

논문 2011-48SC-4-3

광디스크를 위한 주파수 적응 알고리즘과 함께하는 강인 출력 제어기

(Robust Output Regulator with Frequency Adaptation Algorithm for
Optical Disc Drives)

김 상 현*, 김 형 중**, 심 형 보**

(Sanghyun Kim, Hyungjong Kim, and Hyungbo Shim)

요 약

본 논문에서는 알 수 없는 주파수를 가지는 주기적인 외란이 존재하는 광디스크 드라이브에 대하여 주파수 적응 알고리즘과 출력 제어기를 추가하여 외란을 제거하는 제어기법을 제안한다. 여기서 IMP(internal model principal)에 기반을 두는 주파수 적응 알고리즘은 주기적인 외란의 주파수를 알아내는 역할을 한다. 전체 시스템의 안정도 및 외란제거 성능은 특이섭동이론(singular perturbation theory)으로 증명된다. 본 논문의 기여는 주파수 범위에 따른 설계의 제약이 없다는 점과 모델 불확실성이 존재할 때도 외란을 제거할 수 있다는 점을 들 수 있다.

Abstract

This paper presents a control scheme to cancel periodic disturbance with unknown frequency for optical disc drives. The control scheme consists of an output regulator and a frequency adaptive algorithm. Here, the frequency adaptive algorithm based on IMP plays a role in obtaining a frequency of periodic disturbance. The stability analysis of whole system and disturbance rejection performance are proven by the singular perturbation theory. The contribution of this paper are as follows. (1) There is no design constraints of the frequency range. (2) Ability for perfect disturbance rejection is preserved even with uncertain plant model.

Keywords : Robust output regulator, Adaptive algorithm, Singular perturbation, Optical disc drives.

I. 서 론

주기적인 외란(sinusoidal disturbance)을 제거하는 문제는 제어 분야에서 활발히 연구되어 왔다^[1-3]. 특히 출력제어기(output regulator)는 IMP(internal model principal)를 기반으로 하여^[4] 알려진 주파수의 외란에 대하여 효과적인 외란 제거 성능을 보여 왔다^[5]. 하지만, 위의 제어기는 외란의 주파수를 알아야만 한다는

제약이 존재한다. 이를 극복하기 위하여 외란의 주파수를 모르는 경우에도 효과적으로 외란을 제거하는 연구들이 진행되어 왔다^[6-7, 10]. 하지만, 이들 제어기는 모르는 주파수의 범위를 필요로 하거나, 모델 불확실성(model uncertainty)에 대한 완벽한 외란 제거가 불가능하다는 단점이 존재한다.

본 논문에서는 주파수를 알 수 없는 주기적인 외란을 제거하는 강인한(robust) 제어기를 제안한다. 본 제어기는 IMP을 이용하여 주파수를 추정하는 주파수 적응 알고리즘(frequency adaptation algorithm)^[6, 11]과 광디스크 드라이브 플랜트를 좌표변환 시킨 시스템^[7]을 기반으로 한 출력제어기로 구성되어있다. 본 논문에서 제안하는 출력제어기는 알 수 없는 주파수 범위에 상관없이

* 학생회원, ** 정회원, 서울대학교 전기공학부
(ASRI, Department of Electrical Engineering, Seoul National University)

※ 본 논문은 2011년 정부(지식경제부)의 재원으로 한
현대중공업(주)의 지원을 받아 수행된 연구임
(0418-20100022)

접수일자: 2011년4월22일, 수정완료일: 2011년7월5일

효과적으로 설계할 수 있으며, 모델 불확실성이 존재하는 경우에도 강인하게 외란을 제거 할 수 있는 장점이 있다. 특이섭동법 이론(singular perturbation theory)^[9]을 이용하여 전체 폐루프 시스템과 주파수 적응 알고리즘, 출력 제어기의 안정도를 판별하였고, 출력오차가 0으로 수렴하는 모습을 보였다. 마지막으로 모델 불확실성을 포함한 광디스크 드라이브 시스템에 대한 모의실험은 본 제어기의 효율성을 보여준다.

II. 본 론

2.1 문제정의

다음과 같은 선형 시불변(LTI) 단일입력단일출력(SISO) 시스템과 하나의 주파수를 가지는 주기적인 외란의 모델을 생각해 보자.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + bu + Pw, \quad x(0) = x_0, \\ e &= cx + qw, \\ \dot{w} &= Sw, \quad S = \begin{bmatrix} 0 & \sigma \\ -\sigma & 0 \end{bmatrix}, \quad w(0) = w_0. \end{aligned} \tag{1}$$

여기서 $x \in R^n$ 는 시스템 상태변수, $u \in R$ 는 제어입력, $w \in R^2$ 는 외란의 상태변수, $e \in R$ 는 출력 오차 값을 나타낸다. 또한, σ 는 알 수 없는 양수의 상수이다. x 와 w 는 측정 불가능하고, 출력 e 는 측정 가능 하다고 가정한다.

우리의 제어 목적은 그림 1의 전체 폐루프 시스템을 안정화 시키고 오차 e 를 시간이 무한대로 갈 때 0으로 수렴시키기 위한 출력 궤환 제어기(output feedback controller)를 설계하는 것이다. 여기서 기존에 존재하는 제어기 $C(s)$ 에 추가하여 외란을 제거 할 수 있는 출력 제어기 $R(e, u)$ 를 제안한다. 이 때 $C(s)$ 는 외란이 없을 때 폐루프를 안정화 시킨다는 정보 외에는 모른다고 가정한다. 다음 가정1-4가 만족하면 위의 제어목적 달 성하는 출력 제어기를 설계 할 수 있다.

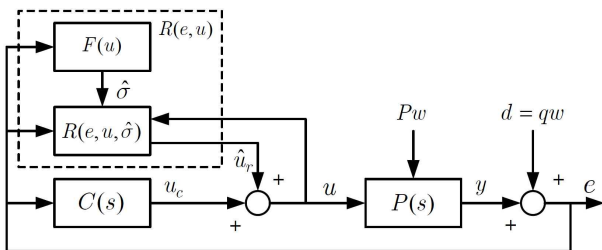


그림 1 시스템 블록도
Fig. 1. System block.

가정1 : 행렬 쌍 (A, b, c) 은 관측가능(observable)하고, 안정화가가능(stabilizable)하다*.

가정2: 시스템을 안정화 시키는 임의의 제어기 $C(s)$ 가 존재한다.

$$\begin{aligned} \dot{z} &= Fz + Ge, \\ u_c &= Hz + Je, \quad z(0) = z_0. \end{aligned} \tag{2}$$

즉, $\begin{bmatrix} A + bJc & bH \\ Gc & F \end{bmatrix}$ 가 Hurwitz 하다.

가정3: 아래 식을 만족하는 행렬 Π 과 Γ 가 존재한다.

$$\begin{aligned} \Pi S &= A\Pi + b\Gamma + P, \\ 0 &= c\Pi + q. \end{aligned} \tag{3}$$

가정4: 행렬 쌍 (S, Γ) 은 관측가능하다.

2.1.1 시스템의 좌표변환

본 절에서는 위의 가정을 기반으로 광디스크 시스템에 맞는 제어기를 설계한다. 여기서 광디스크 모델은 2차의 최소위상(minimum-phase) 시스템으로 생각할 수 있다^[5]. 따라서 가정 1에 의해 A, b, c 가 다음과 같은 형태로 나타내어 질 수 있다.

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} -\alpha_1 & 1 \\ -\alpha_2 & 0 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix}, \quad c = [1 \quad 0], \\ P &= 0, \quad q = [-1 \quad 0]. \end{aligned}$$

$\tilde{x} = x - \Pi w, u_r = \Gamma w$ 로 정의하면 식(1)은

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}} &= A\tilde{x} - bu_r + bu, \\ e &= c\tilde{x}. \end{aligned} \tag{4}$$

로 바뀌게 된다. 가정 4를 고려하면 전위 행렬(transformation matrix)

$$T_1(\sigma) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ a_1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Gamma \\ \Gamma S \end{bmatrix}$$

이 존재하게 된다. 여기서 $T_1(\sigma)$ 은 정칙행렬(nonsingular)이고, a_1 는 S 의 특성방정식(characteristic

* 만약 (A, b, c) 가 detectable하면, Kalman decomposition에 의하여 시스템을 $\dot{x}_o = A_o x_o + b_o u + P_o w, \dot{x}_u = A_u x_u + b_u u + P_u w, e = c_o x_o + q w$ 로 나타내 줄 수 있다. 이 때 A_u 는 Hurwitz 하고 (A_o, c_o) 는 관측가능하다. 따라서 x_u 를 고려해 주지 않아도 되므로 식 (1)과 같은 문제로 만들어 줄 수 있다.

polynomial) $\det(sI - S) = s^2 + a_1s + a_2$ 의 계수이다. 그리고 $\bar{w} = T_1(\sigma)w$ 로 정의 해 주면 식(1)의 외란모델은 다음과 같은 관측가능 정규형(observable canonical form)으로 바꿔줄 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{\bar{w}} &= \bar{S}\bar{w}, \\ u_r &= \bar{\Gamma}\bar{w}, \\ \bar{S} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\sigma^2 & 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{\Gamma} = [1 \quad 0]. \end{aligned} \tag{5}$$

앞에서 정의 한 식(4)와 (5)를 합쳐서 나타내 주면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{\bar{x}} \\ \dot{\bar{w}} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A & -b\bar{\Gamma} \\ 0 & \bar{S} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{x} \\ \bar{w} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b \\ 0 \end{bmatrix} u, \\ e &= [c \quad 0] \begin{bmatrix} \bar{x} \\ \bar{w} \end{bmatrix}. \end{aligned} \tag{6}$$

$\bar{A} = \begin{bmatrix} A & -b\bar{\Gamma} \\ 0 & \bar{S} \end{bmatrix}$, $\bar{c} = [c \quad 0]$ 라고 정의 해주면 정칙 행렬인 전위행렬

$$T_2(\sigma) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ b_1 & 1 & 0 & 0 \\ b_2 & b_1 & 1 & 0 \\ b_3 & b_2 & b_1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{c} \\ \bar{c}A \\ \bar{c}A^2 \\ \bar{c}A^3 \end{bmatrix}$$

이 존재 하게 된다. 여기서 b_1, b_2, b_3 는 \bar{A} 의 특성방정식 $\det(sI - \bar{A}) = s^4 + b_1s^3 + b_2s^2 + b_3s + b_4$ 의 계수이다. 여기서 $\xi = T_2(\sigma)[\bar{x}^T \quad \bar{w}^T]^T$ 로 정의 하면, 식(6)은 다음과 같은 변환된 시스템으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{\xi} &= A_c\xi + b_c u + \Psi(e, u)\sigma^2, \\ e &= c_c\xi, \end{aligned} \tag{7}$$

$$\begin{aligned} A_c &= \begin{bmatrix} -\alpha_1 & 1 & 0 & 0 \\ -\alpha_2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad b_c = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad c_c = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}^T, \\ \Psi(e, u) &= \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ -\alpha_1 \\ -\alpha_2 \end{bmatrix} e + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} u. \end{aligned}$$

2.2.2 적응 알고리즘 설계

여기서는 알 수 없는 주파수 σ 를 추정하기 위한 알고리즘을 소개한다. 이를 위한 적응 알고리즘 $F(u)$ 은 정현파 외란(sinusoidal disturbance)을 위한 내부모델

(internal mode) (8)와 주파수 판별기(frequency identifier) (9)로 구성되어 있다.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{\zeta}_1 \\ \dot{\zeta}_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\hat{\sigma}^2 - K_f & \zeta_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \zeta_1 \\ \zeta_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ K_f \end{bmatrix} e, \\ y_a &= [0 \quad 1] \begin{bmatrix} \zeta_1 \\ \zeta_2 \end{bmatrix}, \end{aligned} \tag{8}$$

$$\dot{\hat{\sigma}} = K_e e = -K_e \frac{\hat{\sigma} K_f \zeta_1 (e - \zeta_2)}{(\hat{\sigma} \zeta_1)^2 + \zeta_2^2}. \tag{9}$$

이 때 K_e 는 양수 값이다. 외란이 σ 주파수를 가지는 정현파이고, 폐회로가 안정하다면 출력오차 $e(t)$ 는 정상상태 $e_{ss}(t) = A_e \sin(\sigma t + \phi_e)$ 로 수렴할 것이다. 그러면 시스템 (8)에 의해서 정상상태 해를 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \zeta_{1,ss}(t) &= A_\zeta \sin(\sigma t + \phi_\zeta), \\ \zeta_{2,ss}(t) &= \sigma A_\zeta \cos(\sigma t + \phi_\zeta) \end{aligned} \tag{10}$$

여기서

$$\begin{aligned} \phi_e &= \tan^{-1} \left(\frac{K_f \sigma}{\hat{\sigma}^2 - \sigma^2} \right) + \phi_\zeta, \\ A_e &= \frac{A_\zeta \sqrt{(\hat{\sigma}^2 - \sigma^2)^2 + (\sigma K_f)^2}}{K_f} \end{aligned}$$

이다.

$\tilde{\sigma} = \hat{\sigma} - \sigma$ 로 정의해 주면

$$\dot{\tilde{\sigma}} = -K_e \tilde{\sigma} = -K_e \left(\tilde{\sigma} - \frac{\sigma (\zeta_{1,ss} \zeta_{2,ss} - \zeta_{1,ss} \dot{\zeta}_{2,ss})}{(\sigma \zeta_{1,ss})^2 + \zeta_{2,ss}^2} \right).$$

를 얻을 수 있고, 여기서 σ 는 우리가 모르는 값이므로 $\hat{\sigma}$ 로 대체해 주면

$$\dot{\tilde{\sigma}} = -K_e \frac{\hat{\sigma} K_f \zeta_{1,ss} (e_{ss} - \zeta_{2,ss})}{(\hat{\sigma} \zeta_{1,ss})^2 + \zeta_{2,ss}^2}. \tag{11}$$

가 되는 것을 볼 수 있다. 위 형태를 보면 정상상태로 수렴해도 식(9)와 같은 형태를 가지는 것을 볼 수 있다. 따라서 (9)를 파라미터 업데이트 방법으로 사용할 것이다.

2.2.3 상태관측기 및 출력 제어기 설계

출력 제어기는 관측기와 상태변수 궤환 이득으로 구성되어 있다. 제어기는 다음과 같이 나타내 줄 수 있다.

$$\begin{aligned}\dot{\hat{\xi}} &= A_c \hat{\xi} + b_c u + \Psi(e, u) \hat{\sigma}^2 + L(e - c_c \hat{\xi}), \\ \hat{u}_r &= \bar{\Gamma} T_1(\hat{\sigma}) \hat{w} = [0 \ \bar{\Gamma}] T_2^{-1}(\hat{\sigma}) \hat{\xi}.\end{aligned}\quad (12)$$

여기서 관측기 이득 L 은 $(A_c - Lc_c)$ 가 *Hurwitz* 하게 설계한다.

주목1. 기존 논문^[6]에서는 관측기 이득을 설계하는데 있어 주파수 영역을 고려해주어야 하지만, 본 논문에서는 주파수 영역에 영향을 받지 않는다.

2.3 안정도 분석 및 출력오차 수렴

특이섭동법 이론을 이용해서 전체 시스템의 안정도와 오차의 수렴성을 보일 수 있다. 이득 K_e 를 매우 작게 설정해 줄 수 있기 때문에 특이섭동법 이론을 이용하는데 있어 시스템(1), 기존 제어기(2), 내부모델(8), 출력제어기(11)를 빠른 시스템(fast system)으로, 파라미터 업데이트(9)를 느린 시스템(slow system)으로 생각할 수 있다.

먼저, 빠른 시스템을 살펴보기 위해 느린 파라미터인 $\hat{\sigma}$ 의 변화량을 0이라고 가정하겠다. 제어 입력이 $u = u_c + u_r = Hz + Je + \bar{\Gamma} T_1(\hat{\sigma}) \hat{w}$ 일 때

1) 출력 제어기의 관측기

$\tilde{\xi} = \xi - \hat{\xi}$ 로 정의해 주면 다음과 같이 표현된다.

$$\dot{\tilde{\xi}} = (A_c - Lc_c) \tilde{\xi} + \Psi(e, u)(\sigma^2 - \hat{\sigma}^2). \quad (13)$$

2) 플랜트와 기존 제어기 $C(s)$

$$\begin{aligned}\dot{\tilde{x}} &= (A + bJc) \tilde{x} + bHz + b\bar{\Gamma}(T_1(\hat{\sigma}) \hat{w} - T_1(\sigma)w), \\ &= (A + bJc) \tilde{x} + bHz - b[0 \ \bar{\Gamma}] T_2^{-1}(\hat{\sigma}) \tilde{\xi} \\ &\quad + b\bar{\Gamma}(T_1(\hat{\sigma}) - T_1(\sigma))w \\ \dot{\tilde{z}} &= Gc\tilde{x} + Fz\end{aligned}\quad (14)$$

3) 내부 모델

앞서 언급했듯이 페루프 시스템이 안정할 때 출력오차가 정상 상태로 수렴하므로

$$e_{ss} = C\tilde{x}_{ss} = A_e \sin(\sigma t + \phi_e)$$

로 나타낼 수 있고

$$\begin{bmatrix} \dot{\zeta}_1 \\ \dot{\zeta}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\hat{\sigma}^2 - K_f & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \zeta_1 \\ \zeta_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ K_f \end{bmatrix} C\tilde{x} \quad (15)$$

를 통해 해 (10)를 구할 수 있다.

전체 빠른 시스템을 나타내어 주면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix} \dot{\zeta}_1 \\ \dot{\zeta}_2 \end{bmatrix} &= \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\hat{\sigma}^2 - K_f & \end{bmatrix}}_{A_\zeta} \begin{bmatrix} \zeta_1 \\ \zeta_2 \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ K_f & C \end{bmatrix}}_{B_\zeta} \begin{bmatrix} \tilde{x} \\ z \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \dot{\tilde{x}} \\ \dot{z} \end{bmatrix} &= \underbrace{\begin{bmatrix} A + bJc & bH \\ Gc & F \end{bmatrix}}_{A_p} \begin{bmatrix} \tilde{x} \\ z \end{bmatrix} - \underbrace{\begin{bmatrix} b[0 \ \bar{\Gamma}] T_2^{-1}(\hat{\sigma}) \\ 0 \end{bmatrix}}_{B_{p1}} \tilde{\xi} \\ &\quad + \underbrace{\begin{bmatrix} b\bar{\Gamma}(T_1(\hat{\sigma}) - T_1(\sigma)) \\ 0 \end{bmatrix}}_{B_{p2}} w\end{aligned}\quad (16)$$

$$\dot{\tilde{\xi}} = \underbrace{(A_c - Lc_c)}_{A_\xi} \tilde{\xi} + \underbrace{\Psi(e, u)(\sigma^2 - \hat{\sigma}^2)}_{B_\xi}.$$

여기서 $\zeta = [\zeta_1 \ \zeta_2]^T$ 로 정의해 주면 전체 빠른 시스템을 $X = [\zeta^T \ \tilde{x}^T \ z^T \ \tilde{\xi}^T]^T$ 로 정의해 줄 수 있다.

빠른 시스템 (16)는 아래와 같이 나타내어진다.

$$\dot{X} = g(t, X, \tilde{\sigma}, \epsilon) = A_{fs} X + B_{fs} w + B_\zeta. \quad (17)$$

$$\text{이때 } A_{fs} = \begin{bmatrix} A_\zeta & B_\zeta & 0 \\ 0 & A_p & B_{p1} \\ 0 & 0 & A_\xi \end{bmatrix}, \quad B_{fs} = \begin{bmatrix} 0 \\ B_{p2} \\ 0 \end{bmatrix} \text{이다.}$$

가정 2와 이득 L 을 통해 A_ζ, A_p 그리고 A_ξ 이 *Hurwitz*하고, A_{fs} 가 윗삼각행렬(upper triangular matrix)이므로 A_{fs} 는 *Hurwitz*하다. 여기서 페루프가 안정하다면 출력오차 $e(t)$ 와 입력 $u(t)$ 가 $e_{ss} = A_e \sin(\sigma t + \phi_e)$, $u_{ss} = A_u \sin(\sigma t + \phi_u)$ 의 형태로 유계되어 있고, w 또한 유계되어 있으므로, 빠른 시스템 X 가 유계되어 있다는 것을 알 수 있다.

이제, 느린 시스템 (9)를 살펴보도록 하자. X_{ss} 를 $g(t, X_{ss}, \tilde{\sigma}, \epsilon) = 0$ 이 되는 유일한 해(isolated root)라고 정의하자. 오차 e 를 0으로 보내기 위해서는 \tilde{x} 를 0으로 보내야한다($e = c\tilde{x}$). $\hat{\sigma}(t) = \sigma$ 이 되면 X_{ss} 는 $X_{ss} = [\zeta_{ss}^T \ 0 \ 0 \ 0]^T$ 이 되므로 $\hat{\sigma}$ 이 σ 으로 수렴하는 모습을 보이겠다.

이때 $K_e := \epsilon$ 로 정의해주면 식(11)에 의해서 느린 시스템 $\dot{\tilde{\sigma}} = \epsilon f(t, X_{ss}, \tilde{\sigma}, \epsilon)$ 은 다음과 같이 표현된다.

$$\dot{\tilde{\sigma}} = -\epsilon \frac{(\tilde{\sigma} + \sigma)^2 - \sigma^2}{\tilde{\sigma} + \sigma} \times \frac{\sin^2 \theta}{\sin^2 \theta + \sigma^2 \cos^2 \theta / (\tilde{\sigma} + \sigma)}.$$

이때 $\theta = \sigma t + \phi_\zeta$ 이다. 위의 시스템은 ϵ 이 작고 시

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{z} \\ \dot{\hat{\xi}} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A_\mu + B_\mu Jc & B_\mu H & B_\mu [0 \ \bar{\Gamma}] T_2^{-1}(\hat{\sigma}) \\ Gc & F & 0 \\ Lc + b_c Jc + \alpha c \hat{\sigma}^2 + \beta Jc \hat{\sigma}^2 & b_c H + \beta H \hat{\sigma}^2 & A_c - LC_c + (b_c + \beta \hat{\sigma}^2)[0 \ \bar{\Gamma}] T_2^{-1}(\hat{\sigma}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ z \\ \hat{\xi} \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} B_\mu Jq \\ Gq \\ Lq + b_c Jq + \alpha q \hat{\sigma}^2 + \beta Jq \hat{\sigma}^2 \end{bmatrix} w \\ \dot{w} &= Sw, \\ e &= Cx + Qw. \end{aligned} \quad (23)$$

간 t 가 주기 $T = 2\pi/\sigma$ 를 가지므로 평균이론(averaging theory)의 표준 형태이다. 그러므로 평균 시스템(averaged system)을 얻을 수 있고 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$\dot{\bar{\sigma}} := \frac{\epsilon}{T} \int_0^T f(t, 0, \bar{\sigma}) dt = -\epsilon \bar{\sigma}$$

평균이론에 따라 $\epsilon \in (0, \epsilon_1^*)$ 이 되는 $\epsilon_1^* > 0$ 이 존재하게 된다. 이 때 $\bar{\sigma} = 0$ 에서 locally exponentially 안정적이고, $\hat{\sigma}$ 는 σ 로 수렴하게 된다. 여기서 $\bar{\sigma}$ 을 식(11)의 해라고 정의 하겠다.

새로운 시간 변수 $\tau := \epsilon t$ 를 정의하면 특이섭동법의 정규형(standard form of singularly perturbed system)으로 나타나게 된다.

$$\begin{aligned} \epsilon \frac{dX}{d\tau} &= g(t, X, \bar{\sigma}, \epsilon) \\ \frac{d\bar{\sigma}}{d\tau} &= f(\tau/\epsilon, X, \bar{\sigma}, \epsilon). \end{aligned} \quad (18)$$

빠른 시스템을 X_{ss} 로 보내기 위해 $\bar{X} = X - X_{ss}$ 를 정의하도록 하겠다. 그러면 다음과 같은 새로운 빠른 시스템을 얻을 수 있다.

$$\dot{\bar{X}} = \bar{g}(t, \bar{X}, \bar{\sigma}, \epsilon) = A_{fs} \bar{X}. \quad (19)$$

A_{fs} 가 Hurwitz하므로 빠른 시스템 (19)은 exponentially 안정하다.

빠른 시스템 (19)과 느린 시스템 (11)이 exponentially 안정하기 때문에 우리는 Tikhonov's 이론^[9]에 의해서 다음을 만족하는 $t_1 > 0$ 과 $0 < \epsilon^* < \epsilon_1^*$ 이 존재한다는 것을 알 수 있다.

$$\begin{aligned} X(t, \epsilon) - X_{ss}(t) &= O(\epsilon) \\ \bar{\sigma}(t, \epsilon) - \bar{\sigma}(t) &= O(\epsilon) \end{aligned} \quad (20)$$

이때, $t \geq t_1$ 이다. 여기서 $O(\cdot)$ 는 크기의 차수(order of magnitude)를 나타낸다.^[9]

식(20)에 의해서 $\dot{X} = g(t, X, 0, \epsilon)$ 이 exponentially 안정하다는 것을 알 수 있고, 다음 결과를 얻을 수 있다.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} C\tilde{x}(t) = 0. \quad (21)$$

2.4 모델 불확실성에 대한 강인성

지금까지는, 우리는 모델 불확실성을 고려하지 않은 플랜트(nominal plant)에 대하여 다루었다. 하지만 실제 광디스크 드라이브에서 모델 불확실성은 무시할 수 없다. 이번 절에서는 모델 불확실성이 존재하는 플랜트에 대해 다루겠다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A_\mu x + b_\mu u = \begin{bmatrix} -\alpha_1 + \mu_1 & 1 \\ -\alpha_2 + \mu_2 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ \beta_2 + \mu_0 \end{bmatrix} u, \\ y &= cx = [1 \ 0]x. \end{aligned} \quad (22)$$

식 (22)와 같이 실제 플랜트를 생각해두면 우리는 전체 시스템을 식 (23)과 같이 정리해 줄 수 있다.

이때 $\Psi(e, u)$ 함수 속의 계수들을 $[0, -1, -\alpha_1, -\alpha_2]^T := \alpha$, $[0, 0, \beta_1, \beta_2]^T := \beta$ 라고 정의 하였다. 기존 논문^[5]의 증명 방식과 같은 방식으로 증명할 수 있다. 여기서는 자세한 증명과정은 생략 하겠다. 따라서 본 논문에서 제안한 출력제어기는 모델 불확실성이 존재할 때 역시 외란을 효과적으로 제거 할 수 있다.

III. 모의실험

광디스크 드라이브에 적용하기 위해 다음과 같은 x52 CD-ROM drive 모델을 사용하였다^[5].

$$P(s) = \frac{818.22}{s^2 + 64.73s + 166800} (m/V) \quad (24)$$

모델 불확실성에 대한 성능을 고려해 주기 위해 시스템 $P(s)$ 에 20%의 불확실성을 추가하여 식 (22) 같이 표현할 수 있다. 이 때 u 는 가해지는 힘, y 는 위치, μ_0, μ_1, μ_2 는 모델 불확실성을 나타낸다.

가정 4를 확인해 보기 위해 식(3)의 해 Γ 를 구해보자. 광디스크 드라이브 모델을 고려해서 구하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\Gamma = [\Gamma_1 \ \Gamma_2] = \frac{1}{\beta_2} [-\alpha_1 - \sigma_1^2 \ -\alpha_2 \sigma_1].$$

이 경우 $\alpha_1, \alpha_2, \beta_2$ 에 모델 불확실성이 있는 경우에

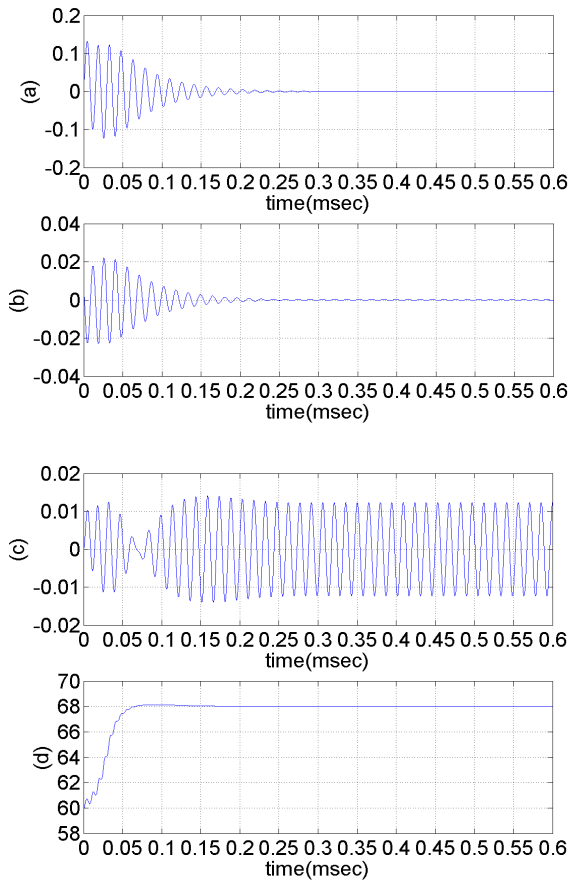


그림 2. 모의실험 결과 (a)오차 e , (b)기존 제어기 $C(s)$ 출력, (c) 출력제어기 출력 $R(e,u)$, (d)주파수 추정 $\hat{\sigma}$
 Fig. 2. Simulation results. (a)Error e , (b)Output of the pre-designed Controller $C(s)$, (c)output of the output regulation $R(e,u)$, (d) Estimated frequency $\hat{\sigma}$.

도 $\alpha_1 = -\sigma_1^2$, $\alpha_2 = 0$ 이 되는 경우를 제외하고는 해 Γ_1, Γ_2 은 0이 되지 않는다. 이런 경우는 일어나지 않는다고 생각해 줄 수 있다. 따라서 가정 4는 광디스크 드라이브 모델에서는 항상 성립하게 된다.

좌표 변환한 시스템에 값들을 대입하여 모의실험을 진행해 보았다. 기존에 설계된 제어기 $C(s)$ 는 가정 2을 만족하도록 다음과 같이 설계 되었다.

$$C(s) = -\frac{2.4364s^2 + 17420s + 12558500}{s^2 + 97515s + 7309900} \quad (25)$$

디스크의 회전 주기는 68Hz이며 초기 값은 60Hz로 설정하였으며 관측기의 이득 L 은 다음과 같이 설계하였다.

$$L = [225.1956 \ 184110 \ 64078000 \ 29569000000 \ 265520000000]^T$$

그림 2에서 볼 수 있듯이 모르는 주파수가 68Hz에 정확히 적응하는 것을 볼 수 있다. 또한 모델 불확실성이 존재하는 경우에도 외란을 효과적으로 제거하였으며, 오차 e 가 0으로 수렴하는 것을 볼 수 있다.

주목 2. 우리의 광디스크 드라이브의 경우 57-68Hz의 주파수를 가진다. 그러나 밖에서 들어오는 경우 다른 주파수 범위를 가지는 외란이 들어올 수 있다^[12].

기존 논문들^[5~6]에서 제안한 출력제어기의 경우 주파수의 범위에 적합하도록 Kharitonov 이론^[13]에 따라 관

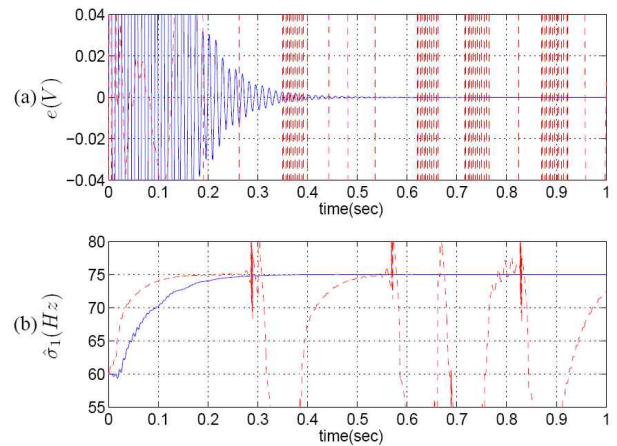


그림 3. 주파수가 75Hz인 외란에 대해 기존 출력 제어기(빨간선)와 본 논문의 출력 제어기(파란선)의 비교 (a)오차, (b)주파수 추정
 Fig. 3. Comparisons between the previous output regulator and the proposed output regulator with 75Hz frequency disturbance. (a) Error, (b) Estimated frequency.

측기 이득을 설계하였다. 따라서 다른 주파수 범위를 가지는 외란이 들어올 경우 주파수 이득을 바꿔 줘야하는 단점이 있다. 하지만 본 논문에서 제안한 출력 제어기의 경우 주파수에 관계없이 ($A_c - Lc_c$)가 *Hurwitz* 하도록 이득 L 을 설계해 줄 수 있기 때문에 바뀐 주파수 영역에 영향을 받지 않는다는 장점이 있다. 이를 살펴보기 위해 그림 3과 같이 외란의 주파수를 75Hz로 놓고 모의실험을 진행하였다.

IV. 결 론

본 논문은 알 수 없는 주파수를 가지는 주기적인 외란이 들어오는 광디스크 모델을 제어하기 위해 주파수 적응 알고리즘과 강한 출력제어기로 구성된 제어기를 제시하였다. 전체 시스템의 안정도를 검사 하였고, 오차가 0으로 수렴하는 모습을 확인하였다. 그리고 실제 광디스크 모델의 정보를 바탕으로 한 모의실험을 통하여 모델 불확실성에 대한 제안한 제어기의 효율성을 보였다.

참 고 문 헌

[1] K. Ohnishi, T. Miyazaki, K. Inomata, H. Yanagisawa, D. Koide, and H. Tokumaru, "Robust Tracking Servo System Considering Force Disturbance for the Optical Disk Recording System," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 53, no. 3, pp. 838-847, Jun. 2006.

[2] M. Steinbuch, "Repetitive control for systems with uncertain period time," *Automatica*, vol. 38, no. 12, pp. 2103-2109, 2002.

[3] M. Bodson and S. C. Douglas, "Adaptive algorithm for the rejection of sinusoidal disturbances with unknown frequency," *Automatica*, vol. 33, no. 12, pp. 2213-2221, 1997.

[4] B. A. Francis and W. M. Wonham, "The internal model principle of control theory," *Automatica*, vol. 12, no. 5, pp. 457 - 465, 1976.

[5] H. Shim, H. Kim, C. C. Chung, "Design and Experiment of add-on Tracking Following Controller for Optical Disc Drives based on Robust Output Regulation", in *Proc. Amer. Control Conf.*, pp. 1829-1835, 2004.

[6] H. Kim, W. H. Kim, C. C. Chung, H. Shim, "Track Following Controller for Optical Disk Drives on Adaptive Output Regulation", *IFAC*

World Congress, 2005.

[7] H. Kim, W. H. Kim, H. Shim, C. C. Chung, "Design of Output Regulator based on Adaptive Observer for Optical Disc Drives", *정보 및 제어 학술대회*, pp.53-54, 2009.

[8] H. W. Knobloch, A. Isidori, and D. Flockerizi, *Topics in Control Theory*. Birkhauser, 1993.

[9] H. Khalil, *Nonlinear Systems*, 3rd ed. Upper Saddle River, NJ: Prentice-Hall, 2002.

[10] R. Marino, P. Tomei, "Output regulation for linear systems via adaptive internal model," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 48, no. 12, pp. 2199-2202, 2003.

[11] L. J. Brown, Q. Zhang, "Identification of Periodic Signals With Uncertain Frequency", *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 51, no. 6, pp.1538-1545, Jun. 2003.

[12] Kharitonov, "Asymptotic stability of an equilibrium position of a family of linear differential eqations," *Differencial. Uravnen.*, vol. 14, no.11, pp.2086-2088, 1978.

[13] J. R. Ryoo, K. B. Jin, T. Y. Doh, and M. J. Chung, "New Fine Seek Control for Optical Disk Drives," in *Proc. Amer. Control Conf.*, pp. 3635-3639, 1999.

— 저 자 소 개 —



김 상 현(학생회원)
 2010년 홍익대학교 전자전기
 공학부 학사 졸업.
 2011년 서울대학교 전기공학부
 석사 과정.
 <주관심분야 : 비선형 시스템 제
 어 및 해석>



김 형 중(정회원)
 2002년 영남대학교 전자전기
 공학부 학사 졸업.
 2005년 한양대학교 전자통신전과
 공학부 석사 졸업.
 2011년 서울대학교 전기공학과
 박사 과정.
 <주관심분야 : 비선형 시스템 제어 및 해석>



심 형 보(정회원)
 1993년 서울대학교 전기공학과
 학사 졸업.
 1995년 서울대학교 전기공학과
 석사 졸업.
 2000년 서울대학교 전기공학과
 박사 졸업.

2011년 서울대학교 전기공학부 부교수
 <주관심분야 : 비선형 시스템 제어 및 해석>