

# 전달관로를 고려한 공기압 구동장치의 힘 제어에 관한 연구

## Force Control of a Pneumatic Driving System With a Long Transmission Line

장 지 성

J. S. Jang

접수일: 2011년 7월 6일, 수정일: 2011년 8월 4일, 게재확정일: 2011년 8월 4일

**Key Words** : Force Control(힘 제어), Pneumatic Driving Apparatus(공기압 구동장치), Transfer Characteristics(전달특성), Transmission Line(전달관로)

**Abstract:** In the present study, a robust controller has been designed to control force for a pneumatic driving system considering the effect of a transmission line. Transfer characteristics of pneumatic transmission line should be changed according to the velocity of the air going through the transmission line. The designed controller is composed of two parts. The one is a feedback controller, which is composed of a stabilizing filter, a compensating filter of modelling error and a nominal model of the force control system, to compensate the influence of transmission line and improve the feedback characteristics of the control system, and, the other is a feedforward controller to achieve the control performance. Control results with the designed controller show that the robustness and performance of the control system are improved compared to the control results with a fixed gain controller.

### 1. 서 론

공기압 힘 제어 장치는 제어밸브, 액추에이터, 전달관로 등으로 구성된다. 상기한 구성요소 중에서 제어밸브와 액추에이터 사이에 연결되어 제어밸브를 통과한 공기를 액추에이터로 전달하는 관로는 분포정수계로 표현되고, 관로를 통과하는 공기의 유속에 따라 전달특성이 변화하는 비선형특성을 가지고 있다<sup>1,2,3</sup>). 그러므로 전달관로의 길이가 짧은 경우에는 제어계가 제어할 수 있는 주파수 범위와 비교하여 전달관로의 대역폭(bandwidth)이 넓으므로 전달관로를 시간 단순한 용량요소로 가정하여 제어기를 설계하여도 설계한 제어성능을 달성할 수 있다<sup>4</sup>). 그러나 설치 공간상의 제약에 의하여 공기의 동력을 제어하는 제어밸브와 작업을 수행하는 액추에이터 사이의 거리가 멀어지는 경우에는 제어밸브와 액추에이터를 연결하는 전달관로의 길이가 길어지기 때문에 전달관로를 통과하는 공기의 압력차, 즉, 제어밸브 입구의 압력과 액추에이터 입구 압력과의 차이에 의한

공기의 특성 변화가 제어계의 동특성에 미치는 영향이 점점 커지게 된다. 따라서 전달관로의 특성을 충분히 고려하지 않고 힘 제어기를 설계하면 소정의 제어성능을 달성할 수 없게 되는 경우가 있다.

본 논문에서는 전달관로를 통과하는 공기의 유동상태를 비압축성 유동인 경우로 가정하여 접속관로를 1차 고유 진동수를 이용한 부족 감쇠 2차계로 선정하였다. 그리고 이러한 전달관로 모델을 이용한 힘 제어계의 공칭모델에 대하여 전달관로의 전달특성 변화가 힘 제어성능에 미치는 영향을 억제할 수 있는 2자유도 형태의 제어기를 설계하였다. 설계한 제어기의 성능은 수치 시뮬레이션에 의하여 확인하였고, 전달관로의 전달특성 변화에 관계없이 양호한 제어성능이 얻어졌다.

### 2. 힘 제어장치의 구성 및 모델링

본 논문에서 대상으로 한 힘 제어장치를 Fig. 1에 나타낸다.

Fig. 1에서 사용한 기호는 다음과 같다.

$d$  : 전달관로 직경[m],  $F$  : 실린더 출력[N],  $G$  : 제어밸브를 통하여 실린더로 공급되는 질량유량 [kg/s],

장지성(교신저자): 부경대학교 기계시스템공학과  
E-mail: jangjis@pknu.ac.kr, Tel: 051-629-6196

$L_l$  : 전달관로 길이[m],  $L_c$  : 실린더 피스톤의 총 스트로크[m],  $P_1$  : 좌측 실린더실 내부 압력 [Pa],  $P_2$  : 우측 실린더실 내부 압력[Pa],  $P_a$  : 대기 압력[Pa],  $P_i$  : 전달관로 입구 압력[Pa],  $P_s$  : 공급 압력[Pa],  $T_1$  : 좌측 실린더실 내부 온도[K],  $T_i$  : 전달관로 입구 온도[K],  $T_s$  : 공급 공기 온도[K], 전달관로 입구 온도[K],  $V_1$  : 좌측 실린더실 체적 [m<sup>3</sup>],  $V_2$  : 우측 실린더실 체적[m<sup>3</sup>],  $x$  : 실린더 피스톤 변위[m]

Fig. 1에 나타난 장치에서 우측 실린더실의 압력은 공급압력  $P_s$ 로 일정하게 유지되고 있고, 제어밸브는 좌측 실린더실과 연결되어 있다.

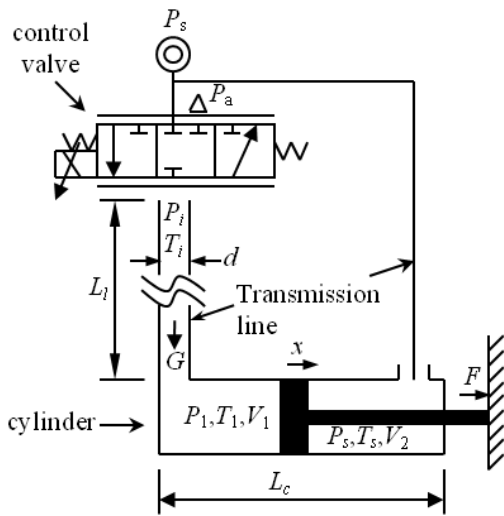


Fig. 1 Force control system with a pneumatic driving apparatus

전달관로를 통과하는 공기의 유동상태를 비압축성 유동으로 가정하고, 실린더실 내부의 압력분포가 일정하다고 가정하면 전달관로 입구 압력과 좌측 실린더실 내부 압력과의 관계를 다음 식으로 기술할 수 있다<sup>1)</sup>.

$$\frac{P_1(s)}{P_i(s)} = \frac{\omega_{nl}^2}{s^2 + 2\zeta_{nl}\omega_{nl}s + \omega_{nl}^2}, \quad \omega_{nl}^2 = \frac{\pi^2}{4L_l^2}(\kappa RT_a), \quad \zeta_{nl} = \frac{16\nu}{\omega_{nl}d^2} \quad (1)$$

식 (1)에서  $\kappa$ 는 비열비,  $R$ 은 기체상수[J/(kg · K)],  $\nu$ 는 공기의 동점성 계수[m<sup>2</sup>/s],  $\omega_{nl}$ 은 1차 고유 진동수 [rad/s],  $\zeta_{nl}$ 는 감쇠비를 나타낸다.

다음으로 공기의 상태변화는 단일변화이고, 전달관로를 단순한 용량요소로 취급하여 전달관로 내부

에 압력분포가 발생하지 않는다고 가정하면 제어밸브를 통과하는 공기동력과 전달관로 입구 압력과의 관계를 다음 식으로 기술 할 수 있다.

$$(A_l L_l + V_1) \frac{dP_i}{dt} = \kappa R T_i G \quad (2)$$

식 (2)에서  $A_l$ 은 전달관로의 단면적[m<sup>2</sup>]을 나타낸다. 평형상태를  $T_1=T_i=T_s=T_a$ ,  $x=x_0$ 로 두고, 제어밸브 유효단면적을  $s_e$ [m<sup>2</sup>], 유량이득을  $k_q(=\partial G/\partial s_e)$ [kg/(s · m<sup>2</sup>)], 제어밸브 유효단면적과 제어밸브로의 제어입력  $u$ 와의 관계를  $k_u(=\partial s_e/\partial u)$ [m<sup>2</sup>/V]로 정의하면 식 (2)를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{\Delta P_i(s)}{\Delta u(s)} = k_q k_u \frac{\kappa R T_a}{A_l L_l + A_{c1} x_0} \frac{1}{s} \quad (3)$$

식 (3)에서  $A_{c1}$ [m<sup>2</sup>]은 실린더 피스톤측( $V_1$ 측) 수압면적을 나타낸다.

실린더 출력은 다음 식으로 나타낼 수 있다.

$$P_1 A_{c1} - P_s A_{c2} = F + F_d \quad (4)$$

식 (4)에서  $A_{c2}$ [m<sup>2</sup>]는 실린더 로드측( $V_2$ 측) 수압면적을 나타내고,  $F_d$ [N]은 마찰력을 포함한 외란을 나타낸다. 평형상태를  $P_1=P_{10}=(P_s \cdot A_{c2})/A_{c1}$ 으로 두고, 실린더 로드측 압력  $P_s$ 와 외란  $F_d$ 가 일정하다고 가정하면 식 (4)를 다음과 같이 기술할 수 있다.

$$\Delta P_1(s) A_{c1} = \Delta F(s) \quad (5)$$

식 (1), (3), (5)를 이용하면 전달관로를 고려한 공기압 구동장치의 힘 제어계 모델을 다음 식으로 나타낼 수 있다.

$$\frac{\Delta F(s)}{\Delta u(s)} = \frac{k_f \omega_{nl}^2}{s(s^2 + 2\zeta_{nl}\omega_{nl}s + \omega_{nl}^2)} = H(s), \quad k_f = A_{c1} k_q k_u \frac{\kappa R T_a}{A_l L_l + V_{10}} \quad (6)$$

### 3. 힘 제어기 설계

본 연구에서 설계한 제어기를 포함하는 힘 제어계를 Fig. 2에 나타낸다. Fig. 2에서 사용한 기호는 다음

과 같다.

$H_0(s)$ : 비례이득  $K_p$ 를 이용한 힘 제어계,  $M_e(s)$ : 모델링오차 보상필터,  $H_n(s)$ : 힘 제어계 공칭모델,  $Q(s)$ : 안정화필터,  $R_f(s)$ : 목표치 추종필터

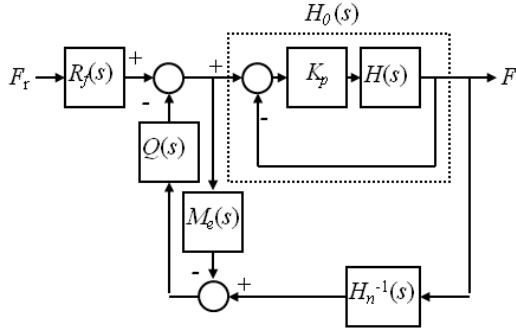


Fig. 2 Force control system using proposed controller

Fig. 2에 나타낸 제어계를 등가변환하면 Fig. 3과 같이 나타낼 수 있다.

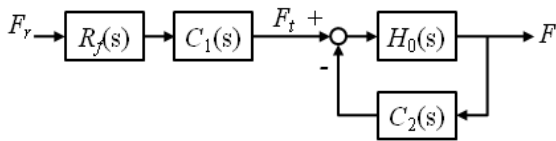


Fig. 3 Equivalent system of Fig. 2

Fig. 3에 나타낸  $C_1(s)$ ,  $C_2(s)$ 는 다음과 같다.

$$C_1(s) = \frac{1}{1 - Q(s)M_e(s)}$$

$$C_2(s) = \frac{QH_n^{-1}}{1 - Q(s)M_e(s)} \quad (7)$$

$M_e(s)=1$ 로 두고,  $H_0(s)$ 와  $H_n(s)$ 가 일치한다고 가정하면 감도함수  $S(s)$ , 상보감도함수  $T(s)$ 를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$S(s) = \frac{1}{1 + C_2(s)H_0(s)} = 1 - Q(s)$$

$$T(s) = \frac{C_2(s)H_0(s)}{1 + C_2(s)H_0(s)} = Q(s) \quad (8)$$

안정화필터  $Q(s)$ 는 제어계의 피드백제어 특성이 공칭모델  $H_n(s)$ 보다 향상되도록 식 (8)을 이용하여 선정한다.

목표치 추종필터  $R_f(s)$ 는 다음과 같이 선정한다. 우선,  $M_e(s)=1$ 로 두고,  $|Q(s)|=1$  이라고 가정하면 목표치  $F_r$ 에서 출력  $F$ 까지의 전달함수는 식 (9)로 기술할 수 있다.

$$\frac{F}{F_r} = H_r(s) = \frac{R_f(s)C_1(s)H_0(s)}{1 + C_2(s)H_0(s)} = R_f(s)H_n(s) \quad (9)$$

식 (9)에 나타낸  $H_r(s)$ 를 다음과 같이 선정하면 3차계의 최적응답을 구현할 수 있다<sup>5)</sup>.

$$H_r(s) = \frac{\alpha}{s^3 + 2^3\sqrt{\alpha}s^2 + 3^3\sqrt{\alpha^2}s + \alpha},$$

$$\alpha = K_p k_f \omega_{nl}^2 \quad (10)$$

식 (9), (10)으로부터  $R_f(s)$ 를 다음과 같이 선정할 수 있다.

$$R_f(s) = H_r(s)H_n^{-1}(s) = \frac{s^3 + 2\zeta_{nl}\omega_{nl}s^2 + \omega_{nl}^2s + \alpha}{s^3 + 2^3\sqrt{\alpha}s^2 + 3^3\sqrt{\alpha^2}s + \alpha} \quad (11)$$

모델링오차 보상필터  $M_e(s)$ 는 다음과 같이 구할 수 있다. 우선, Fig. 3에서  $F/F_r$ 의 개루프 전달함수  $F_{op}(s)$ 를 구하면 다음과 같다.

$$F_{op}(s) = C_2(s)H_0(s) = \frac{Q(s)H_n^{-1}(s)H_0(s)}{1 - Q(s)M_e(s)} \quad (12)$$

식 (12)에서  $M_e(s)=1$ 로 두면,  $H_0(s)=H_n(s)$ 인 경우에는 제어계의 안정여유가  $Q(s)/(1-Q(s))$ 에 의하여 결정됨을 알 수 있다. 그러나 접촉관을 통과하는 공기의 유속 증가에 의하여 관마찰이 급격하게 증가하면 공기의 유동이 압축성 유동으로 변화하게 되므로 모델링 오차가 발생하게 된다<sup>6)</sup>.  $H_n^{-1}(s)$ 에 이용한 공기의 유동모델은 식 (1)에 나타낸 비압축성 유동모델이지만, 공기의 유동이 압축성 유동인 경우에는 비례제어기를 이용한 힘 제어계를 다음 식으로 나타낼 수 있다.

$$H_{0c}(s) = \frac{K_p k_f \omega_{nl}^2}{s^3 + 2\zeta_c \omega_{nl} s^2 + \omega_{nl}^2 s + K_p k_f \omega_{nl}^2}, \zeta_c > 1 \quad (13)$$

식 (13)과  $H_n(s)$ 를 이용하면 공기의 유동모델 변화에 의한 모델링 오차를 다음 식으로 나타낼 수 있다.

$$H_n^{-1}(s)H_{0c}(s) = \frac{s^3 + 2\zeta_{nl}\omega_{nl}s^2 + \omega_{nl}^2s + K_p k_f \omega_{nl}^2}{s^3 + 2\zeta_c \omega_{nl} s^2 + \omega_{nl}^2 s + K_p k_f \omega_{nl}^2} \quad (14)$$

$2\zeta_c \omega_{nl} > 2\zeta_{nl} \omega_{nl}$ 이고,  $H_n^{-1}(0)H_{0c}(0) = 1$ 이므로  $H_n^{-1}(s)H_{0c}(s)$ 는 특정 주파수영역에서  $F_{op}(s)$ 의 이득과 위상을 감소시키는 작용을 한다. 이 때,  $M_e(s)$ 를 식 (14)와 유사한 형태로 선정하면, 식 (12)에 나타난  $(1-Q(s)M_e(s))^{-1}$ 가  $(1-Q(s))^{-1}$ 와 비교하여 이득이 감소하고 위상이 증가하므로  $|Q(s)| \neq 1$ 인 주파수 영역에서 발생하는 모델링 오차가 제어계에 미치는 영향을 억제할 수 있다. 또한,  $M_e(s)$ 가 제어계의 정상 편차에 영향을 미치지 않도록 하기 위해서는  $|M_e(0)|=1$ 이 되어야 한다. 그러므로,  $M_e(s)$ 를 식 (15)와 같은 형태로 설계할 수 있다.

$$M_e(s) = \frac{s^2 + 2\zeta_1 \omega_{n1} s + \omega_{n1}^2}{s^2 + 2\zeta_2 \omega_{n1} s + \omega_{n1}^2}, \zeta_2 > \zeta_1 \quad (15)$$

또한, 제어계의 강인 안정성을 보장하기 위해서는 식 (15)에 나타난  $M_e(s)$ 가 스몰게인정리<sup>7)</sup>를 사용하여 도출한 식 (16)의 강인 안정성 보장 조건을 충족해야 한다. 이 때, 모델링 오차  $D_m(s)$ 는 곱셈형 불확실 모델로 가정하였다.

$$|D_m(s)| < \frac{1}{|T(s)|}, D_m(s) = \frac{H_{0c}(s) - H_n(s)}{H_n(s)}, \quad T(s) = \frac{Q(s)}{1 - Q(s)(M_e(s) - 1)} \quad (16)$$

#### 4. 결과 및 고찰

힘 제어장치의 물리 파라미터를 Table 1에 나타낸다.

Table 1 Physical parameters of the force control system

$A_f$ [m <sup>2</sup> ]	$1.256 \cdot 10^{-5}$	$P_s$ [kPa]	591.6
$A_{c1}$ [m <sup>2</sup> ]	$1.26 \cdot 10^{-3}$	$P_d$ [kPa]	101.3
$A_{c2}$ [m <sup>2</sup> ]	$9.46 \cdot 10^{-4}$	$R$ [J/(kg·K)]	287
$k_g$ [kg/(s·m <sup>2</sup> )]	$1.39 \cdot 10^3$	$T_a$ [K]	293
$k_d$ [m <sup>2</sup> /V]	$3.8 \cdot 10^{-6}$	$x_0$ [m]	0.15
$L_c$ [m]	0.3	$\nu$ [m <sup>2</sup> /s]	$1.55 \cdot 10^{-5}$
$L_f$ [m]	5.0	$\kappa$	1.4

전달관로를 통과하는 공기의 유동상태를 비압축성 유동으로 가정하면 Table 1에 나타난 파라미터와 식 (6)을 이용하여 힘 제어계의 개루프 전달함수를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$H(s) = \frac{4.512 \cdot 10^7}{s^3 + 31s^2 + 11607s} \quad (17)$$

비례이득  $K_p$ 는 식 (17)의 안정한계이득보다 약간 낮은  $5.0 \cdot 10^{-3}$  [V/N]으로 설정하였다. 식 (17)과 비례이득  $K_p$ 를 이용하면 공칭모델  $H_n(s)$ 를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$H_n(s) = \frac{2.256 \cdot 10^5}{s^3 + 31s^2 + 11607s + 2.256 \cdot 10^5} \quad (18)$$

안정화필터  $Q(s)$ 는 식 (8)과 식 (18)을 이용하여 최소차원 관측기의 형태가 되도록 식 (19)와 같이 결정하였다.

$$Q(s) = \frac{8 \cdot 10^6}{(s + 200)^3} \quad (19)$$

목표치 추종필터  $R_f(s)$ 는 식 (10)과 (18)을 이용하여 다음과 같이 구할 수 있다.

$$R_f(s) = \frac{s^3 + 31s^2 + 11607s + 2.256 \cdot 10^5}{s^3 + 122s^2 + 11118s + 2.256 \cdot 10^5} \quad (20)$$

모델링오차 보상필터  $M_e(s)$ 는 식 (15), (16)의 조건을 만족하는 식 (21)로 설계하였다. 이때, 식 (16)에 포함되어 있는  $H_{0c}(s)$ 에서는  $\zeta_c$ 를 1.4로 가정하였다.

$$M_e(s) = \frac{s^2 + 40s + 10000}{s^2 + 300s + 10000} \quad (21)$$

Fig. 4는 식 (8)에 기술한 감도함수 및 상보감도함수의 주파수특성(실선)과 식 (18)로 정의한 공칭모델  $H_n(s)$ 의 감도함수, 상보 감도함수의 주파수특성(파선)을 나타낸다. Fig. 4로부터 식 (19)에 나타난  $Q(s)$ 를 이용하면  $H_n(s)$ 와 비교하여 저주파수 영역에서의 외란제거 성능 및 고주파수 영역에서의 노이즈 제거능이 향상됨을 알 수 있다.

Fig. 5는  $D_m(s)$ 와  $T(s)^{-1}$ 의 보드 선도이고, 실선은  $D_m(s)$ , 파선은 식 (16)에 기술한  $T(s)^{-1}$ 를 나타낸다. Fig. 5로부터 전 주파수 영역에 걸쳐서 강인 안정성 보장 조건을 만족하고 있음을 알 수 있다.

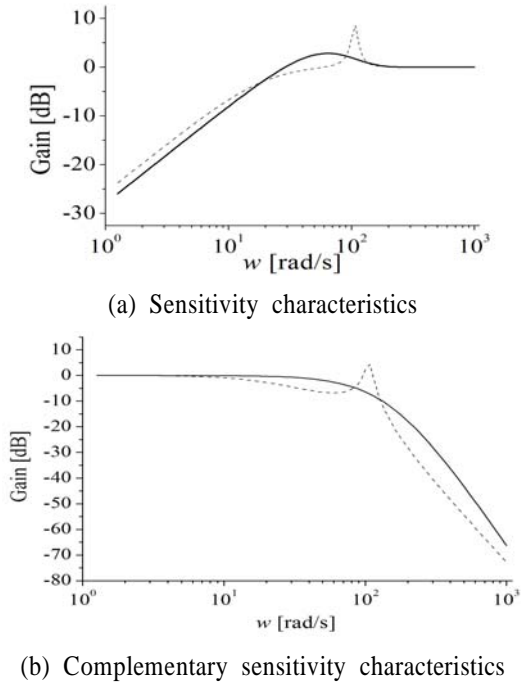


Fig. 4 Feedback characteristics of the proposed control system and nominal model

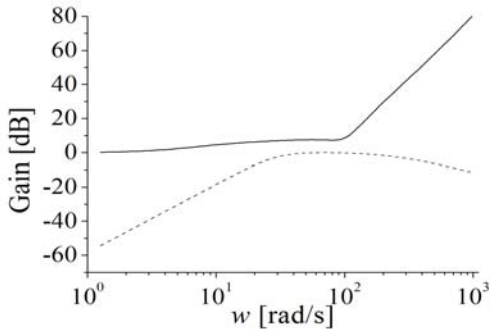


Fig. 5 Bode plots of  $D_m(s)$  and  $T(s)^{-1}$  verifying robust stability

Fig. 6은 전술한 비례이득  $K_p$ 를 이용한 비례제어기를 Fig. 2와 같이 적용한 힘 제어결과를 나타내고, Fig. 7은 본 논문에서 설계한 제어기 파라미터인 식 (17)~(21)을 이용한 힘 제어결과를 나타낸다. Fig. 6, 7에 나타낸 결과는 전달관로의 특성을 다수의 영역으로 분할하여 분포계로 표현한 모델<sup>6)</sup>과 식 (2), (4), 제어밸브의 유량방정식 및 Fig. 2에 나타낸 제어기를 Visual C로 코딩한 후, 4차 Runge-Kutta를 이용하여 해석하였다.

Fig. 6의 경우에는 힘에 대한 목표치가 작아짐에 따라서 압력변화에 대한 진폭이 작아지므로 접속관을 통과하는 공기의 유동상태가 압축성에서 비압축성으로 변화하고, 그 결과 압력과의 전파에 의한 진

동이 출력응답에 영향을 미치게 되므로 진동이 나타나고 있음을 알 수 있다. 이러한 현상은 식 (6)에 나타낸 힘 제어계 모델에서 공기의 유동상태 변화에 따라 감쇠비  $\zeta_m$ 이 변화하여 제어결과에 영향을 미치는 것으로 해석할 수 있다.

본 논문에서 설계한 제어기를 사용한 Fig. 7에서는 강인 안정성 보장을 위하여 설계한 모델링오차 보상 필터  $M_e(s)$ 의 기능에 의하여 Fig. 6보다 응답이 약간 늦어지고 있지만, 힘에 대한 목표치가 변화하여도 양호한 힘 제어결과가 얻어짐을 알 수 있다.

Fig. 8은 Fig. 7에 나타낸 결과를 Fig. 8의 종축에 나타낸 바와 같이 무차원화하여 비교한 결과를 나타낸다. 결과로부터 본 논문에서 설계한 제어기의 기능에 의하여 힘에 대한 목표치가 변화하여도 유사한 응답이 얻어짐을 알 수 있다.

Fig. 9는 힘 제어를 시작하여 0.5초 후에 25[N]의 외란 입력을 인가한 결과를 나타낸다. 결과로부터 비례제어기를 이용한 경우에는 외란 입력이 출력에 남아있지만, 제안한 제어기를 이용하는 경우에는 외란 입력이 출력에서 사라지고 있음을 알 수 있다.

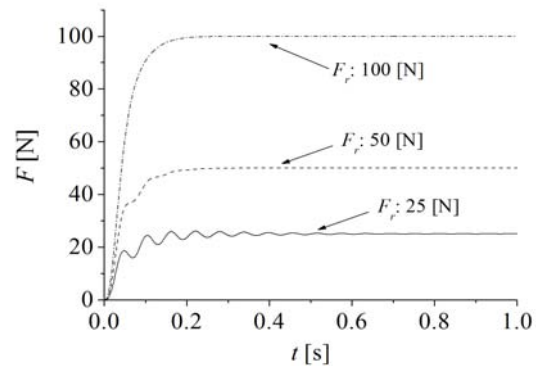


Fig. 6 Force control results with the proportional controller

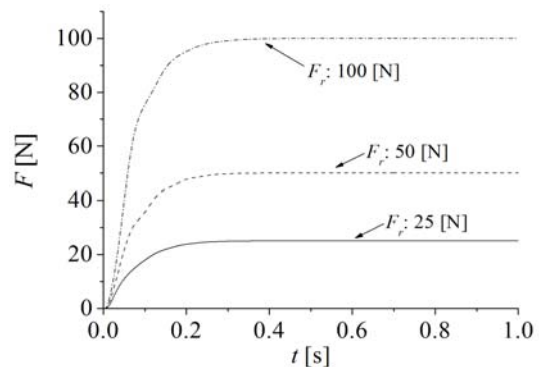


Fig. 7 Force control results with the proposed controller

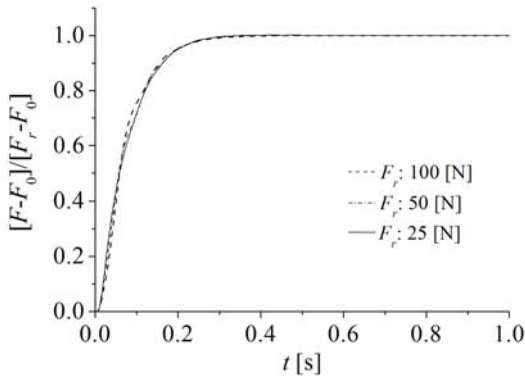


Fig. 8 Normalized Force control results with the proposed controller

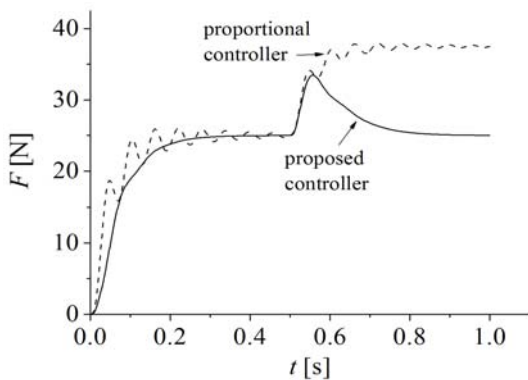


Fig. 9 Disturbance rejection performance

### 5. 결 론

본 논문에서는 공기압 실린더를 이용한 힘 제어장치를 대상으로 전달관로의 전달특성 변화에 의한 제어성능 변화를 보상할 수 있는 힘 제어기를 설계하였다.

설계한 제어기는 공기압 전달관로의 수학적 모델을 근거로 설계하였으므로 공기압 구동장치의 수학적 모델에 익숙한 연구자들이 활용하기 용이한 장점이 있다. 또한, 비교적 단순한 구조의 안정화 필터와 모델링 오차 보상 필터를 이용하였으므로 실제 장치에도 적용이 용이할 것으로 판단된다.

설계한 제어기를 이용하여 힘 제어를 수행한 결과, 목표치의 진폭이 변화함으로써 발생하는 접속관의 전달특성 변화가 힘 제어에 미치는 영향을 억제하여 양호한 제어성능이 얻어짐을 확인하였다.

### 후 기

이 논문은 2009학년도 부경대학교 연구년 교수 지원사업에 의하여 연구되었음(PS-2009-016).

### 참고 문헌

- 1) D. McCloy and H. R. Martin, "Control of Fluid Power", John Wiley & Sons Inc, pp. 255~258, 1980.
- 2) 日本油空壓學會, "油空壓便覽", 日本油空壓學會, pp. 17~47, 1989.
- 3) J. S. Jang, J. W. Ji and Y. B. Kim, "LMI를 이용한 공기압 실린더의 상태제어기 설계", 유공압시스템 학회논문집, 제5권, 제1호, pp. 1~5, 2008.
- 4) T. Noritugu and M. Takaiwa, "Design of Pneumatic Servo System Using Disturbance Observer", Transactions of the Society of Instrument and Control Engineers, Vol. 31, No. 1, pp. 82~88, 1995.
- 5) H. Hanafusa, "Design of Electrohydraulic Servo Control Systems for Articulated Robot Arm Control", The Japan Hydraulics & Pneumatics Society, Vol. 20, No. 7, pp. 429~436, 1982.
- 6) T. Kagawa, "壓縮性流體の管路容量系における非正常流れに關する研究", 計測自動制御學會論文集, Vol. 28, No. 6, pp. 655~663, 1992.
- 7) J. C. Doyle et al., "Feedback Control Theory", Macmillan Publishing Company, pp. 51~56, 1992.