

논문 2011-48SP-3-4

# 디지털 방사선 영상에서 그리드 각도의 최적화와 변조 모델에 기초한 그리드 왜곡의 제거

( Grid Angle Optimization and Grid Artifact Reduction in Digital  
Radiography Images Based on the Modulation Model )

김 동 식\*

( Dong Sik Kim )

## 요 약

산란선을 흡수하여 보다 선명한 x선 영상을 얻기 위하여 산란방지 그리드를 사용하여 투사영상을 얻는데, 이때 그리드로 인한 왜곡이 발생한다. 본 논문에서는 회전된 그리드를 사용하여 그리드 왜곡의 제거가 용이하도록 x선 디지털 영상을 얻는 방법에 있어서 기존의 왜곡 성분의 중심주파수를 가장자리로 보내는 경우를 보다 심도 있게 분석하여 확장된 결과를 도출하였으며, min-max 개념에서 주어진 그리드 밀도에 대하여 최적화하는 방법을 제시하였다. 또한 실질적으로 사용가능한 그리드 밀도에 대하여 적절한 그리드 각도를 제시하고 그러한 그리드를 사용하여 획득한 x선 디지털 영상에서 그리드 왜곡이 용이한 알고리즘을 제안하고 그 성능을 비교해보았는데, 원영상의 해상도를 어느 정도 유지하면서 그리드 왜곡을 줄일 수 있었다.

## Abstract

In order to obtain more clear x-ray images, an antiscatter grid, which can absorb the scattered rays, is employed. In the high-resolution direct digital radiography, however, the artifacts due to the grid are visible. In this paper, within the methods of obtaining x-ray digital images by employing the rotated grids for the facility of grid artifact reduction, the previous work, where the frequencies of the artifact components on the boundary, is further analyzed and extended, and a min-max optimization for a given grid density is proposed. For practical grid densities, appropriate grid angles are provided and a grid artifact reduction algorithm is proposed for the appropriate grid angles. The proposed algorithm is tested for real x-ray digital images with a comparison, and can remove the grid artifacts while maintaining the resolution of the original image.

**Keywords :** digital radiography, grid artifacts, rotated grid

## I. 서 론

X선을 사용한 사물의 투시영상은 의료 분야뿐만 아니라 여러 분야에서 매우 중요하게 사용되고 있다. X선 디지털 영상의 획득을 위하여, 형광체에 기초한 영상관을 사용하여 촬영한 영상을 레이저로 스캔 후 디지털

신호로 변환하여 영상을 획득하는 간접 방법인 CR (computed radiography)과 DR(digital radiography) 기술이 발달하였다<sup>[1]</sup>. 최근에는 중간 매개체를 사용하지 않고, x선의 에너지를 이미지디텍터에서 직접 디지털 신호로 변환하여 보다 고해상도의 영상을 획득할 수 있는 직접 방식에 대한 연구가 활발히 진행되고 있다.

X선 발생 장치에서 발생한 x선이 환자를 투과한 후 영상을 획득하기 위한 획득 장치로 입사하게 되는데, 환자를 투과하기 전 또는 후에 발생하는 산란선(scattered x-ray)은 영상 획득 장치에 입사하여 영상의 품질을 저하시킨다. 이러한 산란선으로 인한 영상의 품

\* 정회원, 한국외국어대학교 전자공학과  
(Department of Electronics Engineering, Hankuk University of Foreign Studies)

※ 이 연구는 2011학년도 한국외국어대학교 교내학술 연구비의 지원에 의하여 이루어진 것임.

접수일자: 2010년9월5일, 수정완료일: 2011년1월18일

질 저하를 방지하기 위하여, 매우 가는 납줄(lead strip)을 일정 간격으로 배열한 산란 방지 그리드를 사용하는 데, 이는 x선 발생 장치에서 방사되는 각도 이외의 다른 각을 가지는 산란선을 차단하여 산란으로 인한 화질의 흐려짐을 방지하려는 목적을 가지고 있다. 그러나 직접방식 DR과 같은 고해상도 x선 디지털 영상 장치에서는, 그리드로 인한 패턴이나 왜곡(grid artifact)이 심하게 발생한다<sup>[2]</sup>. 이러한 왜곡은 디지털 표본주파수와 그리드의 주파수 성분과의 관계에 의한 영상 표본화 과정에 의한 것으로, 표본주파수가 일반적으로 Nyquist의 최소 표본 주파수보다 낮은 경우 에일리어스 왜곡이 발생하게 된다. 따라서 이러한 왜곡을 분석하고 획득한 영상에서 이러한 왜곡을 효율적으로 제거시킬 필요가 있다.

그리드로 인한 왜곡을 분석하기 위한 수학적 모델들이 제시되어있는데, 기존의 모델은 원영상과 그리드 영상이 더하기 형태로 되어 있으나 최근에는 투사영상의 투과(transmissivity) 모델<sup>[3, 5]</sup>에 기초한 곱셈 형태의 영상 형성 모델이 제시되었다<sup>[5]</sup>. 이러한 모델을 통하여 그리드 왜곡은 진폭 변조된 원영상의 합 형태가 됨을 알 수 있으며, 예측된 왜곡주파수를 중심으로 단순한 notch 필터<sup>[4]</sup>를 사용해서는 그리드 왜곡의 제거가 힘들다는 것을 알 수 있다. 즉 어느 정도 대역폭을 가지는 대역차단필터(band-rejection filter, BRF)를 사용해야한다<sup>[5]</sup>.

기존의 연구에서는, 영상디텍터에서의 표본 좌표와 평행하게 그리드를 배치하여 x선 디지털 영상을 획득하고, 1차원 또는 2차원 주파수 영역에서 왜곡주파수를 찾아서 공간 영역 또는 주파수 영역에서 필터를 적용하여 그리드 왜곡을 제거하려하였다<sup>[2, 6-9]</sup>. Lin 등<sup>[9]</sup>은 그리드의 여러 고조파 성분에 대한 에일리어스 주파수 성분을 예측하고 Gaussian 형태의 BRF를 적용하여 그리드 왜곡을 제거하였다. 그런데 그리드를 적절한 각도로 회전시킨 상태에서 x선 디지털 영상을 얻을 때 왜곡주파수를 어느 정도 원하는 위치로 보낼 수 있으며, 원 영상에 영향을 덜 주는 위치로 이동시켜서 제거를 쉽게 만들 수가 있다<sup>[10]</sup>. 참고문헌 [10]과 [11]은 이러한 회전된 그리드를 사용하여 x선 디지털 영상을 얻고 1차원 저역필터(low-pass filter, LPF)를 2차원 영상의 공간영역이나 주파수 영역에서 적용하는 방법을 제안하여 그리드 왜곡을 기존의 방식보다 효율적으로 제거할 수 있었다. 본 논문에서는 실질적으로 주어진 그리드 주파수

에 대하여 최적화된 그리드 각도를 구하는 방법에 대하여 분석을 해보았다. 또한 실질적인 그리드 각도를 제시하였고, 그러한 그리드에 적절한, BRF에 기초한 그리드 왜곡 알고리즘을 제안하였다. 제안한 알고리즘에서는, 변조 모델에 의하여 BRF를 적용해야 하는 부분이 Lin 등<sup>[9]</sup>의 기존 연구에서 보인 에일리어스 주파수뿐만 아니라, 부분적으로 그리드 왜곡을 만드는 변조항이 있음을 보였으며, 이러한 변조항의 제거를 통하여 보다 확실한 그리드 왜곡 제거가 가능함을 보였다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 제 II장에서는 산란방지 그리드와 직접 방식의 DR에서 획득한 고해상도의 x선 투사영상에서 그리드로 인한 왜곡의 형성 모델을 진폭 변조라는 관점에서 고찰하였다. 제 III장에서는 회전된 그리드로 획득한 x선 디지털 영상의 그리드 왜곡을 분석하고 그리드 각도의 최적화에 대하여 논하였다. 제 IV장에서는 실질적으로 사용하는 그리드 주파수에 대하여 적절한 그리드 각도를 고찰하였으며, 그러한 그리드에 대하여 적절한 그리드 왜곡 제거 알고리즘을 제안하였다. 제 V장에서는 실제 x선 디지털 영상에 대하여 제안한 알고리즘의 성능을 기존의 알고리즘과 비교하였으며, 마지막 장에 결론을 내렸다.

## II. 고해상도 X선 디지털 영상

본 장에서는 산란선을 흡수하는 산란방지 그리드와 변조영상형성모델 그리고 영상 디텍터에 대하여 간단히 소개한다<sup>[11]</sup>.

### 1. 산란방지 그리드

X선 영상 획득 시에 산란을 방지하기 위하여 사용하는 그리드는, 산란선을 흡수하는 얇은 납줄을 일정한 간격으로 배열하고 그 중간에는 x선이 투과하는 알루미늄이나 탄소로 채워진 구조를 가지고 있다. 그리드의 종류에는 배열에 따라서 선형과 교차형 그리드가 있는데, 선형 그리드는 납줄들이 일렬로 평행하게 배열되어 있는 것으로 일반적으로 사용된다. 또한 각 납줄의 기울기에 따라 평행과 초점 그리드로 나뉘는데, 방사되는 x선의 각도에 맞추어서 일정한 각도로 기울이며 납줄을 배열한 것이 초점 그리드이다. 또한 그리드는 움직임에 따라서, 고정 또는 이동 그리드로 나뉘는데, 이동 그리드는, 그리드 왜곡을 줄이기 위하여 전통적으로 사용해온 방식으로, 그리드 왜곡을 잘 제거할 수 있지만, 그리드를 움직이기

위한 장치로 인하여 x선 디지털 영상 취득 장치가 커지는 단점이 있다. 본 논문에서 x선 디지털 영상을 얻기 위하여 사용하는 그리드는 고정 형태의 초점 선형 그리드이며, 이때 발생하는 그리드 왜곡을 디지털 신호처리 관점에서 제거하는 것이 본 논문의 연구 방향이다. 그리드의 밀도 또는 주파수는 주어진 거리에 몇 개의 납줄이 배열되어 있는 가를 의미하고 있으며 그리드를 사용하여 획득하는 영상에 발생하는 그리드 왜곡의 특성에 직접적인 영향을 미친다.

## 2. 변조영상형성모델

본 장에서는 고정 그리드를 사용하는 x선 그리드 영상의 왜곡을 분석하기 위하여 x선 그리드 영상 형성의 수학적 모델을 소개한다<sup>[5]</sup>.

상수  $\phi$ 가 그리드의 줄이 y축의 방향과 이루는 각도를 의미한다고 할 때,  $\phi = 0$ 인 고정 그리드로 만들어지는 그리드 영상 신호를  $g(x, y)$ 라 하고  $0 \leq g(x, y) \leq 1$ 을 만족한다고 하자. 여기서  $(x, y)$ 는 영상 신호의 위치로 2차원 평면  $R^2$ 의 어떠한 부분 집합  $A$ 의 원소라고 하고 그리드의 주파수가  $f_1$ (lines/mm)이라고 하면 그리드 영상 신호  $g$ 는  $f_1$ 을 기본 주파수로 하는 주기 신호로  $nf_1$ ,  $n = 2, 3, \dots$ , 인 고조파 성분을 가지게 된다. 즉 영상  $g$ 는 주기신호이므로 다음과 같은 Fourier 급수 형태로 나타낼 수 있다<sup>[2, 9]</sup>.

$$g(x, y) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(2\pi n f_1 x + \theta_n) \quad (1)$$

식 (1)에서  $a_n \in R$ 이다. 물체를 투시한 원영상을  $h(x, y)$  ( $(x, y) \in A$ )라 하고 그리드를 거친 투사영상 (projection image)을  $h_1(x, y)$ 라고 하자. 그러면 영상 형성에서 투과 모델<sup>[3, 15]</sup>에 기초하여 투사영상을 다음과 같은 곱셈 형태로 나타낼 수 있다.

$$h_1(x, y) = h(x, y)g(x, y) \quad (2)$$

즉 식 (1)로부터 투사영상  $h_1$ 은 다음과 같이 진폭 변조 모델로 쓸 수 있다.

$$h_1(x, y) = h(x, y)a_0 + h(x, y) \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(2\pi n f_1 x + \theta_n) \quad (3)$$

식 (3)의 투사영상  $h_1$ 은 원영상  $h$ 에 이득항인  $a_0$ 을 곱한 것에  $nf_1$ 의 주파수를 가지는 반송파로 진폭 변조

된 항들의 합으로 되어있다. 만일 원영상  $h$ 의 최대 주파수가  $f_M$ 이라고 하면 투사영상  $h_1$ 에  $h$  성분의 겹침이 발생하지 않기 위해서는 그리드 주파수  $f_1$ 은 다음의 관계식을 만족해야 한다.

$$f_1 > 2f_M \quad (4)$$

참고문헌 [2]와 [9]의 기존 연구에서는 투사영상의 모델을 원영상과 그리드 영상의 합 형태로 생각하였으며, 따라서 그리드 영상을 원영상과는 별도로 생각하여 그리드 영상만 표본주파수와와의 관계를 통하여 분석하고 이를 BRF나 notch 필터를 사용하여 제거하려고 했다. 또한 겹침 없이 원영상을 복원하기 위한 조건이 변조영상형성모델의 식 (4)의 경우와는 다르게  $f_1 > f_M$ 이 되는데, 이러한 더하기 형태의 영상형성모델은 잘못된 것임을 실험을 통하여 확인할 수 있다<sup>[5, 11]</sup>. 식 (3)과 같이 진폭 변조된 항으로 인하여 식 (4)와 같은 관계식도 고해상도 영상의 취득을 위하여 필요한 조건임을 알 수 있으며, 단순히 notch 필터를 사용하여 그리드의 주파수 성분만을 제거한다고 해서 원영상이 충실히 복원되지 않음을 알 수 있다<sup>[5, 11]</sup>.

## 3. 영상디텍터와 샘플러

영상디텍터에서 디지털 신호로 변환하는 과정은, 투사영상  $h_1$ 에 LPF를 적용하고 표본주파수  $f_s$ (lines/mm)로 표본화하고 양자화함으로 이루어진다. 이때 영상디텍터 LPF의 차단주파수를  $f_c$ 라고 하자. 이 차단주파수와 표본주파수에 따라서 영상디텍터의 해상도가 결정되는데, 고해상도의 경우는 차단주파수와 표본주파수가 상대적으로 높다. 만일 영상디텍터의 LPF가 이상적인 LPF라 하고 차단주파수가 다음 관계식을 만족한다고 하자.

$$f_M < f_c \leq f_1 - f_M \quad (5)$$

그러면 이 LPF를 사용하여 식 (4)를 만족하는 식 (3)의 투사영상  $h_1$ 에서  $ha_0$  성분만을 뽑아낼 수 있으며, Nyquist 주파수인  $2f_M$ 보다 높은 표본주파수, 즉 관계식  $f_s > 2f_M$ 을 만족하는 표본주파수  $f_s$ 로 표본화하면 투사영상  $h_1$ 로부터 원영상  $h$ 를 복원할 수 있다. 즉 여기서 영상디텍터 LPF는 에일리어스 방지 필터의 역할을 한다. 따라서 그리드의 주파수가 표본주파수보다 크다고 하면, 즉  $f_1 \geq f_s$ 이면, 획득한 영상의 최대주파

수  $f_M$ 이 최대  $f_s/2$ 일 때까지 에일리어스가 발생하지 않고 고해상도의 원영상을 복원할 수 있다.

### III. 회전된 그리드와 회전 각도의 최적화

산란선의 차단을 위하여 그리드를 사용할 때, 영상디텍터의 차단주파수보다 훨씬 높은 밀도를 가지는 그리드를 사용하면 그리드로 인한 왜곡이 적은, 고해상도의 x선 영상 획득이 가능하다. 그러나 제작상의 기술적 문제와 산란선 차단 성능이 저하하는 문제로 그리드의 밀도를 원하는 수준으로 올리는 것은 쉽지 않으며, 따라서 그리드로 인하여 특별히 고해상도 디지털 영상에 왜곡이 발생하는 현상은 피할 수 없다. 본 장에서는 그리드로 인하여 영상디텍터에서 얻은 디지털 영상에 왜곡이 발생하는 경우에 대하여 분석해 보았다.

#### 1. 회전된 그리드와 그리드 왜곡

각도  $\phi$ 로 회전된 그리드를 사용하는 경우  $nf_1$  주파수를 가지는 성분의 변조된 신호들이 표본화되면서 발생한 변조항의 기본항 또는 에일리어스 항의 중심 주파수는 다음과 같다.

$$(nf_1 \cos\phi + mf_s, nf_1 \sin\phi + m'f_s) \quad (m, m' \in Z)$$

사상  $\eta: R \rightarrow R$  을 다음과 같이 정의하자.

$$\eta(a) := a - \left\lceil \frac{a}{f_s} - 0.5 \right\rceil f_s \quad (a \in R)$$

이 식에서  $\lceil a' \rceil$  는 실수  $a'$ 보다 크거나 같으면서 가장 작은 정수를 의미한다. 또한 사상  $\mu: R^2 \rightarrow R^2$ 를 다음과 같이 정의하자.

$$\mu(b, b') := (\eta(b \cos b'), \eta(b \sin b')) \quad (b, b' \in R)$$

그러면 표본주파수  $f_s$ 로 표본화를 하는 경우, 인지 가능한 주파수 영역  $(-f_s/2, f_s/2)^2 \subset R^2$  내로 들어오는,  $nf_1$ 을 가지는 변조항의 기본 항 또는 그의 에일리어스 항의 중심 주파수는  $\mu(nf_1, \phi)$ 가 된다. 여기서 중심주파수  $\mu(nf_1, \phi)$ 를 고조파  $nf_1$ 에 의한 왜곡주파수라고 부르자. 또한 이러한 왜곡주파수의 원점에 대해 대칭인 주파수  $\mu_s(nf_1, \phi)$ 도 주파수 영역  $[-f_s/2, f_s/2]^2$ 에 존재한다. 여기서  $\mu_s$ 의 정의는 다음과 같다.

$$\mu_s(b, b') := (-\eta(b \cos b'), -\eta(b \sin b')) \quad (b, b' \in R)$$

주파수  $\mu_s(nf_1, \phi)$ 를 대칭왜곡주파수라고 부르자. 주파수 영역  $[-f_s/2, f_s/2]^2$ 에는 왜곡주파수  $\mu(nf_1, \phi)$ 와 대칭왜곡주파수  $\mu_s(nf_1, \phi)$ 을 중심 주파수로 가지는 변조항이 존재하며, 이러한 변조항들은 그리드의  $n$ 차 고조파 성분인  $nf_1$ 로 인하여 발생하는 그리드 왜곡이 된다.

그리드 왜곡을 감쇄하기 위해서는 이러한 변조항들을 적절한 BRF나 LPF를 사용하여 제거해야 한다. 그런데 그리드를 사용한 x선 디지털 영상 형성 모델에서 기존의 더하기 형태가 아니라 전장에서 언급한 곱셈 형태의 변조 모델<sup>[5]</sup>을 고려하면, 단순히 왜곡주파수와 대칭주파수를 중심으로 하는 대역폭이 좁은 BRF 또는 notch 필터의 사용은 그리드 왜곡을 충실히 제거하지 못함을 알 수 있다. 즉 어느 정도 대역폭을 가지는 BRF를 각 중심주파수에 적용해야 한다. 나아가서, 중심 주파수가 주파수 영역  $[-f_s/2, f_s/2]^2$ 에 존재하지 않는다고 해도 표본주파수  $f_s$ 마다 반복되는 에일리어스 변조항의 일부분이 주파수 영역  $[-f_s/2, f_s/2]^2$ 의 안에 존재할 수 있다. 따라서 이러한 변조항도 BRF를 사용하여 제거할 필요가 있다. 이러한 변조항의 중심주파수를 부분왜곡주파수라고 부르자. 이제 이러한 부분왜곡주파수에 대하여 간단히 정의해보자. 먼저 원영상  $h$ 의 주파수 크기 응답이 다음과 같은 영역을 차지하고 있다고 가정하자.

$$[-f_M, f_M]^2 \quad (\subset [-f_s/2, f_s/2]^2)$$

여기서  $h$ 의 최대주파수  $f_M$ 은  $0 < f_M \leq f_s/2$ 을 만족한다. 어떠한 왜곡주파수 또는 그의 대칭주파수를 다음과 같이 표시하자.

$$(u_1, v_1) \quad (\in [-f_s/2, f_s/2]^2)$$

이를 중심주파수로 가지는 변조항으로 만들어지는 부분 왜곡주파수는 다음과 같다. 만일  $u_1 - f_M \leq -f_s/2$ 이면  $(u_1 + f_s, v_1)$ , 또는  $u_1 + f_M \geq f_s/2$ 이 성립하면  $(u_1 - f_s, v_1)$ 이  $(u_1, v_1)$ 에 의한 수평방향에 대한 부분왜곡주파수가 되며, 만일  $u_1 - f_M > -f_s/2$ 이고  $u_1 + f_M < f_s/2$ 이 성립하면 수평방향에 대한 부분왜곡주파수는 존재하지 않는다. 같은 방법으로 수직방향에 대한 부분왜곡주파수를 찾을 수 있다. 만일

$v_1 - f_M \leq -f_s/2$ 이면  $(u_1, v_1 + f_s)$ , 또는  $v_1 + f_M \geq f_s/2$  이 성립하면  $(u_1, v_1 - f_s)$ 이  $(u_1, v_1)$ 에 의한 수직방향에 대한 부분왜곡주파수가 되며, 만일  $v_1 - f_M > -f_s/2$ 이고  $v_1 + f_M < f_s/2$ 이 성립하면 수직방향에 대한 부분왜곡주파수는 존재하지 않는다.

이제 그리드 왜곡에 대한 변조항에 대하여 정리하면 다음과 같다. 먼저 주어진 고조파  $nf_1$ 에 대하여 왜곡주파수  $\mu(nf_1, \phi)$ 를 계산할 수 있다. 이렇게 왜곡주파수가 주어지면, 그의 대칭왜곡주파수  $\mu_s(nf_1, \phi)$ 를 구할 수 있다. 또한 이러한 왜곡주파수와 대칭주파수에 대하여 부분왜곡주파수를 찾을 수 있다. 이러한 3가지 종류의 주파수들을 중심으로 하는 변조항을 제거하므로 그리드 왜곡을 완화할 수 있다. 따라서 왜곡주파수  $\mu(nf_1, \phi)$ 만 구하면 제거해야할 변조항을 모두 찾을 수 있다.

## 2. 그리드 회전 각도의 Min-Max 최적화

주파수영역의 원점  $(0, 0)$ 으로부터 왜곡주파수  $\mu(nf_1, \phi)$ 까지의 거리를  $\|\mu(nf_1, \phi)\|$ 로 나타내자. 원신호의 각 좌표에서의 최대주파수  $f_M$ 이 이러한 거리의 절반인  $2^{-1} \|\mu(nf_1, \phi)\|$ 보다 작은 경우 스펙트럼의 겹침이 없으므로, 적절한 LPF를 사용하여 원영상의 충실한 복원이 가능하다. 이러한 거리  $2^{-1} \|\mu(nf_1, \phi)\|$ 를 RMF(recoverable maximum frequency)라고 부른다. 이러한 RMF가 크면 클수록, 즉 변조항의 중심 주파수인 왜곡주파수가 중앙의 복원하고자 하는 신호의 성분보다 주파수 영역에서 멀리 떨어져 있을수록, 효율적인 그리드 왜곡 제거가 가능하다. 양의 상수  $N$ 은 제거하려는 고조파의 개수라 하고, 제거하려고 하는 변조항이 고조파  $nf_1$  ( $n = 1, \dots, N$ )로부터 만들어진 것이라고 하자. 그러면 주어진 그리드 주파수  $f_1$ 에 대하여 최적의 그리드 각도를 다음 식과 같이, RMF가 최소인 왜곡주파수의 RMF를 최대화시키는 각도를 찾는 min-max 최적화 방법으로 구할 수 있다.

$$\max_{|\phi| < \phi} \min_{n \in 1, \dots, N} \frac{w_n}{2} \|\mu(nf_1, \phi)\| \quad (6)$$

여기서 양의 상수  $\phi$ 는 그리드가 가질 수 있는 최대 각도이며, 양의 상수인  $w_n$ 은 각 고조파의 RMF에 대한 가중치가 된다. 가중치  $w_n$ 은 각 변조항의 크기와 연관된

것으로, 기본주파수  $f_1$ 의 변조항과 같이 그 크기가 큰 것은 가중치를 크게 해서 가능한 원점으로부터 멀리 보내는 것이 효율적인 그리드 왜곡 제거에 유리하다. 본 논문에서는 실험의 단순화를 위하여 가중치를 모두 같게 놓고 실험하였다( $w_n = 1$  ( $n = 1, \dots, N$ )).

## 3. 왜곡주파수의 가장자리로의 이동

식 (6)과 같이  $N$ 개의 거리에 대하여 min-max 최적화하는 방법에 반해서 주파수 영역에서 제거하려는 변조항의 왜곡주파수를 가장자리로 보내서 필터링을 수행하는 방법이 있다<sup>[10~11]</sup>. 이러한 방법은, 왜곡주파수를 추정하고 BRPF를 적용하는 방법보다 왜곡주파수 추정이 필요 없이 LPF를 공간영역에서 간단히 적용하여 그리드 왜곡을 제거할 수 있는 장점을 가지고 있다<sup>[11]</sup>. 본 장에서는 왜곡주파수를 주파수 영역에서 가장자리로 보내는 그리드의 주파수와 회전 각도에 대하여, 기존 연구<sup>[10~11]</sup>를 기초로 하여 보다 일반화된 형태로 전개하였다.

표본주파수가  $f_s$ 이므로 주파수 영역은  $[-f_s/2, f_s/2]^2$ 로 주어지며, 만일 어떤 변조항의 중심 주파수의 한 성분이  $f_s/2$  또는  $-f_s/2$ 라고 하면 이 중심 주파수는 주파수 영역의 가장자리에 있다고 하자. 먼저 3개의 고조파,  $f_1, 2f_1, 3f_1$ 로 만들어지는 왜곡을 적절한 필터를 사용하여 제거한다고 가정하고 이들을 가장자리로 보내는 일반화된 그리드 주파수와 각도를 구하기로 한다. 사상  $\zeta: R \rightarrow Z$ 를 다음과 같이 정의하자.

$$\zeta(a) := \left\lceil \frac{a}{f_s} - 0.5 \right\rceil \quad (a \in R)$$

그리드 주파수  $f_1$ 이  $f_s/2 < f_1$ 을 만족한다고 가정하면,  $\zeta(f_1)$ 은  $\zeta(f_1) \leq -1$ 을 만족하는 음의 정수가 된다. 이제  $-\pi/4 < \phi^o \leq \pi/4$ 를 만족하는 그리드 각도  $\phi^o$ 는 다음과 같은 첫 번째 조건을 만족한다고 하자.

$$f_1 \cos \phi^o + (m_1 + 1)f_s = \frac{f_s}{2} \quad (7)$$

식 (7)에서 음의 정수  $m_1$ 은  $m_1 \in \{-1, \dots, \zeta(f_1)\}$ 를 만족하는 것 중에 임의로 선택한다. 그러면 기본주파수  $f_1$ 로 인한 왜곡주파수는 다음과 같이 주어진다.

$$\mu(f_1, \phi^o) = \left( \frac{f_s}{2}, \eta(f_1 \sin \phi^o) \right)$$

즉 주파수 영역에서 가장자리로 가게 된다. 또한 제 2고조파  $2f_1$ 의 경우  $2f_1 \cos\phi^o = -(2m_1 + 1)f_s$ 이므로 왜곡주파수는 다음과 같다.

$$\mu(2f_1, \phi^o) = (0, \eta(2f_1 \sin\phi^o)) \quad (8)$$

제 3고조파의 경우  $3f_1 \cos\phi^o = -(3m_1 + 2)f_s + f_s/2$ 이므로 왜곡주파수는 다음과 같다.

$$\mu(3f_1, \phi^o) = \left( \frac{f_s}{2}, \eta(3f_1 \sin\phi^o) \right)$$

즉  $f_1$ 과 마찬가지로  $3f_1$ 의 경우도 왜곡주파수가 주파수 영역에서 가장자리로 가게 된다. 반면에 제 2고조파의 경우 왜곡주파수를 가장자리로 보내기 위해서는 식 (8)에서, 어떠한 그리드 주파수  $f_1^o (> f_s/2)$ 와 정수  $\ell$ 에 대하여 다음과 같은 두 번째 조건을 만족하여야 한다.

$$2f_1^o \sin\phi^o + \ell f_s = \frac{f_s}{2} \quad (9)$$

식 (7)과 (9)의 조건이 만족되면 제 2고조파의 경우 왜곡주파수는  $\mu(2f_1^o, \phi^o) = (0, f_s/2)$ 가 되어 역시 주파수 영역의 가장자리로 가게 된다. 참고로 조건 (7)과 (9)를 만족하면 고조파  $f_1^o, 2f_1^o, 3f_1^o$ 로 만들어지는 왜곡주파수  $\mu(nf_1^o, \phi^o)$  ( $n = 1, \dots, 3$ )는 다음과 같다.

$$f_1^o : \left( \frac{f_s}{2}, \frac{f_s}{4} \right), 2f_1^o : \left( 0, \frac{f_s}{2} \right), 3f_1^o : \left( \frac{f_s}{2}, -\frac{f_s}{4} \right)$$

이제 제거해야 하는 변조항이 3개 이상인 경우를 생각해 보자. 만일 식 (7)과 (9)를 만족하는 그리드 주파수와 각도에 대하여 고조파  $4f_1^o$ 로 인한 왜곡주파수는 다음과 같다.

$$4f_1^o : \mu(4f_1^o, \phi^o) = (0, 0)$$

즉 이러한 왜곡주파수는 원영상  $h$ 의 중심 주파수와 같아서 BRF를 사용하여 제거가 불가능함을 의미하고 있다. 따라서  $4f_1^o$ 의 변조항으로 생성되는 그리드 왜곡이 크다고 하면, 식 (7)과 (9)의 조건으로 왜곡주파수를 가장자리로 보내는 방법으로는 효율적인 그리드 왜곡 제거가 힘들다. 반면에 고조파  $5f_1^o$ 의 경우는 식 (7)과 (9)의 조건으로부터 다음 식이 각각 만족된다.

$$5f_1^o \cos\phi^o = -(5m_1 + 3)f_s + f_s/2$$

$$5f_1^o \sin\phi^o = -(5\ell/2 - 1)f_s + f_s/4$$

따라서 고조파  $5f_1^o$ 의 왜곡주파수는 다음과 같다.

$$5f_1^o : \mu(5f_1^o, \phi^o) = \begin{cases} \left( \frac{f_s}{2}, \frac{f_s}{4} \right), & |\ell| \text{이 짝수} \\ \left( \frac{f_s}{2}, -\frac{f_s}{4} \right), & |\ell| \text{이 홀수} \end{cases}$$

즉  $5f_1^o$ 로 인한 왜곡주파수는  $f_1^o$ 나  $3f_1^o$ 의 경우와 같으며, 역시 가장자리로 가게 되므로 효율적으로 제거할 수 있다. 만일  $4f_1^o$ 에 의한 변조항의 크기가 그리 크지 않다면 왜곡주파수를 가장자리로 보내는 방법으로  $5f_1^o$ 로 인한 변조항까지 효율적으로 제거할 수 있다.

#### IV. 실질적인 그리드 주파수와 각도

본 장에서는 먼저 왜곡주파수를 가장자리로 보내는 그리드의 주파수와 각도에 대한 예를 제시하고, 실질적인 그리드 주파수에 대하여 가장자리로 보내는 경우와 min-max 최적화 관점에서 적절한 그리드 각도를 제시하였다.

##### 1. 가장자리 왜곡주파수의 예

먼저 그리드의 주파수  $f_1^o$ 가  $f_s/2 < f_1^o \leq 3f_s/2$ 을 만족한다고 하자. 그러면  $m' = -1$ 이므로 고려할 수 있는  $m_1$ 은  $m_1 = -1$  하나뿐이다. 조건 (7)과 (9)로부터 어떤 정수  $\ell$ 에 대하여 다음의 식을 얻을 수 있다.

$$f_1^o \cos\phi^o = \frac{f_s}{2}, 2f_1^o \sin\phi^o + \ell f_s = \frac{f_s}{2} \quad (10)$$

따라서 식 (10)으로부터 다음과 같이 그리드 각도와 주파수를 구할 수 있다.

$$\phi^o = \arctan\left(\frac{1}{2} - \ell\right), f_1^o = \frac{f_s}{2 \cos\phi^o} \quad (11)$$

여기서  $\ell$ 은 정수이다. 만일 표본 주파수가  $f_s = 7.194$  ( $139 \mu\text{m}/\text{pixel}$ )이고  $\ell = 0$ 인 경우는 식 (11)로부터 다음과 같이 그리드 각도와 주파수가 주어진다.

$$\ell = 0 : \phi^o = 26.57^\circ, f_1^o = 4.022 \text{ (102.2lines/inch)} \tag{12}$$

이러한 결과는 참고문헌 [10]과 [11]에  $\arctan(1/2)$ 로 회전된 그리드로 소개된 결과이며, 본 논문에서는 이를 더욱 확장하여,  $\ell = -1$ 인 경우  $\arctan(3/2)$ 로 회전된 그리드를 사용할 수 있는데, 이때 표본 주파수가  $f_s = 7.194$ 라고 하면 그리드 각도와 주파수는 각각 다음과 같다.

$$\ell = -1 : \phi^o = 56.31^\circ, f_1^o = 6.485 \text{ (164.7lines/inch)}$$

$\ell = 0$ 인 경우에 비하여 그리드 주파수는 올라가는데, 이러한 경우 그리드의 가격이 올라가는 단점이 있지만, 참고문헌 [5]에서 언급한 바와 같이 영상디텍터의 LPF에서 그리드의 고조파들을 어느 정도 감쇄시켜주므로 원 신호를 보다 충실히 보존하면서 그리드 왜곡을 감소시킬 수 있는 장점이 있다. 그리드 각도  $\phi^o = 56.31^\circ$ 를 가지는 그리드의 제작은  $56.31 - 90 = -33.69^\circ$ 를 가지는 그리드를 시계 반대 방향으로  $90^\circ$  회전하여 얻을 수 있다.  $\ell$ 의 절댓값을 증가시키면 그리드의 각도를 이와 같은 원리로 덜 기울여도 되는데, 그리드의 주파수가 올라가는 단점이 있다.  $\ell = -2$ 이면 그리드의 회전 각도는  $\arctan(5/2)$ 인 경우로 다음과 같은 그리드를 고려할 수 있다.

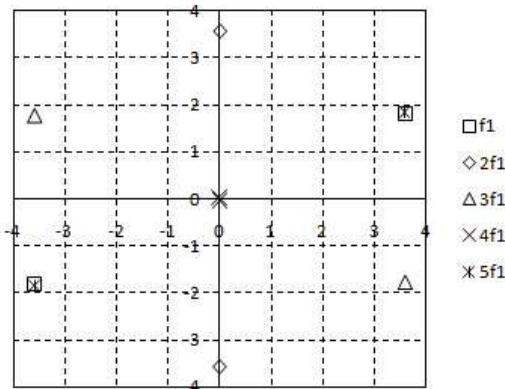


그림 1.  $\ell = 0$ 인 경우 식 (7)과 (9)를 만족하는  $f_1^o$ 과  $\phi^o$ 의 그리드에서, 고조파  $nf_1^o$  ( $n=1, \dots, 5$ )로 만들어지는 왜곡주파수의 위치 ( $f_1^o = 4.022$ ,  $\phi^o = 26.57^\circ$ ,  $f_s = 7.194$ )

Fig. 1. Loci of the distortion frequency of the harmonics  $nf_1^o$  ( $n=1, \dots, 5$ ) for the grids with  $f_1^o$  and  $\phi^o$  that satisfy (7) and (9) when  $\ell = 0$  ( $f_1^o = 4.022$ ,  $\phi^o = 26.57^\circ$ ,  $f_s = 7.194$ ).

$$\ell = -2 : \phi^o = 68.20^\circ, f_1^o = 9.686 \text{ (246.0lines/inch)}$$

이러한 그리드는  $68.20 - 90 = -21.80^\circ$ 를 가지는 그리드를 제작하면 되지만 그리드 주파수가 너무 높아서 제작이 여의치 않다.

참고로 본 예에서 제시하는  $\ell = 0$ 인 경우에, 각 고조파로 인한 왜곡주파수  $\mu(nf_1^o, \phi^o)$  ( $n=1, \dots, 5$ )를 주파수 영역  $[-f_s/2, f_s/2]^2$ 에 도시한 것이 그림 1이다. 이러한 주파수 크기 응답은 원점  $(0, 0)$ 에 대하여 대칭이므로 왜곡주파수  $\mu(nf_1^o, \phi^o)$ 에 대칭이 되는 대칭왜곡주파수  $\mu_s(nf_1^o, \phi^o)$ 도 같이 도시하였다. 그림 1을 보면  $4f_1^o$ 의 경우만 제하면 모든 주파수는 가장자리에 있음을 알 수 있으며, 공간영역에서 1차원 LPF를 사용하여 변조항의 효율적인 제거가 가능함을 알 수 있다<sup>[11]</sup>.

### 2. 실질적인 그리드 주파수에 대한 그리드 각도

본 장에서는 먼저 식 (7)과 (9)의 조건으로 왜곡주파수를 주파수 영역의 가장자리로 보내는 방법에 있어서, 실질적인 그리드 주파수를 사용하는 경우에 대하여 논하고, min-max 최적화 측면에서 최적화한 그리드 각도의 경우와 비교해 보려한다.

현재 제작되는 그리드 주파수의 범위는 71.12–215 lines/inch 정도로, 구체적으로 사용되는 그리드 주파수에는 71.12, 85, 103, 110, 130, 150, 178, 200, 215 lines/inch 등이 있다. 전 절에서 언급한  $\ell = 0$ 인 경우에만일 103lines/inch ( $f_1 = 4.055$ )의 그리드를 사용한다고 하면, 표본 주파수가  $f_s = 7.194$ 에 대하여 조건 (7)을 만족하는 각도  $\phi'$ 는 다음과 같다.

$$\phi' = \arccos\left(\frac{f_s}{2f_1}\right) = 27.49^\circ \tag{13}$$

이때  $f_1, 3f_1, 5f_1$ 에 의한 왜곡주파수는 모두 가장자리로 가게 된다.  $2f_1$ 에 의한 왜곡주파수는  $\mu(2f_1, \phi') = (0, 3.450)$ 이 되므로 가장자리 주파수는 아니지만 가장자리 주파수인  $(0, 3.597)$ 과 매우 가깝다. 하지만  $4f_1$ 의 경우에는 왜곡주파수가  $(0, 0.2941)$ 이 되어 역시 원점과 매우 가깝다.  $\ell = -1$ 인 경우에 178 lines/inch ( $f_1 = 7.008$ )의 그리드를 사용한다고 하면, 조건 (7)을 만족하는 그리드 각도  $\phi'$ 는  $\phi' = \arccos(f_s/2f_1) = 59.12^\circ$ 이 되고,  $2f_1$ 에 의한 왜곡주파수는  $(0, 2.360)$ 이 되어 가

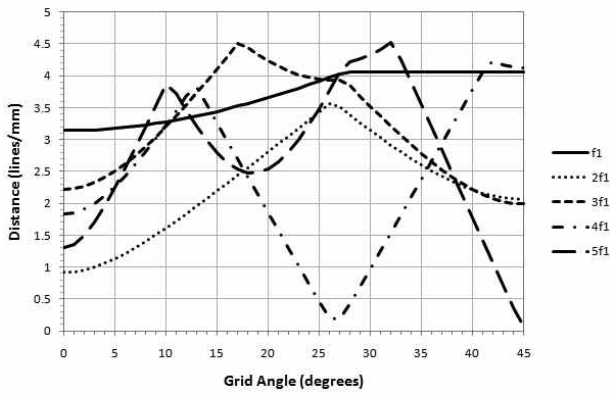


그림 2. 그리드 각도  $\phi$ 에 대한 거리  $\|\mu(nf_1, \phi)\|$  ( $n = 1, \dots, 5$ ) ( $f_1 = 4.055, f_s = 7.194$ )  
 Fig. 2. Distance  $\|\mu(nf_1, \phi)\|$  ( $n = 1, \dots, 5$ ) with respect to the grid angle  $\phi$  ( $f_1 = 4.055, f_s = 7.194$ ).

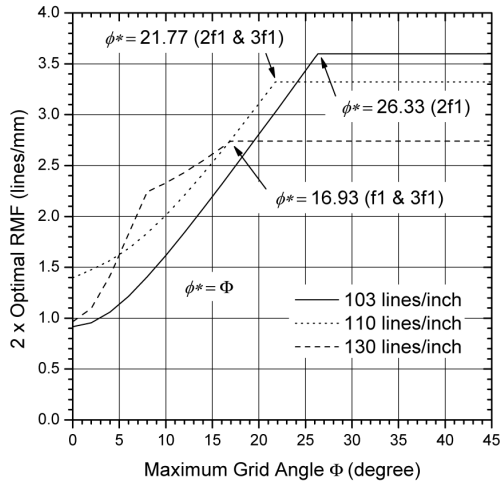


그림 3. 최대 그리드 각도인  $\Phi$ 에 대하여, 최적의 RMF ( $f_s = 7.194, N = 3$ )  
 Fig. 3. Optimal RMF with respect to the maximum grid angle  $\Phi$  ( $f_s = 7.194, N = 3$ ).

장자리 주파수와는 거리가 좀 있게 된다. 그러나 그리드 주파수가 올라가면서 그리드의 각 고조파 성분이 감소하게 되어 103 lines/inch의 경우보다 효율적인 그리드 왜곡 제거가 가능할 것이다. 만일  $l = -1$ 인 경우에 150 lines/inch의 그리드를 사용한다고 하면  $2f_1$ 에 의한 왜곡 주파수는 (0, 2.173)이 되어 178lines/inch 경우에 비하여 성능이 떨어지게 된다.

그림 2의 실험은 103lines/inch ( $f_1 = 4.055$ )의 그리드를 사용하는 경우 그리드 각도  $\phi$ 에 대한 거리  $\|\mu(nf_1, \phi)\|$  ( $n = 1, \dots, 5$ )를 도기한 것으로, 각 거리  $\|\mu(nf_1, \phi)\|$ 가 각도  $\phi$ 에 따라서 변화하는 것을 알 수

있다. 만일 제거하려고 하는 변조항이 3개 즉,  $N = 3$ 이라고 하면, 3개의 거리가 모두 커지는 각도가 그리드 왜곡 제거에 유리한 그리드 각도가 될 것이다. 그림 3에는 양수인 그리드 각도만을 고려한다고 할 때, 여러 그리드 주파수에 따른 최적의 그리드 각도  $\phi^*$ 를 최대 각도  $\Phi$ 에 따라 식 (6)의 min-max 최적화를 통하여 구하고 도시한 결과이다.  $\Phi = 45^\circ$ 라고하면  $N = 3$ 일 때 양수의 각도만 고려한다고 하면 최적 그리드 각도  $\phi^*$ 는 다음과 같다.

$$N = 3 : \phi^* = 26.33^\circ \tag{14}$$

이때 최적 RMF는 1.799가 된다. 이러한 값은 회전하지 않은 그리드를 사용하는 경우, 즉  $\phi = 0$ 일 때의 최적 RMF가 0.4580인 것에 비하면 훨씬 증가한 것이다. 그림 3을 보면, 110lines/inch나 130lines/inch의 그리드를 사용하면 최고로 얻을 수 있는 최적 RMF가 103 lines/inch의 경우보다 작음을 알 수 있다. 따라서 139  $\mu\text{m}/\text{pixel}$ 의 표본 주파수를 가지는 영상 디텍터에 대하여 103lines/inch의 그리드 주파수가 적절함을 알 수 있다. 이렇게 103lines/inch의 그리드를 사용하는 경우에, 식 (14)의 min-max 최적화 관점에서의 최적 각도  $\phi^* = 26.33^\circ$ 는, 3개의 왜곡주파수를 가장자리로 보내는 방법에서 얻어지는 식 (13)의  $\phi' = 27.49^\circ$  경우(최저 RMF 1.726)와 비슷함을 알 수 있다. 또한 102.2 lines/inch를 사용할 때의 각도인 식 (12)의  $\phi^o = 26.57^\circ$ 과도 유사하다. 따라서  $N = 3$ 인 경우에는 103lines/inch의 그리드 주파수를 가지고 대략  $\pm 26^\circ$  정도로 회전된 그리드를 사용하여 x선 디지털 영상을 획득하고 그리드 왜곡을 효율적으로 제거할 수 있다. 이때 제거를 위하여 BRF를 주파수 영역에서 사용할 수도 있지만<sup>[10]</sup>, 간단한 1차원 LPF를 공간 영역에서 각 축에 독립적으로 적용하여 효율적으로 그리드 왜곡을 제거할 수도 있다<sup>[11]</sup>. 참고 문헌 [11]에서는  $\phi = -25^\circ$ 의 각도를 가지는 그리드를 사용하여 실험을 하였으며, 두 개의 화소를 평균 내는 매우 간단한 1차원 평균필터를 공간영역에서 각축에 독립적으로 적용하여 성공적으로 그리드 왜곡을 제거하였다.

만일  $4f_1$ 의 변조항이 커서 제거를 해야 한다고 하면, 식 (7)과 (9)의 조건을 이용해서 왜곡주파수를 가장자리로 보내는 방법은 적절하지 못하며, 식 (6)의 min-max 최적화 방법에 의해 최적의 그리드 각도를 찾을 수 있다. 그리드 주파수가 103lines/inch일 때,  $N = 4$ 인 경우에는, 최적 각도는  $\phi^* = 17.65^\circ$ 이 되며, 최적 RMF는  $N = 3$  경우보다 줄어들어 1.258이 되고,  $N = 5$ 인 경우



는 다음과 같다.

$$N = 5 : \phi^* = 17.51^\circ \quad (15)$$

이때 최적 RMF는 좀 더 줄어서 1.249가 된다. 그림 4(a)에는  $N = 5$ 일 때 식 (6)의 min-max 최적화로 구한 그리드를 사용하여 얻은 왜곡주파수의 위치를 도시한 것이다. 그림 1의 경우와는 다르게 5개의 왜곡주파수가 모두 중심으로부터 어느 정도 거리를 유지하고 있음을 알 수 있다. 따라서  $N = 4$ 와 5인 경우에 대해서는 103lines/inch의 그리드 주파수를 가지고 각도가 대략  $\pm 18^\circ$  정도로

회전된 그리드를 사용할 수 있다. 그러나 그림 4(a)를 보면, 고조파  $2f_1$ 의 변조향이 그림 1의 경우보다 안쪽으로 많이 들어와 있으므로 간단한 LPF를 사용할 수가 없으며 주파수 영역에서 각 왜곡주파수를 검출하고 적절한 BRF를 적용할 필요가 있다.

그리드 왜곡 제거를 위한 알고리즘의 구현 측면에서는 좀 더 복잡하지만 기술적인 측면에서는 그리드의 각도가 작을수록 그리드의 제작이 쉬워지며 가격이 내려가므로 본 논문에서는 식 (15)의  $N = 5$  경우와 근접한  $\phi = 19^\circ$ 를 가지는 그리드를 제작하여 x선 디지털 영상을 획득하고 BRF에 기반을 두어 그리드 왜곡을 제거하였다. 그림 4(b)는 기존 방식으로, 그리드를 회전하지 않고 디지털 영상을 얻는 경우( $\phi = 0$ )인데, 제거해야 할  $2f_1$ 의 변조향이 원영상과 매우 가까이 있어서(RMF: 0.4580) 그리드 왜곡을 제거하는 과정에서 원영상의 화질도 심각하게 저하시킬 수 있다<sup>[7, 9]</sup>. 참고문헌 [10]의 실험에서 언급한 바와 같이 기존의  $\phi = 0$ 인 경우<sup>[9]</sup>는 회전된 그리드를 사용하는 경우에 비하여 RMF가 작음으로 그리드 왜곡을 제거하는 과정에서 얼룩이 발생하게 된다.

왜곡주파수를 가장자리로 보내서 LPF를 사용하는 방법과는 다르게,  $\phi = 19^\circ$ 로 회전된 그리드로 획득한 디지털 영상의 경우에는 단순히 LPF를 사용하여 그리드 왜곡을 제거하는 것이 용이하지 않으므로 다음과 같이 BRF를 사용하는 알고리즘을 사용하였다.

*BRF에 기초한 회전된 그리드 왜곡 제거 알고리즘:*

- 0) 표본주파수  $f_s$ 에 대한 그리드의 주파수  $f_1$ , 각도  $\phi$ , 그리고 양의 정수  $N$  결정.
- 1) 고조파  $nf_1$  ( $n = 1, \dots, N$ )의 왜곡주파수  $\mu(nf_1, \phi)$ 를 구한다.
- 2) 왜곡주파수  $\mu(nf_1, \phi)$ 에 대하여 대칭왜곡주파수  $\mu_s(nf_1, \phi)$ 를 구하고, 이러한 왜곡주파수들에 대하여 부분왜곡주파수를 찾는다.
- 3) 각 왜곡주파수를 중심으로 하는 BRF를 설계하여 변조향을 제거한다.

이 알고리즘의 단계 2)에서 부분왜곡주파수까지 찾아서 BRF를 적용하는 이유는 전장에서 언급한 바와 같이 x선 디지털 영상 형성 모델이 곱셈 형태의 변조 모델<sup>[10]</sup>이기 때문이다. 또한 사용하는 그리드의 주파수와 각도

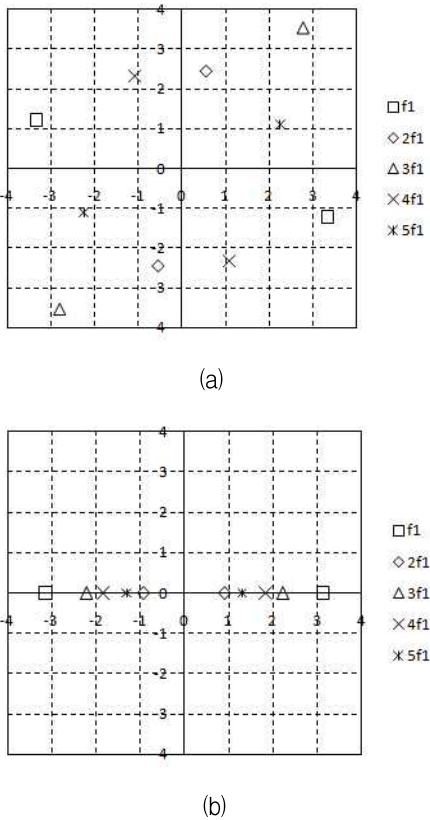


그림 4.  $N = 5$ 인 경우 고조파  $nf_1$  ( $n = 1, \dots, 5$ )로 만들어지는 왜곡주파수의 위치 ( $f_1 = 4.055, f_s = 7.194$ ) (a) 식 (6)의 min-max 최적화에 의한 최적  $\phi^* = 17.51^\circ$ 로 회전 (최소 RMF: 1.249) (b) 기존의 그리드 각도  $\phi = 0$ 인 경우<sup>[9]</sup> (최소 RMF: 0.4580)

Fig. 4. Loci of the distortion frequency of the harmonics  $nf_1$  ( $n = 1, \dots, 5$ ) when  $N = 5$  ( $f_1 = 4.055, f_s = 7.194$ ) (a) Rotate by the optimal  $\phi^* = 17.51^\circ$ , which is optimized by the min-max optimization in (6) (minimum RMF: 1.249) (b) Traditional grid angle  $\phi = 0^\circ$  (minimum RMF: 0.4580).

가 실제의 경우에는 약간의 오차가 존재하며, 따라서 정확한 왜곡주파수의 추정치가 필요하다. 이를 위하여 크기가 가장 큰  $f_1$  변조항의 최고치를 찾아서 그로부터 그리드의 주파수와 각도의 추정치  $\hat{f}_1$ 과  $\hat{\phi}$ 을 각각 구하고 이로부터 고조파  $nf_1$ 의 왜곡주파수  $\mu(n\hat{f}_1, \hat{\phi})$ 를 구하여 보다 정확한 BRF를 구현한다.

### V. 실험 결과

본 장에서는 전장에서 고찰한  $\phi = 19^\circ$ 의 그리드 각도에 그리드 주파수가  $f_1 \approx 4.055(103\text{lines/inch})$ 인 그리드(JPI 사)를 사용하여 획득한 실제 x선 디지털 영상에서 그리드 왜곡을 관찰하고, BRF에 기초해서 그리드 제거를 수행한 결과를 비교해 보았다. 본 실험에서 사용한 영상디텍터는 DRTECH 사의 직접방식 DR로 화소의 간격이  $139\mu\text{m/pixel}$ 이므로 표본주파수는  $f_s = 7.194$ 가 되고, 화소 수는  $3076 \times 2560$ 에 14b/pixel이다.

그림 5에는  $\phi = 19^\circ$ 로 회전된 그리드를 사용하여 획득한 x선 디지털 영상의 주파수 크기 응답의 예를 제시하였다. 먼저 그림 5(a)에는 주파수 크기 응답에 고조파  $nf_1$  ( $n=1, \dots, 5$ )의 왜곡주파수를 표시하였다. 또한 그림 5(b)에는 기본주파수  $f_1$ 의 왜곡주파수에 대하여, 대칭왜곡주파수, 부분왜곡주파수를 표시하였다. 그리드 왜곡 제거를 위한 과정은, 먼저  $f_1$ 의 변조항으로부터 추정된 그리드 주파수  $\hat{f}_1 = 101.6\text{lines/inch}$ 와 각도  $\hat{\phi} = 19.07^\circ$ 을 이용하여 그림 5(a)에서 보는 바와 같이 다른 왜곡주파수를 구하고, 그림 5(b)와 같이 대칭왜곡주파수를 구하고 부분왜곡주파수가 존재하는지 확인하여, 모든 변조항에 대하여 Gaussian 형태를 가지는 BRF<sup>[9]</sup>를 적용하게 된다.

제안한 왜곡 제거 알고리즘에서 먼저 부분왜곡주파수를 가지는 변조항도 제거해야 한다는 사실을 입증하기 위한 실험 결과를 그림 6에 제시하였다. 그림 6(a)와 (b)는  $\phi = 19^\circ$ 로 회전된 그리드를 사용하여 획득한 x선 디지털 영상의 일부로 그리드 왜곡이 관찰된다. 그림 6(c)와 (d)는 왜곡주파수와 대칭왜곡주파수의 변조항만을 Gaussian BRF로 제거한 결과이다. 그림 6(b)의 확대된 영상에서의 그리드 왜곡이 그림 6(d)를 보면 아직도 남아 있음을 알 수 있다. 그림 6(e)와 (f)는 부분왜곡주파수의 변조항까지 제거한 결과로 그리드 왜곡이 성

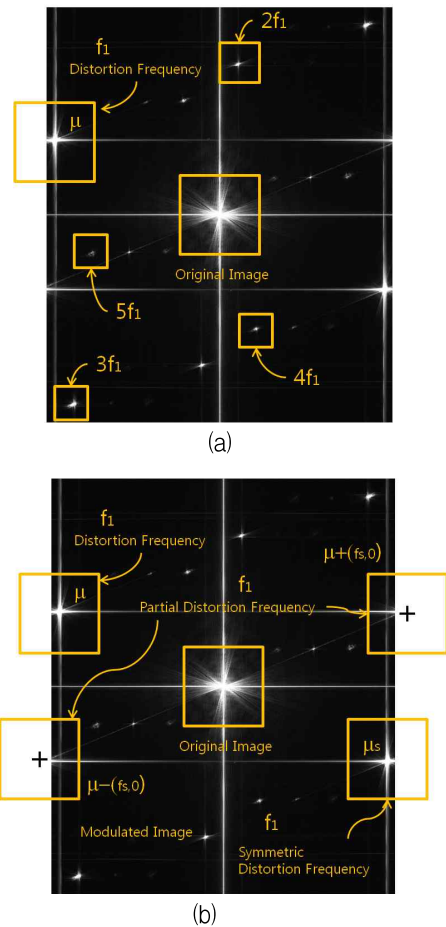


그림 5.  $\phi = 19^\circ$ 의 그리드를 사용하여 획득한 x선 디지털 영상의 주파수 크기 응답과 왜곡주파수 (a) 고조파  $nf_1$  ( $n=1, \dots, 5$ )의 왜곡주파수 (b)  $f_1$ 에 대한 왜곡주파수, 대칭왜곡주파수, 부분왜곡주파수

Fig. 5. Frequency magnitude response and the distortion frequencies of the x-ray digital image that is obtained by employing a  $\phi = 19^\circ$ -rotated grid (a) Distortion frequencies of the harmonics  $nf_1$  ( $n=1, \dots, 5$ ) (b) Distortion, symmetric distortion, and partial distortion frequencies of  $f_1$ .

공적으로 제거되었음을 알 수 있다.

이제 제안한 알고리즘을 기존의 알고리즘<sup>[10]</sup>과 비교해 보았다. 먼저 기존의 알고리즘 중에서 회전되지 않은 그리드를 사용하는 경우<sup>[9]</sup>와 회전된 그리드를 사용하는 경우와의 비교는 참고문헌 [11]에 이루어져 있으므로, 본 논문에서는 이러한 비교 보다는, 각도  $\phi = 19^\circ$ 로 회전된 그리드를 사용하는 경우에 참고문헌 [11]에서 제안한 LPF를 적용하는 경우와 본 논문에서 제안한 BRF를 사용하는 방법에 대한 성능 비교를 하였다. 그림 7(a)와 (b)는 x선 디지털 영상으로 그리드 왜곡이 존재함을 알 수 있다. 그림 7(c)와 (d)에는 참고문헌 [11]에서 제안한

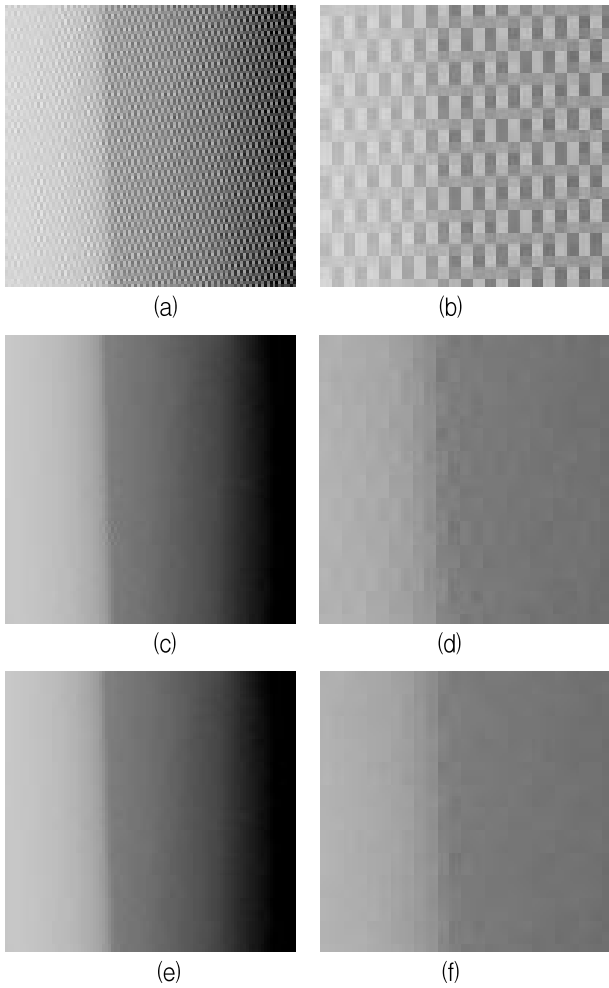


그림 6. X선 디지털 영상과 부분왜곡주파수의 변조항 제거 비교 실험 (103lines/inch,  $f_s = 7.194$ ,  $\phi = 19^\circ$ ) (a) 부분 영상 (b) (a)의 확대 영상 (c) 왜곡주파수와 대칭왜곡주파수의 변조항을 BRF에 기초한 제거 (d) (c)의 확대 영상 (e) 부분왜곡주파수의 변조항까지 제거한 영상 (f) (e)의 확대 영상

Fig. 6. X-ray digital image and Experiment of removing the modulated terms of the partial distortion frequencies (a) Partial image (b) Magnified image of (a) (c) Removing of the distortion and symmetric distortion frequencies (d) Magnified image of (c) (e) Removing all distortion frequencies including the partial distortion frequency (f) Magnified image of (e).

LPF인, 1차원 1차 평균필터  $G_1$ 을 적용한 결과로, 그리드 각도가  $\phi = 19^\circ$ 인 경우에는 효율적으로 그리드 왜곡을 제거하지 못함을 알 수 있다. 그림 7(e)와 (f)에는 그리드 왜곡의 확실한 제거를 위하여 보다 강하게 LPF를 적용한 것으로,  $G_1$ 을 중복해서 적용<sup>[11]</sup>한 경우이다. 그리드 왜곡이 제거되었으나 고주파 성분이 많이 제거됨으로 인

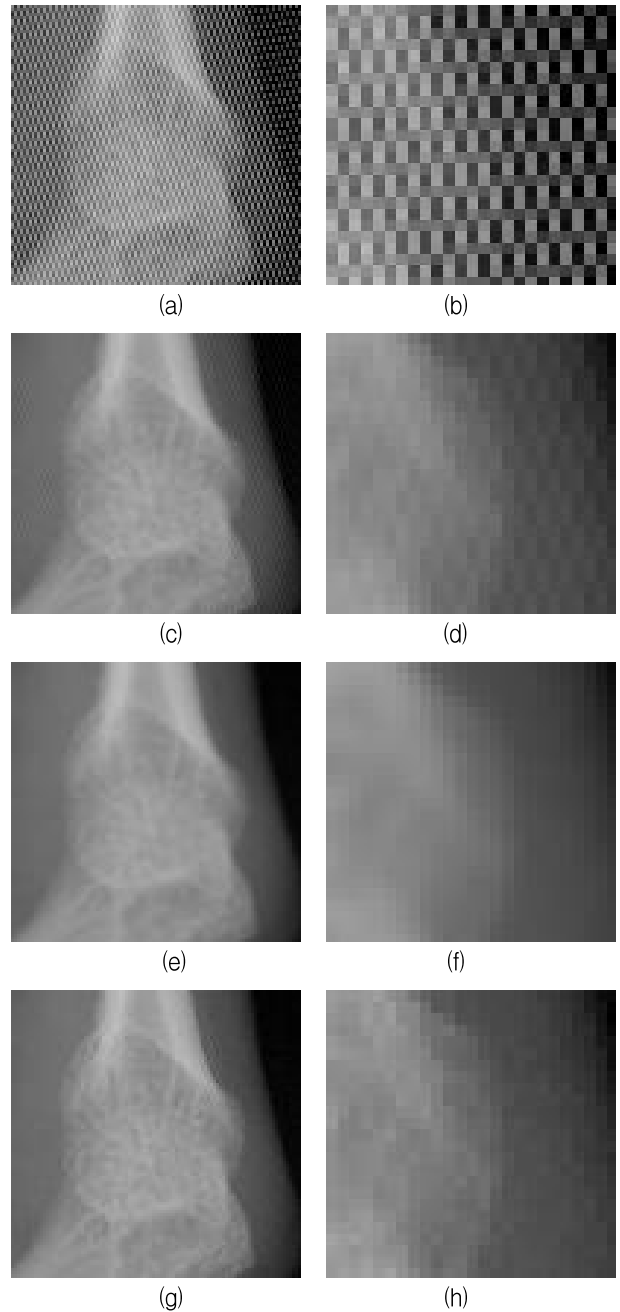


그림 7. 제안한 BRF에 기반한 그리드 제거 알고리즘의 비교 (103lines/inch,  $f_s = 7.194$ ,  $\phi = 19^\circ$ ) (a) 부분 영상 (b) (a)의 확대 영상 (c) 1차 평균필터  $G_1$ 의 적용<sup>[11]</sup> (d) (c)의 확대 영상 (e) 1차 평균필터의 2번 중복 적용<sup>[11]</sup> (f) (e)의 확대 영상 (g) 제안한 알고리즘의 적용 (h) (g)의 확대 영상

Fig. 7. Comparison of the proposed grid artifact removing algorithm that is based on BRF (103 lines/inch,  $f_s = 7.194$ ,  $\phi = 19^\circ$ ) (a) Partial image (b) Magnified image of (a) (c) Applying 1D average filter  $G_1$ <sup>[11]</sup> (d) Magnified image of (c) (e) Double application of the 1D average filter<sup>[11]</sup> (f) Magnified image of (e) (g) Applying the proposed grid artifact removing algorithm (h) Magnified image of (g).

해서 원영상이 흐려지는 부작용이 발생했음을 알 수 있다. 반면에 그림 7(g)와 (h)에는 제안한 BRF에 기초한 알고리즘을 적용한 결과로 그리드 왜곡을 제거하면서 성공적으로 원영상의 선명도를 유지할 수 있음을 알 수 있다.

## VI. 결 론

본 논문에서는 회전된 그리드를 사용하여 x선 디지털 영상을 얻어 그리드 왜곡을 제거하는 방식에 있어서, 주어진 실질적인 그리드 주파수와 기술적인 측면에서  $\phi = 19^\circ$  로 회전된 그리드를 선정하였다. 이러한 각도로 회전된 그리드로 획득한 x선 디지털 영상의 그리드 왜곡을 제거하기 위하여 Gaussian 형태의 BRF에 기초한 알고리즘을 제안하였는데, 변조 모델에 기초한 분석을 통하여 부분왜곡주파수에 의한 변조항도 제거를 해줘야함을 보였다. 회전된 그리드를 사용하는 경우에, 기존의 LPF에 기초한 알고리즘들<sup>[11]</sup>은  $\phi = 19^\circ$  의 경우에 적절하지 못함을 보였으며, BRF에 기초한 제안한 알고리즘이 성공적으로 그리드 왜곡을 제거할 수 있음을 알 수 있었다.

## 참 고 문 헌

- [1] M. A. Thomas, A. H. Rowberg, S. G. Langer, Y. Kim, "Iterative image enhancement of CR and DR images," *Jour. Digital Imaging*, vol. 17, no. 3, pp. 189-195, Sep. 2004.
- [2] J. Wang and H. K. Huang, "Film digitization aliasing artifacts caused by grid line patterns," *IEEE Trans. Medical Imaging*, vol. 13, no. 2, June 1994.
- [3] R. C. Gonzalez and R. E. Woods, *Digital Image Processing*. 2nd. ed. NY: Prentice Hall, 2002.
- [4] J. G. Proakis and D. G. Manolakis, *Digital Signal Processing*, 4th ed., NJ: Prentice Hall, 1007.
- [5] D. S. Kim, "Modulation model for the analysis of the stationary grid artifacts in digital radiography imaging," in *Proc. IEEE Int. Symposium, Biomedical Imaging*, Rotterdam, Netherlands, April 2010, pp. 768-771.
- [6] L. L. Barski and X. Wang, "Characterization, detection and suppression of stationary grids in digital projection radiography imagery," in *Proc. SPIE Medical Imaging*, pp.502-519, 1999.
- [7] I. N. Belykh and C. W. Cornelius, "Antiscatter

stationary grid artifacts automated detection and removal in projection radiography images," in *Proc. SPIE Medical Imaging*, pp.1162-1166, 2001.

- [8] R. Sasada, M. Yamada, S. Hara, and H. Takeo, "Stationary grid pattern removal using 2-dimensional technique for Moire-free radiographic image display," in *Proc. SPIE Medical Imaging*, 2003.
- [9] C. -Y. Lin, W. -J. Lee, S. -J. Chen, C. -H. Tsai, J. -H. Lee, C. -H. Chang, and Y. -T. Ching, "A study of grid artifacts formation and elimination in computed radiographic images," *Jour. Digital Imaging*, vol. 19, no. 4, pp. 351-361, Dec. 2006.
- [10] D. S. Kim and S. Lee, "Grid artifact reduction in radiography with arctan(1/2)-degree rotated grid," *IEEE Int. Conf. Image Processing*, Sep. 2010, pp. 1957-1960.
- [11] 김동식, "고정그리드를 사용한 디지털 방사선 영상에서 1차원 필터에 기초한 왜곡의 제거," *대한전자공학회 논문집*, 제 47권 SP편, 제 5호, 2010년 9월.

## 저 자 소 개

김 동 식(정회원)  
대한전자공학회 논문지  
제 42권 SP편 제 6호 참조