

논문 2011-48SC-3-1

임피던스 관계 행렬을 이용한 고집적 센서 어레이의 임피던스 분석에 관한 연구

(Impedance Analysis of High Integrated Sensor Array Using Impedance Relation Matrix)

이 학 성*

(Hak-Sung Lee)

요 약

본 논문에서는 복수개의 단자를 가지는 고집적 센서 어레이의 임피던스 분석을 위한 임피던스 관계 행렬을 제안한다. 복수의 단자 전압과 전류간의 선형 관계는 임피던스 관계 행렬로 표현되고 이 행렬을 이용하면 임의의 단자간의 임피던스를 간편하게 구할 수 있다. 또한 2-port 임피던스 네트워크에 대해서도 임피던스 관계 행렬을 정의하여 구할 수 있다. 복잡한 임피던스 네트워크를 여러 개의 2-port 임피던스 네트워크로 분할하고 각각의 부 네트워크는 이 표현 관계에 의해 정의되고 해석할 수 있다. 제안된 방법은 많은 수의 임피던스 요소를 가지는 센서 어레이의 임피던스를 해석하는데 간편하고도 효과적으로 사용될 수 있고 이를 입증하는 예제를 제시한다.

Abstract

In order to analyze the impedance properties of high integrated impedance network with multiple terminals, this paper introduces the concept of impedance relation matrix(IRM). The linear relation between the terminal voltages and currents is represented in the form of IRM and this matrix can be utilized to calculate the impedance between any two terminals. Furthermore, IRM representation for 2-port impedance network can be also defined. The whole impedance network is divided into the several 2-port sub-networks and each sub-network is analyzed in a form of the IRM representation. An illustrated example is given to show that the proposed method is simple and effective to analyze the impedance of a sensor array which has a very large number of impedance elements.

Keywords : impedance analysis, impedance network, multiple terminals

I. 서 론

집적화된 센서 어레이의 기술 개발에 있어, 재료 기술, 고집적 공정 기술, 제어 회로 기술 등이 주요한 역할을 수행하고 있으나, 기초적인 전기적인 특성, 예를 들어 임피던스 등은 그러한 장치의 해석 및 설계에 있어 여전히 중요한 요소이다. 예를 들어 저항 타입의 터

치 패드 개발에 있어 그림 1과 같은 저항 네트워크의 임피던스의 해석이 필요하다^[1-3]. 그림 1의 저항 네트워크는 모두 256개의 저항 요소와 8개의 단자(terminal)을 가지고 있으며 모두 28개의 독립적인 임피던스 값을 가진다.

한편 페로해석법(loop-analysis)이나 절점해석법(node analysis)등은 선형의 특성을 가지는 임피던스 네트워크(impedance network)의 해석을 위한 매우 잘 정립된 전기 공학의 원칙이다. 그러나 그림 1과 같은 네트워크를 이러한 원칙에 의해 해석하고자 하면 그 과정이 매우 복잡하다. 예를 들어 그림의 1의 네트워크에는

* 정회원, 세종대학교 전자공학과
(Dept. of Electronics Engineering,
Sejong University)

접수일자: 2010년10월22일, 수정완료일: 2011년5월12일

120개의 독립적인 폐로(loop), 90개의 절점(node), 그리고 256개의 지로(branch)를 가지고 있다.

이러한 임피던스 네트워크의 해석을 위해 PSPICE와 같은 회로 분석 도구를 사용할 수도 있으나, 그림 1의 회로의 경우, 임의의 단자에 대한 임피던스를 계산하기 모두 28번의 실험을 반복해야하는 단점이 있고 이러한 분석 도구는 단순히 수치적인 결과를 제공하기에 대상 네트워크에 대한 좀 더 넓고 체계적인 해석이 불가능하다.

이와 같이 복수의 단자를 갖는 임피던스 네트워크의 해석에 대해 많은 연구가 이뤄졌다^[4-7]. Sharpe는 $m+1$ 개의 단자를 가지는 저항 네트워크에 대한 수학적 구조를 규명하고 주어진 임피던스 행렬이 구현 가능성(realization)을 논의했으며^[4], Harbour와 Drake는 집적 회로(integrated circuit)에서의 효과적인 저항 분석을 위한 수치 해석적인 방법을 제시하였다^[5]. Raicu는 특정 저항의 변화에 따른 마이크로웨이브 감쇠기(attenuator) 특성을 분석하였다^[6]. 그러나 기존의 제안된 방식은 대상 임피던스 네트워크에 대한 이론적인 분석이거나 또는 수치 해석적인 분석 방법으로 그림 1과 같은 네트워크에 대한 적용이 어렵다. 한편 최근에 Lee와 Park은 복잡한 임피던스 네트워크를 여러 개의 부 네트워크(sub network)로 분할하고 각 부 네트워크에 대한 임피던스 관계식을 산출하는 방식을 통해 전체 네트워크에 대한 임피던스 해석을 간편하게 수행하는 방법을 제안하였다^[7].

본 논문에서는 Lee와 Park이 제안한 방식을 좀 더 체계화하고자 임피던스 관계 행렬의 개념을 도입하고

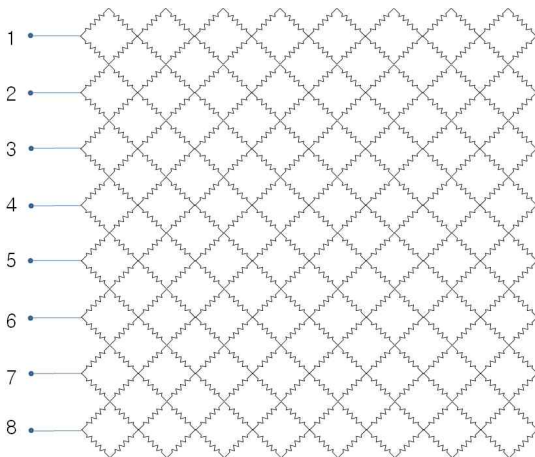


그림 1. 복수의 단자를 가지는 임피던스 네트워크의 예
Fig. 1. An example of impedance network with multiple terminals.

이를 이용하여 임의의 임피던스 네트워크의 임피던스를 해석하는 방법을 제안한다. 제안된 방식에서는 분할된 부 네트워크 또한 임피던스 관계 행렬로 기술하여 표현이 간결하며 이 부 네트워크에 대한 임피던스 해석이 기존에 비해 체계적으로 수행된다. 또한 제안된 방식에서 사용되는 모든 요소는 물리적인 실체로써의 정의가 가능하여 대상 네트워크에 대한 좀 더 폭 넓은 해석이 가능하다.

II. 임피던스 관계 행렬

$n+1$ 의 단자를 가진 임피던스 네트워크에 대해 모든 단자가 선형의 임피던스 요소로 연결되어 있다고 가정하자. 이 때, 이 네트워크에 대해 n 개의 독립적인 전류원이 그림 2와 같이 인가된다고 하면, 그림 2의 단자 간 전압 벡터 $V = [v_1 v_2 \dots v_n]^T$ 는 전류 벡터 $I = [i_1 i_2 \dots i_n]^T$ 에 의해 다음과 같이 결정된다.

$$V = Z \cdot I \quad (1)$$

여기서 Z 는 $n \times n$ 행렬로 아래식과 같이 유일하게 결정되어 질 수 있다.

$$z_{ij} = \frac{v_i}{i_j} \quad (i_k = 0, k \neq j) \quad (2)$$

이 행렬 Z 를 임피던스 관계 행렬(impedance relation matrix, 이하 IRM)이라 하자. 임의의 임피던스 네트워크에 대해 이러한 IRM이 구해졌다고 하면, 그 임피던스 네트워크의 임의의 두 단자 간의 임피던스는 그 두 단자 p, q ($1 \leq p < q \leq n+1$) 사이에 전류를 흐르게 하고, 그 두 단자사이의 전압을 측정함으로써 구할 수 있다. 이를 좀 더 자세히 기술하면 다음과 같다. 전류

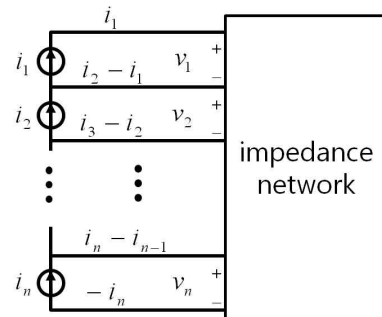


그림 2. $n+1$ 개의 단자를 가지는 임피던스 네트워크
Fig. 2. An impedance network with $n+1$ terminals.

i^* 가 p -번째 단자로부터 주어진 임피던스 네트워크를 통해 q -번째 단자로 흐르고, 다른 단자는 전류가 흐르지 않는다고 가정하자. 이를 그림 2에 정의된 n 개의 독립적인 전류원으로 기술하면 다음과 같다.

$$i_k = \begin{cases} i^* & p \leq k \leq q-1 \\ 0 & otherwise \end{cases} \quad (3)$$

식 (3)으로 구성된 전류 벡터를 I^* 라 하면 이 전류에 의해 발생하는 전압 벡터 V^* 는 식 (1)에 의해 다음과 같이 구해진다.

$$V^* = Z \cdot I^* \quad (4)$$

한편 p, q -번째 단자 사이의 전압은 그림 2의 정의에 따라 전압 벡터 V^* 의 p, q -번째 요소들의 합이므로, 단자 사이의 임피던스($IM(p, q)$)는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$IM(p, q) = \frac{v_{pq}}{i^*} = \frac{1}{i^*} \sum_{j=p}^{q-1} v_j^* = \sum_{j=p}^{q-1} \sum_{k=p}^{q-1} z_{jk} \quad (5)$$

III. 2-port 네트워크에 대한 임피던스 관계 행렬

앞 절의 임피던스 관계 행렬의 개념은 복수개의 단자가 두 방향으로 되어 있는 2-port 네트워크 형태에 적용이 가능하다. 이를 위해 한쪽 방향으로는 $n+1$ 개의 단자를 가지고 다른 쪽 방향으로는 $m+1$ 의 단자를 가지는 그림 3과 같은 임피던스 네트워크를 고려하자. 만약 이 임피던스 네트워크의 모든 단자들이 서로 선형 임피던스 요소에 의해 연결되어 있다고 가정하면, 전압 벡터 V^k 와 V^{k+1} 은 전류 벡터 I^k 와 I^{k+1} 에 의해 다음과 같이 정해진다.

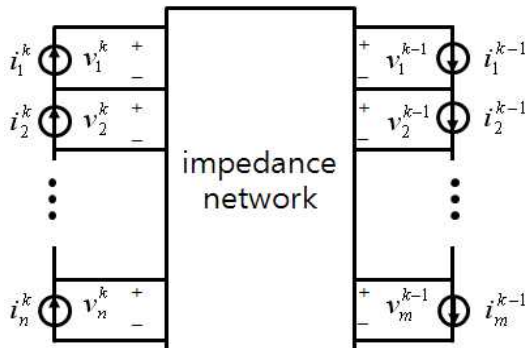


그림 3. 2-port 임피던스 네트워크
Fig. 3. 2-port impedance network.

$$\begin{aligned} V^k &= A^k \cdot I^k + B^k \cdot I^{k-1} \\ V^{k-1} &= C^k \cdot I^k + D^k \cdot I^{k-1} \end{aligned} \quad (6)$$

여기서 $A^k \in R^{n \times n}$, $B^k \in R^{n \times m}$, $C^k \in R^{m \times n}$ 그리고 $D^k \in R^{m \times m}$ 이다. 행렬 $A^k \sim D^k$ 는 한쪽 전류를 차단하고 다른 쪽 전류와 전압 벡터 V^k 와 V^{k+1} 의 관계를 식 (2)와 같은 방식을 이용하여 구하는 방식으로 결정될 수 있다. 즉

$$\begin{aligned} V^k &= A^k \cdot I^k & (I^{k-1} \equiv 0) \\ V^k &= B^k \cdot I^{k-1} & (I^k \equiv 0) \\ V^{k-1} &= C^k \cdot I^k & (I^{k-1} \equiv 0) \\ V^{k-1} &= D^k \cdot I^{k-1} & (I^k \equiv 0) \end{aligned} \quad (7)$$

이다.

만약 임의의 임피던스 네트워크가 여러 개의 부 네트워크로 분해가 가능하면 식 (6)의 2-port 임피던스 관계 행렬식을 이용하여 원래의 임피던스 네트워크의 IRM을 구하는 데 유용하게 사용된다. 예를 들어 그림 2의 임피던스 네트워크가 그림 4와 같이 여러 개의 부 네트워크로 분해되고 k -번째 부 네트워크가 식 (6)과 같이 기술된다고 가정하자. 만약 V^{k-1} 와 I^{k-1} 의 IRM Z^{k-1} 을 미리 알고 있다고 하면

$$V^{k-1} = Z^{k-1} \cdot I^{k-1} \quad (8)$$

이고 이 식을 식 (6)에 대입하면

$$V^k = (A^k + B^k \cdot (Z^{k-1} - D^k)^{-1} \cdot C^k) \cdot I^k \quad (9)$$

가 되어 다음과 같은 인접한 부 네트워크의 IRM간의 관계식을 얻게 된다.

$$Z^k = A^k + B^k \cdot (Z^{k-1} - D^k)^{-1} \cdot C^k \quad (10)$$

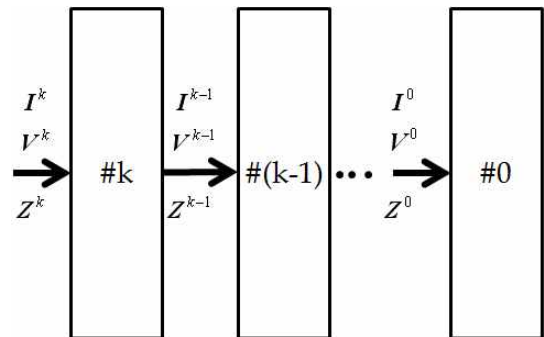


그림 4. 임피던스 네트워크의 분할
Fig. 4. Division of impedance network.

식 (10)을 반복적으로 사용하게 되면 원래의 임피던스 네트워크의 IRM을 구할 수 있다.

IV. 임피던스 관계 행렬의 적용사례

본 절에서는 II와 III절에서 소개된 임피던스 관계 행렬의 개념을 이용하여 그림 1의 저항 네트워크의 각 단자간의 저항을 계산하고자 한다. 논의의 편의성을 위해 그림 1의 모든 저항 값이 R이라 가정하자. 그림 1의 저항 네트워크는 그림 5(a)의 부 네트워크로 나눌 수 있고 또 이 부 네트워크는 그림 5(b)와 같이 L1, L2 네트워크로 나눌 수 있다.

먼저 L1, L2에 대해 2-port IRM을 구하고 이를 각각 $A^{l+1} \sim D^{l+1}$ 과 $A^l \sim D^l$ 이라 하면

$$\begin{aligned} V^{l+1} &= A^{l+1} \cdot I^{l+1} + B^{l+1} \cdot I^l \\ V^l &= C^{l+1} \cdot I^{l+1} + D^{l+1} \cdot I^l \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} V^l &= A^l \cdot I^l + B^l \cdot I^{l-1} \\ V^{l-1} &= C^l \cdot I^l + D^l \cdot I^{l-1} \end{aligned} \quad (12)$$

이 되고 L1과 L2를 합치게 되면 그림 5(a)의 부 네트워크를 얻게 되므로 식(11)과 식(12)를 정리하여 그림5(a)에 대한 IRM 식을 얻을 수 있고 이를 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} A^k &= A^{l+1} + B^{l+1} \cdot (A^l - D^{l+1})^{-1} \cdot C^{l+1} \\ B^k &= -B^{l+1} \cdot (A^l - D^{l+1})^{-1} \cdot B^l \\ C^k &= C^l \cdot (A^l - D^{l+1})^{-1} \cdot C^{l+1} \\ D^k &= -C^l \cdot (A^l - D^{l+1})^{-1} \cdot B^l + D^l \end{aligned} \quad (13)$$

한편 그림 1의 맨 우측 부 네트워크에서 $\Gamma^{-1} \equiv 0$ 이므로 식(6)에서

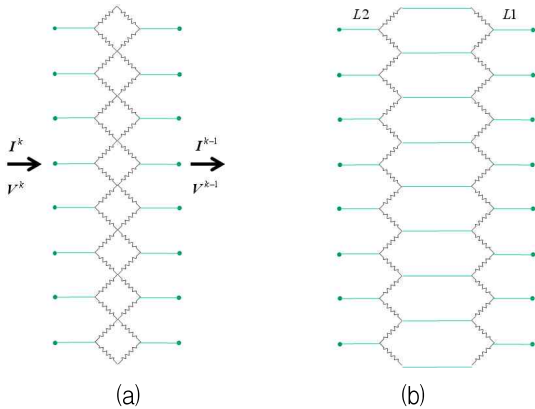


그림 5. 예제 임피던스 네트워크(그림 1)의 분할
Fig. 5. Division of an example impedance network. (Fig. 1).

표 1. 예제 임피던스 네트워크(그림 1)의 저항 값
Table 1. The resistance values of the impedance network in Fig. 1.

단자	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0							
2	1.36	0						
3	1.88	1.29	0					
4	2.21	1.76	1.28	0				
5	2.47	2.06	1.74	1.28	0			
6	2.69	2.30	2.04	1.74	1.28	0		
7	2.93	2.55	2.30	2.06	1.76	1.29	0	
8	3.30	2.93	2.69	2.47	2.21	1.88	1.36	0

$$Z^0 = A^0 \quad (14)$$

이 되고 이를 식 (10)에 반복적으로 적용하면 그림1 맨 좌측 단자들에 대한 IRM을 구할 수 있다. 먼저 식 (14)에 의해

$$Z^0 = R \begin{bmatrix} 1.5 & -0.25 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.25 & 1.5 & -0.25 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.25 & 1.5 & -0.25 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.25 & 1.5 & -0.25 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0.25 & 1.5 & -0.25 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0.25 & 1.5 & -0.25 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.25 & 1.5 \end{bmatrix}$$

가 되고 이를 식 (10)에 적용하면

$$Z^7 = R \begin{bmatrix} 1.36 & -0.39 & -0.06 & -0.02 & -0.01 & -0.01 & -0.00 \\ -0.39 & 1.29 & -0.41 & -0.07 & -0.03 & -0.01 & -0.01 \\ -0.06 & -0.41 & 1.28 & -0.42 & -0.08 & -0.03 & -0.01 \\ -0.02 & -0.07 & -0.42 & 1.28 & -0.42 & -0.07 & -0.02 \\ -0.01 & -0.03 & -0.08 & -0.42 & 1.28 & -0.41 & -0.06 \\ -0.01 & -0.01 & -0.03 & -0.07 & -0.41 & 1.29 & -0.39 \\ -0.00 & -0.01 & -0.01 & -0.02 & -0.06 & -0.39 & 1.36 \end{bmatrix}$$

이 된다. 이 값을 식(5)에 대입하여 그림 1의 각 단자의 저항 값을 구하면 표 1과 같고 표 1의 결과는 PSPICE를 이용한 시뮬레이션 결과와 일치하였다.

V. 결론

본 논문에서는 센서 어레이와 같이 많은 임피던스 요소를 가지는 임피던스 네트워크에서 해석적인 임피던스 분석을 위해 임피던스 관계 행렬(impedance relation matrix)의 개념을 제시하였다. 복수개의 단자를 가지는 임피던스 네트워크에 대해 제안된 IRM을 구하게 되면 임피던스 해석의 해석이 용이해진다. 또한 IRM의 개념은 2-port 네트워크 형태로 확장이 가능하여 규모가

큰 임피던스 네트워크를 해석이 용이한 부 네트워크의 조합으로 변경하고 각 부 네트워크에 2-port IRM을 적용하는 방식을 취하게 되면 복잡한 임피던스 네트워크의 IRM을 간편하게 구할 수 있다. 또한 식(2)와 식(7)에서 나타나 있듯이 IRM에 사용되는 모든 요소는 실질적인 저항 요소로 정의되고 물리적으로 측정이 가능하다. 따라서 본 논문에서 제안된 방식은 수치 해석상의 단순 결과를 제공하는 것이 아니라 측정 및 검증이 가능한 형태로 구성되었으며 이를 통해 복잡한 네트워크의 임피던스 해석이 체계적으로 이뤄질 수 있다.

참 고 문 헌

- [1] Y.-W. Bai and C.-Y. Chen, "Using Serial Resistors to Reduce the Power Consumption of Resistive Touch Panels", *IEEE Intern. Symposium on Consumer Electronics*, pp. 1-6, June 2007.
- [2] G. J. May, "Input Device that Allows Multiple Touch Key Input", *U.S. Patent 0197689*, 2003.
- [3] J. Rommes and W. H. A. Shiders. "Efficient Methods for Large Resistor Networks", *IEEE Trans. On Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems*, vol. 29, no. 1, pp. 28-39, 2010.
- [4] G. E. Sharpe, "On the (m+1)-terminal resistive-network problem", *Proc. IEE*, vol. 116, no. 4, pp. 503-509, 1969.
- [5] M. G. Harbour and J. M. Drake, "Calculation of Multiterminal Resistances in Integrated Circuits", *IEEE Tran. On Circuits and Systems*, vol. 33, no. 4, pp. 462-465, 1986.
- [6] D. Raicu, "Multiterminal Distributed Resistors as Microwave Attenuators", *IEEE Tran. On Microwave Theory and Techniques*, vol. 42, no. 7, pp. 1140-1148, 1994.
- [7] Hak-Sung Lee and Sang-Sik Park, "Iterative Impedance Analysis Method on High Integrated Impedance Network", *Electronics Letter*, vol. 46, no. 17, pp. 1191-1193, 2010.

저 자 소 개



이 학 성(정회원)

1989년 KAIST 전기및전자공학과
학사졸업.

1991년 KAIST 전기및전자공학과
석사졸업.

1996년 KAIST 전기및전자공학과
박사졸업

1996년~1998년 LG 종합 기술원

1999년~2000년 LG 정밀

현 세종대학교 전자공학과 교수

<주관심분야 : 지능제어, 색역사상, 신호처리>