

민감도 해석을 이용한 센서의 최적 위치 선정에 관한 연구

A Study on Optimal Sensor Placement Using Sensitivity Analysis

손인수* · 이두호†

In-Soo Son and Doo-Ho Lee

(2010년 12월 30일 접수 ; 2011년 2월 11일 심사완료)

Key Words : Optimal Sensor Placement(최적 센서 위치), Structural Health Monitoring(구조물 건전성 감시), Failure Mode(고장모드), Sensitivity Analysis(민감도 해석)

ABSTRACT

Although intensive development continues on innovative sensor systems, there is still considerable uncertainty in deciding on the number of sensors required and their locations in order to obtain adequate information on structural behavior. This paper is concerned with the sensor locations on a beam-structure for prognostic structural health monitoring. The purpose of this study is to investigate how to determine optimal sensor placement(OSP) from the sensitivity information of a known failure mode. The sensitivity of the forced vibration response of a beam to the variation of stiffness due to a crack is calculated analytically and used to determine the optimal sensor locations for the specified failure mode. The results of this method compared with the results of different OSP methods. The results have shown that the proposed method on optimal sensor placement is very effective in structural health monitoring.

1. 서론

건축 및 기계 구조물에 손상 및 균열의 발생을 초기에 탐지하는 것은 짧은 시간에 적은 비용으로 수리가 가능하며 안전사고 예방 등의 여러 가지 측면에서 매우 중요한 문제이다. 이러한 구조물의 손상을 파악하기 위하여 초음파 탐상법 등의 비파괴 검사법과 구조물의 동특성을 이용한 결함 예측에 관한 많은 연구가 진행되어 지고 있다⁽¹⁻³⁾.

하지만 현재 요구되어지는 것은 구조물에 결함이 발생한 경우에 구조물의 상태감시를 위한 실시간 모니터링이다. 실시간 모니터링은 구조물에 대하여 매우 유용하고 많은 정보를 제공해 주지만 현실적

으로 제한된 센서의 수와 부착위치로 인하여 측정이 필요한 중요한 진동 신호의 정보를 놓칠 수 있다. 따라서 적절한 센서의 위치 결정은 구조물의 실시간 모니터링을 위해 매우 중요한 요소이다. 따라서 많은 연구자들은 구조물의 특성을 파악하기 위하여 여러 가지 방법으로 부착 센서의 위치를 결정하고자 노력하고 있다^(4,5).

Meo와 Zumpano⁽⁶⁾는 다리 구조물의 상태감시를 위하여 몇 가지의 최적 센서 위치 결정 방법을 연구하여 가장 효율적인 방법을 제시하였으며, Li 등⁽⁷⁾은 구조물의 진동측정에서 모드 형상을 가장 잘 파악할 수 있는 센서의 위치 선정에 대하여 연구하였다. 또 Worden과 Burrows⁽⁸⁾는 뉴럴 네트워크 방법을 이용하여 평판 구조물의 결함을 예측할 수 있는 최적의 센서 위치 결정에 대한 연구결과를 발표하기도 하였다. 하지만 이러한 대부분의 연구결과들은 모드 형상의 MAC(modal assurance criterion)를 사

† 교신저자; 정회원, 동의대학교 기계공학과
E-mail : dooho@deu.ac.kr
Tel : (051)890-1658, Fax : (051)890-2232
* 정회원, 동의대학교 기계공학과

용하여 각 모드 독립성을 평가하거나 모드 형상의 특이값의 최대와 최소값의 비를 이용하는 센서의 위치 선정법이기에 때문에 외력에 의한 균열 진단을 위한 센서 위치 선정에 직접 적용하기에는 많은 한계가 있다. 균열 진단을 위한 센서 위치 선정에 대한 연구를 살펴보면 Shi 등⁽⁹⁾은 트러스 구조물에 대하여 강성변화에 대한 모드 형상의 민감도 행렬을 구한 뒤 EI(effective independence)방법을 사용하여 센서의 위치를 결정하였다. 최근 직교배열표를 사용하여 센서의 위치에 따른 목적함수의 분산분석을 통하여 센서의 위치를 선정하는 방법에 대한 연구가 진행되었다⁽¹⁰⁾.

일반적으로 구조물의 결함은 재료내의 어떤 지점이나 영역 등에 국부적으로 발생하여 진행되어가는 과정을 거치면서 구조물 전체의 안정성에 영향을 미친다. 현재 유한요소 해석 기법의 발달로 인하여 구조해석 및 피로해석을 수행하여 구조물에 발생하는 응력분포 및 구조물의 수명을 평가할 수 있다. 상태감시를 위한 대상이 결정되면 운영하중 및 부식환경 등에 의하여 구조물에서 가장 취약한 부분 즉, 손상이 발생할 가능성이 높은 부분을 미리 예측할 수 있다. 이 연구에서는 단순한 외팔 보 구조물의 균열 진단을 위하여 외부 하중이 작용하는 경우에 대상 구조물에 대한 파괴 부분을 예측한 후에 외력 및 손상에 의해 발생하는 구조물의 강성변화에 대한 구조물의 민감도 해석을 통하여 최적의 센서 위치를 결정하고자 한다.

2. 최적 센서 위치 선정 알고리즘

이 연구는 대상 구조물의 상태감시를 위하여 센서의 최적 위치 결정을 목적으로 한다. 즉, 주어진 센서의 수가 한정되어 있거나 구조물의 특성상 센서를 부착할 위치가 제한된 경우 최소한의 센서의 개수로 구조물의 상태감시를 수행하는 것이다. 이를 위하여 가장 먼저 판단하여야 하는 것은 대상 구조물에 운영 하중 또는 외력이 가해지는 경우 결함에 가장 취약한 부분을 찾는 것이다. 피로 해석 등을 통하여 대상 구조물에서 결함에 가장 취약한 부분을 찾았다면 그 부분에 결함이 발생하였을 때 전체 구조물의 응답에서 발생한 결함의 영향에 의하여 가장 민감하게 반응(신호)하는 위치를 판단한다. 따

라서 결함의 영향에 의한 구조물의 응답 민감도의 크기 순서에 따라 센서를 부착하여 보다 효율적으로 대상 구조물의 상태감시를 수행할 수 있다. 이를 정리하면 다음과 같은 순서로 요약할 수 있다.

(1) 상태 감시의 대상인 구조물의 응답을 계산할 수 있는 시스템 응답모델이 존재한다고 가정한다. 이 시스템 모델을 이용하여 주어진 하중에 대하여 구조물의 잠재적인 고장모드(failure mode)를 탐색한다. 관심 고장모드는 구조물의 파손을 포함하고 있는 형태로 한정한다

(2) 감시 대상의 고장모드에 대하여 파손이 일어나는 부분의 강성에 대한 응답의 민감도를 계산한다.

(3) 계산된 민감도의 크기를 순서대로 정리한 후, 크기가 가장 큰 위치에서부터 가용한 센서를 위치시킨다.

(4) 잠재 고장모드의 수가 여러 개인 경우 각 고장 모드에 해당하는 센서의 수를 제한하여 사용하거나 민감도 값의 크기를 순서대로 나열할 때 각 고장모드의 중요도에 따라서 가중함수를 부여하여 크기를 계산한다.

제시한 센서위치 선정방법의 장점은 우선 잠재 고장모드에 대한 민감도 정보를 이용하여 센서의 위치를 선정하기 때문에 고장이 발생하는 초기에 고장모드의 진전에 따른 응답변화를 가장 잘 검출할 수 있다는 것에 있다. 즉, 고장모드의 진전에 가장 민감한 부위의 응답을 측정하도록 센서를 배치하는 것이 이 제안 방법의 핵심 개념이라고 할 수 있다. 민감도 해석의 경우, 큰 계산시간이 필요하지 않은 해석적인 모델이 있는 경우 유한차분법과 같이 간단한 방법을 사용할 수 있고, 복잡한 유한요소 모델을 갖는 구조물의 경우는 각 고장모드 부위의 유한요소 물성값에 대한 민감도를 매우 효과적으로 구할 수 있는 방법이 개발되어 소프트웨어에 탑재되어 있어 계산에 큰 어려움이 없다.

최적 센서위치 선정을 위한 시스템 해석모델은 이론적 모델이나 수치적 모델을 사용할 수 있다. 만약 대상구조물이 매우 복잡한 경우 이론적인 수식 전개를 통하여 구조물의 응답을 구하는 것은 매우 어렵다. 이러한 경우 유한요소 해석 등의 방법을 이용하여 대상 구조물의 임의 위치의 응답을 구한 후 이장에서 설명한 단계를 거쳐 센서의 위치를 선정할 수 있다. 하지만 이 연구에서는 간단한 이론 모

델이 가능한 외팔보 형태의 구조물을 예제로 들어 제안한 센서의 위치 선정 방법에 대한 타당성을 검토하고자 한다.

3. 보의 응답 해석모델

구조물의 상태감시를 위하여 2장에서 제시된 최적 센서위치 결정 알고리즘의 성능을 Fig. 1과 같은 외팔보에 적용하여 살펴보기로 한다. Fig. 1에서 원문자로 표시된 숫자는 센서가 놓일 수 있는 위치를 표시한 것이다. 최적의 센서 위치를 제안된 방법으로 결정하기 위해서는 외팔보의 응답을 계산할 수 있는 시스템 모델이 필요하다. 이 연구에서는 균열을 포함하는 외팔보의 응답을 해석할 수 있는 수치 모델을 구성하여 최적 센서위치 결정에 사용하도록 한다. Fig. 1에서 L 은 보 전체의 길이이며, x_c 는 고정단에서 균열까지의 거리를 의미한다. x_1 은 외력이 작용하는 위치를 나타낸 것이며, ①~⑩의 표기는 부착할 센서의 위치를 의미한다. Fig. 2는 보의 균열 부분 단면을 나타낸 것으로 a_c 는 균열의 깊이를 나타내며, b 와 h 는 각각 보의 가로 및 높이를 의미한다.

3.1 균열 모델링

탄형 탄성구간에서 균열로 인한 추가적인 변형에너지(additional strain energy)는 응력확대계수의 향에서 유도할 수 있는 유연행렬의 형식으로 구할 수 있다. 같은 하중이 작용하는 구조물에서도 균열이 존재하는 경우에 구조물의 자체 탄성 변형에너지 외에 균열에 의한 변형에너지가 존재하고 이 부가되는 에너지만큼 추가적인 변형이 발생하게 된다. Castigliano의 정리에 의하여 균열에 의해서 부가되는 추가 에너지는 다음과 같이 유연행렬을 이용하여 표현할 수 있다.

$$C_{ij} = \frac{\partial^2}{\partial P_i \partial P_j} \left[\int_0^b \int_0^{a_c} J dy dz \right] \quad (1)$$

여기서 P_i 는 i 방향에서의 힘, J 는 변형률 에너지 밀도함수로서 1파괴모드에 대하여 다음과 같이 구할 수 있다.

$$J = \frac{1}{E^*} (K_{IM})^2 \quad (2)$$

여기서 $E^* = E/(1-\nu^2)$ 이고, ν 는 푸아송 비, K_{IM} 은 응력확대계수로서 다음과 같다.

$$K_{IM} = \frac{M}{2I} \sqrt{\alpha\pi} F_i(\alpha) \quad (3)$$

여기서 $I(=bh^3/12)$ 는 보의 단면 2차 모멘트이다. 따라서 식 (1)의 무차원의 유연행렬을 구해보면 다음과 같이 계산된다.

$$C_c = 6\pi(1-\nu^2)H \int_0^\alpha [\alpha F_i^2(\alpha)] d\bar{y} \quad (4)$$

식 (3), (4)에 사용된 무차원 매개변수와 $F_i(\alpha)$ 는 각각 다음과 같다.

$$H = \frac{h}{L}, \quad \alpha = \frac{a_c}{h}, \quad \bar{y} = \frac{y}{L},$$

$$F_i(\alpha) = \frac{\sqrt{\frac{2}{\pi\alpha} \tan\left(\frac{\pi\alpha}{2}\right) \left[0.923 + 0.1999 \left(1 - \sin\left(\frac{\pi\alpha}{2}\right) \right)^4 \right]}}{\cos\left(\frac{\pi\alpha}{2}\right)} \quad (5)$$

해석에 필요한 무차원의 회전 스프링 상수 (k_c)는 식 (4)의 역수, 즉 $k_c = C_c^{-1}$ 이다.

3.2 강재 진동응답

Fig. 1에서 보인 외팔보의 횡방향 운동방정식은

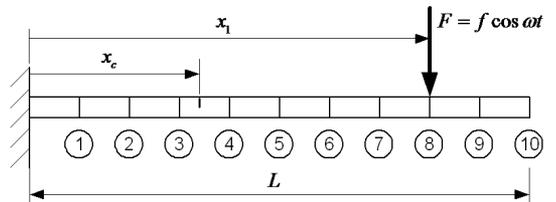


Fig. 1 Placement of sensors

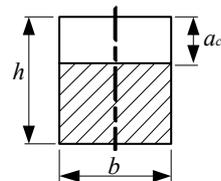


Fig. 2 Cross section of cracked beam

다음과 같다.

$$EI \frac{\partial^4 y_{(n)}(x,t)}{\partial x^4} + C \frac{\partial y_{(n)}(x,t)}{\partial x} - m \frac{\partial^2 y_{(n)}(x,t)}{\partial x^2} = f \cos(\omega t) \delta(x-x_1), \quad (6)$$

$$x_{n-1} < x < x_n, \quad n=1, 2$$

여기서 $y(x,t)$ 는 보의 횡방향 변위, ω 는 강제진동수이다. m, E 는 각각 보의 단위 길이당 질량, 영계수를 의미한다. 또 아래첨자 n 은 균열에 의한 보의 분할구간의 수를 의미하고, C 는 감쇠를 나타낸다. δ 는 디랙델타 함수이다.

식 (6)의 일반해는 다음과 같이 가정할 수 있다.

$$y_{(n)}(x,t) = \sum_{k=1}^N Y_{k(n)}(x) q_k(t) \quad (7)$$

여기서 $Y_{k(n)}(x)$ 는 균열이 존재하는 경우의 k 차 고유함수이며 자유진동 해석을 통하여 보의 고유진동수 ω_k 와 함께 구할 수 있다^(3,11). 식 (7)을 식 (6)에 대입하고 무차원화 한 후, 양변에 $Y(x)$ 를 곱하고 0에서 1까지 적분한 후에 고유함수의 직교성을 이용하면 무차원 모드좌표 \bar{q} 에 대하여 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\ddot{\bar{q}}_k(\tau) + c_k \dot{\bar{q}}_k(\tau) + \omega_k^2 \bar{q}_k(\tau) = p Y_{k(n)}(\xi_1) \cos(\Omega \tau) \quad (8)$$

여기서 ()는 무차원 시간 τ 에 대한 미분을 나타낸다. c_k 는 k 차 모드의 무차원 감쇠로서 $2\zeta_k \omega_k$ 로 적용하였으며 1차 모드 감쇠비 $\zeta_1=0.03$ 으로 하였다⁽¹²⁾. 식 (8)에 사용된 무차원 매개변수들은 다음과 같이 정의한다.

$$\omega_k^2 = \frac{mL^4 \omega_{nk}^2}{EI}, \quad c = \frac{CL^2}{\sqrt{EIm}}, \quad \bar{q} = \frac{q}{L},$$

$$p = \frac{fL^2}{EI}, \quad \xi = \frac{x}{L}, \quad \xi_1 = \frac{x_1}{L}, \quad \xi_c = \frac{x_c}{L}, \quad (9)$$

$$\tau = \frac{t}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{m}}, \quad \Omega^2 = \frac{mL^4 \omega^2}{EI}$$

식 (8)의 운동방정식에 대한 정상상태 응답만을 고려하면 그 해는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\bar{q}_{k(n)}(\tau) = \frac{p Y_{k(n)}(\xi_1)}{\sqrt{(\omega_k^2 - \Omega^2)^2 + (2\zeta_k \omega_k \Omega)^2}} \cos(\Omega \tau - \phi) \quad (10)$$

여기서 $\phi_k = \tan^{-1} \left(\frac{2\zeta_k \omega_k \Omega}{\omega_k^2 - \Omega^2} \right)$. 따라서 정상상태에서 보의 무차원 횡방향 변위는 다음과 같이 표현할 수 있다.

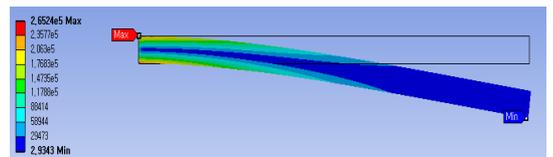
$$\bar{y}_{(n)}(\xi, \tau) = \sum_{k=1}^N Y_{k(n)}(\xi) \bar{q}_{k(n)}(\tau) = \sum_{k=1}^N R_{k(n)} \quad ; n=1, 2 \quad (11)$$

4. 최적 센서위치 선정 수치 실험

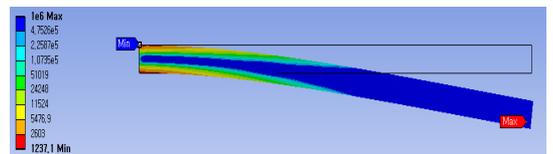
최적의 센서위치 결정을 위하여 가장 먼저 시행되어야 할 것은 대상 구조물의 파괴부분을 예측하는 것이다. 따라서 먼저 수치해석 예제에 사용한 외팔보의

Table 1 specifications of beam

Property	Value
Total length of beam	1 m
Height of beam	0.02 m
Width of beam	0.02 m
Young's modulus	200 GPa
Density	7860 kg/m ³
Poisson's ratio	0.3



(a) Equivalent stress



(b) Fatigue life

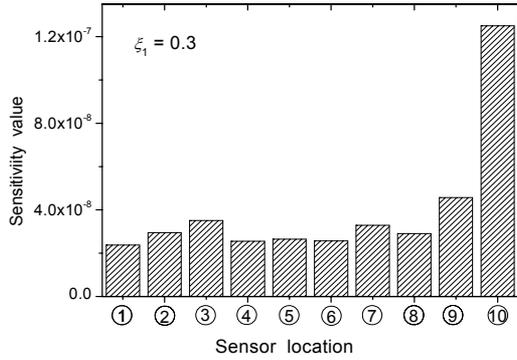
Fig. 3 Results of FE analysis

유한요소 해석을 수행하여 응력분포 및 피로수명에 대한 결과를 얻고 이를 토대로 구조물에서 결함발생의 가능성이 가장 높은 부분을 예측한다. 유한요소 해석을 위하여 상용 유한요소 해석 프로그램인 ANSYS Workbench(v. 11.0)를 이용하여 해석을 실시하였으며, 해석에서 요소의 수는 수렴 값을 고려

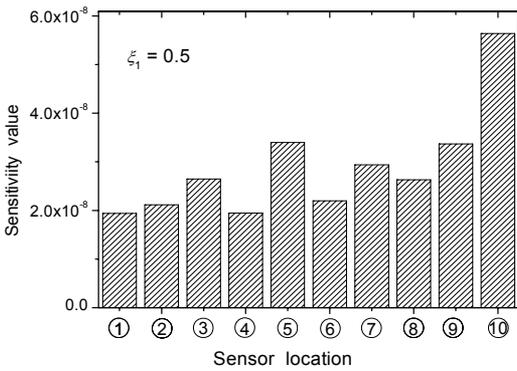
하여 약 2,500개, 절점의 수는 약 13,296개로 하였다. 유한요소 해석에 사용된 보의 일반 구조용 강(ASTM-A36)으로 하였으며 그 물성치를 Table 1에 나타내었다.

Fig. 3은 유한요소 해석 결과로서 Fig. 3(a)는 응력분포를 나타내며, Fig. 3(b)는 피로해석을 통하여 얻은 피로수명에 대한 결과이다. 하중의 크기 및 적용 조건에 따라 응력의 값과 최소 피로 사이클 수는 조금씩 변하지만 최대 응력과 최소 피로 사이클 수는 항상 보의 고정단 부분에 나타난다. 즉, 외팔보 형태의 구조물에 하중이 주어지는 경우 결함의 발생 가능성이 가장 큰 부분은 보의 고정단 부분($\xi_c=0$)이라는 것을 예측할 수 있다.

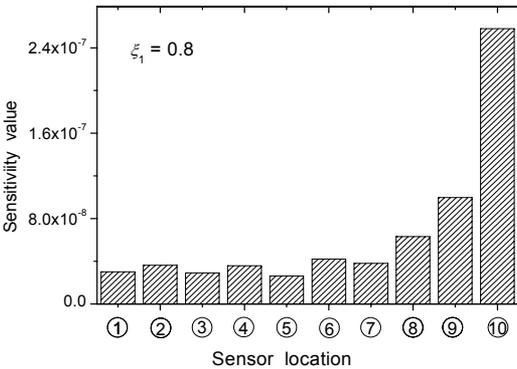
민감도는 설계변수의 변화에 따른 응답의 변화율을 의미한다. 이 연구에서 응답함수는 외력의 영향과 결함의 존재유무에 대한 보의 정상상태 응답이고, 설계변수는 균열의 영향에 의한 보의 강성변화이다. 균열에 의한 보의 응답은 식(11)에서 구할 수 있으며, 보의 강성변화는 식(4)의 유연행렬을 이용하여 구할 수 있다. 민감도해석은 다음과 같은 유한차분 방법을 이용하여 계산하였다.



(a) $\xi_1 = 0.3$



(b) $\xi_1 = 0.5$



(c) $\xi_1 = 0.8$

Fig. 4 Response sensitivity of cantilever beam

Table 2 Comparison of sensor placements

Method	Sensor placement	
1.Guyan(Ref. 4)	2, 4, 5, 7, 9	
2.EIDV(Ref. 5)	1, 3, 5, 7, 10	
3.ANOVA(Ref. 10)	3, 4, 5, 7, 10	
Proposed	$\xi_c=0.3$	10, 9, 3, 7, 2
	$\xi_c=0.5$	10, 5, 9, 7, 3
	$\xi_c=0.8$	10, 9, 8, 6, 7

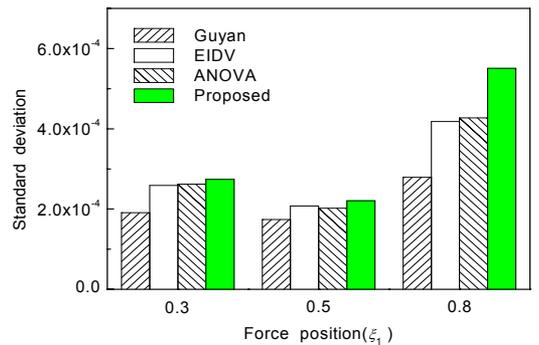


Fig. 5 Standard deviation of response

$$\frac{\partial \bar{y}_{(n)}}{\partial k_c} = \frac{\bar{y}_{(n)}(k_c + \Delta k_c) - \bar{y}_{(n)}(k_c)}{\Delta k_c} \quad (12)$$

여기서 모드 수는 $N=6$ (약 10 kHz 범위내)으로 하였으며, 균열의 크기는 0에서 보 높이의 1% 정도 결함이 존재할 때까지의 강성 변화량으로 하였다. 균열의 위치는 앞에서 설명한 바와 같이 보의 고정단 ($\xi_c=0$)에 존재한다고 가정하였다. 또 무차원 강제 진동수 Ω 는 보의 최저차 6개 진동모드에 대한 진동수 범위에 대하여 고려하였다.

Fig. 4는 일정한 크기의 외력이 작용하는 경우 균열 강성변화에 대한 보의 정상상태 응답의 민감도를 도시한 것이다. 강성변화에 가장 민감하게 반응하는 부분은 ⑩의 위치이며, 외력의 작용하는 위치에 따라 각각 ①, ④, 그리고 ⑤인 위치에서 강성변화에 대한 보의 응답변화가 가장 작다는 것을 알 수 있다. Fig. 4(a)에서 센서의 수가 3개로 한정된다면 센서의 부착위치는 ⑩, ⑨, ③의 위치가 되며, Fig. 4(b)의 외력이 0.5인 위치에 작용하는 경우 센서의 부착위치는 ⑩, ⑤, ⑨가 된다. 마찬가지로 Fig. 4(c)에서도 센서의 부착위치는 민감도의 크기 순서에 따라 ⑩, ⑨, ⑧이 됨을 알 수 있다.

Table 2는 센서의 부착 위치를 5곳으로 하였을 경우에 이 연구에서 제안한 센서의 위치와 참고문헌들의 균열 진단을 위한 센서의 위치 선정 결과들을 나타낸 것이다. 이 연구에서 제안한 센서의 위치와 참고문헌들의 위치가 차이가 나는 것은 참고문헌 (4), (5)의 결과는 모드의 형상 및 독립성을 이용한 센서의 위치 선정법이며, 참고문헌 (10)은 균열 진단에 있어서 강제진동에 대한 고려를 하지 않은 센서 위치 선정 방법이기 때문이라고 판단된다.

Fig. 5는 Table 2에 보인 참고문헌들의 센서 위치와 이 연구에서 제안한 위치에서의 진동 응답의 표준편차를 각각 나타낸 것이다. 표준편차의 식은 다음과 같다.

$$SD = \sum_{p=1}^5 \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (\bar{y}_{cp} - \bar{y}_{ucp})^2} \quad (13)$$

여기서 p 는 센서 부착 위치의 개수이며, 아래첨자 c , uc 는 각각 균열이 존재하는 경우와 존재하지 않는 경우 보의 응답을 의미한다. Fig. 5에서 표준편차가

클수록 관심 대상이 되는 고장모드에서 파손이 발생하여 구조물의 강성이 변화될 때 지정 위치에 부착된 센서에 감지되는 응답의 차이가 크다는 것을 의미한다. Fig. 5에서 외력의 위치가 0.3일 때 참고문헌의 방법 1, 2, 그리고 3에 비하여 제안한 방법의 센서위치에서 표준편차가 약 43.7%, 5.7%, 그리고 4.5% 정도 더 크게 나타난다. 외력이 보의 0.5인 위치에 작용하는 경우는 다른 방법들과 비교하여 제안한 위치의 경우 표준편차가 최대 26.5% 정도 더 크며, 외력이 0.8인 위치에 작용할 때는 제안한 방법이 참고문헌의 방법 1, 2, 그리고 3에 비하여 각각 97.5%, 31.8%, 그리고 29.02% 더 크다는 것을 알 수 있다. Fig. 5의 결과에서 알 수 있듯이 이 연구에서 제안한 방법이 센서의 위치선정에 가장 효과적임을 알 수 있다.

5. 결 론

이 연구에서는 구조물의 상태감시 즉, 구조물의 결함검출을 위한 최적의 센서위치 결정에 대한 연구를 수행하였다. 먼저 구조물의 결함 발생 부분을 유한요소 해석을 통하여 예측하고, 구조물의 균열 강성변화에 따른 보의 정상상태 응답에 대한 민감도 해석을 수행한 후 그 결과를 이용하여 최적의 센서 위치를 결정하였다. 이 연구에서 제안한 센서의 위치에 대하여 다른 연구결과와 비교한 결과 보의 응답에 대한 표준오차가 최대 97.5% 정도 더 크게 나타났다. 향후 제안된 방법을 보다 복잡한 구조물에 확대 적용하여 그 타당성을 확보하고자 한다.

후 기

이 논문은 2010학년도 동의대학교 교내연구비에 의해 연구되었음(과제번호2010AA152).

참 고 문 헌

- (1) Choi, Y. J. and Lee, U. S., 2003, A Study on the Sensor Placement for Structural Damage Detection, Trans. of the KSME(A), Vol. 27, No. 6, pp. 938-945.
- (2) Patil, D. P. and Maiti, S. K., 2003, Detection

of Multiple Cracks Using Frequency Measurements, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 70, Issue 12, pp. 1553~1572.

(3) Son, I. S., Ahn, S. J. and Yoon, H. I., 2009, Study on Detection of Crack and Damage for Cantilever Beams Using Vibration Characteristics, *Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering*, Vol. 18, No. 12, pp. 1327~1334.

(4) Greitfeld, T., 1995, A Method for Identification of a Set of Optimal Points for Experimental Modal Analysis, *Proceedings of the 13th International Modal Analysis Conference*, Nashville, Tennessee.

(5) Kammer, D. C., 1991, Sensor Placement for On-orbit Modal Identification and Correlation of Large Space Structures, *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 14, pp. 189~196.

(6) Meo, M. and Zumpano, G., 2005, On the Optimal Sensor Placement Techniques for a Bridge Structure, *Engineering Structures*, Vol. 27, Issue 10, pp. 1488~1497.

(7) Li, Z. N., Tang, J. and Li, Q. S., 2004,

Optimal Sensor Locations for Structural Vibration Measurements, *Applied Acoustics*, Vol. 65, Issue 8, pp. 807~818.

(8) Worden, K. and Burrows, A. P., 2001, Optimal Sensor Placement for Fault Detection, *Engineering Structures*, Vol. 23, Issue 8, pp. 885~901.

(9) Shi, Z. Y., Law, S. S. and Zhang, L. M., 2000, Optimum Sensor Placement for Structural Damage Detection, *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 126, No. 11, pp. 1173~1179.

(10) Kwon, K. S. and Kim, C. H., 2007, Sensor Placement Method for Damage Identification, *Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering*, Vol. 17, No. 4, pp. 324~332.

(11) Lin, H. P. and Chang, S. C., 2006, Forced Responses of Cracked Cantilever Beams Subjected to a Concentrated Moving Load, *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 48, Issue 12, pp. 1456~1463.

(12) Humar, J. L., 2002, *Dynamics of Structures* (2nd ed.), A. A. Balkema Publishers, Tokyo.