mathbf{A}$ 의 열공간(column space)을 생성한다. 다시 말하면  $\mathbf{E}_s$ 의 열공간과  $\mathbf{A}$ 의 열공간은 같다.  $\mathbf{A}$ 의 열공간을 신호 부공간,  $\mathbf{E}_s$ 의 열벡터들을 신호고유벡터,  $\mathbf{E}_n$ 의 열공간을 잡음 부공간, 열벡터들을 잡음고유벡터라 부른다.

고유벡터들은 서로 직교함에 따라 신호부공간과 잡음부공간은 직교한다. 따라서 잡음 고유벡터는  $\mathbf{A}$ 와 직교하며, MUSIC 에서는 이러한 성질을 이용하여, 샘플 행렬로부터 잡음고유벡터를 추정하고 도래각  $\theta$ 에 대한 스펙트럼

$$s_e(\theta) = \frac{\|\mathbf{a}(\theta)\|^2}{\|\mathbf{E}_n^H(N)\mathbf{a}(\theta)\|^2} \quad (8)$$

의 피크를 찾아 센서 어레이에 입사하는 신호의 도래방향을 추정한다. 식 (8)에서  $\mathbf{E}_n(N)$ 은 샘플행렬  $\mathbf{R}_x(N)$ 으로부터 추정된 잡음고유벡터 행렬이고  $\|\cdot\|$ 은 Euclidean norm을 나타낸다.

## 2. 신호 부공간 기저 및 비용함수

공분산 행렬에 잡음성분  $\sigma^2$ 이 없다면 각 열은 신호 부공간에 놓여있게 된다. 잡음전력  $\sigma^2$ 은 공분산 행렬의  $L \times L$  부행렬로부터 구할 수 있고, 여기서  $L > K$ 이다. 공분산 행렬에서 잡음을 제거한 행렬을  $\mathbf{R}_0$ 라 하자:

$$\mathbf{R}_0 = \mathbf{R}_x - \sigma^2 \mathbf{I} \quad (9)$$

$\mathbf{R}_0$ 의 처음  $K$ 개의 열로 구성되는 행렬을  $\mathbf{R}_{0,K}$ 로 나타낸다.  $\mathbf{R}_{0,K}$ 의 열은 신호 부공간을 생성하며, 이 열들을 신호 부공간에 대한 기저로 사용할 수 있다.

실제의 경우, 공분산 행렬  $\mathbf{R}_x$  대신 샘플행렬  $\mathbf{R}_x(N)$ 을 사용해야 한다. 먼저 잡음전력  $\sigma^2$ 을 추정하기 위해  $L \times L$  부행렬  $\mathbf{R}_L(N)$ 을 구성한다.  $\mathbf{R}_L(N)$ 은  $\mathbf{R}_x(N)$ 의 처음  $L$ 행,  $L$ 열로 구성되는 행렬이다.  $\mathbf{R}_L(N)$ 도 Hermitian 행렬이고,  $N$ 이 무한대로 접근할 때  $\mathbf{R}_L(N)$ 의  $L - K$ 개의 고유치는  $\sigma^2$  값을 가진다.  $\sigma^2$ 은  $\mathbf{R}_L(N)$ 을 고유분해하여 다음처럼 추정한다.

$$\sigma^2(N) = \frac{1}{L - K} \sum_{i=K+1}^L \lambda_{Li}(N) \quad (10)$$

여기서  $\lambda_{Li}(N)$ 은  $\mathbf{R}_L(N)$ 의  $i$ 번째 고유치이고, 고유치는 크기가 큰 순으로 배열되어 있다.

$\mathbf{R}_{0,K}$ 의 추정,  $\mathbf{R}_{0,K}(N)$ 은

$$\mathbf{R}_{0,K}(N) = \mathbf{R}_{x,K}(N) - \sigma^2(N)\mathbf{I}_K \quad (11)$$

와 같이 구해진다. 여기서  $\mathbf{R}_{x,K}(N)$ ,  $\mathbf{I}_K$ 는 각각  $\mathbf{R}_x(N)$ ,  $\mathbf{I}$ 의 처음  $K$ 열로 구성되는  $M \times K$  행렬이다. 제안방식에서  $\mathbf{R}_{0,K}(N)$ 의 열을 신호 부공간에 기저에 대한 추정으로 사용한다.  $\mathbf{R}_{0,K}(N)$ 의 각 열을 Gram-Schmidt 방법 또는 QR 분해를 통해 서로 직교하도록 할 수 있으며<sup>[10]</sup>, 직교화된 열을  $\mathbf{Q}_s(N)$ 으로 표시한다.  $\mathbf{Q}_s(N)$ 의 각 열벡터의 norm은 1이다.

$\mathbf{Q}_s(N)$ 의 널 공간(null space)을 생성하는 직교 기저를  $\mathbf{Q}_n(N)$ 이라 하자.  $\mathbf{Q}_n(N)$ 은 잡음 부공간 기저에 대한 추정이다. 제안방식에서 도래각  $\theta$ 에 대한 스펙트럼은

$$s_p(\theta) = \frac{\|\mathbf{a}(\theta)\|^2}{\|\mathbf{Q}_n^H(N)\mathbf{a}(\theta)\|^2} \quad (12)$$

와 같이 계산된다.  $\mathbf{Q}_n(N)$ 의 열을 기저로 갖는 공간에  $\mathbf{a}(\theta)$ 를 투사했을 때 좌표 벡터는  $\mathbf{Q}_n^H(N)\mathbf{a}(\theta)$ 로

$$\|\mathbf{Q}_n^H(N)\mathbf{a}(\theta)\|^2 = \|\mathbf{a}(\theta)\|^2 - \|\mathbf{Q}_s^H(N)\mathbf{a}(\theta)\|^2$$

이고, 이를 (12)에 대입하여 그 역수를 취하면

$$s_p^{-1}(\theta) = 1 - \frac{\|\mathbf{Q}_s^H(N)\mathbf{a}(\theta)\|^2}{\|\mathbf{a}(\theta)\|^2} \quad (13)$$

와 같다. 따라서  $s_p(\theta)$ 의 피크들을 찾는 것은 아래 정의된 비용함수  $c_p(\theta)$ 의 최소값들을 찾는 것과 같다.

$$c_p(\theta) = \frac{\|\mathbf{a}(\theta)\|^2}{\|\mathbf{Q}_s^H(N)\mathbf{a}(\theta)\|^2} \quad (14)$$

일반적으로  $M - K > K$ 이므로  $s_p(\theta)$ 보다  $c_p(\theta)$ 에 의거하여 계산하는 것이 계산량 면에서 효율적이다.

## 3. 최소값 탐색

비용함수  $c_p(\theta)$ 의 최소값들을 구하기 위해 탐색구간  $(\theta_L, \theta_U)$ 을 작은 간격  $\Delta\theta$ 로 나누어 각 점에서  $c_p(\theta)$ 를 계산하는 grid 방식은 많은 점에서 비용함수 값을

계산해야함에 따라 그 계산량이 매우 커진다. Brent의 최소화 방법<sup>[7,9]</sup>을 도입하여 효율적으로  $c_p(\theta)$ 의 최소점을 구할 수 있다.

Brent 방법을 적용하기 위해서는 먼저 최소를 포함하는 구간(이하 '최소구간'이라 함)이 필요하다.  $K$ 개의 도래각을 추정하기 위해서는  $K$ 개의 최소구간을 구해야 한다. 최소구간을 2 분할 방식(bisection)<sup>[9]</sup>으로 구할 수 있다. 첫 번째 단계에서는 전체 구간  $(\theta_L, \theta_U)$ 를 2 분할하여 분할점이  $p_{10}, p_{11}, p_{12}$ 와 같고, 두 번째에서는  $p_{20}, p_{21}, \dots, p_{24}$ ,  $i$ 번째 에서는  $p_{i0}, p_{i1}, \dots, p_{i2^i}$ 와 같이 2 분할하며, 점간의 간격은  $\delta_i = (\theta_U - \theta_L)/2^i$ 와 같다. 여기서  $p_{i0} = \theta_L$ ,  $p_{i2^i} = \theta_U$ 이다. 인접한 세 점  $p_{i(j-1)}, p_{ij}, p_{i(j+1)}$ 에서

$$c_p(p_{ij}) < c_p(p_{i(j-1)}), c_p(p_{i(j+1)}) \quad (15)$$

이면, 구간  $(p_{i(j-1)}, p_{i(j+1)})$ 는 최소점을 포함한다. 이 때 세 점  $\{p_{i(j-1)}, p_{ij}, p_{i(j+1)}\}$ 을 triplet이라 한다. 도래각 근치가 아닌 구간에서도 최소값을 가질 수 있으며, 따라서 원치 않는 구간이 잘못 수용될 수 있다. 이의 방지를 위해

$$c_p(p_{ij}) < \alpha_{th} \quad (16)$$

의 조건을 추가한다.  $\alpha_{th}$ 는 사전에 정한 어떤 상수이다. 식 (15)와 (16)이 만족되어야 구간  $(p_{i(j-1)}, p_{i(j+1)})$ 을 최소구간으로 수용하며,  $K$ 개의 triplet이 발견될 때까지 2 분할을 계속 한다.

$K$ 개의 triplet이 발견되면 각 최소구간에서의 최소점을 Brent 방법을 이용하여 찾는다. Brent 방법에서는 포물선 보간법(parabolic interpolation)과 Golden selection을 결합하여 빠른 속도로 최소값을 계산한다. 포물선 보간법은 superlinear의 빠른 수렴특성을 보이지만, 이 방법만을 적용할 때는 최소값의 발견을 보장하지 못한다. 포물선 보간법이 수렴속도가 늦거나 수렴하지 않으면, 주어진 최소구간으로부터 최소값의 계산을 보장하는 Golden selection으로 탐색 방법을 변경하여 계산한다.

#### 4. 제안 알고리즘 요약

제안 방식의 알고리즘을 아래에 요약하였다.

1)  $R_L(N)$ ,  $R_{x,K}(N)$ 을 구한다.

- 2)  $R_L(N)$ 을 고유분해하여 (10)과 같이  $\sigma^2(N)$ 을 계산한다.
- 3)  $R_{0,K}(N)$ 을 구하고, 각 열을 직교화하여  $Q_s(N)$ 을 구한다.
- 4) 2 분할을 통해 구간  $(\theta_L, \theta_U)$ 에서  $c_p(\theta)$ 에 대한  $K$ 개의 triplet을 찾는다.
- 5) 각 triplet에 Brent 방법을 적용하여 최소점을 찾는다.

제안방식에서 직교기저를 구하기까지 소요 계산량을 살펴보면, 매 샘플마다  $R_{x,K}(N)$ 의 갱신에  $O(MK)$ ,  $\sigma^2(N)$ 은  $O(L^3)$ ,  $Q_s(N)$ 은  $O(MK^2)$ 의 복소 곱셈을 요구한다. 샘플행렬을 고유분해하는 기존방식에서는 매 샘플마다 샘플행렬 갱신에  $O(M^2)$ , 고유분해에  $O(M^3)$ 의 계산량이 요구된다.  $L$ 을  $K+1$ 로 선택할 수 있으며, 제안방식은 기존방식에 비해 크게 계산량을 절감할 수 있다. 특히  $M \gg K$  일수록, 절감의 효과가 더욱 커진다.

## IV. 시뮬레이션

시뮬레이션에서는 샘플행렬을 고유분해하여 기저를 구해 도래각을 추정하는 기존방식과 샘플행렬 열로부터 기저를 구하는 제안방식의 성능을 비교한다. 10개의 센서가 직선상에 반 피장의 같은 간격으로 배열된 ULA(uniform linear array) 어레이를 사용하였으며, 3개의 신호가  $\theta_1 = -15^\circ$ ,  $\theta_2 = 12^\circ$ ,  $\theta_3 = 30^\circ$ 의 방향으로부터 도래한다, 그림 4를 제외하고, 두 번째, 세 번째 신호의 입사전력은 첫 번째 신호의 입사전력보다 각각 5, 10 dB 크다. 즉,  $\gamma_2 = \gamma_1 + 5$ ,  $\gamma_3 = \gamma_1 + 10$  (dB), 여기서  $\gamma_k$ 는  $k$ 번째 신호의 신호 대 잡음 비(SNR)를 나타낸다. 제안방식에서 잡음을 제거하는 경우,  $L = 4$ 를 사용하였고, 따라서  $\sigma^2(N)$ 은 4x4 행렬의 가장 작은 고유치로 주어진다.

$\gamma_1 = 5$  dB,  $N = 100$  일 때, 그림 1은 도래각  $\theta$ 에 대한 스펙트럼을 보여준다. 제안방식, 기존방식 모두에서 신호의 도래방향에 큰 피크를 가짐을 보여준다. 기존방식의 피크가 더 큰 값을 나타낸다. 도래각 부근에서  $s_p(\theta) (= 1/(1 - c_p(\theta)))$ 는 큰 값을 가지며, 이외에는 작은 값을 가져, 원치 않는 최소구간의 수용을 방지하기 위해 도입한 파라미터  $\alpha_{th}$ 의 값을 쉽게 정할 수 있

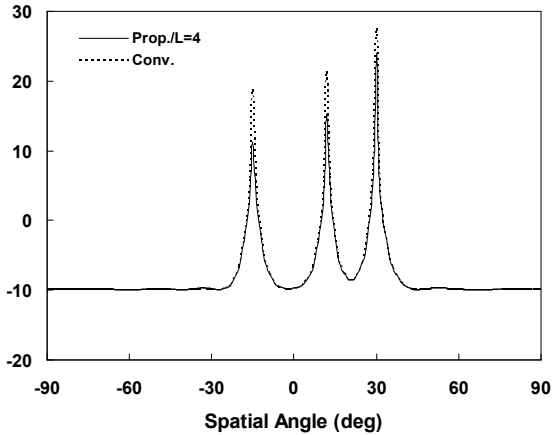


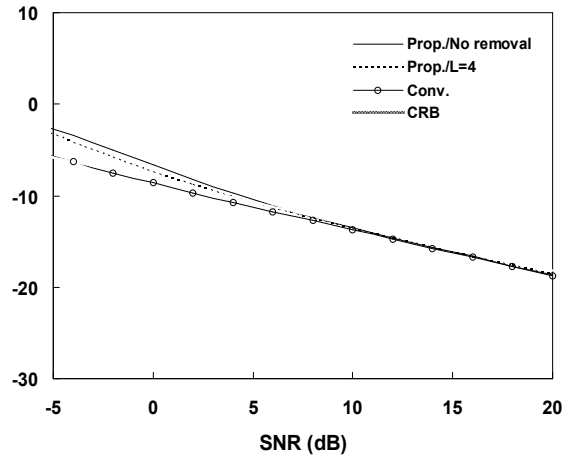
그림 1. 제안방식, 기축방식에서 도래각  $\theta$ 에 대한 스펙트럼

Fig. 1. Spatial spectra in the proposed and the conventional methods.

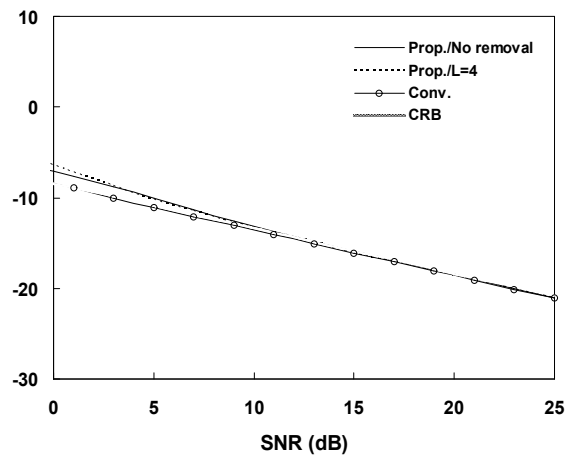
다. 시뮬레이션에서는  $\alpha_{th} = 2/3$ 로 하였다.

그림 2는  $N = 100$  일 때 SNR에 따른 RMSE(root mean square error) 성능을 보여준다. 평균값을 구하기 위해 100번의 시험을 반복하였다. 그림은  $L = 4$ 인 부행렬을 이용하여 잡음제거를 하는 경우와 잡음제거 없이  $\mathbf{R}_{x,K}(N)$ 을 그대로 신호 부공간 추정기저로 사용하는 경우에 대한 성능이 같이 제시되어 있으며, CRB(Cramer-Rao bound)<sup>[3]</sup>도 포함하고 있다. 그림 2(a)는  $\gamma_1$ 의 함수로  $\theta_1$ 에 대한, 그림 2(b)는  $\gamma_2$ 의 함수로  $\theta_2$ 에 대한, 그림 2(c)는  $\gamma_3$ 의 함수로  $\theta_3$ 에 대한 RMSE를 나타낸다.  $N, M$ 이 충분히 크면, CRB는 SNR에 반비례한다<sup>[3]</sup>. 그림에서 CRB는 이러한 사실과 일치하는 특성을 보인다. 각 RMSE는 SNR이 증가함에 따라 감소하며 CRB에 매우 근접하고 있다. 특히, 이 예에서, 기존방식의 성능은 SNR에 관계없이 CRB와 차이가 거의 없어 중복되어 있는 것처럼 보인다.  $\gamma_1 < \gamma_2 < \gamma_3$ 임에 따라  $\theta_2$ 의 RMSE는  $\theta_3$ 의 RMSE는 보다 크고,  $\theta_1$ 의 RMSE 보다 작음을 나타낸다. 제안방식과 기존방식을 비교하면, SNR이 작을 때, 기존방식의 RMSE가 약간 작지만 SNR이 커짐에 따라 그 차이는 작아져서 SNR이 4 dB 이상이면  $\theta_1$ 의 RMSE 경우, 0.5 dB 보다 작은 차이를 보인다. 잡음전력을 제거하지 않는 방식과 제거하는 방식을 비교하면, 전체적으로 제거하는 방식의 성능이 약간 우수하지만 그 성능차이는 매우 작다.

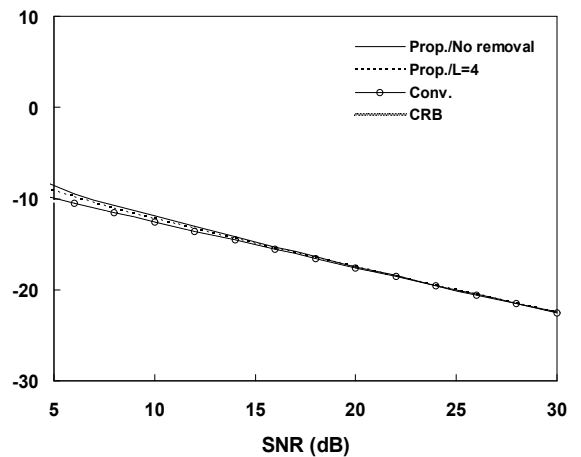
그림 3에  $N$ 에 대한 성능이 예시되어 있다.  $\gamma_1$ 은 5dB이다.



(a)



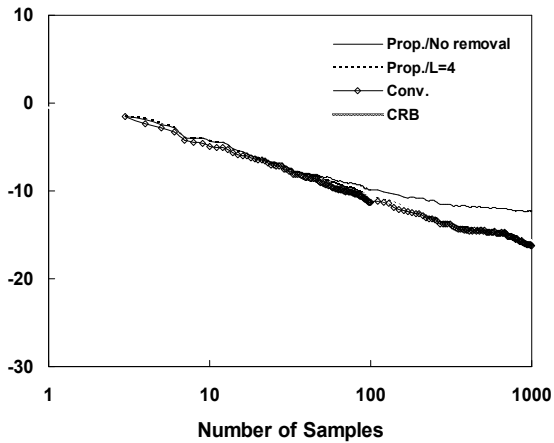
(b)



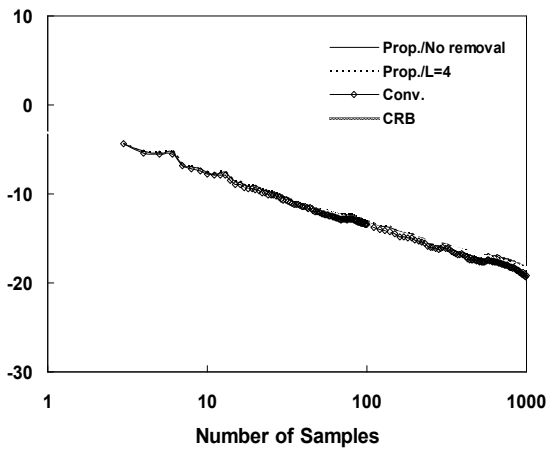
(c)

그림 2. 신호 대 잡음비에 따른 RMSE (a)  $\gamma_1$ 에 따른  $\theta_1$ 에 대한 RMSE (b)  $\gamma_2$ 에 따른  $\theta_2$ 에 대한 RMSE (c)  $\gamma_3$ 에 따른  $\theta_3$ 에 대한 RMSE

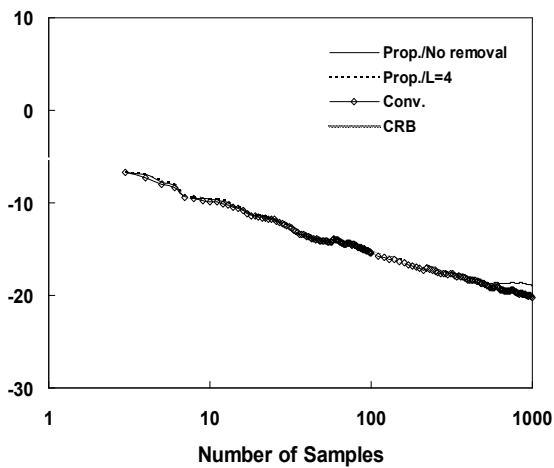
Fig. 2. RMSE versus SNR (a) RMSE for  $\theta_1$  (b) RMSE for  $\theta_2$  (b) RMSE for  $\theta_3$



(a)



(b)



(c)

그림 3.  $\gamma_1 = 5$  dB 일 때,  $N$ 에 따른 RMSE (a)  $\theta_1$ 에 대한 RMSE (b)  $\theta_2$ 에 대한 RMSE (c)  $\theta_3$ 에 대한 RMSE

Fig. 3. RMSE versus  $N$  at  $\gamma_1 = 5$  dB (a) RMSE for  $\theta_1$  (b) RMSE for  $\theta_2$  (c) RMSE for  $\theta_3$ .

그림 3(a), (b), (c)는 각각  $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ 에 대한 RMSE를 보인다. CRB는  $N$ 이 충분히 크다면  $N$ 에 반비례하며<sup>[3]</sup>, 그림의 결과는 이를 보여준다. 그림 3(b), (c)에서  $\theta_2, \theta_3$ 에 대한 RMSE 성능은 방식에 관계없이 성능차이가 거의 없어 서로 중첩되어 있는 것처럼 나타내며,  $N$ 이 매우 작은 경우 외에는 CRB와도 거의 중첩되어 있다. SNR이 가장 작은 첫 번째 신호의 도래각  $\theta_1$ 에 대한 추정성능을 보면, 잡음을 제거한 제안방식은 기존 방식과 거의 성능차이가 없으나, 잡음을 제거하지 않은 경우에는 큰  $N$ 에서  $N$ 이 커짐에 따라 성능차이도 커짐을 보여준다. 이는 신호 부공간 기저 추정에서 bias 되어 있기 때문에 기인한다. 잡음전력 성분을 제거하지 않아 추정된 기저는 bias 에러를 가지게 되고, 따라서  $N$ 이 계속 증가하여도 RMSE는 감소하지 않는다.  $N$ 이 무한대로 증가할 때, 잡음전력 성분을 제거하면 RMSE는 0이 되지만 제거하지 않으면 0 보다 큰 값을 가진다.

그림 4에서  $\gamma_1 = 10$  dB 이다. 이외 시뮬레이션 조건은 그림 3과 동일하며,  $\theta_1$ 에 대한 RMSE를 보여준다. 그림 3(a)와 비교하면  $\gamma_1$ 이 10 dB로 SNR이 증가함에 따라  $\theta_1$ 에 대한 RMSE가 감소함을 나눈다. 또한 잡음전력을 제거하지 않았을 때의 bias 영향도 감소함을 보여준다. SNR이 커짐에 따라 bias 영향은 감소되어, SNR이 작지 않다면 bias 영향을 무시할 수 있을 것이다. 그림 3(a)의 예를 보면,  $N = 500$ 에서 잡음전력을 제거하지 않을 때  $\theta_1$ 에 대한 RMSE는  $0.064^\circ$ 로, bias 되어 있음에도 불구하고 매우 작은 값을 가진다.

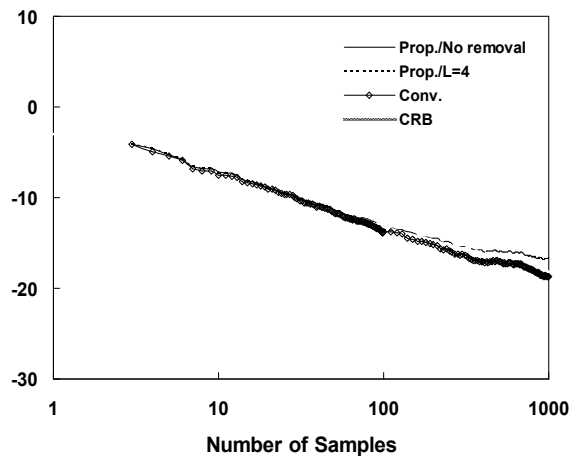


그림 4.  $\gamma_1 = 10$  dB 일 때,  $N$ 에 따른  $\theta_1$ 에 대한 RMSE  
Fig. 4. RMSE for  $\theta_1$  versus  $N$  at  $\gamma_1 = 10$  dB.

#### IV. 결 론

제안 방식은 샘플행렬의 부행렬을 이용해서 신호부 공간에 대한 기저벡터를 간단히 추정함으로써, 샘플행렬의 고유분해가 필요한 기존 방식에 비해 계산 복잡도를 현저히 감소시킬 수 있다. 제안방식에서 잡음전력을 구하는 것이 필요하나 이를 생략할 수도 있다. 시뮬레이션 결과에 의하면, 제안방식은 기존방식과 실질적으로 같은 성능을 가짐을 나타내었다. 샘플행렬의 열벡터에서 잡음전력을 제거하지 않고 기저벡터로 이용하면 bias 되지만 이의 영향은 SNR이 작지 않다면 무시할 수 있다. 계산량 면에서 절감 효과는 어레이의 센서 수가 클수록 커서, 많은 센서를 가지는 어레이에 유용하게 적용될 수 있을 것이다. 또한 제안방식에서는 어레이 구조의 특성을 전제하지 않고 있어, 기존의 스펙트럼 MUSIC 방식처럼 임의 구조를 갖는 어레이에 적용할 수 있다.

#### 참 고 문 헌

- [1] H. Krim, and M. Viberg, "Two decades of array signal processing research," *IEEE Signal Process. Mag.*, vol. 13, no. 4, pp. 67-94, July 1996.
- [2] L. C. Godara, "Application of antenna arrays to mobile communications-Part II: Beamforming and DOA considerations," *Proceedings of the IEEE*, vol. 85, no. 8, pp. 1195-1247, Aug. 1997.
- [3] P. Stoica, and A. Nehorai, "MUSIC, maximum likelihood, and Cramer-Rao bound," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Process.*, vol. 37, no. 5, pp. 720-741, May 1989.
- [4] J. Li, and R. T. Compton, "Maximum likelihood angle estimation for signals with known waveforms," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 41, pp. 2850 - 2862, Sept. 1993.
- [5] Y.-H. Choi, "Maximum likelihood estimation for angles of arrival of coherent signals using a coherency profile," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 48, no. 9, pp. 2679-2682, Sept. 2000.
- [6] R. O. Schmidt, "Multiple emitter location and signal parameter estimation," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 34, no. 3, pp. 276-280, Mar. 1986.
- [7] Y.-H. Choi, "Systematic approach to MUSIC estimation with minimisation of its cost function," *Electron. Lett.*, vol. 35, pp. 620-621,

Apr. 1999.

- [8] A. Ferréol, P. Larzabal, and M. Viberg, "Statistical analysis of the MUSIC algorithm in the presence of modeling errors, Taking Into Account the Resolution Probability," *IEEE Signal Process.*, vol. 58, no. 8, pp. 4156-4166, Aug. 2010.
- [9] W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, and B. P. Flannery, *Numerical recipes in fortran*. New York: Cambridge University Press, 1992.
- [10] B. Noble and J. Daniel, *Applied Linear Algebra*. New Jersey: Prentice-Hall, 1988.

————— 저 자 소 개 —————

최 양 호 (정회원)  
대한전자공학회 논문지  
제47권 6호 참고