

논문 2011-48SC-5-3

공면 점을 포함한 원형 특징의 3차원 자세 및 위치 추정

(3D Pose Estimation of a Circular Feature With a Coplanar Point)

김 헌 회*, 박 광 현**, 하 윤 수***

(Heon-Hui Kim, Kwang-Hyun Park, and Yun-Su Ha)

요 약

본 논문은 3차원 공간의 원형 물체에 대한 자세 및 위치 추정 문제를 다룬다. 원형 특징은 실제계의 다양한 물체들로부터 관찰될 수 있으며, 비전 기반의 물체 식별 및 위치 인식을 위한 주요한 단서를 제공한다. 일반적으로 3차원 공간상의 원형 특징은 카메라에 의해 투영될 때 원근 변화에 따라 투영된 곡선 정보로부터 원형 특징에 대한 완전한 3차원 자세 및 위치 파라미터를 결정하는 것이 어렵다. 따라서 본 논문은 공면 점(共面點)을 활용한 원형 특징의 3차원 자세/위치 추정 방법을 제안한다. 본 논문은 우선 원형 특징과 공면 점에 대한 기하학적 변환 관계를 사영 공간 및 3차원 공간에서 해석하고, 이를 토대로 3차원 자세 및 위치 파라미터의 추정 절차를 기술한다. 제안된 방법은 수치 예제를 통해 검증되고, 정확도 및 민감도 분석을 위한 실험을 통해 평가된다.

Abstract

This paper deals with a 3D-pose (orientation and position) estimation problem of a circular object in 3D-space. Circular features can be found with many objects in real world, and provide crucial cues in vision-based object recognition and location. In general, as a circular feature in 3D space is perspectively projected when imaged by a camera, it is difficult to recover fully three-dimensional orientation and position parameters from the projected curve information. This paper therefore proposes a 3D pose estimation method of a circular feature using a coplanar point. We first interpret a circular feature with a coplanar point in both the projective space and 3D space. A procedure for estimating 3D orientation/position parameters is then described. The proposed method is verified by a numerical example, and evaluated by a series of experiments for analyzing accuracy and sensitivity.

Keywords : Circular features, a coplanar point, 3D orientation and position, perspective distortion.

I. 서 론

서비스 로봇 응용 분야에서, 물체 인식 기능은 로봇이 지능적 서비스를 수행하기 위한 필수 요소 중의 하나이며, 물체 인식을 통한 로봇의 지능적 주행^[1~2], 물체 조작^[3~4] 등에 관한 연구가 활발히 진행되고 있다. 일반적으로 비전 기반의 물체 인식 방법은 대상 물체를

구성하는 특징들(Features)을 사전에 모델화 한 후, 입력되는 영상에서 이러한 특징들을 찾아 모델과 각각 비교하여 그 정합 오차(Matching error)가 최소가 되는 물체를 대상 물체로 간주한다. 물체 인식 방법은 특징들 주변의 텍스처(Textures) 정보를 이용하는 강도 모델(Intensity model) 기반의 방법과 특징들의 기하 정보를 이용하는 기하 모델(Geometric model) 기반의 방법으로 크게 분류된다^[5].

강도 모델 기반의 대표적인 방법은 SIFT^[6]/ SURF^[7] 등과 같은 불변 특징 및 서술자(Invariant features and descriptors)를 이용하는 것으로, 이러한 방법은 노이즈로 인한 영상 클러터(Image clutter), 카메라 시점 변화

* 정회원, 한국해양대학교 제어계측공학과
(Korea Maritime University)

** 정회원, 광운대학교 로봇학부
(Kwangwoon University)

*** 정회원-교신저자, 한국해양대학교 IT공학부
(Korea Maritime University)

접수일자: 2011년4월22일, 수정완료일: 2011년8월22일

(Viewpoint changes), 물체의 부분 가림(Partial object occlusion)과 같은 환경에서도 비교적 양호한 인식 성능을 가지는 것으로 보고되었다^[6~9]. 하지만, 불변 특징 기반의 인식 방법은 비교적 간단한 패턴을 보이는 물체(예: 엘리베이터 버튼)의 인식에 있어서는 오히려 성능이 저하되며, 영상 내에 원근 왜곡(Perspective distortion)이 심한 경우에는 안정된 인식 성능을 보장할 수 없다는 결점이 있다. 이것은 불변 특징이 특징들 간의 구별 정도(Distinctiveness)가 높도록 불변 특징을 서술하는 서술자가 원근 변환이 아닌 아핀 변환(Affine transformation)에 적합하도록 정의되었기 때문이다^[8~9].

기하 모델 기반의 물체 인식 방법에서 점과 직선은 가장 빈번하게 이용되는 특징들이다. 이러한 특징들의 집합이 3D 공간에서 2D 평면으로 투영(Projection)될 때 변하지 않는 속성들이 있는데, 기하 모델 기반의 물체 인식 방법은 이러한 속성들을 기반으로 각 특징들에 대한 기하학적 정보를 이용한다. 기하 모델 기반의 방법은 특징들에 대한 기하 정보를 직접적으로 이용하기 때문에, 특징들이 정확하게 추출될 수 있다면 원근 변환과는 무관하게 대상 물체의 인식 및 3차원 정보의 획득이 가능하다. 그러나 바꿔 말하면, 입력 영상 내에서 대상 물체가 노이즈나 부분 가림으로 인해 결정적인 특징들이 소실되는 경우, 인식 성능이 급격히 저하되는 치명적인 단점이 있다.

이러한 관점에서, 원을 포함하는 타원은 점이나 직선에 비해 상대적으로 노이즈, 부분 가림 등에 대하여 강인한 특성을 가진다고 알려져 있다^[10~11]. 그러나 2D 영상 평면에 투영된 타원 특징을 이용하여 본래의 타원 특징에 대한 3D 정보를 해석적으로 얻는 것은 어렵다^[10~11]. 타원 특징과 비교할 때, 원형 특징은 장·단축의 길이가 동일한 대칭 조건(Symmetry condition)으로 인해 3D 해석이 상대적으로 용이하지만, 영상에 투영된 타원 특징만으로 본래의 원형 특징에 대한 완전한 3D 자세 정보(Full 3D pose information)를 해석적으로 구하는 것은 여전히 난제로 남아있다.

본 논문은 공면 점(共面點, A coplanar point) 정보를 이용한 원형 특징의 3D 자세/위치 추정 방법을 제안한다. 보다 구체적으로, 본 논문은 원형 특징과 동일 평면상에 존재하는 하나의 공면 점 정보를 이용하여 투영 공간에서 이들의 변환 관계를 해석한다. 또한 이를 토대로 원형 특징의 3차원 자세 및 위치 파라미터의 계산

법, 이중성 문제(Duality problem)에 대한 해법을 단계적으로 기술한다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 제 II장에서는 이차 곡선(Conics)의 3차원 정보를 구하기 위한 관련 연구를 살펴보고 본 논문에서 다루고자 하는 문제를 정형화한다. 제 III장에서는 3차원 공간 및 투영 공간에서 원형 특징에 대한 기하학적 해석을 수행한 후 3차원 위치 및 자세 계산을 위한 절차를 설명한다. 제 IV장에서는 제안된 방법에 대하여 수치 예제 및 실험을 통해 유효성을 평가하고, 제 V장에서 결론을 맺는다.

II. 관련 연구 및 문제 제기

3차원 공간 내에 존재하는 원형 특징이 카메라를 통해 2차원 영상에 투영되면 통상적으로 타원형으로 모양이 변형된다. 본 논문은 카메라 영상을 통해 추출된 타원 정보로부터 원래의 원형 특징의 3D 자세/위치를 결정하는(혹은 카메라의 자세/위치를 구하는) 문제를 다룬다.

컴퓨터 비전 분야에서, 3D 공간의 원형 물체 인식에 관한 연구는 1990년대 초반부터 활성화되었다^[10~16]. 대표적인 연구로서, Safaei-Rad 등^[10]은 3차원 공간상의 원형 특징과 영상 평면의 투영 곡선에 대한 기하학적 해석을 통해 해법을 제시하였다. 또한, Kanatani 등^[11]은 동일한 문제에 대하여 계산 기하학(Computational projective geometry)의 관점에서의 해법을 구했다. 두 문헌은 원형 특징의 자세 파라미터에 대한 단힌 해를 제시하였으나, 이는 단지 물체 평면의 법선 벡터에 관한 해법이었으며 여기에는 2개의 대칭적 해가 존재하는 이중성 문제(Duality problem)가 존재한다.

이중성 문제는 실제 응용에 있어 강력한 가정 하에 해소될 수는 있으나, 일반적인 관점에서 이중성 문제를 다루기 위한 해법이 요구된다. He 등^[17]은 이중성 문제를 풀기 위하여, 동일 평면상의 점과 직선을 추가적으로 도입하여 모션 모델을 구하고, 서로 다른 위치에서 물체의 카메라 투영 관계를 분석함으로써 이중성 문제를 다루었다. 그러나 이러한 방법은 모션 정보가 없는 경우에는 적용될 수 없다는 단점이 있다. Chen 등^[18]은 기존의 방법이 카메라의 특정 시점으로부터 기인되는 특이 해를 배제하기 위한 일반화 방법, 순수 기하학적 관점에서의 해법 제시를 목적으로 해석을 수행하였으나, 이중성 문제는 여전히 존재하였다.

2000년 이후 최근의 연구들은 원형 특징의 3차원 자세 추정 문제를 더욱 확장 응용하여 카메라 보정(Camera calibration), 영상 편위 수정(Image rectification) 등을 포함하며, 주로 단일의 원형 특징만 이용하기 보다는 원형 특징의 한계를 극복하기 위한 추가적인 특징들을 다양하게 활용하였다. Kim 등^[19]은 두 개의 동심원(Concentric circles)을 이용하여 물체 평면의 자세를 결정하고 이를 카메라 보정(Camera calibration)에 응용하였다. 영상 편위 수정 기법에서는 주로 소실선(Vanishing line)을 통해 호모그래피(Homography)를 결정했던 기존의 방법들에 비해 소실선의 보조·대체 용도로 동일 평면상에 존재하는 (타)원형 특징들이 이용되는 경향이 있다. 즉, 호모그래피 결정을 위해, 하나의 원형 특징과 소실선(Vanishing line)을 이용하는 방법^[20], 두 개의 (타)원형 특징을 이용한 방법^[21~23], 두 개 이상의 (타)원형 특징을 이용한 방법^[24] 등 다양한 연구가 시도되었다.

문헌 조사를 토대로 볼 때, 원형 특징에 관한 초기의 연구는 위치 및 자세 파라미터에 관한 직접적인 해법에 관심을 가진 반면, 이후의 연구는 다수의 (타)원형 특징으로부터 호모그래피 추정을 위한 연구가 진행되었다. 그러나 원형 특징이 로봇 비전 분야에서 활용 가치가 높기 때문에, 3차원 자세 및 위치 정확도를 보다 높일 수 있는 해법이 요구된다. 특히, 기존의 연구에서 다루어진 원형 특징의 자세에 대한 해법은 물체 평면의 법선 벡터 방향만을 결정지을 수 있다. 따라서 이중성 문제를 해소하면서 완전한 3차원 자세를 구하기 위한 효과적인 대안이 요구된다. 본 논문은 이를 위해 공면 점 정보를 활용하고자 한다. 이는 실생활의 원형 특징을 포함하는 물체에서 소위 특징 점으로 간주될 수 있는 공면 점을 포함하는 경우가 흔하게 관찰되기 때문이다.

본 논문에서 다루고자 하는 문제는 그림 1에서와 같이 원형 특징의 반지름 r 과 동일 평면상의 한 점 P_o 가

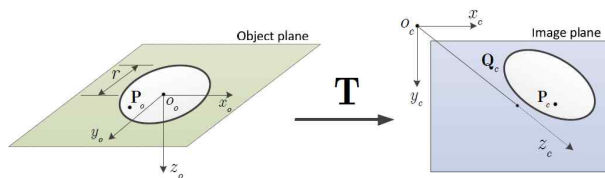


그림 1. 물체 좌표계 및 카메라 좌표계의 결정
Fig. 1. Determination of object and camera coordinate systems.

주어지고 영상에서 관측된 타원 행렬 Q_c 와 점 P_c 가 주어질 때, 물체 평면의 3차원 자세와 위치를 결정하는 것이다. 이는 물체 좌표계(Object frame) $x_o y_o z_o$ 를 카메라 좌표계(Camera frame) $x_c y_c z_c$ 로 변환하기 위한 식 (1)의 동차변환 행렬(Homogeneous transformation matrix)을 결정하는 것과 같다.

$$\begin{pmatrix} x_c \\ y_c \\ z_c \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & t_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & t_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_o \\ y_o \\ z_o \\ 1 \end{pmatrix} \quad (1)$$

여기서 r_{ij} 는 물체 좌표계의 자세(방향)를 결정하는 회전 성분을 나타내며, t_x, t_y, t_z 는 각각 병진 성분을 나타낸다. 주어진 문제에 대하여 본 논문에서는 i) 물체 평면에 위치한 점 P_o 는 원형 특징의 중심점이 아니며, ii) 카메라 영상으로부터 Q_c 와 P_c 는 항상 추출 가능하다는 것을 가정한다.

본 논문에서 좌표 표기로 인한 혼동을 피하기 위하여, 2차원 및 3차원 공간 좌표를 대·소문자로 구분하여 각각 $P(\in R^2)$ 와 $p(\in R^3)$ 로 표기한다. 또한 위 첨자를 이용하여 사영 공간(Projective space)에서 3-벡터 동차 좌표(3-Vector homogeneous coordinates)는 p^{H3} 로, 4-벡터 동차 좌표는 p^{H4} 로 표기한다. 2D 사영 공간에서 선 및 평면은 3-벡터로 표현 가능하며, 본 논문에서는 정규화 연산자 $N[\cdot]$ 을 도입하여 $N[p^{H3}]$ 의 연산을 통해 얻은 3-벡터에 대하여 p^{N3} 와 같이 표기한다. 보편적으로 벡터 p^{N3} 는 \pm 의 두 방향 모두 표현 가능하지만 본 논문에서는 편의상 부호를 생략하기로 한다.

III. 원형 특징의 3차원 자세 및 위치 추정

본 논문은 식 (1)의 동차변환 행렬을 구하기 위한 전략으로 원형 특징의 3차원 자세를 우선적으로 구하고 이 자세 정보를 이용하여 위치를 결정한다. 또한 3차원 공간상의 원형 특징과 카메라 영상에 투영된 타원에 대한 기하학적 관계를 보다 명확하게 해석하기 위하여, 타원뿔(Elliptic cone)의 동차 방정식(Homogeneous equation)을 이용하여 문제에 접근한다.

1. 타원뿔의 동차 방정식

타원뿔은 어떤 평면 위에 존재하는 타원형의 기저 곡선(Base curve)을 따라 존재하는 무수한 점들과 하나의 꼭짓점(Vertex)을 통과하는 직선들의 집합으로 정의된다. 만일 꼭짓점이 원점이고 $z = k$ 평면 위에 놓여있는 식 (2)와 같은 타원 방정식이 타원뿔을 형성하기 위한 기저 곡선이라고 한다면, 이를 통해 정의되는 타원뿔의 동차 방정식은 식 (3)과 같다.

$$Ax^2 + 2Bxy + Cy^2 + 2(Fx + Gy) + H = 0, z = k \quad (2)$$

$$Ax^2 + 2Bxy + Cy^2 + 2(Fx + Gy)\frac{z}{k} + H\frac{z^2}{k^2} = 0 \quad (3)$$

3차원 공간상의 임의의 점 $\mathbf{x} = (x, y, z)^T$ 에 대하여 식 (3)으로 정의된 타원뿔을 행렬 형태로 표현하면 식 (4)와 같다.

$$\mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} = 0 \quad (4)$$

여기서 \mathbf{Q} 는 식 (5)와 같이 정의된다.

$$\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} A & B & F/k \\ B & C & G/k \\ F/k & G/k & H/k^2 \end{pmatrix} \quad (5)$$

식 (4)에서 $z = k$ 인 경우를 고려하여 전개하면 정확히 식 (2)와 같다. 즉, 3차원 공간의 타원뿔과 $z = k$ 평면 위에서 정의되는 타원은 행렬 \mathbf{Q} 에 의해 동일하게 표현된다(이후 행렬 \mathbf{Q} 를 타원 행렬로 명명함). 타원 행렬을 이용하면 영상에서 추출된 타원과 3차원 공간상에 존재

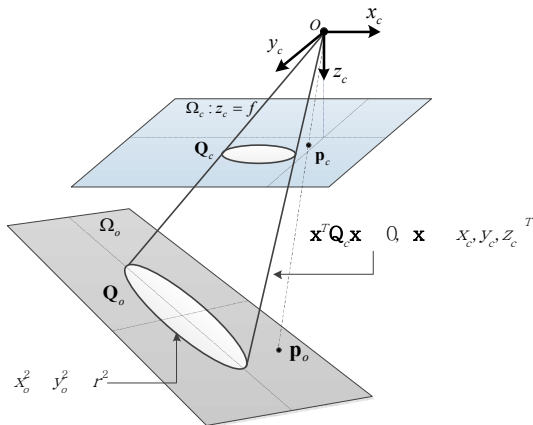


그림 2. 원형 특징과 영상에 투영된 타원의 기하학 관계

Fig. 2. Geometric relationship between a circular feature on object plane and its projection onto image plane.

하는 원형 특징을, 타원뿔을 매개로 하여 기하학적으로 관련시킬 수 있다. 그림 2에서와 같이 초점 거리가 f 인 카메라가 원점에 위치해 있으며, 영상 평면(즉, $z_c = f$) Ω_c 위에 타원 행렬 \mathbf{Q}_c 로 근사된 타원 특징이 놓여있다고 가정하자. 3차원 공간상에 물체 평면 Ω_o 위에 \mathbf{Q}_o 로 정의된 원형 특징이 놓여있다면 $\mathbf{x}^T \mathbf{Q}_c \mathbf{x} = 0$ 로 정의되는 타원뿔과 Ω_c, Ω_o 의 절단면은 정확히 $\mathbf{Q}_c, \mathbf{Q}_o$ 로 표현되는 타원이다.

2. 타원뿔의 주 평면 및 타원 행렬의 대각화

식 (3)의 타원뿔 방정식은 x, y, z 변수에 대한 2차 곡면(Conicoid or quadratic surface) 방정식으로부터 타원뿔의 꼭짓점이 원점인 경우(즉, x, y, z 의 선형 항과 상수항이 0이 됨)에 대하여 유도된다. 일반적으로 2차 곡면식의 선형 항(Linear term)이 0이 되는 경우 3차원 공간상의 2차 곡면은 원점에 대칭인 형태가 된다. 이때, 원점을 통과하면서 2차 곡면이 대칭이 되는 3개의 독립된 직교 평면이 존재하는데 이를 2차 곡면의 주 평면(Principal planes)이라고 한다. 주 평면은 기하학적 방법으로 구할 수 있으나, 선형대수 도구에서 제공하는 행렬의 고유 값 분해를 통해 더욱 간단하게 구할 수 있다. 식 (5)의 타원 행렬 \mathbf{Q} 는 타원이 되기 위한 판별 조건 $AC - B^2 > 0$ 과 $A + C > 0$ 을 모두 만족하는 대칭 행렬이므로, \mathbf{Q} 가 비특이 행렬이 되기 위한 필요충분조건을 만족한다. 따라서 타원 행렬 \mathbf{Q} 는 대각화가 가능하며 고유 값 및 고유 벡터로 분해될 수 있다. 이때 3개의 고유 벡터는 기하학적으로 서로 직교하며 3차원 공

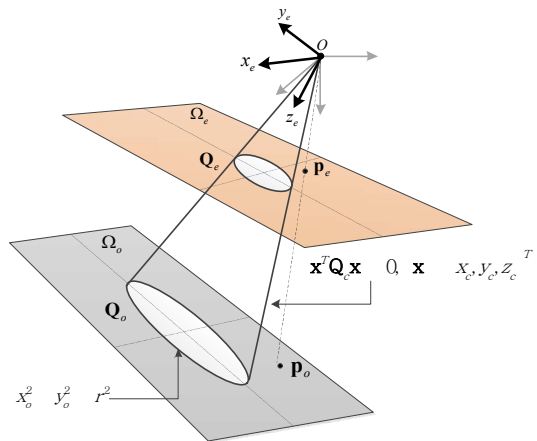


그림 3. 주 평면 결정을 통한 타원뿔의 정규화
Fig. 3. Standardization of elliptic cone by determining three orthogonal principal plans.

간상에서 2차 곡면의 주 평면에 대한 법선 벡터를 각각 나타낸다. 또한, 고유 벡터에 의해 타원 행렬 Q 를 나타낸다는 것은 기하학적인 관점에서 식 (3)과 같은 타원뿔의 일반형(General form)을 교차 항이 0인 정규형(Standard form)이 되도록 회전 변환을 수행한다는 의미로 해석될 수 있다. 따라서 고유 값은 회전 변환된 타원뿔의 정규 방정식에서의 각 제곱 항에 대한 계수와 같다. 그림 3은 그림 2에서의 타원 행렬 Q_c 를 대각화하여 구한 대각 행렬 Q_e 를 기하학적으로 도시한 것이다. 여기서 행렬 Q_e 는 평면 Ω_e 위에서의 정규 타원을 나타내며, 새로운 축 $x_e y_e z_e$ 는 고유 벡터의 방향을 각각 나타낸다.

3. 타원 특징의 3차원 자세 해석

영상에서 관측된 하나의 타원에 대해 식 (2)~(5)를 이용하여 얻은 타원 행렬을 Q_c 라 하자. 앞 절에서 기술한 방법으로 타원 행렬 Q_c 를 대각화하면 새로운 타원 행렬 Q_e 는 식 (6)과 같은 관계를 가진다.

$$Q_e = U^T Q_c U \quad (6)$$

여기서 $Q_e = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$ 이고 $U = (\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3)$ 이며, λ_i 및 \mathbf{u}_i 는 i 축에 대한 고유 값 및 고유 벡터를 나타낸다. 이때 각 고유 값은 $\lambda_2 \geq \lambda_1 > 0 < \lambda_3$ 의 관계가 되도록 정렬되어 있다. 또한, 고유 벡터 $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3$ 가 오른손 좌표계를 가지는 좌표축이 되도록 타원의 단축 방향인 \mathbf{u}_2 를 $N[\mathbf{u}_3 \times \mathbf{u}_1]$ 로 다시 설정한다. 식 (6)에서 Q_e 가 대칭 행렬이므로 U 는 직교 행렬이며 $U^T = U^{-1}$ 의 관계가 성립한다. 타원 행렬 Q_e 를 식 (4)에 적용하면 결과적으로 그림 3에서 식 (7)과 같은 타원뿔 방정식으로 표현된다.

$$\lambda_1 x_e^2 + \lambda_2 y_e^2 + \lambda_3 z_e^2 = 0 \quad (7)$$

이때, Ω_e 는 z_e 축에 수직이며 x_e 축은 Ω_e 에 투영된 타원의 장축과 평행하고 y_e 축은 단축과 평행하다. 즉, 이러한 과정은 영상의 어느 위치에서라도 관측될 수 있는 일반적인 타원을 영상의 중심에 정규 타원의 형태로 투영시키기 위하여 가상으로 카메라를 회전시키는 것으로 간주할 수 있다. 이때 Ω_e 가 $z_e = f$ 인 평면으로 정의된다면, Ω_e 는 가상의 카메라에 대한 영상 평면을 나타낸다. 입력 영상에서 타원과 함께 관측된 공면 점 P_c 는

또한 회전 행렬 U 에 의해 변환될 수 있는데, P_c 를 영상 좌표 P_e 의 공간 좌표라 할 때 식 (8)과 같이 동차 벡터로 표현될 수 있다.

$$P_e^{N3} = N[U^T P_c] \quad (8)$$

가상의 카메라 회전을 통해, 입력 영상의 임의 위치에서 관측된 타원 특징 및 공면 점은 이제 $x_e y_e z_e$ 축에서의 정규 타원 행렬 Q_e 및 동차 벡터 P_e^{N3} 로 변환되었다. 이러한 상태에서, 가상의 카메라가 물체 평면과 수직이 되도록 위치시켜 물체의 원형 특징이 카메라 영상에 정확히 원의 형태로 투영되는 상황을 고려하자. 현재 Ω_e 에 투영된 타원의 장축이 x_e 축과 평행이기 때문에, 이러한 상황은 카메라를 x_e 축에 대하여 θ 각도 회전을 통해 재현 가능하며, 이러한 회전 변환을 통해 변환된 타원 행렬을 Q_d 라 하면 식 (9)와 같은 관계를 가진다.

$$\begin{aligned} \tilde{Q}_d &= \tilde{R}^T Q_e \tilde{R} \\ &= \begin{pmatrix} 1 & & \\ & \cos\theta & \sin\theta \\ & -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} \lambda_1 & & \\ & \lambda_2 & \\ & & \lambda_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & & \\ & \cos\theta & \sin\theta \\ & -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \lambda_1 & & \\ & \lambda_2 \cos^2\theta + \lambda_3 \sin^2\theta & (\lambda_2 - \lambda_3) \cos\theta \sin\theta \\ & (\lambda_2 - \lambda_3) \cos\theta \sin\theta & \lambda_3 \cos^2\theta + \lambda_2 \sin^2\theta \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (9)$$

이때 θ 의 범위는 $(-\pi/2, \pi/2)$ 라고 가정한다. 회전 변환된 타원 행렬 \tilde{Q}_d 이 장축과 단축이 같은 원을 나타내기 위해서는 식 (9)에서 첫 번째 및 두 번째 대각 요소가 동일한 값이어야 하므로 식 (10)의 제한 조건을 구할 수 있다.

$$\lambda_2 \cos^2\theta + \lambda_3 \sin^2\theta = \lambda_1 \quad (10)$$

식 (10)의 좌변에서 $\sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta$ 로 치환한 후 $\cos\theta$ 와 $\sin\theta$ 에 관해 정리하면 식 (11), (12)와 같다.

$$\cos\theta = \pm \sqrt{(\lambda_1 - \lambda_3)/(\lambda_2 - \lambda_3)} \quad (11)$$

$$\sin\theta = \pm \sqrt{(\lambda_2 - \lambda_1)/(\lambda_2 - \lambda_3)} \quad (12)$$

이때 $\lambda_2 \geq \lambda_1 > 0$ 이고 $\lambda_3 < 0$ 이므로 $\{\cos\theta, \sin\theta\}$ 의 해는 항상 실근이 된다. θ 의 범위가 $(-\pi/2, \pi/2)$ 이기 때문에 가능한 해는 $\pm\theta$ 에 대한 해가 된다. 물체 평면에 대한 법선 벡터는 회전 행렬 \tilde{R} 의 세 번째 열인

$(0, \sin \theta, \cos \theta)^T$ 과 같으므로 식 (11), (12)를 대입하여 법선 벡터 \mathbf{n} 에 관해 정리하면 식 (13)과 같다.

$$\mathbf{n} = (\lambda_2 - \lambda_3)^{-1/2} (0, \pm(\lambda_2 - \lambda_3)^{1/2}, (\lambda_1 - \lambda_3)^{1/2})^T \quad (13)$$

여기서 구한 법선 벡터는 3차원 공간상에 놓여있는 물체 평면에 대하여 한 축의 방향만을 나타내기 때문에, 나머지 두 개의 축을 결정할 수 있어야 비로소 완전한 물체 평면의 자세가 결정된다. 본 논문은 앞서 구한 법선 벡터 \mathbf{n} 을 물체 평면의 z_d 축으로 하고, 물체 평면의 원형 특징 중심에서 공면 점 \mathbf{P}_o 로 향하는 벡터를 x_d 축으로 하는 $x_d y_d z_d$ 좌표계를 설정한다.

$x_e y_e z_e$ 프레임에 대한 3차원 공간에서 타원뿔 \mathbf{Q}_e 에 대하여 동차 벡터(폴-직선) \mathbf{p}_e^{N3} 의 폴라-평면(Polar plane)은 식 (14)와 같이 폴라리티(Polarity)로부터 정의될 수 있다.

$$\mathbf{l}^{N3} = N[\mathbf{Q}_e \mathbf{p}_e^{N3}] \quad (14)$$

여기서 \mathbf{l}^{N3} 는 폴라 평면의 법선 벡터를 나타낸다. 기하학적 관점에서, 폴라 평면의 법선 벡터 \mathbf{l}^{N3} 는 3차원 공간에서 물체 평면의 x_d 축(원형 특징 중심으로부터 공면 점 \mathbf{P}_o 로 향하는 방향 벡터)을 직접적으로 나타내지는 않지만, 이 벡터를 포함하는 무수히 많은 평면 중 물체 평면에 대한 법선 벡터 \mathbf{n} 을 포함하는 평면에서 x_d 축의 방향 벡터가 결정될 수 있다. 따라서 \mathbf{n} 과 \mathbf{l}^{N3} 두 벡터에 직교하는 방향이 물체 평면의 y_d 의 방향이 되는데 오른손 좌표계에 의해 y_d 축은 $N[\mathbf{n} \times \mathbf{l}^{N3}]$ 로 결정된다. x_d 축은 두 축에 직교하도록 $N[(\mathbf{n} \times \mathbf{l}^{N3}) \times \mathbf{n}]$ 으로 결정될 수 있다. 결과적으로, $x_e y_e z_e$ 좌표에 대한 $x_d y_d z_d$ 좌표의 자세는 식 (15)와 같이 구성된 회전 행렬에 의해 표현될 수 있다.

$$\mathbf{R} = (N[\mathbf{n} \times \mathbf{l}^{N3}] \times \mathbf{n}, N[\mathbf{n} \times \mathbf{l}^{N3}], \mathbf{n}) \quad (15)$$

4. 원형 물체의 위치 산출

3차원 공간에 있는 원형 물체의 자세는 앞 절에서 구한 두 회전 행렬 \mathbf{U} 와 \mathbf{R} 을 결정함으로써 얻을 수 있다. 반면, 원형 물체의 위치를 결정하는 것은 식 (16)의 동차 변환 행렬의 병진(Translation) 성분을 결정하는 것이다.

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{t} \\ \mathbf{0} & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{t} = (t_x, t_y, t_z)^T \quad (16)$$

이를 위하여 우선 식 (15)의 회전 행렬 \mathbf{R} 에 의하여 변환된 타원 행렬 \mathbf{Q}_d 을 식 (17)을 통해 결정하자.

$$\mathbf{Q}_d = \mathbf{R}^T \mathbf{Q}_e \mathbf{R} \quad (17)$$

회전 행렬 \mathbf{R} 에 의해 새롭게 결정되는 $x_d y_d z_d$ 좌표계를 기준으로 타원 행렬 \mathbf{Q}_d 는 그림 4와 같은 타원뿔을 나타낸다. 그림 4에서 원점에 카메라가 위치해 있다고 한다면, 카메라는 이제 물체 평면을 수직으로 바라보고 있으며 카메라의 영상 평면은 물체 평면과 평행하다. 결과적으로 카메라 영상에는 (타원이 아닌) 원의 형태로 원형 특징이 투영된다. 타원 행렬 \mathbf{Q}_d 에서 각 행과 열에 대한 요소들을 $q_{ij} (\forall i, j = 1, 2, 3)$ 라 할 때, 타원 행렬 \mathbf{Q}_d 로 표현되는 3차원 공간상의 타원뿔과 $z_d = \varphi$ 평면이 교차하는 타원 방정식은 식 (18)과 같다.

$$q_{11}x_d^2 + q_{11}y_d^2 + 2q_{13}\varphi x_d + 2q_{23}\varphi y_d + q_{33}\varphi^2 = 0 \quad (18)$$

여기서 타원 행렬 \mathbf{Q}_d 는 $z_d = \varphi$ 평면에서 원의 형태가 되므로 $q_{22} = q_{11}$ 및 $q_{12} = 0$ 이 성립한다. 식 (18)을 다시 원의 정규 식으로 정리하면 식 (19)와 같다.

$$\left(x_d + \frac{q_{13}\varphi}{q_{11}}\right)^2 + \left(y_d + \frac{q_{23}\varphi}{q_{11}}\right)^2 = \frac{\varphi^2}{q_{11}}(q_{13}^2 + q_{23}^2 + q_{33}q_{11}) \quad (19)$$

$x_m y_m z_m$ 를 원형 특징의 중심에 위치한 좌표계라 하자. 그러면, 원형 물체의 3차원 위치 벡터

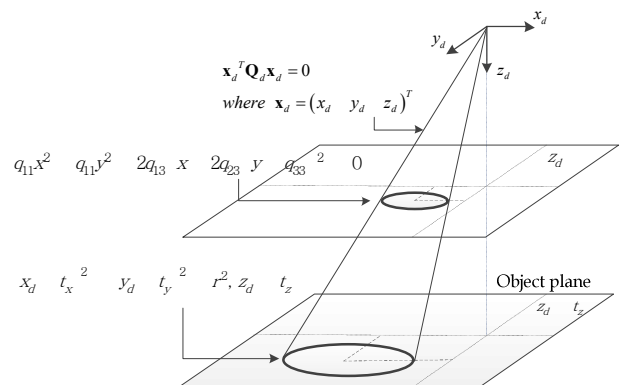


그림 4. 원형 특징의 투영 관계를 이용한 병진 벡터 결정

Fig. 4. Determination of translation vector using projective relationship with respect to a circular feature.

$\mathbf{t} = (t_x, t_y, t_z)^T$ 는 $x_d y_d z_d$ 좌표계에 대한 $x_m y_m z_m$ 의 병진 변위를 나타낸다. 따라서 식 (19)에서 φ 를 t_z 로 치환하면, $z_d = t_z$ 평면에서 원형 특징의 중심 좌표에 대하여 $\mathbf{t} = t_z (q_{13}/q_{11}, q_{23}/q_{11}, 1)^T$ 의 관계식을 얻을 수 있다. 원형 특징의 반지름을 r 이라 할 때, 식 (19)의 우변을 r^2 으로 놓고 정리하면 식 (20)의 위치 벡터를 유도할 수 있다.

$$\mathbf{t} = \frac{r}{K} (-q_{13}, -q_{23}, q_{11})^T \quad (20)$$

여기서 $K = \pm \sqrt{q_{13}^2 + q_{23}^2 - q_{33}q_{11}}$ 이다. 이때 원형 물체가 카메라 전방에 놓여있다고 가정하면, 양의 값을 가지는 K 를 취함으로써 위치 벡터 \mathbf{t} 가 결정된다.

5. 동차변환 행렬의 구성 및 유일해의 결정

지금까지, 3차원 공간상에 있는 원형 특징이 카메라 영상에 타원 형태로 투영되었을 때, 영상에 투영된 타원 특징과 공면 점 정보를 이용하여 원형 특징의 3차원 자세/위치를 결정하기 위한 기하학적 해석을 수행하였다. 동차변환 행렬은 각 단계별 해석 과정에서 구한 회전 행렬 및 병진 행렬을 조합하여 구성되는데, 각 단계 별로 구한 변환 행렬들을 정리하면 그림 5와 같다.

회전 행렬 \mathbf{U} 와 \mathbf{R} 은 식 (6)과 (15)에 의해서, 병진 벡터 \mathbf{t} 는 식 (20)에 의해서 각각 결정된다. 3단계의 변환을 통해 $x_m y_m z_m$ 좌표계의 x_m 축의 방향은 물체 평면의 기준 좌표 $x_o y_o z_o$ 좌표계에서의 벡터 \mathbf{P}_o 의 방향과 같게 된다. 따라서 두 좌표계 간의 변환 관계로부터 회전 행렬 \mathbf{R}_o 를 결정할 수 있으며 통상적으로 z 축에 대한 회전 행렬을 이용하여 $\mathbf{R}_o := \mathbf{R}_{z,\phi}^T$ 와 같이 구할 수 있다. 여기서 $\phi = \tan^{-1}(P_{o,y}/P_{o,x})$ 로 공면 점의 벡터를 이용하여 간단히 계산된다.

원형 특징의 3차원 자세 및 위치를 추정하기 위한 절차를 요약하면 다음과 같다. 첫째, $\mathbf{U}, \mathbf{R}, \mathbf{t}, \mathbf{R}_o$ 을 결

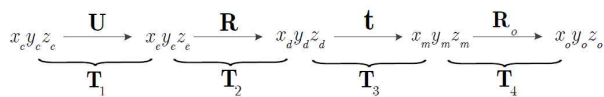


그림 5. 원형 특징의 자세/위치 추정을 위한 변환 절차
Fig. 5. Transformation procedure for pose estimation of a circular feature in 3D space.

정하여 동차변환 행렬 $\mathbf{T}_1, \mathbf{T}_2, \mathbf{T}_3, \mathbf{T}_4$ 을 각각 구성한다. 다음으로 $\mathbf{T} = \mathbf{T}_1 \mathbf{T}_2 \mathbf{T}_3 \mathbf{T}_4$ 의 관계로부터 동차변환 행렬 \mathbf{T} 를 결정한다.

원형 물체가 카메라의 전방에 위치하고 있다는 가정 하에 동차변환 행렬 \mathbf{T} 에 관한 해는 사실상 두 개가 존재하는데, 이는 물체 평면에 대한 두 개의 법선 벡터로 인해 기인된다. 두 개의 법선 벡터를 통해 결정된 동차변환 행렬을 각각 \mathbf{T}_a 와 \mathbf{T}_b 라 하자. 그러면, 모델 평면 위의 공면 점 \mathbf{P}_o 는 \mathbf{T}_a 와 \mathbf{T}_b 를 통해 2D 영상 평면에 맵핑될 수 있다. 우선 \mathbf{P}_o 의 4-벡터 동차 표현을 적용하여 변환 행렬 $\mathbf{T}_a, \mathbf{T}_b$ 에 대하여 $\mathbf{p}_a^{H4} = \mathbf{T}_a \mathbf{p}_o^{H4}$, $\mathbf{p}_b^{H4} = \mathbf{T}_b \mathbf{p}_o^{H4}$ 의 변환을 각각 수행한다. 변환된 $\mathbf{p}_a^{H4}, \mathbf{p}_b^{H4}$ 는 다시 2D 영상 평면의 좌표로 표현 가능하며 이를 각각 $\mathbf{P}_a, \mathbf{P}_b$ 라 하자. 그러면 이론적으로 $\mathbf{P}_a, \mathbf{P}_b$ 중 한 점은 \mathbf{P}_o 와 동일하다. 따라서 영상 평면에서의 세 좌표 $\mathbf{P}_a, \mathbf{P}_b, \mathbf{P}_c$ 을 이용하여 최종적으로 동차변환 행렬 \mathbf{T} 를 결정하기 위한 결정 규칙은 식 (21)과 같다.

$$\mathbf{T} := \begin{cases} \mathbf{T}_a & \text{if } \|\mathbf{P}_a - \mathbf{P}_c\| < \|\mathbf{P}_b - \mathbf{P}_c\| \\ \mathbf{T}_b & \text{otherwise} \end{cases} \quad (21)$$

여기서 식 (21)의 결정 규칙은 두 개의 동차변환 행렬을 이용하여 모델의 점 \mathbf{P}_o 를 영상 평면에 각각 투영한 $\mathbf{P}_a, \mathbf{P}_b$ 에 대하여, 영상 평면에서 관측된 \mathbf{P}_c 와 거리를 비교하고 가까운 쪽의 동차변환 행렬을 선택하는 것으로, 실제 응용을 고려하여 설계되었다. 이렇게 결정된 동차변환 행렬 \mathbf{T} 에 대하여, 원형 물체의 위치 및 자세는 변환 행렬의 병진 성분 및 회전 성분을 취함으로써 직접적으로 결정할 수 있다.

IV. 실험 및 검토

1. 수치예제

물체 평면 위의 원형 특징은 반지름 $r = 5cm$ 이며 공면 점 $\mathbf{P}_o = (3cm - 2cm)$ 로 주어졌다. 또한, 카메라 영상으로 관측된 타원을 통해 결정되는 타원 행렬 \mathbf{Q}_c 와 \mathbf{P}_c 는 각각 식 (22), (23)과 같다.

$$\mathbf{Q}_c = \begin{pmatrix} 13748.04 & -1300.20 & 3608.79 \\ -1300.20 & 14630.61 & -3076.42 \\ 3608.79 & 3076.42 & 655.40 \end{pmatrix} \quad (22)$$

$$\mathbf{P}_c = (-81.44, 174.95) \quad (23)$$

여기서, 카메라의 초점 길이는 $f = 500$ 로 가정한다. 사실상, \mathbf{Q}_c 와 \mathbf{P}_c 는 물체 평면을 카메라 좌표 $x_c y_c z_c$ 에 대해 $(0.2, 0.1, 0.5)$ 의 회전(단위: rad)과 $(-5, 4, 20)$ 의 병진(단위:cm) 파라미터에 의해 영상 평면에 투영시킨 결과이다. 회전 및 병진 변환을 통해 결정되는 동차 변환 행렬 \mathbf{T}_{ref} 은 식 (24)와 같으며, 이것은 주어진 문제의 해와 동일해야 한다.

$$\mathbf{T}_{ref} = \begin{pmatrix} 0.8732 & -0.4770 & 0.0998 & -5 \\ 0.4873 & 0.8506 & -0.1977 & 4 \\ 0.0994 & 0.2213 & 0.9752 & 20 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (24)$$

우선, 모델 평면상의 공면 점 \mathbf{P}_o 로부터 회전 행렬 \mathbf{R}_o 를 결정하면 식 (25)와 같다.

$$\mathbf{R}_c = \begin{pmatrix} 0.8321 & -0.5547 & 0 \\ 0.5547 & 0.8321 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (25)$$

다음으로, 식 (6)을 이용하여 \mathbf{Q}_c 를 대각화하여 구한 \mathbf{Q}_e, \mathbf{U} 는 각각 식 (26), (27)과 같다.

$$\mathbf{Q}_e = \text{diag}(12881.0075, 16893.2417, -740.1817) \quad (26)$$

$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} 0.7513 & 0.6209 & -0.2233 \\ -0.6574 & -0.7333 & 0.1730 \\ -0.0563 & 0.2769 & 0.9592 \end{pmatrix} \quad (27)$$

식 (8)을 통해 점 \mathbf{P}_c 는 식 (28)과 같이 변환되며, 타원 행렬 \mathbf{Q}_e 에 대한 폴-벡터 \mathbf{p}_c^{N3} 의 폴라-벡터는 식 (14)에 의해 식 (29)와 같이 계산된다.

$$\mathbf{p}_c^{N3} = (-0.1253, 0.0891, 0.9881)^T \quad (28)$$

$$\mathbf{l}^{N3} = (-0.6943, 0.6473, -0.3147)^T \quad (29)$$

식 (26)으로 주어진 고유 값에 대하여 식 (13)을 적용하면 물체 평면의 법선 벡터를 식 (30)과 같이 구할 수 있다.

$$\mathbf{n} = (0.0000, \pm 0.4770, 0.8789)^T \quad (30)$$

여기서 법선 벡터의 해는 두 개가 되며, 두 개의 법선 벡터는 회전각 θ 의 부호에 의존되므로, $+\theta$ 와 $-\theta$ 에 대한 경우를 각각 아래 첨자 a, b 로 구분하자. 우선

$+\theta$ 에 대한 회전 행렬 \mathbf{R}_a 는 식 (15)에 의해 식 (31)과 같이 계산된다.

$$\mathbf{R}_a = \begin{pmatrix} -0.6946 & -0.7194 & 0.0000 \\ 0.6323 & -0.6105 & 0.4770 \\ -0.3432 & 0.3313 & 0.8789 \end{pmatrix} \quad (31)$$

따라서 타원 행렬 \mathbf{Q}_e 는 식 (17)과 같이 \mathbf{R}_a 에 의해 식 (32)와 같이 회전 변환 되고, 이를 통해 식 (20)을 이용하여 병진 벡터 \mathbf{t}_a 를 구하면 식 (33)과 같다.

$$\mathbf{Q}_{d,a} = \begin{pmatrix} 1.2881 & 0.0000 & 0.5318 \\ 0.0000 & 1.2881 & -0.5135 \\ 0.5318 & -0.5135 & 0.3272 \end{pmatrix} \quad (32)$$

$$\mathbf{t}_a = (-7.5198, 7.2608, 18.2135)^T \quad (33)$$

식 (25), (27), (31), (33)의 결과를 이용하여 동차 변환 행렬 \mathbf{T}_a 를 구하면 식 (34)와 같다.

$$\mathbf{T}_a = \begin{pmatrix} 0.8732 & -0.4770 & 0.0998 & -5.0000 \\ 0.4873 & 0.8506 & -0.1977 & 4.0000 \\ 0.0094 & 0.2213 & 0.9752 & 20.0000 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (34)$$

동일한 방법으로 $-\theta$ 에 대하여 $\mathbf{R}_b, \mathbf{Q}_{d,b}, \mathbf{t}_b$ 를 구할 수 있으며, 이를 통해 \mathbf{T}_b 가 결정된다. 두 개의 동차 변환 행렬을 이용하여 모델의 공면 점 \mathbf{P}_o 를 영상 평면 Ω_c 에 투영시킨 후 \mathbf{P}_c 와의 거리를 각각 구하면 식 (35), (36)과 같다.

$$\|\mathbf{P}_a - \mathbf{P}_c\| = 0.0000 \quad (35)$$

$$\|\mathbf{P}_b - \mathbf{P}_c\| = 8.0396 \quad (36)$$

따라서 식 (21)의 결정 규칙에 따라 \mathbf{T}_a 를 선택함으로써 최종적인 동차 변환 행렬 \mathbf{T} 를 결정할 수 있으며 이는 식 (24)의 행렬과 동일함을 알 수 있다.

2. 3D 자세/위치 추정 성능 분석

본 절에서 다루는 성능 분석 실험은 i) 원형 특징의 다양한 3D 자세 대비 추정 오차 분석, ii) 공면 점의 위치 대비 추정 오차 분석을 목적으로 한다. 성능 분석 실험을 위해, 본 논문에서는 그림 6과 같이 반지름 $r = 150$ 픽셀의 원형 특징과 공면 점 \mathbf{P}_o 를 가지는 모델을 이용하였다. 보다 상세하고 일관적인 분석을 위해, 본 논문은 주어진 모델에 대하여 가상의 카메라 모델을

통해 생성된 영상들을 이용하였다. 이러한 영상들은 그림 6과 같은 물체가 3차원 공간상에서 $x_c y_c z_c$ 축에 대하

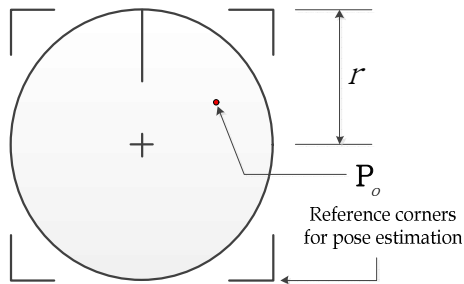


그림 6. 원형 특징 및 공면 점을 포함한 물체 모델
Fig. 6. Object model consisting of a circular feature and a coplanar point.

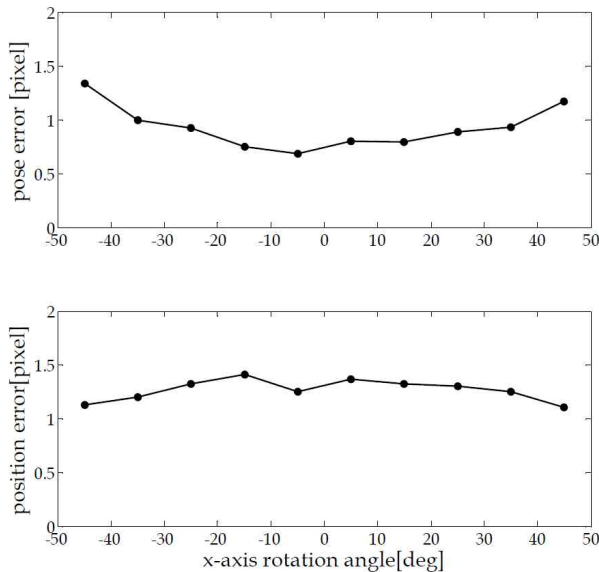


그림 7. 원근 변환에 대한 3D 자세/위치 추정 오차
Fig. 7. Estimation errors of 3D orientation and position against perspective transformation.

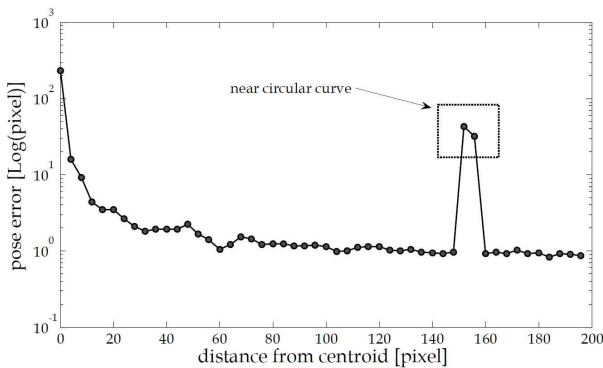


그림 8. 공면 점의 위치에 따른 3D 자세 추정 오차
Fig. 8. Estimation errors with respect to the relative position of coplanar point on object plane.

여 회전 $\mathbf{r}_{ref} = (\psi_x, \psi_y, \psi_z)$ 및 병진 $\mathbf{t}_{ref} = (t_x, t_y, t_z)$ 되었을 때를 가정한 카메라 변환을 통해 생성되었으며, 변환에 관련된 파라미터들은 성능 분석을 위한 참조 자료(동차변환 행렬)로 직접 이용되었다. 본 논문에서 이용된 카메라 모델은 주점(Principal points)이 (320, 240), 초점 길이 $f = 500$ 의 파라미터를 가지며, 렌즈 왜곡(Radial distortion)은 없는 것으로 간주되었다. 생성된 영상들에 대하여 타원의 외곽선을 추출한 후 DLT(Direct Linear Transformation) 기법으로 타원 파라미터를 근사화 하였다. 공면 점은 붉은색의 3x3 픽셀로 하여 검출이 용이하도록 하였다.

위치 추정 오차 분석을 위해, 제안된 방법으로 구한 병진 벡터 \mathbf{t} 와 \mathbf{t}_{ref} 의 유클리디안 거리를 통해 오차를 계산하였다. 또한, 자세 추정 오차 분석을 위해, 원의 외곽에 위치한 사각 모서리(그림 6 참조) 좌표를 활용하였다. 즉, 제안된 방법을 통해 얻은 동차변환 행렬 \mathbf{T} 와 참조 값들로부터 계산한 \mathbf{T}_{ref} 를 통해 모델 평면의 사각 모서리 좌표를 이미지 평면으로 각각 투영시킨 후 이들의 평균 정합 오차를 이용하여 추정 성능을 평가하였다.

첫 번째 실험을 위해서 $\mathbf{t}_{ref} = (20, 20, 500)$, $\psi_z = 0$ 에 위치한 원형 물체를 대상으로 ψ_x, ψ_y 을 각각 $-45 \sim 45^\circ$ 범위로 매 10° 간격에서 실험 영상들을 생성하였다. 분석을 용이하게 하기 위하여 ψ_x 열에 대한 모든 ψ_y 에 대한 위치 및 자세 오차들의 평균을 취하였다. 그림 7은 제안된 방법을 적용한 원형 특징의 자세(위) 및 위치(아래) 추정 오차를 ψ_x 의 매 측정 위치 별로 각각 나타낸 것이다. 실험 결과에 의하면, 측면에서 관측되는 경우에 자세 오차가 다소 증가되며, 위치 오차는 반대로 감소되는 경향이 있으나, 그 오차는 평균 1.5 픽셀 미만으로 나타났다. 또한, 오차들에 오프셋이 존재하는 것은 실제 모델 파라미터에 대한 영상 처리 및 타원 근사 단계에서 발생한 오차로 인한 것이라 사료된다.

다음으로, 공면 점의 위치에 따른 민감도 분석을 위한 실험이 수행되었는데, 우선 물체를 특정 위치에 고정하고 공면 점의 위치를 변경하여 제안된 방법을 적용하였다. 본 논문은 공면 점의 위치를 원의 중심점으로부터 0~194 픽셀의 범위에서 매 4픽셀 간격으로, 공면 점 벡터의 방향을 0~340도의 범위에서 매 20도 간격으로 조정하여 실험 영상을 생성하였다. 이때 물체의 위치는 $\mathbf{t}_{ref} = (0, 0, 500)$, $\mathbf{r}_{ref} = (-35^\circ, 35^\circ, 35^\circ)$

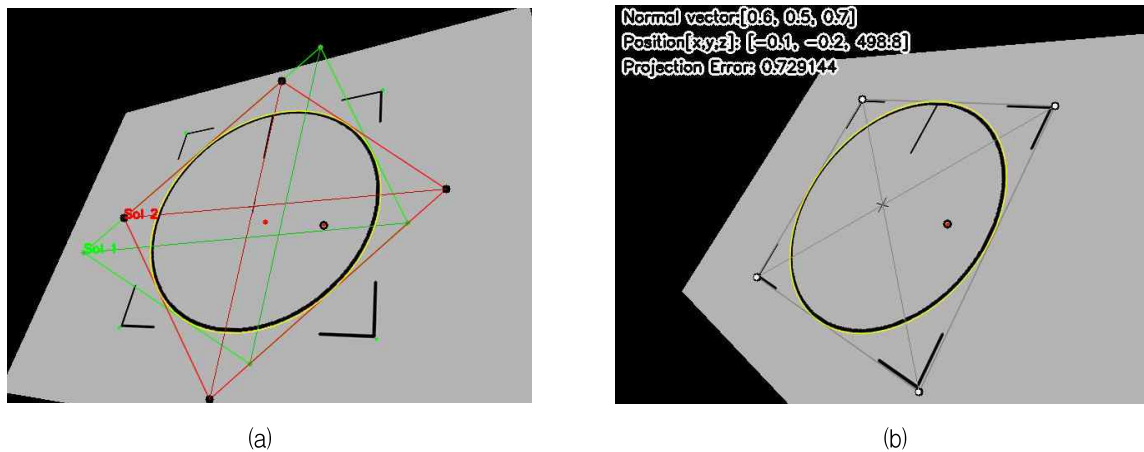


그림 9. 원형특징의 3D 자세 추정에 대한 기존 방법(a)과 제안된 방법(b)의 비교 실험.

Fig. 9. Comparison of the proposed method(b) with previous method(a)^[10~11] for 3D pose estimation of a circular feature in 3D space.

로 고정하였다. 그림 8은 공면 점이 원의 중심점에서 멀어짐에 따라 나타나는 자세 추정 오차의 양상을 보여주고 있다. 여기서, 각 위치에서의 오차는 공면 점 벡터 방향에 대한 평균 오차를 나타낸다. 그림 8에서 나타난 결과를 정리하면 다음과 같다. i) 본 논문에서 가정하 바와 같이, 원형 특징의 원점에 공면 점이 있을 때는 사실상 완전한 3D 자세를 구할 수 없다. ii) 이론과는 달리 실제 문제에서는 원형 특징의 중심점 근방에 공면 점이 존재할 경우에는 비교적 큰 자세 추정 오차를 수반한다. iii) 원형 특징의 공면 점이 중심점에서 멀어지면(반지름 150의 약 16%이상) 평균 2픽셀 이내의 추정 오차 범위 내에서 비교적 안정적인 3D 자세 추정이 가능하다. 그림 8에서 150픽셀 근방의 위치에서 오차가 발생한 것은 공면 점이 원의 외곽선 근처에 존재하는 경우에 해당된다. 이는 원의 외곽선과 공면 점이 겹쳐서 특징 추출 상의 오류가 발생한 결과이며, 실제 응용에서 빈번히 발생할 수 있는 경우라 할 수 있다.

그림 9는 원형 특징의 3D 자세 추정에 대한 기존의 방법과 제안된 방법을 비교한 것이다. 기존의 방법을 적용할 경우 물체 평면의 z_o 축인 법선 벡터는 정확히 구할 수 있지만, 나머지 축인 x_o, y_o 에 대한 방향은 기존의 방법으로는 결정할 수 없다. 또한 z_o 축의 방향 역시 두 개가 존재하는 이중성 문제가 그림 9(a)와 같이 존재한다. 반면, 제안된 방법은 이러한 문제들을 동시에 해결하면서 보다 정확한 3D 정보를 제공할 수 있다. 그림 9(b)는 제안된 방법의 자세/위치 추정 성능에 대한 예시로서, 그림 6의 주어진 모델에 대하여, 원근 변형된

타원 특징의 완전한 3D 자세를 0.73픽셀 평균 정합 오차 내에서 잘 추정하고 있음을 보여주고 있다.

V. 결 론

본 논문은 카메라 영상에 투영된 타원 특징으로부터 3차원 공간상에 존재하는 본래의 원형 특징의 3D 정보를 얻기 위한 방법론을 다루었다. 이와 관련된 기존 방법들은 완전한 3차원 자세에 대한 해법을 제시하지 못했으며, 이에 본 논문은 공면 점을 이용한 원형 특징의 3차원 자세 및 위치 추정 방법을 제안하였다. 특히 3차원 공간 및 투영 공간에서 원형 특징과 공면 점 사이의 기하학적인 관계를 보다 밀접하게 관련시키기 위하여 타원뿔을 매개체로 한 구체적인 해석을 수행하였다. 또한 원형 특징의 완전한 3차원 자세와 위치를 계산하기 위한 해법을 제시하였으며, 기존 연구에서 다루지 못했던 이중성 문제를 해결하였다.

제안된 방법은 수치 예제를 통해 우선적으로 검증되었고, 다양한 카메라 시점에서 관측된 영상들로부터 본래의 원형 특징에 대한 3D 자세/위치 추정 성능의 평가를 통해 제안된 방법의 유효성을 보였다.

참 고 문 헌

- [1] 이종실, 이용혁, 김인영, 김선일, “기하학적 해석을 이용한 비전 기반의 장애물 검출”, *대한전자공학회 논문지*, 43(3), 99-106쪽, 2006.
- [2] 유성구, 정길도, “단일단일 영상과 거리센서를 이

- 용한 SLAM 시스템 구현”, *대한전자공학회, 전자공학회논문지-SC*, 45(6), 149-156쪽, 2008.
- [3] 심귀보, 오승욱, “동적 물체에 대한 로봇 매니퓰레이터의 Visual Servoing”, *대한전자공학회, 전자공학회논문지-B*, 33(1), 15-24쪽, 1996.
- [4] E. Klingbeil, B. Carpenter, O. Russakovsky, and A. Y. Ng, “Autonomous operation of novel elevators for robot navigation,” *2010 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 751-758, 2010.
- [5] L. Wenjing, G. Bebis, and N. G. Bourbakis, “3-D Object Recognition Using 2-D Views,” *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 17, pp.2236-2255, 2008.
- [6] D. G. Lowe, “Distinctive image features from scale-invariant keypoints,” *International Journal of Computer Vision*, vol. 60, pp. 91-110, 2004.
- [7] H. Bay, T. Tuytelaars, and L. V. Gool, “SURF: Speeded Up Robust Features,” in *Proceedings of the ninth European Conference on Computer Vision*, 2006.
- [8] K. S. Mikolajczyk, C., “A performance evaluation of local descriptors,” *IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 27, pp.1615 - 1630, 2005.
- [9] T. Tuytelaars and K. Mikolajczyk, “Local Invariant Feature Detectors - Survey,” *Foundations and Trends in Computer Graphics and Vision*, vol. 3, pp.1-110, 2008.
- [10] R. Safae-Rad, I. Tchoukanov, K. C. Smith, and B. Benhabib, “Three-dimensional location estimation of circular features for machine vision,” *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 8, pp. 624-640, 1992.
- [11] K. Kanatani and W. Liu, “3D Interpretation of Conics and Orthogonality,” *CVGIP: Image Understanding*, vol. 58, pp. 286-301, 1993.
- [12] Y. C. Shiu and S. Ahmad, “3D location of circular and spherical features by monocular model-based vision,” in *IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics*, vol.2 pp. 576-581, 1989.
- [13] R. Safae-Rad, K. C. Smith, B. Benhabib, and I. Tchoukanov, “An analytical method for the 3D-location estimation of circular features for an active-vision system,” in *IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics*, pp. 215-220, 1990.
- [14] D. Forsyth, J. L. Mundy, A. Zisserman, C. Coelho, A. Heller, and C. Rothwell, “Invariant descriptors for 3D object recognition and pose,” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 13, pp. 971-991, 1991.
- [15] R. Safae-Rad, K. C. Smith, B. Benhabib, and I. Tchoukanov, “Constraints on quadratic curves under perspective projection,” in *IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics*, vol. 1, pp. 57-62, 1991.
- [16] S. D. Ma, “Conics-based stereo, motion estimation, and pose determination,” *International Journal of Computer Vision*, vol. 10, pp. 7-25, 1993.
- [17] D. He and B. Benhabib, “Solving the orientation-duality problem for a circular feature in motion,” *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Part A: Systems and Humans*, vol. 28, pp. 506-515, 1998.
- [18] Z. Chen and J.-B. Huang, “A vision-based method for the circle pose determination with a direct geometric interpretation,” *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 15, pp. 1135-1140, 1999.
- [19] J.-S. Kim, P. Gurdjos, and I.-S. Kweon, “Geometric and algebraic constraints of projected concentric circles and their applications to camera calibration,” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 27, pp. 637-642, 2005.
- [20] M. P. Kumar, C. V. Jawahar, and P. J. Narayanan, “Geometric Structure Computation from Conics,” *Indian Conference on Computer Vision, Graphics, and Image Processing*, 2004.
- [21] H. H. S. Ip and Y. Chen, “Planar rectification by solving the intersection of two circles under 2D homography,” *Pattern Recognition*, vol. 38, pp. 1117-1120, 2005.
- [22] C. Conomis, “Conics-Based Homography Estimation from Invariant Points and Pole-Polar Relationships,” *The 3rd International Symposium on 3D Data Processing, Visualization, and Transmission*, 2006.
- [23] J. Wright, A. Wagner, R. Shankar, and M. Yi, “Homography from Coplanar Ellipses with Application to Forensic Blood Splatter Reconstruction,” in *2006 IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, pp.1250-1257, 2006.
- [24] M. I. A. Lourakis, “Plane metric rectification from a single view of multiple coplanar circles,” in *2009 16th IEEE International Conference on Image Processing (ICIP)*, pp. 509-512, 2009.

— 저 자 소 개 —



김 현 희(정회원)

1997년 한국해양대학교
기관공학과 학사 졸업.
2002년 한국해양대학교 제어계측
공학과 석사 졸업
2006년~2009년 한국과학기술원
인간친화복지 로봇시스템
연구센터 연구원.

2009년~현재 광운대학교 예술로봇 연구소 연구
원, 한국해양대학교 제어계측공학과 박사과정
<주관심분야 : 로봇비전, 패턴인식, 기계학습>



박 광 현(정회원)

1994년 KAIST 전자전산학과
학사 졸업.
1997년 KAIST 전자전산학과
석사 졸업.
2001년 KAIST 전자전산학과
박사 졸업.

2008년~현재 광운대학교 로봇학부 조교수
<주관심분야 : 서비스 로봇, 패턴 인식, 로봇 소프
트웨어>



하 윤 수(정회원)-교신저자

1986년 한국해양대학교 기관학과
학사 졸업
1990년 한국해양대학교 기관학과
석사 졸업.
1996년 일본 쓰쿠바대학 전자정보
공학과 박사 졸업.

1996년~현재 한국해양대학교 IT공학부 교수
<주관심분야 : 지능형자율이동로봇, 무인보트, 센
서응용>