

철로를 따라 전파되는 파동 해석을 위한 고주파수 대역 철로 모델링

Modelling of Railway Tracks for Wave Propagation along Railway Tracks at High Frequencies

유 정 수*

Jungsoo Ryue

(2011년 1월 17일 접수 ; 2011년 3월 2일 심사완료)

Key Words : Railway Track(철로), Wave Propagation(파동 전파), Discrete Railpad(이산 레일 패드), Continuous Railpad(연속 레일 패드), Dispersion Curves(분산 선도), Decay Rates(감쇠율)

ABSTRACT

It was reported recently that railpads can be included as a continuous elastic support of the rail and the model was justified from experiments. In general, however, railpads are installed discretely on sleepers with a regular span. The effect of the discrete railpad was not clearly examined so far in such a high frequency range. In this paper, the effect of the railpads in track modelling for high frequencies is investigated by means of the finite element analysis. To do that, the railpads are regarded as 'a continuous elastic support' and 'a discrete elastic support' in this paper. The dispersion relations and decaying features are predicted and compared between the two models up to 80 kHz.

1. 서 론

철로(railway track)의 동역학적 거동을 해석하기 위해서는 해석에 적합한 철로 모델이 수립되어야 한다. 500 Hz 이하의 저주파수 대역에서는 레일을 Euler 보로 모델링 할 수 있으나 전단 변형(shear deformation)이 발생하는 500 Hz 이상에서는 Timoshenko 보 모델이 사용된다^(1,2). 이러한 보 이론의 기본 가정은 단면의 형상이 변형하지 않는다는 것인데 레일의 경우 약 2 kHz 근방에서 단면의 변형이 발생하므로 2 kHz 보다 높은 주파수 대역에서는 보 이론에 기반한 모델이 더 이상 유효하지 않다⁽³⁻⁶⁾. 더욱이 철로는 레일 이외에 Fig. 1에 나타난 것과 같이 규칙적으로 설치된 침목(sleeper)과

레일 패드(railpad), 클립(clip) 및 도상(ballast) 등의 복잡한 지지 구조를 가지고 있어 모델링 시 이에 대한 고려가 필요하다.

철로의 진동에 의해 발생하는 방사 소음을 해석하기 위한 철로 모델로는 레일을 Timoshenko 보로, 그리고 침목, 레일 패드 및 도상 등을 탄성 지지 요소로 구성한 '연속 탄성 지지(continuous elastic support) 보 모델'과 '이산 탄성 지지(discrete elastic support) 보 모델'이 이용되고 있다^(3,4). 즉, 연속 지지 보 모델은 레일 패드와 침목이 연속적으로 레일을 지지한다고 가정하는 반면 이산 지지 보 모델은 레일 패드와 침목이 일정 간격을 유지하면서 레일을 점 지지(point-support) 한다고 가정한다. 그러나, 레일의 단면이 변형하여 많은 고차 모드가 발생하는 주파수 대역에서는 레일을 보로 가정할 수 없다. 이러한 레일 단면의 변형을 고려하기 위해 Thompson⁽⁷⁾은 짧은 길이의 레일을 유한요소로 모델링한 후 이를 반복 구조(periodic structure)로 구성하여 무한 길이 레일에서 전파되는 탄성파의 분산 관계를 5 kHz

* 교신저자; 정회원, 울산대학교 조선해양공학부
E-mail : jsryue@uslan.ac.kr
Tel : (052)259-2168, Fax : (052)259-2677

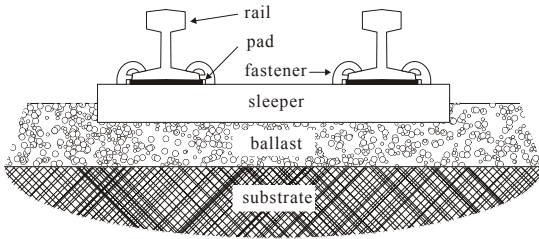


Fig. 1 Components of a railway track

대역까지 해석하였다.

최근 철로를 따라 장거리 전파되는 탄성파를 이용해 철로의 상태를 효과적으로 진단하기 위한 연구가 활발히 수행되고 있다. Rose 등^(8,9)은 레일을 따라 진행하는 탄성파들은 40 kHz~80 kHz 대역에서 가장 멀리까지 전파한다고 제안하였다. Sanderson 등⁽¹⁰⁾은 레일을 유한요소 모델링하여 이 주파수 범위에서 철로를 따라 전파되는 탄성파의 형태와 분산 선도를 파악하고자 시도하였으나, 수 십개에 이르는 많은 수의 탄성파가 복잡하게 교차하고 있어 고주파수 대역에 대한 분산 선도를 구성하지는 못하였다.

철로를 따라 전파되는 탄성파에 대한 연구에서는 대부분 레일만을 다룰 뿐 다른 철로 구성 요소를 포함시키지 않았다^(11,12). 최근 들어 레일과 침목 사이에 부착되는 레일 패드를 연속 탄성 지지 요소로 고려한 레일-레일 패드 철로 모델이 제안되었으며⁽¹³⁻¹⁵⁾ 실험을 통해 모델의 타당성이 검증된 바 있다. 그러나, 일반적으로 침목과 레일 패드는 일정 간격을 가지고 레일을 지지하는 이산 탄성 지지 구조이므로 레일 패드의 연속 탄성 지지 모델에 대한 검토가 요구된다.

이 논문에서는 유한요소 해석을 이용해 고주파수 대역 해석을 위한 철로 모델링 시 레일 패드를 ‘이산 탄성 지지’와 ‘연속 탄성 지지’ 요소로 모델링하였을 때 발생하는 탄성파의 분산 선도와 감쇠율 변화를 살펴보았다. 이를 통해 레일 패드에 대한 연속 탄성 지지 모델의 타당성을 확인하고자 하였다. 해석 주파수 대역은 참고문헌⁽⁸⁾에서 제시된 80 kHz까지로 설정하였다.

2. 철로 모델링

2.1 레일 모델링

레일을 따라 전파하는 탄성파는 약 2 kHz 이하의

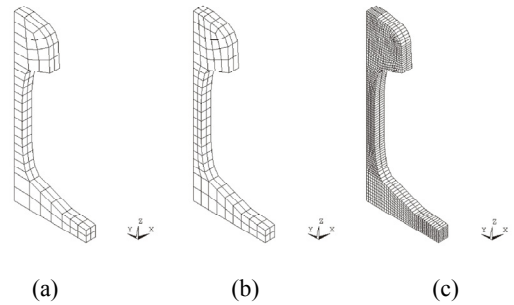


Fig. 2 FE models for rail cross-section. (a) Model 1, (b) model 2, (c) model 3

주파수 대역에서 굽힘파(bending wave), 종파(longitudinal wave) 그리고 비틀림파(torsional wave)의 형태를 지닌다. 그러나 주파수가 증가하면 레일 단면의 변형이 발생하므로 많은 고차 모드의 탄성파들이 나타난다. 이러한 레일 단면의 변형을 고려하기 위해서는 유한요소법과 같은 수치 해석 기법을 도입한 레일 모델링이 필요하다⁽⁷⁾. 이 연구에서도 유한요소 해석 상용 프로그램인 ANSYS를 이용하여 레일에 대한 유한요소 해석을 수행하였다.

해석에 이용한 철로 레일은 UIC60이다. UIC60 레일은 단면이 좌우 대칭이므로 레일 단면의 절반만을 유한요소 모델링하고 중앙면(mid-plane)에 대칭(symmetric) 또는 반대칭(antisymmetric) 경계 조건을 부여하였다. 대칭 경계 조건에서는 대칭면의 y 방향 변위가 구속되므로, 수직 방향으로 변형하는 파(vertical wave)와 좌우 대칭의 종파(symmetric longitudinal wave)가 발생한다. 반면, 반대칭 경계조건에서는 대칭면의 x 와 z 방향 변위가 구속되어, 횡방향으로 변형하는 파(lateral wave), 비틀림파 그리고 좌우 반대칭의 종파(antisymmetric longitudinal wave)가 얻어진다.

80 kHz까지의 주파수 대역 해석에 적합한 유한요소 모델을 찾기 위해 요소의 크기가 다른 세 가지 단면 모델을 Fig. 2와 같이 구성하였다. 각 모델의 단면에 사용된 유한요소의 수는 각각 42, 70 그리고 2398개이며, 모델의 x 방향 길이는 10 mm로 설정하였다. 레일의 각 부분 중에서 다른 곳보다 상대적으로 유연한 웹(web)과 레일 다리(rail foot)는 요소의 크기를 작게 하여 상세하게 모델링하였다. Fig. 2(c)의 모델 3은 많은 요소를 사용해 대단히 상세하게 모델링되어 있으므로, 다른 두 모델에 비해

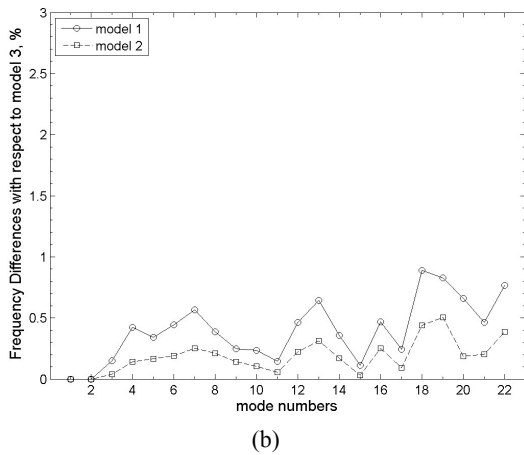
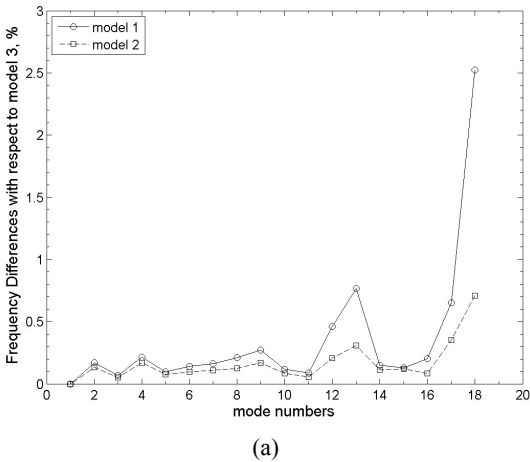


Fig. 3 Relative frequency differences between FE models with respect to model 3 for (a) vertical and longitudinal modes, (b) lateral and torsional modes

아주 정확한 결과를 가질 것으로 예상할 수 있다. 그래서, 모델 3의 해석 결과를 기준으로 모델 1과 2의 해석 오차를 계산하였다.

80 kHz까지 모드 해석을 수행하여 얻은 모델 1과 2의 해석 결과를 모델 3의 해석 결과와 비교하여 Fig. 3에 상대 오차로 표현하였다. 레일 단면의 y - z 평면 내 변형에 적합한 유한요소 모델을 선정하기 위한 해석이므로, 모드 해석 시 레일 모델의 길이 방향(x 방향) 양 끝 면은 x 방향 변위를 구속하여 80 kHz 이하 대역에서는 x 방향 모드가 발생하지 않도록 하였다. Fig. 3의 고유진동수 비교를 통해 모델 1이 가지는 해석 오차가 최대 약 3% 이내(대부분 1% 이내)로 낮게 나타나고 있음을 알 수

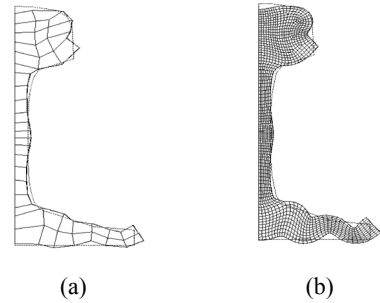


Fig. 4 Comparison of mode shapes at the 16th mode of the vertical modes for (a) model 1 (72.2 kHz), (b) model 3 (72.06 kHz)

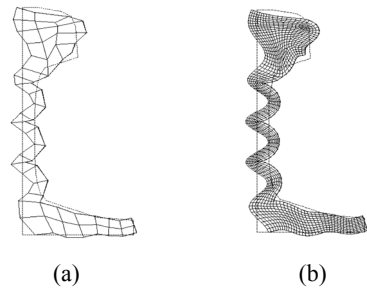


Fig. 5 Comparison of mode shapes at the 20th mode of the lateral and torsional modes for (a) model 1 (70.96 kHz), (b) model 3 (70.5 kHz)

있다. 따라서, 이 연구에서는 모델 1을 이용하여 이후 해석을 수행하였다. Fig. 4와 Fig. 5에는 각각 웹과 레일 다리에서 변형이 큰 70 kHz 주위의 두 모드에 대해 모델 1과 모델 3의 결과를 비교하여 제시하였다. Fig. 4와 Fig. 5의 비교를 통해 모델 1이 웹과 레일 다리에서 발생하는 고차모드의 변형도 잘 표현하고 있음을 알 수 있다.

2.2 철로 모델링

Fig. 1에 보인 철로 구성 요소 중 침목과 도상은 1 kHz 이하의 저주파수 대역 거동에만 기여하므로 수십 kHz의 고주파수 대역을 다루는 이 연구에서는 레일과 레일 패드만으로 철로 모델을 구성하였다⁽²⁾.

레일 패드는 레일을 불연속적으로 지지하고 있는 이산 탄성 지지 구조이지만 해석의 편의를 위해 연속 탄성 지지 구조로 모델링되는 경우가 많다. 이 연구에서는 이 두 가지 레일 패드 모델링 차이가 파동 전파 특성 해석에 미치는 영향을 살펴보고자

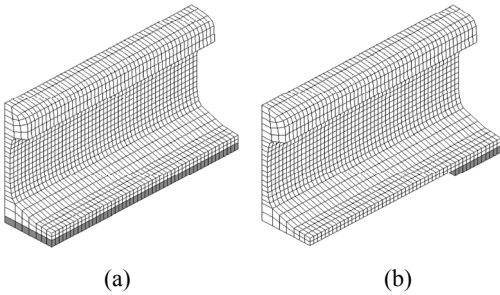


Fig. 6 FE models of a rail (a) on a continuous railpad, (b) on discrete railpads

Fig. 6에 나타난 것과 같은 두 가지 철로 모델을 고려하였다. Fig. 6(a)는 연속 레일 패드(continuous railpad)를 가진 모델이며, Fig. 6(b)는 이산 레일 패드(discrete railpad)를 가진 철로 모델이다. 두 모델 모두 레일 단면은 Fig. 1에 나타난 모델 1과 같이 유한요소 모델링하였다. 레일 패드는 레일과 침목 사이에 설치되므로, 인접한 두 침목 사이의 간격을 0.6 m라고 가정하고, 철로 모델의 길이가 그 절반인 0.3 m가 되도록 하였다. Fig. 6의 철로 모델은 길이 방향으로 50개의 요소를 가지며 전체 2450개 요소로 구성하였다.

레일 패드의 크기는 길이 0.144 m(L)×0.144 m(W)×0.01 m(H)로 설정하였으며, 수직 및 수평 방향의 정적 강성(static stiffness)으로 각각 150 MN/m, 20 MN/m를 사용하였다. 이 값은 비교적 유연한 레일 패드에 해당하는 값이다^(4,16). 그러나, 주파수가 증가하면 레일 패드 내에서 발생하는 수직 방향 공진으로 인해 강성이 증가하며 이를 동적 강성(dynamic stiffness)이라 한다⁽³⁾. 이 논문에서는 레일 패드에 대한 1차원 이론 해석을 통해 레일 패드의 동적 강성을 정적 강성보다 10배 높은 1500 MN/m와 200 MN/m로 선정하였다⁽¹³⁾.

Fig. 6(a)의 철로 모델은 연속 레일 패드를 가지므로 레일 패드의 면적을 보상해 등가의 동적 강성을 구하면

$$E_{p,x} = E_{p,y} = E_{p,z} = 1.7 \times 10^8 \text{ N/m}^2 \quad (1)$$

$$G_{p,xy} = G_{p,yz} = G_{p,xz} = 2.2 \times 10^7 \text{ N/m}^2 \quad (2)$$

이 되며, 여기서 E_p 와 G_p 는 각각 레일 패드의 Young 계수와 전단 탄성 계수를 나타낸다. 레일 패

드를 스프링 요소로 가정하기 위해 레일 패드의 질량은 0으로 설정하였으며, 수직 방향과 수평 방향 변형이 연성되지 않도록 Poisson 비를 0으로 가정하였다. Fig. 6(b)의 이산 레일 패드의 경우, 식 (1)과 식 (2)에 레일 패드의 면적 감소를 보상하면 탄성 계수는

$$E_{p,x} = E_{p,y} = E_{p,z} = 7.0 \times 10^8 \text{ N/m}^2 \quad (3)$$

$$G_{p,xy} = G_{p,yz} = G_{p,xz} = 9.3 \times 10^7 \text{ N/m}^2 \quad (4)$$

로 주어진다.

3. 유한요소 해석

이 장에서는 Fig. 6의 두 가지 철로 모델에 대해 모드 해석(modal analysis)을 수행하고 그로부터 얻은 분산 선도 및 감쇠율을 비교하여 연속 레일 패드 모델의 유효성을 살펴보았다. 모드 해석은 유한요소 해석 프로그램인 ANSYS를 이용하였다.

3.1 분산 선도

Fig. 6의 철로 모델은 길이가 0.3 m이지만 무한길이의 철로로 해석하기 위해 x 방향의 양단에 대칭 또는 반대칭 경계 조건을 부여하였다. Fig. 7에는 끝단의 대칭/반대칭 경계 조건이 가지는 허용 자유도를 나타내었다. Fig. 7에 표현한 것과 같이, 대칭 경계 조건은 y 와 z 방향 변위와 x 방향 회전이 허용되는 반면 반대칭 경계 조건에서는 y 와 z 방향 회전과 x 방향 변위가 허용된다.

Fig. 6(a)의 철로 모델에 대해 모드 해석을 수행하면 고유진동수와 모드 형태(mode shape)를 구할 수 있다. 얻어진 모드 형태는 무한 길이의 철로에서 서로 반대 방향으로 진행하는 동일한 형태의 두 파동이 중첩되어 만들어진 정상파(standing wave)로 이해할 수 있다. 양단의 경계 조건이 대칭-대칭(또는 반대칭-반대칭)인 경우, 모드 형태에서 얻어지는 파수는

$$\kappa = \frac{n\pi}{L} \quad (5)$$

이며, 대칭-반대칭(또는 반대칭-대칭) 경계 조건에서 얻어지는 파수는

$$\kappa = \frac{(2n+1)\pi}{2L} \quad (6)$$

이다. 여기서 L 은 철로 모델의 길이이며, $n = 0, 1, 2, \dots$ 이다. 따라서, 주어진 경계 조건에서 파수의 간격은

$$\Delta\kappa = \frac{\pi}{2L} \quad (7)$$

이 된다. 위 식 (7)로부터, 파수의 간격을 줄이기 위해서는 철로 모델의 길이(L)가 늘어나야 함을 알 수 있다. 그러나, 철로 모델의 길이를 늘리기 위해서는 길이 방향 유한요소의 수가 증가되어야 하므로 결과적으로 모델의 크기가 증가하여 많은 연산 용량과 연산 시간의 급격한 증가를 초래한다. 이러한 이유로 이 연구에서는 레일 패드 설치 간격의 절반인 0.3 m를 철로 모델의 길이로 설정하였다.

Fig. 8에는 Fig. 6(a)의 철로 모델에 대해 유한요소 해석을 수행하여 구한 분산 선도를 나타내었다. Fig. 8(a)는 레일의 수직 중앙면이 대칭 경계 조건을,

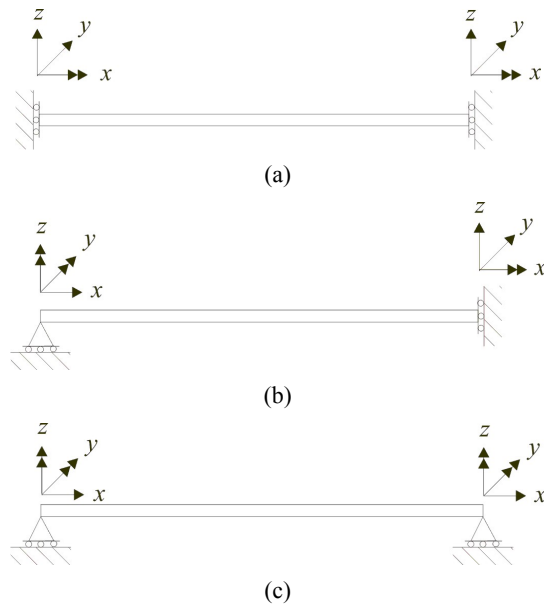


Fig. 7 Released degrees of freedom at both ends of the beam for (a) the symmetric-symmetric boundary conditions, (b) the antisymmetric-symmetric boundary conditions, (c) the antisymmetric-antisymmetric boundary conditions

Fig. 8(b)는 반대칭 경계 조건을 가질 때 존재하는 파동의 분산 선도이다. Fig. 8(a)(또는 8(b))에 그려진 파동들은 연성되어 있으므로 분산 곡선이 서로 교차하지 않는 대신 모드 형태를 교환한다. 즉, 두 분산 곡선이 가까이 접근하면 두 파동의 모드 형태가 상호 교환됨으로써 분산 곡선의 교차 없이 선도를 구성하게 되며, 이를 *curve veering*이라 칭한다⁽¹⁷⁾. 또한, Fig. 8(a)를 보면 비분산파(non-dispersive wave)인 종파가 존재함을 알 수 있으며, 파동의 분산 곡선이 교차하지 않으므로 여러 개의 분산 곡선이 서로 모드 형태를 바꾸어가며 종파를

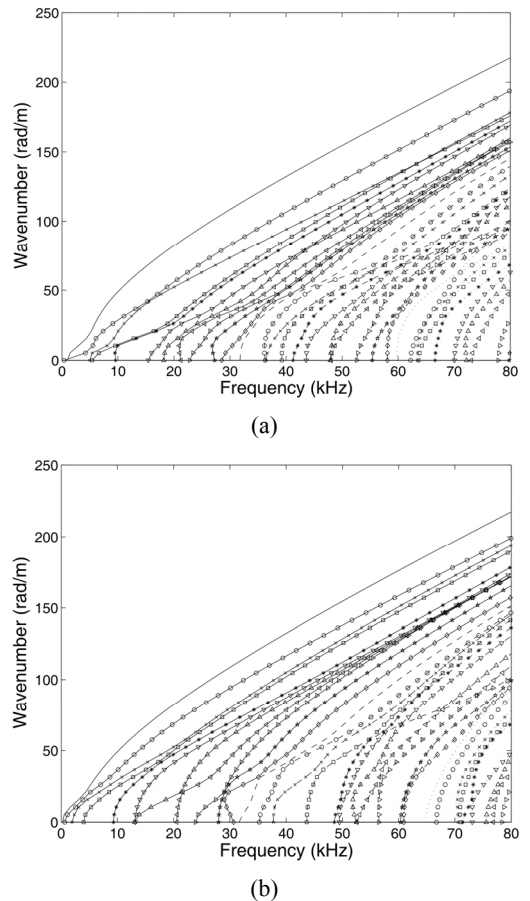


Fig. 8 Dispersion curves predicted from the track model having the continuous railpad. (a) The vertical and symmetric longitudinal waves, (b) the lateral, torsional and antisymmetric longitudinal waves. Each wave is distinguished with various line styles and markers

표현하고 있음을 볼 수 있다. 이 철로 모델의 분산 선도에 관한 자세한 내용은 참고문헌⁽¹³⁾에 기술되어 있다.

이산 레일 패드를 가진 Fig. 6(b)의 철로 모델에 대해서도 양 끝단에 경계 조건을 부여하여 모드 해석을 수행 할 수 있다. Fig. 6(b)의 모델은 이산 레일 패드를 가지고 있으므로 양 끝단에서의 대칭-대칭 경계 조건과 반대칭-반대칭 경계 조건이 서로 다른 해석 결과(고유진동수와 모드 형태)를 가지게 되며, 마찬가지로 대칭-반대칭 경계 조건과 반대칭-대칭 경계 조건의 경우에도 서로 다른 고유진동수와 모드 형태를 만들어 낸다. 따라서 이산 레일 패드 모델에서는 위 네 가지의 경계 조건 조합을 모두 적용하여 고유치 해석을 수행하였다.

해석 결과에 대한 한 예로써, Fig. 9와 Fig. 10에는 이산 레일 패드를 가진 형태를 나타내었다. Fig. 9와 Fig. 10에 보인 모드 형태에서 알 수 있는 것과 같이, 이산 레일 패드 모델은 분산 선도로 표현하기 어려운 모드 형태들이 존재한다. 즉, Fig. 9에 나타난 파동의 경우, 레일 다리의 변형이 x 방향으로

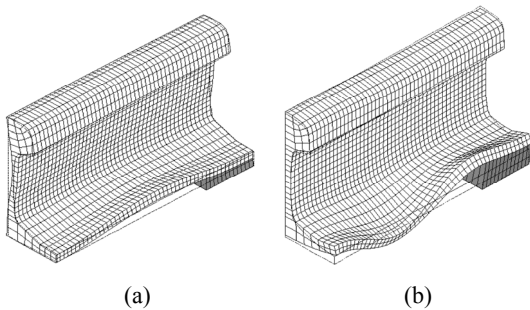


Fig. 9 Two examples of uneven deformation shapes along the rail. (a) 3875 Hz, (b) 5996 Hz

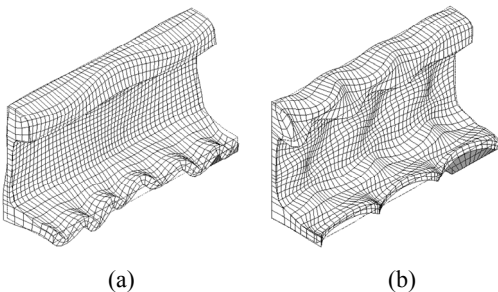


Fig. 10 Two examples of uneven deformation shapes along the rail. (a) 32712 Hz, (b) 57859 Hz

불규칙한 형태를 보이고 있어 파장(또는 파수)를 정확하게 정의할 수 없다. 또한 Fig. 10에 보인 변형의 경우, 레일 머리와 레일 다리에서 서로 다른 파장을 가지는 변형이 동시에 존재하고 있어 하나의 파장(또는 파수)로 정의 할 수 없다. 다시 말해, 한 주파수에 여러 개의 파수가 존재한다. 연속 레일 패드 모델에서는 발생하지 않는 Fig. 9 및 Fig. 10과 같은 변형으로 인해, 이산 레일 패드를 가진 철로 모델에 대한 해석 결과로부터 Fig. 8과 같이 선으로 구성된 분산 선도를 그리는 데 어려움이 있다. 따라서, 이산 레일 패드를 가진 철로 모델에 대해서는 곡선 대신 점으로 표현한 분산 선도를 구성하고 이를 연속 레일 패드를 가진 철로 모델의 결과와 비교하여

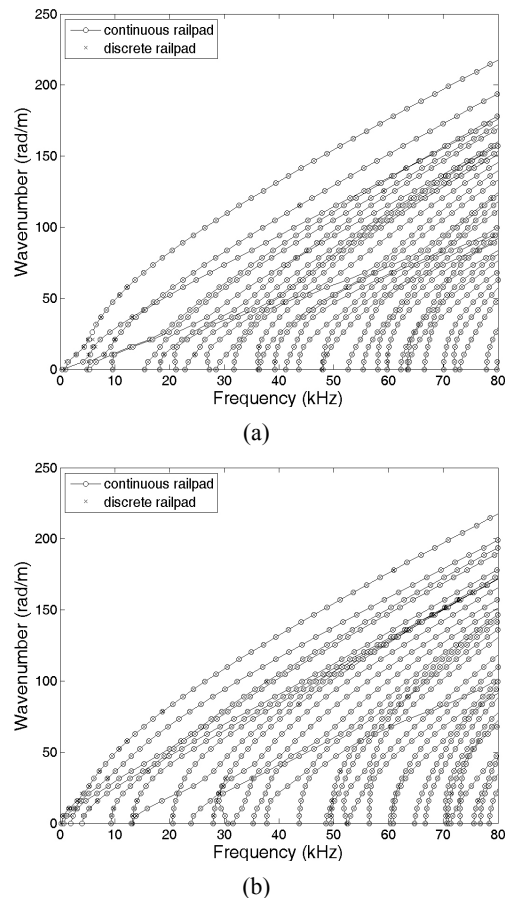


Fig. 11 Comparison of dispersion relations for the rail on distributed and discrete foundation for (a) the vertical and longitudinal modes, (b) the lateral and torsional modes

Fig. 11에 나타내었다. Fig. 11로부터 분산 선도에서 나타나는 이산 레일 패드의 영향은 10 kHz 이하에서 주로 발생함을 알 수 있다.

3.2 감쇠 손실 계수

철로를 따라 전파하는 파동의 거리에 따른 감쇠 특성은 감쇠율(decay rate, Δ)로 정의할 수 있다⁽¹⁴⁾.

$$\Delta = 27.3 f \eta / c_g \quad (8)$$

여기서 f 는 주파수, η 는 감쇠 손실 계수, c_g 는 파동의 그룹 속도(group velocity)이다. 그룹 속도 $c_g = \partial \omega / \partial \kappa$ 는 분산 선도를 이용해 구할 수 있으므로 감쇠율을 예측하기 위해서는 감쇠 손실 계수를 알아야 한다. 이 절에서는 연속 레일 패드와 이산 레일 패드를 가진 Fig. 6의 두 철로 모델에 대해 유한요소 해석을 이용해 감쇠 손실 계수를 구하고 그 결과를 비교하였다.

ANSYS에서 구조물의 감쇠(material damping)는 입력 파라미터 $\beta = \eta / \omega$ 로 정의된다. 유한요소 해석 모델에 감쇠가 포함되면 모드 해석으로 구한 고유진동수는 복소수가 되며, 이 복소 고유진동수(complex natural frequency) ω_d 는 식 (9)와 같이 표현된다.

$$\omega_{d,n} = j \zeta_n \omega_n + \omega_n \quad (9)$$

여기서 ζ_n 은 n 번째 모드의 감쇠비(modal damping ratio), ω_n 은 감쇠가 없을 때의 n 번째 모드의 고유진동수를 나타낸다. 따라서 감쇠비 ζ_n 은 복소 고유진동수의 허수부(imaginary part), $\text{Im}(\omega_{d,n})$ 에서 얻을 수 있다. β 는 주파수의 함수이므로 식 (9)의 모드 해석 결과가 의미하는 바는, 주파수 ω_n 에서 감쇠비 ζ_n 을 구하기 위해서는 입력 파라미터 β 가 ω_n 에서 정의되어야 한다는 것이다. 다시 말해, 구하고자 하는 값 ω_n 을 입력값으로 사용해야 하는 모순을 안고 있다. 이 문제에 대한 해결은 참고문헌⁽¹⁸⁾에 제시된 근사를 통해 해결할 수 있다. 만약 입력 파라미터 β 를 주파수 ω_a 에서 $\beta_a = \eta / \omega_a$ 로 정의하면, n 번째 모드의 주파수 ω_n 에 대해서는

$$\beta_n = \frac{\omega_a}{\omega_n} \beta_a \quad (10)$$

이 된다고 가정할 수 있으며, ω_a / ω_n 은 주파수에 대한 보정치(correction factor)로써 작용한다. 감쇠비 ζ_n 에도 주파수에 대한 보정을 적용하면

$$\zeta_n = \frac{\sigma_n}{\omega_n} \times \frac{\omega_a}{\omega_n} \quad (11)$$

이 된다. 각 모드별 감쇠 계수는 $\eta_n = 2 \zeta_n$ 에서 얻을 수 있다.

Fig. 6의 철로 모델에서는 레일과 레일 패드에 대해 감쇠 손실 계수가 설정되어야 한다. 이 해석에서는 레일과 레일 패드의 감쇠 손실 계수로 각각 $\eta_r = 0.0002$ 와 $\eta_p = 0.2$ 를 선정하였다. 레일은 재질이 강(steel)이므로 일반적으로 알려진 강의 감쇠 손실 계수를 사용하였으며, 고무 재질인 레일 패드의 경우 참고문헌^(3,4)에 제시된 값을 이용하였다.

Fig. 12에는 Fig. 6(a)의 연속 레일 패드를 가진 철로 모델에 대해 모드 해석을 통해 예측된 각 파동 별 감쇠 손실 계수를 나타내었다. Fig. 12에서 상이한 선과 기호(marker)로 구분된 파동들은 Fig. 8의 분산 선도에 보인 파동들에 대응된다. Fig. 12의 결과는 레일의 감쇠 손실 계수 0.0002가 η_n 의 하한값이 됨을 나타내고 있다. 즉, 만약 레일 패드의 감쇠가 없다면 모든 파동에 대해 $\eta_n = \eta_r$ 이 됨을 예상할 수 있다. 따라서, Fig. 12에 나타난 η_n 과 η_r 의 차이는 파동 별로 레일 패드에 의한 감쇠가 어느 정도 발생하고 있는지를 보이고 있다. 예를 들어, 레일 머리를 통해서만 전파되는 파동이라면 레일 패드의 변형을 일으키지 않으므로 레일 패드의 영향을 받지 않을 것인 반면 레일 다리를 통해 전파되는 파동은 레일 패드의 감쇠에 의해 지배적인 영향을 받을 것이다. 레일 패드의 감쇠가 레일의 감쇠보다 1000배 크므로, 레일 패드의 변형을 유발하지 않은 파동이 장거리 전파에 유리함을 예상할 수 있다.

Fig. 13에는 이산 레일 패드를 가진 철로 모델에 대해 구한 감쇠 손실 계수를 연속 레일 패드를 가진 철로 모델의 결과와 비교하여 나타내었다. Fig. 11의 분산 선도와는 달리, 두 철로 모델에서 감쇠 손실 계수는 상당한 차이가 나타남을 알 수 있다. 이러한 해석 결과의 차이는 두 철로 모델에서 레일 패드의 변형 형태가 서로 다르기 때문에 발생한다.

예를 들어, Fig. 14에 보인 같은 주파수와 파수를 가지는 두 변형의 경우, 연속 레일 패드를 가진 모델에서는 Fig. 14(a)와 Fig. 14(b)에 나타난 레일 변형이 동일한 크기의 레일 패드 변형을 만들어 내므로 감쇠 손실 계수가 같게 예측된다. 즉, Fig. 14(a)와 Fig. 14(b)의 레일 모델은 x 방향으로 같은 파장을 가지므로 연속 레일 패드도 x 방향으로 동일한 변형을 가진다. 반면, 이산 레일 패드를 가진 철로 모델에서는 Fig. 14(a)의 레일 패드 변형이 Fig. 14(b)의 레일 패드 변형보다 크게 발생함을 알 수 있으며, 따라서 Fig. 14(a)의 감쇠 손실 계수가 Fig. 14(b)에서 보다 크게 나타날 것이다. 이러한 이유로, Fig. 13에 나타난 것과 같이 이산 레일 패드를 가진 철로 모델에서는 한 주파수에서 두 개의 서로

다른 감쇠 손실 계수가 존재할 수 있게 된다.

그러나, 연속 레일 패드와 이산 레일 패드에 의해 발생하는 감쇠 손실 계수의 차이는 주파수가 증가할수록 줄어드는 것을 Fig. 13을 통해 확인할 수 있다. 다시 말해, 주파수가 증가할수록 같은 주파수에서 이산 레일 패드 철로 모델의 두 감쇠 손실 계수 차이가 줄어들고, 이 값들은 연속 레일 패드 모델의 감쇠 손실 계수와 유사해진다. 예를 들어, 파장이 레일 패드의 길이보다 짧아지는 고주파수 대역 파동의 경우 Fig. 15에 나타난 두 레일 변형은 유사한 레일 패드 변형을 가지므로 Fig. 14의 경우와 달리 거의 같은 감쇠 손실 계수가 얻어짐을 알 수 있다.

또한 고주파수 대역에서 연속 레일 패드와 이산

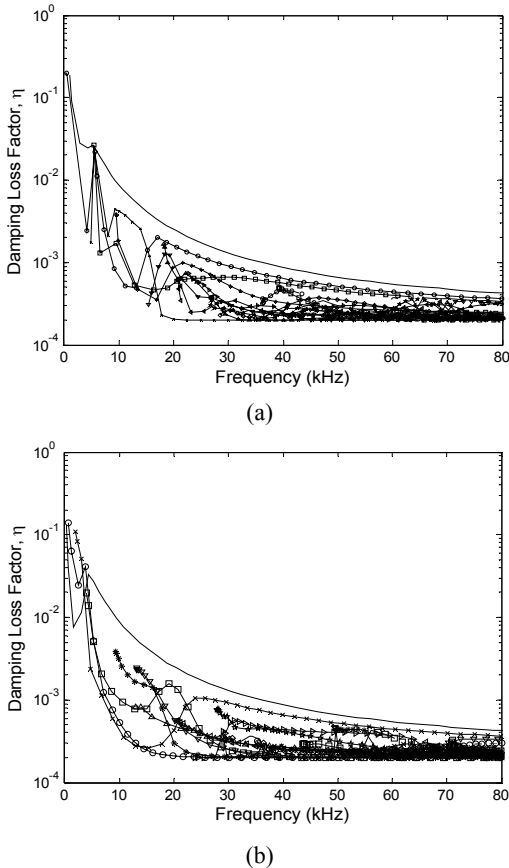


Fig. 12 Damping loss factors predicted from the track model having the distributed railpad for (a) the vertical and longitudinal modes, (b) the lateral and torsional modes

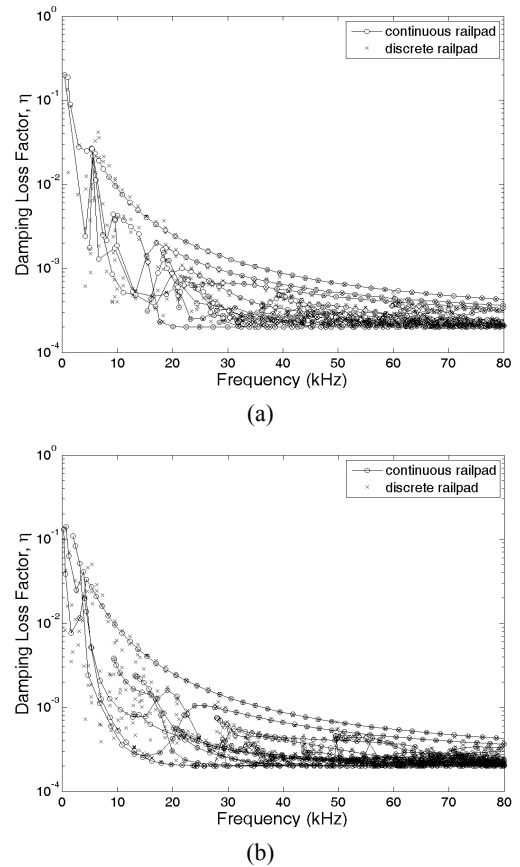


Fig. 13 Comparison of damping loss factors for the rail on distributed and discrete railpads for (a) the vertical and longitudinal modes, (b) the lateral and torsional modes

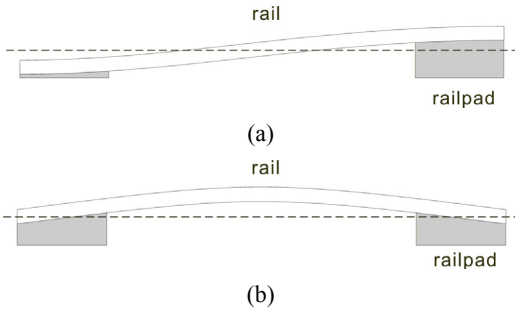


Fig. 14 Schematic deformations of the discrete railpads at low frequency for (a) the anti-symmetric-symmetric boundary condition, (b) for the symmetric-antisymmetric boundary condition

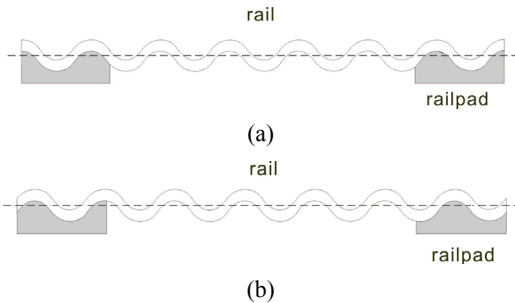


Fig. 15 Schematic deformations of the discrete railpads at high frequency for (a) the anti-symmetric-symmetric boundary condition, (b) for the symmetric-antisymmetric boundary condition

레일 패드가 유사한 감쇠 손실 계수를 가짐에 따라 고주파수 대역 해석에서는 연속 레일 패드 모델이 타당함을 확인할 수 있다. 이 해석에서 이산 레일 패드의 길이가 144 mm이므로 레일을 따라 전파되는 전단파(shear wave)의 속도를 3100 m/s로 가정할 경우 약 22 kHz 이상에서 전단파의 파장이 이산 레일 패드의 길이인 144 mm 보다 짧아진다. Fig. 13의 비교 결과를 통해서도 약 22 kHz 이상 주파수 대역에서 연속 레일 패드와 이산 레일 패드 철로 모델의 감쇠 손실 계수가 유사해 짐을 확인할 수 있다.

4. 결 론

실제 철로는 대부분 레일 패드가 일정 간격을 가

지고 설치된 이산 지지 구조를 가지지만 모델링 및 해석의 편의를 위해 연속 지지 구조로 가정하는 경우가 많다^(2~4). 저주파수 대역 진동 해석에 있어서는 이산 레일 패드와 연속 레일 패드 철로 모델링에 대한 연구가 이루어져 두 모델의 특성이 잘 규명되어있다. 반면 수 십 kHz에 이르는 고주파수 대역의 탄성과 전파 해석에 있어서는 레일 패드를 포함시킨 철로 모델이 최근까지도 연구된 바가 없었으므로 이산 레일 패드와 연속 레일 패드의 영향에 대한 파악이 이루어지지 못하였다.

이 연구에서는 80 kHz에 이르는 고주파수 대역의 파동 전파를 해석하기 위한 철로 모델링에 있어 분산 선도와 감쇠율에 미치는 이산 및 연속 레일 패드의 영향을 수치 해석을 통해 파악하였다. 이를 위해 연속 레일 패드와 이산 레일 패드를 가진 두 철로 모델을 유한요소 모델링하고, 모드 해석을 통해 레일 패드 변화에 따른 분산 선도와 감쇠 손실 계수의 변화를 비교하였다.

이 연구를 통해, 이산 지지된 레일 패드의 영향은 약 20 kHz 이하 주파수 대역에서 크게 발생하며, 20 kHz 이상의 고주파수 대역에서는 이산 레일 패드와 연속 레일 패드 철로 모델의 결과가 유사함을 확인하였다. 이 결과로부터 고주파수 대역 파동 전파를 위한 철로 모델링 시 이산 레일 패드를 연속 레일 패드로 단순화해 모델링할 수 있음을 알았다. 또한, 이산 레일 패드를 연속 레일 패드로 가정할 수 있는 주파수 대역은 파동의 파장이 레일 패드의 길이보다 짧아지는 구간임을 파악하였다. 이 연구 결과를 이용한다면 고주파수 대역 철로 모델링 시 연속 레일 패드를 이용해 모델링 및 해석 작업을 단순화할 수 있을 것으로 판단된다.

참 고 문 헌

- (1) Thompson, D. J., 1991, Theoretical Modelling of Wheel-rail Noise Generation, Journal of Rail and Rapid Transit, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F, Vol. 205, No. F2, pp. 137~149.
- (2) Knothe, K. and Grassie, S. L., 1993, Modelling of Railway Track and Vehicle/Track Interaction at High Frequencies, Vehicle System

Dynamics, Vol. 22, Issue 3&4, pp. 209~262.

(3) Thompson, D. J. and Vincent, N., 1995, Track Dynamic Behaviour at High Frequencies. Part 1: Theoretical Models and Laboratory Measurements, Vehicle System Dynamics Supplement, Vol. 24, pp. 86~99.

(4) Vincent, N. and Thompson, D. J., 1995, Track Dynamic Behaviour at High Frequencies. Part 2: Experimental Results and Comparisons with Theory, Vehicle System Dynamics Supplement, Vol. 24, pp. 100~114.

(5) Gavric, L., 1995, Computation of Propagative Waves in Free Rail Using a Finite Element Technique, Journal of Sound and Vibration, Vol. 183, Issue 3, pp. 531~543.

(6) Gry, L., 1996, Dynamic Modelling of Railway Track Based on Wave Propagation, Journal of Sound and Vibration, Vol. 195, Issue 3, pp. 477~505.

(7) Thompson, D. J., 1993, Wheel-rail Noise Generation, Part III: Rail Vibration, Journal of Sound and Vibration, Vol. 161, Issue 3, pp. 421~446.

(8) Rose, J. L., Avioli, M. J. and Song, W.-J., 2002, Application and Potential of Guided Wave Rail Inspection, Insight, Vol. 44, No. 6, pp. 353~358.

(9) Rose, J. L., Avioli, M. J., Mudge, P. and Sanderson, R., 2002, Guided Wave Inspection Potential of Defects in Rail, Proceedings of Railway Engineering 2002, 5th International Conference and Exhibition, London, UK.

(10) Sanderson, R. and Smith, S., 2002, The Application of Finite Element Modelling to Guided Ultrasonic Waves in Rails, Insight, Vol. 44, No. 6, pp. 359~363.

(11) Hayashi, T., Song, W.-J. and Rose, J. L., 2003, Guided Wave Dispersion Curves for a Bar

with an Arbitrary Cross-section, a Rod and Rail Example, Ultrasonics, Vol. 41, Issue 3, pp. 175~183.

(12) Bartoli, I., Marzani, A., Lanza di Scalea, F. and Viola, E., 2006, Modeling Wave Propagation in Damped Waveguides of Arbitrary Cross-section, Journal of Sound and Vibration, Vol. 295, Issue 3-5, pp. 685~707.

(13) Ryue, J., Thompson, D. J., White P. R. and Thompson, D. R., 2008, Investigation of Propagating Wave Types in Railway Tracks at High Frequencies, Journal of Sound and Vibration, Vol. 315, Issue 1-2, pp. 157~175.

(14) Ryue, J., Thompson, D. J., White P. R. and Thompson, D. R., 2009, Decay Rates of Propagating Waves in Railway Tracks at High Frequencies, Journal of Sound and Vibration, Vol. 320, Issue 4-5, pp. 955~976.

(15) Ryue, J., 2010, A Numerical Method for Wave Reflection and Transmission Due to Local Non-Uniformities in Waveguides at High Frequencies, Journal of the Acoustical Society of Korea, Vol. 29, No. 5, pp. 314~324.

(16) Thompson, D. J., 1997, Experimental Analysis of Wave Propagation in Railway Tracks, Journal of Sound and Vibration, Vol. 203, Issue 5, pp. 867~888.

(17) Perkins, N. C. and Mote, C. D. Jr., 1986, Comments on Curve Veering in Eigenvalue Problems, Journal of Sound and Vibration, Vol. 106, Issue 3, pp. 451~463.

(18) Jones, C. J. C. and Thompson, D. J., 1999, Rolling Noise Generated by Railway Wheels with Visco-elastic Layers, Journal of Sound and Vibration, Vol. 231, Issue 3, pp. 779~790.