대한수학교육학회지 <학교수학> 제 13 권 제 4 호
Journal of Korea Society of Educational Studies in Mathematics
School Mathematics Vol.13, No.4 651-674. Dec. 2011

타 교과와 연결된 상황 설정을 통한 함수적 사고 지도 방안

나 경 수[*] · 최 성 필[**]

함수적 사고는 학교 수학에서 가장 중요한 주제이고 함수적 사고 지도의 목적은 학생들의 함수적 사고를 향상시키는 것이라고 할 때 초등학교에서 함수적 사고를 지도한다는 것은 함수적 사고의 속성인 지정과 종속의 연관이 내재된 현상을 의미하는 함수적 사고이다. 함수적 사고를 습득했는지에 대한 평가 방법은 함수적 사고의 지도를 통해 학생들이 함수적 사고를 한다고 판단할 수 있는 학생들의 활동이다. 이를 위해서 교사는 함수적 속성을 갖는 타 교과의 내용과 관련된 함수적 상황의 형태의 전형적인 예(paradigm)을 제공하고, 적절한 발문을 통해 안내해야 한다.

본 연구의 목적은 타 교과와 연결된 상황 설정을 통한 함수적 사고의 지도 방안을 구안하고 적용하여 보다 발전된 지도 방안을 모색하는 것이다. 이를 위해 본 연구에서 제안하는 지도 방안은 함수적 상황의 준비단계, 적용단계, 반성단계의 3단계로 구성되며, 각 단계에서 지도해야 할 방안들을 제안하고자 한다.

Ⅰ. 들어가기

수학은 인간의 삶 속에 나타나는 모든 실제를 표현하기 위한 수단으로 발생되었으며, 오랜 시간을 거치면서 계속적으로 이론화되고 추상화되면서 발전되어 왔다. 그럼에도 불구하고 학교에서의 수학은 대부분 학생들에게 이러한 수학의 발생과정을 강조하기보다는 이미 체계화되어 있는 수학적 내용을 보다 빨리, 보다 쉽게 가르치는데 중점을 두어 왔다. 이로 인해 현행 수학교과지도에서도 단순한 계산을 반복하여, 학생들에게 비현실적인 기성의 수학적 지식의 습득에 치중하는 인상을 주며, 그 결과 학생들은 수학학습에 흥미를 잃고 싫증을 느끼게 된다. 이는 자신의 삶에 수학이 어떠한 영향을 끼치며 어떠한 힘을 가질 수 있는지, 혹은 수학이 얼마나 유용한지에 관하여는 전혀 인식하지 못한 채 수학에서 점점 멀어지게 된다.

현재까지 수학은 학생들에게 가장 어렵고 혐오스러운 교과로 인식되고 있는 상황이며 그 이유에 대해 학생들에게 자신들이 배운 내용이 어떻게 사용되는지에 대한 현실감을 느끼도록 지도하지 못하기 때문이라고 비판하고, 학생들이 자신들이 배우게 되는 또는 배운 내용이 사용되어지는 현실적인 맥락을 경험할 수 있는 상황에서 출발해야 된다고 주장한다(남형채, 2000; 최정임, 허혜자, 2001). 이처럼 실생활과 괴리되지 않는 지식의 구성이 일어날 수 있는 교육적 환경 및 교육방법의 요구가 일고 있다. 그러므로, 수학 수업에서 학습자의 흥미를 높

* 성균관대학교 대학원 (nksnala@hanmail.net)
** 소래초등학교 (chspil@naver.com)

이고, 학습자가 능동적으로 참여하며, 수학을 할 수 있는 능력을 신장시키기 위해서는 적절한 현실 상황과 수학화 활동이 보다 강조되어야 할 것이다. 예를 들어 수・연산과 도형, 또는 기하와 대수와 같이 수학 내에서의 연계뿐 아니라, 수학과 과학, 수학과 언어, 수학과 사회와 같이 수학이 수학 이외의 다른 교과와의 연결성이 강조되어 질 때 수학을 배우는 학생은 수학이 얼마나 실생활과 관련이 있는가를 경험할 수 있음을 간과해서는 안 된다. 이러한 수학적 연결성은 수학이라는 학문을 실제적으로 접하지 못하는 초등학교 수학 교수-학습에 반영될 필요가 있으며, 수학의 유용성을 알지 못하는 결과로 가지게 되는 수학에 대해 부정적인 태도를 변화시켜 보기 위한 것이다. 이에 본 연구에서는「다른 교과에서 학습되어진 문제로서의 상황・현상들을 이용하여 함수 개념을 학습함으로써 학생 스스로 문제에 대한 흥미와 도전 의식을 고취시키고, 새로운 실세계의 수학적・함수적 상황으로 재구성될 수 있다」는 이론적 근거를 제공하는 연구(한국교원대학교 교과교육공동연구소, 1998; 김시년, 2000; 류성림, 2000; 김용성, 2000; 임정열, 송상헌, 2002; 차주연, 2002, 나귀수, 2002)를 바탕으로 하여 함수적 사고의 지도 방안을 모색해 보고자 한다.

이 연구의 목적을 달성하기 위한 연구 내용은 다음과 같다. 첫째, 초등학교에서 강조되어야 할 함수적 사고와 수학적 연결성의 이론적 배경에 대해 고찰 한다. 둘째, 타 교과 학습 활동과 연계한 함수적 사고 지도방안을 탐구한다. 셋째, 구안된 지도 방안을 적용 분석해 봄으로써 그 적절성을 검증하고 시사점을 모색한다.

Ⅱ. 이론적 배경

1. 수학적 상황 설정

가. 수학적 연결성

수학적 연결성이란 수학 영역간의 관련성, 수학 영역 내에서의 수학적 개념들 간의 관련성, 수학과 타 교과 간의 관련성, 수학과 생활의 관련성을 말한다(National Council of Teacher of Mathematics[NCTM], 1989). 수학 학습에서 연결성을 강조함으로써 학습자는 수학적 개념의 상호 관련성과 수학의 유용성에 대해서 배우게 되고, 수학과 생활이 연결되어 있음을 이해하게 된다. 일반적으로 문제 중심의 수업에서는 이미 학습한 내용으로부터 새로운 문제를 해결하도록 하므로 이는 수학 영역 내에서의 연결성이라고 할 수 있으며, 도입 문제나 문장제 문제를 제시하여 해결하도록 함으로써 생활과 수학의 연결을 기대하고 있다. 그러나 홍성민, 김상룡(2002)의 설문조사에 의하면, 학습자는 문장제 문제를 가장 어려워한다고 한다. 그 이유로는 문장제 문제에서 독해를 요구하기 때문으로 여겨진다. 사실 문장제 문제에서 생활 장면이 강조되어 학습한 내용과 학습자의 생활이 관련되어 있음을 알아야하나, 학생들은 문장제 문제를 글로 된 어려운 문제라고 생각하는 것이다. 문제 중심의 재구성이 이루어지더라도 문제가 다룰 수 있는 수학적 개념이 한두 가지로 제한되고 정선된 문제가 교사에 의해 제시되므로, 생활 장면과 수학의 연결이라는 측면에서는 충분한 해결 방안을 제시할 수 없다고 본다. 그러므로 수학 수업에서 타 교과와의 연결성, 생활과의 연결성을 강조하기 위해서는 수학적 상황 중심의 수업이 바람직할 것이다. 여러 가지 현상이나 다른 교과에 수학이 응용될 수 있음을 보여줌으로써 수

학의 유용성을 체험시킬 수 있음을 강조한 것과 맥락을 같이 한다. 따라서 수학수업에서 생활과의 연결성을 강조 하기위해서는 수학적으로 다듬어진 문제만이 아니라 학생들의 상상력을 작용할 수 있는 자연스러운 동기를 부여할 수 있는 문제들과 개인적인 경험이 의도적으로 사용될 수 있는 상황중심의 수업이 바람직하다(정영옥, 1999). 이에 본 연구는 학생들의 타 교과에서 이미 학습하여 친숙한 문제들을 수학적 상황으로 설정해 봄으로써 보다 효과적인 함수적 상황 중심 수업 방안을 탐구해 보고자 한다.

나. 수학적 상황 설정 과정

'학생들에게 의미 있는 수학적 상황을 어떻게 설정할 것인가?'는 수학을 지도하는 교사의 문제이다. 홍성민 외(2002)는 이러한 교사의 문제를 해결하는 하나의 과정으로서 5단계의 수학적 상황 설정 과정을 다음 그림과 같이 고안하고, 각 단계의 주된 내용을 질문 형식으로 다음과 같이 정리하여 제시하는 데 이를 참고로 타교과와의 연계성을 고려한 수학적 상황을 교수학적으로 구성하고자 한다.

첫째 단계는 학생 환경 조사 단계로 주로 학년 초에 이루어져야 할 활동으로 교사가 학생에 대한 수학 외적인 자료를 조사, 수집한다.

두 번째 단계는 수학적 지식 조사 단계이다. 학생들이 학습해야 할 수학적 지식(관념의 세계)에 관련된 자료를 수집하는 단계이다. 교육과정을 검토하여 학생들이 학습해야 할 수학적 지식을 분석한다. 또한 수학적 지식에 비추어 학생들의 수학적 능력에 대한 조사도 이루어져야 한다.

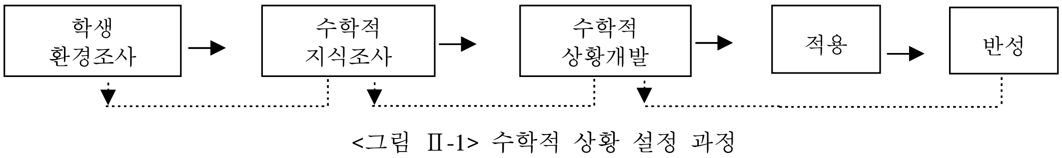
세 번째 단계는 수학적 상황 개발 단계로 학생 환경 조사와 수학적 지식 조사를 바탕으로 적절한 수학적 상황을 개발하는 단계이다. 학생들이 학습해야 할 수학적 개념과 관련이 깊은 생활 장면을 선정하되 학생의 흥미도 고려하도록 한다.

네 번째 단계는 적용 단계이다. 교사가 설정한 수학적 상황을 실제로 적용하여 수업하는 단계이다. 교사는 수업 중에 학생들의 활동을 객관적이며 체계적으로 관찰하고, 필요한 경우 학생들에게 도움을 줄 수 있어야 한다.

다섯 번째 단계는 반성 단계로 수업 후 교사가 설정한 수학적 상황에 대해 반성하는 단계이다. 수학적 상황 설정에 있어 미흡한 점이나 보충해야 할 점, 학생들의 활동을 관찰한 결과 등을 토대로 앞으로 더 나은 수학적 상황 개발을 위한 자료로 활용한다. 수업 후 반성에 대한 자료는 교사의 포트폴리오가 된다.

함수적 사고는 현상을 기술하고, 해석하고, 예측하기 위한 수학적 사고로서, 물리적, 사회적, 정신적 세계의 변수 사이의 종속성을 발견해서 관계를 조직하기 위한 도구로서 발전되어 왔다. 그러므로 함수적 사고를 위한 적절한 현상을 제공해야 할 필요가 있음에 수학적 상황 설정 방법 연구에서 의미 있는 시사점을 얻을 수 있다.

수학적 상황 설정 방법의 연구에서 수학적 상황 설정에 대한 구체적인 방안을 제시하고 있으나 적용 단계에서 어떠한 교수-학습 방법이나 실제 지도되어야 하는지를 구체적으로 제시하지 못하였다. 따라서 본 연구에서는 위 논



<그림 Ⅱ-1> 수학적 상황 설정 과정

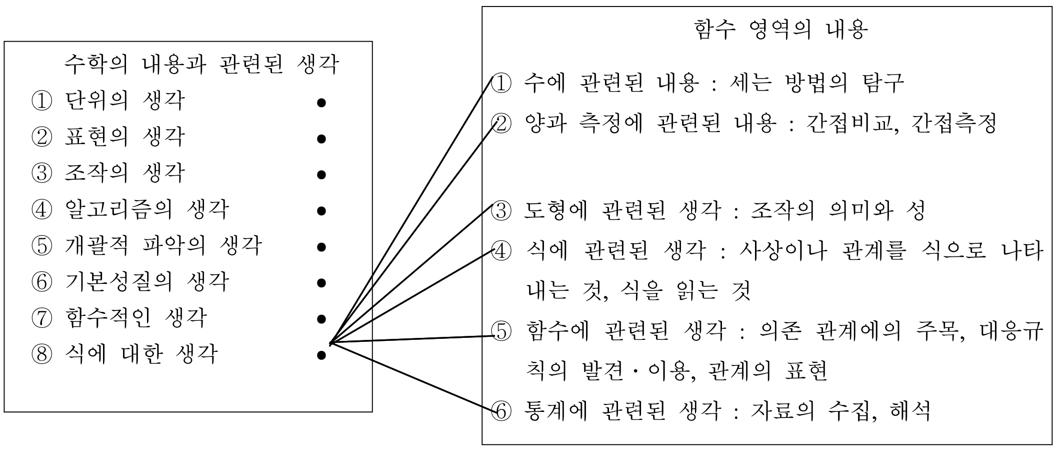
의를 바탕으로 적용 단계에서 교수-학습 단계를 구체적으로 구안하여 함수적사고 지도방안을 모색하고자 한다.

2. 함수적 사고

가. 함수적 사고의 의미[1]

함수적 사고에 대해 片桐重男(1992a)은「무엇을 정하면 무엇이 정해진다는 점에 주목하거나, 변수 사이의 대응규칙을 발견 또는 이용하려는 생각」이라고 하였으며, 또한 함수적 사고는 수학의 내용에 관련된 수학적인 생각이며, 이것은 수학과의 내용에 깔려 있는 생각으로서 수학의 적당한 장면에서 사용하게 되는 생각이다.[2] 따라서 이러한 내용들을 활용할 수 있도록 하기 위해서는 그 내용의 바닥에 깔려 있는 생각(idea)을 추출하여 지도하는 것이 필요하다. 그와 같은 내용은 수학의 지도 내용을 분석 고찰함으로써 추출할 수 있으며, 그 각각의 내용이 일반적으로 어떤 생각에 의지하는지를 검토하면 그 생각이 추출될 것으로 본다. 이러한 고찰을 통해 片桐重男(1992a)은 내용에 관련된 생각을 함수의 생각, 식의 생각, 통계의 생각, 집합의 생각, 측정의 생각, 단위의 생각, 자리 잡기의 생각, 기본법칙의 생각, 어림수·어림셈, 표현의 생각, 조작의 의미, 극한, Algorithm으로 분류하였다. 각 수학의 내용에서 함수적 생각에 의지하고 있는 장면을 고찰하였는데 정리하면 다음 <그림 Ⅱ-2>와 같다.

이상과 같이 수학의 지도 내용을 분석 고찰함으로써 함수적 사고를 추출해야하는 것은 제시된 수학적 상황이 함수적 사고를 내재하고 있지만 함수로서 의식화시키기 위한 교수학적인 문맥이 강조되지 않으면 학생들은 함수로서 경험되지는 못하므로, 함수적 사고를 습득하게 한다는 것은 불가능하기 때문이다.



<그림 Ⅱ-2> 함수 영역의 내용과 그와 관련된 생각(片桐重男, 1992a)

1) 片桐重男(1992a)의 관점을 바탕으로 요약 정리해 보았다. 이는 片桐重男의 견해를 기준으로 받아들이는 이유는 각국의 연구 성과를 집대성하여 나름대로 검토·분석·정리하고 있는 현재까지는 수학적인 태도와 생각의 구조를 가장 분명하게 그리고 체계적으로 설명해주고 있다고 보여주기 때문이다(박교식, 1996).

2) '함수적 사고'라고 하는 표현이 '함수' 그 자체와 전혀 관계가 없는 경우에도 사용될 수 있는 데, '구성중인 함수적 사고'로서, 아동의 사고 양식의 한가지를 일컫는 것으로 그것의 구조가 '함수'로 표현될 수 있다는 의미에서의 함수적 사고이다. 여기서는 함수적 사고는 '함수' 그 자체와 관계가 있다는 의미에서 함수적 사고'이고 '함수적 생각'은 앞서의 의미를 강조하고 있는 것이라 할 수 있다(박교식, 1993a)

나. 초등학교의 함수적 사고의 속성 및 파라다임[3](paradigm)

수학적 지식으로서의 함수는 초등학교에서는 함수에 관한 지식을 독립적으로 지도하지 않는다. 그렇지만 초등학교에서도 함수적 사고의 지도의 필요는 요구되고 중요하다. 박교식(1993a)은 초등학교에서의 함수지식을 '지식으로의 함수(Function as Knowledge : 이하 FK)'와 '지식으로의 함수에 관련된 함수적 사고(Function Thinking in term of function as Knowledge : 이하 FTK)'로 구별하고 FK는 함수에 대한 용어 및 정의에 따른 명시적 지식이며 FTK는 FK의 지도를 통해 경험되고 획득되는 함수적 사고라 하였다. 그러나 초등학교에서는 FK에 해당하는 것이 존재하지 않는다. 또한 FTK가 FK를 기반으로 한다면 초등학교 함수적 사고를 지도한다고 할 때, 그것은 FTK를 의미하는 것일 수는 없다. 그러므로, 초등학교에서의 함수적 사고는 다음과 같은 것이 되어야 한다고 진술한다.

> 그렇다면, 국민학교에서 지도될 수 있으며 또 지도되어야만 하는 함수적 사고란 무엇일까? 명백히 그러한 함수적 사고는 FTK에 앞서는 것으로 볼 수 있다. 즉, FTK는 그러한 함수적 사고에 FK를 덧씌운 보다 세련된 함수적 사고로 볼 수 있다. 이렇게 보면, FTK에서 FK에 기인하는 것을 제거시키면, 그러한 함수적 사고가 남는다고 할 수 있다. 이것은 다시 말해, 그러한 함수적 사고는 FK의 외적인 모습에 관련이 있는 것이 아니라 내적인 모습 또는 '속성'에 관련이 된다는 것을 의미한다.
> 이러한 함수적 사고 역시 FK의 속성을 가진 어떤 것의 지도를 통해 경험되고 습득되리라는 것은 분명하다. 여기에서 FK의 속성을 가진 어떤 것을 'FK의 속성을 가진 현상(Phenomenon which has attributes of FK : 이하 PFK)'이라고 부르기로 하자. 그리고 이러한 PFK의 지도를 통해 경험되고 획득되는 함수적 사고를 'FK의 속성을 가진 현상에 관련된 함수적 사고(Function Thinking in terms of FK : 이하 FTK)'라고 부르기로 하자.(중략)
> 이제 PFK는 '연관' 즉, '지정'과 '종속'이라는 속성을 가진 현상이 될 것이며, 따라서 이러한 PFK의 지도를 통해 경험되고 습득되는 함수적 사고는 당연히 그러한 '연관'을 알아내고, 표현하고 그리고 이용하는 활동으로 표출될 것이다. 다시 말해, 아동들이 연관을 알아내고, 표현하고 그리고 그것을 이용하는 활동을 했다면, 그러한 활동은 바로 함수적 사고의 결과인 것이다. 그리고 더 나아가 연관을 가정하고, 만들어 내고, 그리고 그것을 이용하는 활동을 했다면, 그러한 활동 역시 함수적 사고의 결과라고 볼 수 있다. 예컨대, 두 수량 사이의 '상관관계'를 알아보는 일련의 활동은 바로 이와 같은 연관을 가정하고 그리고 그것을 만들어 보는 활동이라고 할 수 있다. 따라서 '상관관계'를 지도한다면 역시 함수적 사고가 습득된다고 할 수 있다.

이상 논의에서「초등학교에서의 FK의 속성은 '연관(connection)'이어야 하는 바, 그것은 '…이 …에 따라서 변화한다'는 의미에서 한 수량의 다른 한 수량에의 종속을 강조하는 한편, 보다 본질적으로는 '…을 …에 지정한다'는 의미에서 한 수량의 다른 한 수량으로 '지정(assignment)'즉, 두 수량 사이의 의미 있는 연결을 강조하는 것이다. 그런데, 이러한 지정은 '방향성'과 '행위'를 중요시한다는 점에서 그러한 것이 결여된 '대응'과는 뚜렷이 구별된다. 그리하여 FK의 속성이 '연관'이라 함은, 그것이 '지정'과 '종속' 모두를 포함한다는 뜻」이다.

박교식(1993b)의 연구는 초등학교에서 지도되어야할 수학적 사고가 초등 수준에서 바람직하게 이루어지려면 초등 수학교육적 안목이 반드시 존중되고 발전되어야 하며, 이것은 각

3) 함수적 사고를 경험하도록 해주고 습득하도록 해주기 위해서 모범적이고 전형적인 예를 통한 지도가 필요하다. 그러한 예를 Freudenthal은 '파라다임(paradigm)'이라고 부르고 있다(박교식, 1993a).

내용 영역에 대한 신중한 관찰과 분석을 필요로 하다는 것을 시사한다(이경화, 2001). 즉, 실세계의 수학적 장면이나 상황, 수학적 아이디어를 제공해주는 문제로는 수학 내적인 문제뿐만 아니라 사회나 과학 및 언어 등 많은 영역에서 찾아볼 수 있다. 그러므로 교사들은 이를 수학적 상황으로 설정하여 지도시에 의식적으로 연결하여 강조해야 할 것이다.

III. 함수적 사고의 지도 방안

초등학교 함수적 사고 지도는 함수의 지식이 아닌 함수의 본질을 경험할 수 있는 다양하고 풍부한 현상을 맥락적으로 적절히 제공하여 학생 스스로 활동을 통해 발명해 내도록 안내해야 한다는 것을 전제로 한다. 즉, 함수적 사고의 지도란 함수적 속성을 갖는 현상을 제공하여 그 현상을 학생들이 함수적 관점에서 교사의 안내를 받아 스스로 해결하는 과정을 전제로 한다.

임정열 외(2002)의 학습 지도 단계는 신문기사를 수학과의 학습 자료로 재구성하는 모델로서 신문 기사를 학습자의 수준에 맞도록 선정하여 단원 특성에 맞추어 개념 추출형, 주제 중심형, 자료 제시형 NIE를 적용하여 수업과정 분석을 통해 문제점을 피드백하여 후속 학습 지도 계획에 반영하고자 하였다. 그들의 연구에서 NIE를 활용한 목적으로 타 교과와의 연결성 및 실생활과 관련한 문맥 문제에서 수학화를 풍부하게 경험시킬 수 있다는 데 있다고 밝히고 있다. 본 연구에서도 이미 경험하여 심상화된 타 교과의 내용을 통해 수학화 경험을 시키고자 하므로 수학과 NIE 학습 지도 단계를 참조할 수 있다고 본다.

이에 따라서 본 연구에서는 타 교과와 연결된 함수적 사고의 지도 방안으로 다음 <그림 Ⅲ-1>과 같이 임정열 외(2002)의 수학과 NIE 학습 지

<그림Ⅲ-1> 함수적 사고 학습 지도 단계.

도 단계를 참고로 하여 수정·보완하여 학습 지도 단계를 고안하였다.

1.함수적 상황 준비단계

가. 학생 환경 조사

학생에게 유의미한 함수적 상황을 설정하고자 할 때는, 학생 환경에 대한 조사가 있어야 한다. 이는 학생에게 적합한 함수적 상황이란 학생 환경을 관찰하고 적절한 동기를 부여할 수 있는 학생들의 현실 세계를 반영한 수준의 과제를 의미하기 때문이다. 이 단계에서 수집해야 할 학생 환경으로는 학생들의 생활환경, 학생의 발달 수준, 학생들의 흥미, 관심, 수학적 지식과 태도 등에 대한 학생 환경 조사가 있어야 하며, 교사의 관찰을 통해 연중 내내 지속적으로 수정 보완되어야 한다.

나. 학습 목표와 연결된 타 교과 내용 분석 및 추출

이 단계에서는 타 교과와 연결된 함수적 상황을 설정하기 위해서 수학 교육과정을 분석하고 학생들이 학습해야 할 수학 학습 목표와 연결될 타 교과 내용을 분석하고 추출한다. 학습 목표와 연결된 타 교과 내용 분석 및 추출을 위하여 교사는 다음과 같은 사항들을 고려해야 한다.

첫째, 함수적 사고가 무엇인지를 분명하게 알고 있어야 한다. 그래야만, 실제의 수업에서 학생들로 하여금 그와 같은 함수적 사고를 도모할 수 있는 수학 학습 목표와 연결된 타 교과의 내용을 추출할 수 있고, 함수적 사고를 강조할 수 있는 교수-학습 과정을 구안할 수 있다. 둘째, 함수적 사고의 수준을 고려해야 한다. 즉 함수적 상황은 학생들의 수준에 맞는 아주 친숙한 수준에서 시작되어야 하며, 또한 수준의 비약을 위해서는 학생들의 수준에 맞는 비형식적인 심상의 형성이 선행되어져야만 한다. 이를 위해 수학교과와 타 교과와의 연결성을 고려한 교육과정 분석을 통해서 학생들이 그러한 비형식적인 심상을 구성할 수 있는 현상들을 파악하고 재구성하여 제시해야 한다. 또한 이러한 함수적 사고의 수준은 적용 후 반성에 의해 그 수준을 조절해 나갈 수 있다.

다. 함수적 상황 구성 및 활용 방안 탐색

이 단계에서는 이전 단계에서 조사된 학생 환경 조사 자료인 개인의 특성과 관심, 흥미, 경험 등과 교육과정 분석에 따라 추출된 내용을 적절한 수준 즉, 학습자가 동화하거나 조절할 수 있는 수준의 과제인 함수적 상황으로 재구성한다. 이 때, 교사는 다음과 같은 사항을 고려해야 한다.

첫째, 학생에게 유의미한 함수적 상황을 설정하기 위해서 교육과정 분석을 통해 학습해야 할 학습 요소들을 각 학습자의 환경을 고려하여 재구성해야 한다. 또한, 함수적 상황의 준비, 적용, 반성의 순환 과정을 거치면서 끊임없는 관찰과 반성을 통해 함수적 상황을 수정하고 보완하는 것이 바람직하다. 둘째, 함수적 상황을 활용한 함수적 사고의 경험 및 습득을 위한 지도 방안으로는 효과적인 발문을 적절하게 활용할 것을 제안한다. 학생들이 교사의 발문에 대응하는 어떤 반응을 보인 경우에 그 반응이 함수적 사고의 발로에 기인한다고 해석하는 것은, 미리 설정된 가정에 따른 것이라 할 수 있다. 또한 좋은 발문의 적절한 시기와 적절한 내용은 학습 환경이나 학습 내용 등에 따라 달라진다. 특히 초등학교 학생은 인지 발달 수준이 낮고 탐구 경험이 적어 자율적으로 탐구하는 것이 어려우므로, 교사

가 적절한 발문을 통해 탐구를 안내하는 것이 중요하다. 셋째, 함수적 상황의 활용에 있어서 교사는 학습자와 동등한 위치에서 의사소통을 해야 한다. 교사와 학생, 학생 상호간의 활발한 의사소통이 일어나려면, 교사는 지식의 전달자나 해답을 완전히 알고 있는 해결자가 아니라 학생들과 동등한 입장에서 문제와 해결방법을 함께 찾아가는 동료가 되어야 한다. 또한 교사는 의도적인 오류를 범할 수도 있으며 학생들의 의사소통을 위해 충분히 기다려 줄 수 있는 여유를 가져야 한다. 넷째, 학생들의 의사소통 활동을 위한 수업 분석 및 평가 방안이 마련되어야 한다. 재발명에 의한 학습에서 학생들은 여러 아이디어를 비교하고 교환하며, 서로 다른 수학화의 수준에서 문제의 해결책에 관해 논의할 것이고, 때로는 인지적 갈등 상황을 경험하면서 더 나은 진보를 위한 최선의 방법을 협의하고, 자기 자신의 활동과 다른 사람들의 활동을 비교할 기회는 또한 자기 자신의 문제 해결방법을 반성할 기회도 제공해야 한다. 이러한 기회로 활용할 수 있는 방안들은 다음과 같다.

1)메타플랜(Meta-Plan)[4]의 활용 방안

수학 학습에서 함수적 사고뿐 아니라 수학적 사고의 신장을 위해서는 상호작용 수업을 통한 수학적 의사소통 능력의 신장을 위한 방안들을 고려해야 하며, 그 방안들은 교사에게는 교육적인 결정을 내리는데 필요한 정보를 제공하게 된다는 점에서 메타플랜(Metaplan)활용 방안을 제안한다. 메타플랜은 수학적 의사소통을 위해서 말하기, 쓰기, 의견을 함수적 상황 수업 단계의 자유 탐구와 안내된 탐구 단계에서 사용한다. 이때, 메타플랜 활동은 기본적으로 개별화하되, 다른 한편으로는 의견을 비교하고 수렴하는 단일화하는 활동에 보다 중점을 두어 교사는 수업과정을 적절히 고안해야 한다.

2) 수학일기[5]의 활용

쓰기 중심의 토론활동은 매우 유익하며, 타인의 의견을 존중하고, 가치를 인정하는 것, 수학의 영역을 광범위하게 넓힐 수 있다는 점, 각자의 의견의 융합과 수학화의 전형적인 예들을 실제로 경험할 수 있다는 것, 모방 속에 재창조를 할 수 있는 장점이 있다. 수학일기의 활용방안은 함수적 상황의 적용에서 적용 및 반성단계에서 주로 활용될 수 있으며, 학생들에게 수업 후에 수학일기를 쓰게 한 후, 본인이 작성한 수학일기를 발표하게 하여, 다른 사람의 수학적 내용과 가치에 대해 서로의 생각을 느끼도록 하는 기회를 제공한다.

3) 문제 설정과 문제해결

학습한 내용을 추상화하고 일반화하는 함수적 사고의 지도 단계의 적용 및 반성단계에서는 학생들이 실생활에 적용하는 과정이 필요한데 이를 위해서 학생들이 탐구한 수학적 원리를 적용하기 위해 스스로 문제를 설정하고 그 문제를 다시 해결하는 과정은 함수적 사고

4) 메타플랜의 교육방법에서는 시각화와 참가자 행동의 효율성을 강조하고 있는 데, 메타플랜은 “교육 대상자의 특징과 교육원리에 기초하여 교육여건에 따라 신축적으로 교육방법을 변형 적용할 수 있는 방법으로 OHP, 종이카드, 스티커 등 약간의 교구재와 시청각 매체를 활용하고, 참여자가 직접 현장에서 학습하고 토론·발표하는 과정과 역할게임 등의 의사소통 능력의 신장을 통해 이해하고 행동체험을 통해 학습하는 일종의 구안학습법(project method)”이라고 할 수 있다(송창석, 2001).

5) 수학 일기란 ‘생활 장면에서 자연스럽게 일어나는 일상 속에서 수학적 요소를 사용한 일, 수학 철학적인 면, 수학 교육적 측면, 수의 올바른 사용, 가치관 정립, 수학적 사고가 요구되는 장면 등을 소개하고 동기부여, 심리적인 갈등, 문제 해결, 의사 결정, 성숙되어지는 일련의 과정 및 자기 반성 등이 나타나게 기술된 일상적인 이야기’라고 정의한다(김상룡, 1999).

의 습득을 종합적으로 평가하는 의미가 있다. 특히, 초등학교 단계에서는 많은 현실 세계의 상황으로부터의 문제설정의 교수・학습이 가능하므로, 이를 수학 내용과 관련되는 타 교과의 상황을 부여하여 문제 설정의 교수・학습이 보다 적극적으로 이루어질 수 있다. 현실 상황으로부터의 문제설정의 교수・학습은 수학자가 실제로 문제를 만들어 내는 것과 같이 학생들에게 수학적 활동을 행하게 할 수 있다 (남승인, 류성림, 2002).

4) 교사의 발문 분석과 평가

타 교과와 연결된 함수적 상황을 통한 지도에 있어서 함수적 사고를 한다는 것은, 교사가 학생의 반응 - 교사의 발문에 대한 반응뿐 아니라, 교수・학습에서 학생들이 보여주는 모든 반응 - 을 해석하여 그것이 함수적 사고의 발로인지 아닌지를 판단하고, 확인하는 기술을 의미한다. 이러한 기술을 습득하기 위해 교사는 다음과 같은 준비가 필요하다. 첫째, 학생들의 반응에 대해, 학생들이 왜 그런 반응을 했는지 분석해 보아야 한다. 그래야만, 실제의 수업에서 학생들로 하여금 그와 같은 수학적인 태도와 생각의 형성・정착을 도모할 수 있는 발문을 할 수도 있고, 아울러 학생들의 반응을 자기 자신의 '사고 실험(思考實驗; thought experiment)'에 의한 풀이 과정에 비추어 해석할 수도 있기 때문이다(片桐重男, 1992b). 둘째, 학생들의 반응에 대한 분석은 수학 학습 단계 전 과정에서 이루어져야 한다. 이는 학생들의 문제 풀이 과정이 교사의 문제 풀이 과정과 항상 일치되는 것은 아니기 때문에 교사는 사고 실험 이외에 학생들의 반응을 분석해 보는 노력을 수업 중이나 수업 후에 할 것을 제안한다.

이상의 논의를 바탕으로 하여 학생들에게 수학적으로 의미 있는 상황, 학생의 생활 속에서 재해석할 수 있는 상황, 학생들이 관심을 보이는 교육적 상황으로 활동이 가능한 상황, 수학적 상황을 제시할 수 있는 적절한 방법은 무엇이고 어떤 교재나 교구를 활용할 수 있는가 등에 대한 면밀한 검토가 계속 이루어져야 할 것이다.

2. 함수적 상황의 적용 단계

이 단계에서 교사는 타 교과 내용의 연결성을 통한 수학적 상황을 수업 모형에 적용해 보고, 실제 수업에서 학생의 수행을 관찰하고 분석한다.

가. 함수적 상황의 적용을 위한 수업 모형

본 연구에서는 다음과 같은 사항을 고려하여 수업모형과 단계를 제안하고자 한다.

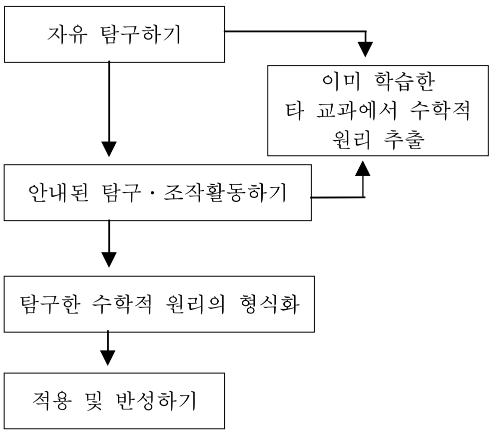
첫 번째 단계에서는 학습할 단원의 목표와 타 교과의 내용과 연결 지을 수 있는 학습자에게 적합한 과제를 제시할 때 학습자의 경험, 발달 상태, 관심, 흥미 등을 관찰하고 적절한 동기를 부여할 수 있는 수준의 과제를 제시하여 자유롭게 탐구할 수 있는 활동을 고려해야 한다. 특히 함수적 상황으로 구안 될 수학적 상황에 여러 조건이 뒤섞여 있어서 그 조건이 명확하게 되어 있지 않을 때에는 단순화 과정이 요구되는데 이러한 과정을 학생들이 자유롭게 탐구할 기회를 제공해야한다는 의미이다.

두 번째 단계에서는 자유로운 탐구를 통해서 알아낸 사실들을 개별화된 활동과 토의 등의 단일화된 활동을 통해 학습 주제를 이끌어 내고 학생들이 학습 주제와 관련한 탐구에 몰입할 수 있도록 교사는 사전에 계획된 발문을 통해 안내하여 탐구하는 활동이 요구된다.

세 번째 단계에서는 탐구를 통해 학습된 내용을 수학적으로 표현 및 형식화하도록 학습

결과를 통해 알게 된 사실을 자신의 수학적 언어로 표현해보는 경험을 하도록 하지만 적절하고 논리적인 언어로 표현하고 의사소통할 수 있도록 유도하는 활동이 요구된다. 학습 내용의 원리와 개념의 이해를 통해 학습 내용의 정리나 결과를 예상할 수 있는 단계이다. 이 단계에서는 메타플랜(Metaplan), 수학일기, 문제설정등의 활용이 매우 다양하게 이루어 질 수 있도록 준비단계에서 구안된 활용 방안이 구체적으로 적용되어진다.

네 번째 단계에서는 학습한 내용을 실생활에 다시 적용하여 일반화하도록 학습한 내용이 적용되는 다른 경우를 알아보고 이를 활용하는 단계로서 학생들 자신들이 활동을 통해 알게 된 사실을 문제설정 및 수학일기를 쓰는 활동을 통해 정리하는 적용 및 반성하는 활동이 요구된다. 이 단계는 새로운 현실에의 적용



<그림 Ⅲ-3> 타 교과와 연결된 상황 수업 모형.

을 통한 피드백의 단계이다. 처음의 현실 세계로 피드백하여 점검하는 단계로서 창조된 개념을 새로운 문제에 적용함으로써 개념을 강화하고 일반화할 수 있도록 한다.

본 연구에서는 이상의 논의를 바탕으로 타 교과와 연결된 상황 설정을 통한 함수적 사고를 지도하는 수업 단계를 <그림 Ⅲ-3>와 같이 제시하고자 한다.

나. 수행 관찰 및 분석 방법

이 단계에서 교사는 학생들의 활동을 적절하게 안내해야 하며, 그러한 안내는 발문을 통해 이루어짐을 전제로 하여 학생의 수행을 관찰하고 분석한다. 그러나, 문제해결은 광범위한 행동이 뒤섞인 대단히 복잡한 활동이므로 문제해결의 연구 방법이 지금까지와 같은 원자론적, 실험적인 과학적 방법으로는 오히려 그 참모습을 규명하지 못할 가능성이 있다. 이를 위해 수업을 전반적으로 관찰하고 분석하는 자연적 방법(Naturalistic Method)[6]을 제안해 보고자 한다.

3. 함수적 상황의 반성 단계

함수적 상황의 반성 단계는 교사가 자신이 설정한 함수적 상황에 대해 반성하는 단계이다. 수학적 상황 설정에 있어 미흡한 점이나 보충해야 할 점, 학생들의 활동을 관찰한 결과 등을 토대로 앞으로 더 나은 수학적 상황 개발을 위한 자료로 활용하여 피드백 되는 단계이다. 이

6) 자연적 방법은 첫째, 양적인 방법보다 질적인 방법에 의한다. 수집해야 할 데이터의 유형은, 수집하는 방법에 따르는 것이 아니고 무엇을 수집하는가에 따라 결정되는 것이기 때문에, 질적인 방법을 취한다는 것이 자연적 방법의 필수적인 방법이라고는 할 수 없다. 그러나 양적인 방법을 취하는 경우는, 확실한 측정 방법의 존재가 전제될 때이다. 둘째, 엄밀성보다는 타당성을 중시한다. 실험적 방법에 비해서, 엄밀성보다도 타당성을 중요시하는 접근 방법이다. 셋째, 이론 확립의 기초로서, 표면에 드러나지 않는 지식의 획득을 목표로 삼는다. 실험적 연구에서는, 직관, 예측, 이해 등의 용어로서 나타낼 수 없는, 표면에 드러나지 않는 지식을 피해 왔다. 그러나 문제해결에서는, 이러한 것이 대단한 영향을 미친다고 생각한다. 그런데 자연적 방법은 이의 수용을 그 목표로 삼는다. 넷째, 단순화, 이상화의 입장보다 확장적인 입장에 입각한다. 실험적 방법은 검증을 중시하지만, 자연적 방법은 발견을 중하게 여긴다(Lester, F.K., 1985).

단계에서 교사가 고려할 점은 첫째, 함수적 상황을 반성하는 함수적 상황 분석의 기준을 설정해야 한다. 이는 함수적 상황의 적절성, 함수적 상황을 제시한 방법의 적절성, 학생들에게 사고할 기회의 여부, 더 나은 수학적 상황의 탐구, 보충해야 할 점은 무엇인가 등이며, 이를 통해 다음 수업을 위해 피드백 되며, 보다 나은 함수적 상황으로 발전될 수 있기 때문이다. 이를 보다 구체적으로 제시하면 다음과 같다.

둘째, 학생들이 실제 활동한 메타플랜(Meta-Plan), 수학일기(Mathematical Journal), 문제 설정과 문제해결, 교사의 발문에 대한 학생들의 반응 분석 등 학생 자신의 활동을 위한 구성과 산물들도 함수적 상황을 반성하기 위한 평가 자료로 활용해야 한다. 이상과 같이 반성단계에서의 자료는 함수적 상황의 준비 단계에 다시 반영되는 순환적 단계를 갖는 함수적 사고의 지도방안이 된다. 지금까지의 논의를 간단히 도식화하면 <그림 Ⅲ-4>와 같다.

함수적 상황 준비 단계	· 타 교과 내용과 연결된 상황의 준비 :학생 환경, 학생의 수학적 지식을 고려 · 임상적 교수 실험이나 사고수업을 통해서 발문 준비
함수적 상황 적용 단계	· 수학화에 따른 수학 모형의 고려 · 수업의 단계 : 자유탐구하기 → 안내된 탐구 · 조작활동 → 형식화(명료화) → 적용 및 반성
함수적 상황 반성 단계	· 수학 모형에 따른 수업의 분석 기준 틀 마련 · 의사소통에 의한 평가 방안에 의한 분석 및 피드백

<그림 Ⅲ-4> 타 교과와 연결된 상황 설정을 통한 함수적 사고 지도 방안.

<표 Ⅲ-1> 함수적 상황의 분석 기준

분석내용		함수적 상황 분석 기준
학습면	함수적 사고면	* 타 교과와 연결된 함수적 상황이 함수적 사고를 경험하는 활동을 할 수 있도록 적절한가? ① 의존관계에 주목하는가? ② 연관을 표현할 수 있는가? ③ 연관을 이용하여 새로운 문제에 적용함으로써 현실에의 응용, 즉 일반화가 이루어지고 있는가?
	수학에 대한 태도면	* 수학적 활동의 유용성을 알고 있는가? * 수학적 활동의 즐거움이 나타나고 있는가?
	수학적 의사소통면	* 수학적 모델링 문제 제공을 통해 모둠별 의사소통이 활발하게 이루어지고 있는가? * 다른 문맥을 이용한 문제 만들기 활동을 통해 학생들 간의 의사소통이 일어나고 있는가?
지도면	수업모형의 적절성	* 교사의 의도를 담아 안내된 재발명의 과정으로 인도하고 있는가? * 학습목표에 도달하도록 한 단계씩 점진적으로 수학화가 일어나도록 학습활동을 유도하고 있는가? * 학생들의 창작활동을 통해 수준 상승을 할 수 있는 반성적 사고의 기회를 부여하고 있는가?
	함수적 상황의 적절성	* 주된 함수적 사고가 타 교과의 내용과 연결되어 학습이 이루어지고 있는가? * 보충해야 할 점은 무엇인가?

Ⅳ. 수업의 실제

1. 연구 대상

본 연구의 실제 수업에 참여한 학생들은 경기도 시흥시에 소재한 A초등학교 6학년 학생 중에서 본 연구자가 담임을 맡아보았던 학생들이고, 계발활동 부서(수학경시부)에서 지도하는 학생들이다. 이들의 선정 기준은 첫째, 소집단 구성원은 전체 학급 상황을 대표할 수 있도록 성적이 고루 분포된 이질 집단으로 선정하였다. 그리하여 본교에서 실시한 진단평가의 성적을 기준으로 상위 학생 2명, 중위 학생 1명, 하위 학생 1명을 선정하여 소집단을 구성하였다. 둘째, 이 연구의 성격상 방과 후 실험수업이 실시되어 연구에 협조할 수 있도록 과외 활동을 하지 않는 학생을 대상으로 선정하였다. 그러나, 지도 대상자 중 일부 학생의 경우 예습 등을 통해 지도 내용에 포함된 용어를 사전에 습득한 상태에서 수업이 이루어진 경우도 있다.

또한 학생의 조작과 협의 과정을 보다 잘 관찰하기 위해 5명의 학생을 소집단으로 구성하여 과학실에서 수업하였다. 학생의 수업 과정 및 상호작용은 비디오 카메라를 통하여 녹화한 뒤 이를 채록하여 분석하였다.

2. 타 교과와 수학 교육과정에서의 함수적 사고 분석

함수적 사고는 수학 전반에 걸쳐 밑바탕에 깔려 있는 사고로 본 연구를 통해 모두 다루기는 어렵다고 보여준다. 그러므로, 본 연구에서 사용하고 있는 실제 수업을 위한 함수적 상황에 관한 자료는 초등수학교육과정(교육인적자원부, 2007a, 2007b)에서 함수적 사고를 보다 강조하고 있는「규칙성과 함수」영역에 제한하여 6-가 단계의 '6. 비와 비율'·'7. 비례식' 단원과 6-나 단계의 '7. 연비' 단원을 중심으로 구성하고자 한다. 이는 비율과 비례의 개념이 일상생활 뿐 아니라 모든 교과에서 많이 활용되는 개념(이영숙, 1998)으로서 함수적 사고의 시작으로 지도되고 있다는 인식에 주목하여 위

<표 Ⅳ-1> 함수적 사고 분석 기준

함수적 사고 기준	세부 기준 및 활동 내용
의존관계에 주목하는가? (F1)	물리적, 사회적, 정신적, 또는 수학적 실재(實在)로서 측정 가능한 것들을 찾아내 두 수량이 서로 관련되어 있다는 것을 다음 활동들을 통해 파악할 수 있다. ① 두 수량을 변화시켜 봄으로서, 두 수량 중 자유롭게 변하는 수량(즉, 독립 변수)과 그렇지 못한 수량(즉 종속변수)을 구별할 수 있는가? ② '변화표'의 작성을 통한 활동을 하는가?
연관을 표현할 수 있는가? (F2)	함수적 사고의 결과가 바로 '함수' 관계를 찾아내는 활동이므로 다음과 같은 활동이 올 수 있다. ① 각 수량의 변화의 규칙을 발견할 수 있는가? ② 그 변화의 규칙 사이의 관계를 적당한 방법으로 기술할 수 있는가? ③ 함수 관계를 수학으로 또는 '□, △'나 'x, y'를 사용한 문자식으로 또는 '그래프'로 나타내는 활동을 하는가? ④ 적당한 식으로 나타내어지지 않은 경우는 '변화표'로 나타내는 활동을 하는가?
연관을 이용할 수 있는가? (F3)	적당한 방법으로 표현된 규칙 사이의 관계를 발견하고 그것을 이용할 수 있는가?

단원들을 설정하여 지도 방안을 구안하고자 한다.

가. 함수적 사고 분석 기준

연구자는 Ⅱ장에 언급한 <그림 Ⅱ-2>와 같은 분석기준을 사용하여 수학과교육과정(교육부, 1999)의 내용 분석을 통해 함수적 사고와 관련된 장면을 포착하여 준비하고 구성하였다. 함수적 사고의 분석 기준은 학생들이 함수적 사고 경험 유무를 판단하는데 도움을 주는 준거로서 세부적인 내용은 <표 Ⅳ-1>과 같다.

나. 수학과 내용에서 함수적 사고

앞에서 제시한 함수적 사고의 기준에 의해 수학 교과의 내용에서 관련된 함수적 사고를 분석하면 다음 <표 Ⅳ-2>와 같다.

다. 타 교과와 수학 내용과의 연결성 분석

앞에서 제시한 <표 Ⅳ-1>의 함수적 사고 기준에 의해 과학(3-6학년)과 사회(4학년) 교육과정을 함수적 맥락에서 수학 학습 목표와 관련된 함수적 사고를 분석하고 추출하여 함수적 사고와 함수적 상황으로 변환할 수 있는 내용

<표 Ⅳ-2> 수학적 내용에서 함수적 사고

교과	단계	단원명	교과서의 내용	관련된 함수적 사고		
				F1	F2	F3
수학	3-나	8. 문제 푸는 방법 찾기	① 규칙 찾아 문제 해결하기 - 여러 가지 예에서 일정한 규칙 찾기 - 찾은 규칙을 이용하여 문제해결하기	○	○	
	4-나	8. 문제 푸는 방법 찾기	① 규칙을 수로 나타내기 - 변화의 규칙을 수로 나타내기 - 규칙을 말로 표현하기	○	○	

<표 Ⅳ-3> 타교과와 수학 내용과의 연결성 분석

교과	단계	단원명	교과서의 내용	관련된 함수적 사고		
				F1	F2	F3
과학	3-가	4. 온도재기	① 간이 온도계를 찬물 따뜻한 물에 넣고 변화를 관찰하기 ② 여러 곳에서 잰 온도를 표와 그래프로 나타내기	○	○	
	4-가	1. 수평잡기	① 여러 가지 물체의 수평 만들기 ・실험을 통해 수평이 되었을 때 거리와 추의 수와의 관계에 관한 규칙을 발견하기 ・왼쪽(추의 수×거리) = 오른쪽(추의 수 ×거리) ② 수평의 원리를 이용하여 저울만들기	○	○	○
사회	4-가	1. 우리 시도의 모습	① 축척은 지구 표면의 두 지점 간의 거리를 짧게 줄여서 지도로 표시한 축소 비율이다. 지상 거리는 지도 축척을 사용하여 지도상에서 측정할 수 있다. ② 지도에서 실제 거리 환산하는 방법 - 1 : 25,000 지도에서 1㎝의 실제거리는 25,000㎝=250m - 교실의 가로, 세로의 길이를 재어서 100분의 1 축도를 그려 보게 한다. - 간단한 축도를 그려 볼 때에 줄이는 비율의 계산은 간단하게 계산기로 하도록 한다.	○	○	○

<표 Ⅳ-4> 타교과내용과 연결된 상황 설정 자료

학습 주제	올림이 없는 (세 자리 수)×(한 자리 수)의 계산, 올림이 있는 (세 자리 수)×(한 자리 수)의 계산
학습 목표	① 올림이 없는 (세 자리 수)×(한 자리 수)의 계산 원리를 알고, 형식화할 수 있다. ② 올림이 없는 (세자리 수)×(한자리 수)의 계산을 할 수 있다. ③ 올림이 있는 (세 자리 수)×(한 자리 수)의 계산 원리를 알고, 형식화할 수 있다. ④ 올림이 있는 (세자리 수)×(한자리 수)의 계산을 할 수 있다.
타 교과와 연결된 상황 설정	
함수적 상황의 개요	'나무 도막이 3개인 경우는 중심에서 한 칸 떨어진 위치에 놓여있다면, 나무 도막이 하나인 경우는 중심에서 몇 칸 떨어진 위치에 놓여야 수평이 되겠는가?' 양쪽에 놓인 물체의 무게와 거리와의 관계를 이야기하도록 한다.
수학적 개념	3학년 1학기 2단원 2. 곱셈에서 세 자리 수와 한 자리 수의 곱셈을 학습하지만 교환법칙에 대해 배우지 않았기 때문에 제시된 모든 문제들은 342×2, 234×2 등으로 한 자리 수가 뒤에만 나온다. 이러한 형식으로 학습된다면 3×234라는 문제 해결에 어려움을 겪을 수 있다. 이런 점을 수평잡기라는 장면으로 설정하여 '나무 도막이 3개인 경우는 중심에서 한 칸 떨어진 위치에 놓여있다면, 나무 도막이 하나인 경우는 중심에서 세 칸 떨어진 위치에 놓이게 된다. 따라서, 이 경우에 3×1=1×3 이라는 등식, 즉 곱셈의 교환법칙을 추상할 수 있다(문교부, 1970).
계획	학생들을 짝을 짓거나, 소그룹으로 묶어 해결하게 할 수 있다. 학생들에게 자기 모둠의 결론이나 전략들에 대해 Metaplan을 사용하여 발표를 하게 하고, 수학 일기, 문제 설정과 문제 해결로 제출하게 할 수도 있다.
함수적 상황에 대한 주석	비록 학생들이 규칙성을 찾았더라도 같은 규칙이 계속될 것이 확실하지 않다는 것을 학생들이 깨닫는 것이 중요하다. 또, 서로 다른 표현방법-표, 그래프, 성장 이야기-들을 이용할 때의 장·단점에 대하여 토론해 보는 것도 좋을 것이다.

을 '의존 관계에 주목하는가?(F1)', '연관을 표현할 수 있는가?(F2)', '연관을 이용할 수 있는가?(F3)'의 함수적 사고의 형태로 분류하여 나타내었고 예는 다음 <표 Ⅳ-3>과 같다.

<표 Ⅳ-3>의 내용을 분석해보면 초등학교에서는 비율과 비례 개념과 관련된 상황이 과학 교과와 사회 교과에 비교적 풍부함을 알 수 있다. 특히 사회 교과에서는 초등학교 3학년부터 정리수단으로서 비율 그래프가 많이 사용되고 있는데 비율 개념이 수학 6-가 단계에서 지도되고 있다는 사실을 감안한다면 지도에 세심한 배려가 요구된다.

라. 타 교과 내용과 연결된 상황 설정 자료

위에서 실시한 교육과정 분석을 토대로 타 교과와 연결된 상황들을 함수적 사고 지도에 맞게 재구성하여 자료들을 개발하였고 그 한 예는 다음 <표 Ⅳ-4>와 같다.

Ⅴ. 수업 결과 분석 및 시사점

1. 수업 결과 분석

교수-학습 과정안에 따른 5차시의 수업 결과를 Ⅲ장의 <표 Ⅲ-1>의 분석 기준에 따라

다음과 같이 분석하였다.

가. 학습면

1) 함수적 사고

함수적 사고에 대한 수업 결과 분석은 타 교과와 연결된 함수적 상황에서 학생들이 함수적 사고를 경험하는 활동을 하는가를 확인하는 기준으로 다음과 같이 설정하여 분석하고자 한다.

첫째, 물리적, 사회적, 정신적, 또는 수학적 실재로서 측정 가능한 것들을 찾아내 두 수량이 서로 관련되어 있다는 의존관계에 주목하는가?

둘째, 학생들이 '함수' 관계를 찾아 연관을 표현할 수 있는가?

셋째, 학생들이 적당한 방법으로 표현된 규칙 사이의 관계를 발견하고 연관을 이용할 수 있는가?

◆ 장면 1-1

교사 : 이번엔 그 중에서 한 대상을 시간이 변함에 따라 이동한 거리를 표로 만들어 보세요.

학생 1 : 개미는 어떻게 하지요?

교사 : 아. 표에서 시간이란 1시간을 의미하는 것이 아니고. 개미는 단위가 뭐죠?

학생 1 : 초속이요. 아 알겠어요.

교사 : 그러면 그 관계를 표로 나타내 보세요.

교사 : 학생4는 1시간에 30m달리는 물체를 선택했네요. 2시간이면 얼마나 이동하지요?

학생 4 : 60m요.

교사 : 왜 그렇게 생각했나요?

학생 4 : …

교사 : 학생4아 네가 걸어서 30m간다면 2시간이면 얼마나 가겠니?

학생 4 : 60m요.

교사 : 어떻게 그렇게 생각했나요?

학생 4 : (우물우물하며) 30m를 2시간 가니까 더 해서요.

교사 : 그러면 학생5는 1시간에 18㎞달리는 자전거를 선택했네. 다 잘했어요. 그런데 2시간에 36㎞간다고 했는데 어떻게 구했지요?

학생5 : (올바르게 표를 작성했음에도 불구하고)….

교사 : 학생5야 그러면 계산기로 계산했으니까 네가 계산한대로 한번 선생님이 볼 수 있게 해보겠니?

학생5 : (몇 번 시도를 하다가)…, 잊어버렸어요.

교사 : 학생5가 1시간에 18㎞를 걸어간다면 2시간에는 얼마만큼 걸어가겠니?

학생5 : 36㎞요.

교사 : 맞아요. 그러면, 다시 한 번 설명해보세요? 4시간가면 72㎞간다고 했는데 어떻게 구했나요?

학생5 : 생각해보고요. (4 곱하기를 누르고)… 기억이 안나요.

교사 : 누가 가르쳐 주었나요?

모두 : 아니요. 모두 다른 것을 선택했어요.

교사 : 그러면 다같이 해봐요. 우리가 1시간에 18㎞가면 2시간에는 얼마 갈까요?

모두 : 36㎞요.

교사 : 어떻게 구했지요?

모두 : 18곱하기 2.

교사 : 왜 곱하기를 했나요?

모두 : 1시간에 18이니까 2시간이므로 곱해서 36이요.

<장면 1-1>에서와 같이 성취도와 상관없이 모든 학생들이 내용적으로 친숙한 '속력의 빠르기'라는 상황에서 시간의 변화에 따른 이동한 거리의 관계를 올바르게 변화표를 작성하였다. 그런데, 성취도가 가장 낮은 학생5는 변화표를 올바르게 작성하고도 자신이 계산한 방식을 설명하지 못하였다. 본 연구자가 학생5를 5학년에서 지도할 때도 자신의 해결 방법을 올바르게 설명하지 못하는 경우가 있었다. 이를 볼 때, 본 연구자가 1시간에 얼마이니, 2시간에는 2배한 알고리즘을 스스로 터득하여 2시간일 때는 2배를 하고 3시간일 때는 3시간을 한 경우로 보여 진다. 이러한 분석은 1시간

걸어갈 때, 2시간가면 얼마를 가겠냐는 질문에 올바른 답을 한 것으로 판단되어진다. 또한 비례관계를 곱셈이 아닌 덧셈으로 해결하였음이 발견되었다. 변화표를 작성했다고 해서 제2수준의 함수적 사고를 한다고 볼 수 없으므로 발문을 통해 학생들의 함수적 사고를 확인하는 단계가 필요함을 확인할 수 있었다. 따라서, 교사는 이를 확인하고 다음 수준의 함수적 사고를 경험하도록 해야한다.

2) 수학에 대한 태도

수학에 대한 태도에 대한 수업 결과의 분석에서는 주어진 타 교과를 활용한 함수적 상황에 학생들이 적극적으로 수학 활동에 참여하려는 태도가 나타나는가를 기준으로 하여 분석한다.

◆ 장면 2-1

교사 : 여러분에게 과학 교과서의 교재를 나누어주겠어요. 자 그림을 보세요. 그림을 보면서 어떤 내용이 있는지 자유롭게 말해 보세요.
학생2 : 행성들의 모습이요.
교사 : 또 다른 것은?
학생1 : 금성이 지구와 크기가 제일 비슷해요.
학생3 : 명왕성이 제일 작아요.
학생1 : 목성이 제일 커요.
학생2 : 토성은 띠를 두르고 있어요. 아름다워요.
교사 : 크다 작다라는 것은 크기에 관심을 갖고서 생각하는 것이죠 또 다른 것은? 그런 식으로 크기에 주목했을 때 가장 큰 행성이 무엇이죠?
모두 : 목성이요.
교사 : 가장 작은 행성은?
모두 : 명왕성이요.

〈장면 2-1〉에서와 같이 학생들에게 5학년에서 이미 배운 과학 교재가 주어지자, 학생들은 낯익은 내용이라 교사의 별다른 안내 없이도 교재의 내용에 대해 적극적으로 대답하려 하며 참여하고자 하였다.

3) 수학적 의사소통

수학적 의사소통에 대한 수업 결과의 분석을 위해 타 교과와 연결된 함수적 상황의 문제 제공을 통해 개별적 활동을 통해 의견을 비교하고 단일화하는 과정에서 모둠별 의사소통이 활발하게 이루어지고 있는가를 기준으로 하여 분석하고자 한다.

◆ 장면 3-1

교사 : 만든 표를 보고 관찰하여 봅시다. 익히기 문제처럼 가로로도 보고 세로로도 보아서 규칙성을 찾아보고 시간과 거리의 관계를 찾아서 말로 표현해보고 간단한 식으로 표현해보세요. 관찰 한 것을 메타플랜 종이에 한 번 적어보세요. 적은 후에 자신의 것과 다른 사람의 것을 비교해 보세요. 그런 후 같은 의견은 같은 의견대로, 다른 의견은 따로 따로 붙여보세요.
학생 : (메타플랜 종이에 기록한다.)
교사 : 1시간에 20㎞가면 2시간에는 몇 ㎞갈까요?
학생1 : 40㎞
교사 : 이 속도로 달리면, 학생5는 3시간에는 몇 ㎞갈까요?
학생5 : 60㎞.
교사 : 잘했어요. 이번에는 (표를 그리면서)1시간에 18㎞를 달린다면 3시간에는 몇 ㎞를 이동할까요? 학생4이가 계산해보세요. 계산기로 해도 좋아요. 학생2야 계산기.
학생4 : … 72㎞요.
교사 : 학생4아 시간이 몇 배 변했니?
학생4 : 3배요.
교사 : 그러면 거리도 3배가 되어야하는데 왜 72가 나오지?
학생1 : 선생님 제가 보니까 아마 4, 아니 2곱하고 또 2곱했을거에요.
교사 : 여기서 바로 2곱했구나.

<장면 3-1>에서와 같이 메타플랜을 활용하여 개별화 활동을 한 후 의견을 단일화하는 의사소통 활동을 실시한 결과 성취도가 학생들이 현상을 올바르게 표현하지 못한 본인의 사고를 설명할 수 없었는데도 다른 학생들이 그 틀린 이유를 수학적으로 설명할 수 있었다. 이를 통해 수학적 의사소통 능력이 부족한 학생들을 보다 성취도가 높은 학생과 의사소통할 수 있는 기회를 마련한다면 보다 효과적인 지도가 이루어질 수 있음을 알 수 있다.

나. 지도면

1) 함수적 상황의 적절성

함수적 상황의 적절성에서는 타 교과와 연결된 함수적 상황이 주된 함수적 사고가 타 교과의 내용과 연결되어 종합 학습이 이루어지고 있으며, 보충해야 할 일이 무엇인가를 기준으로 수업 결과를 분석하고자 한다.

◆ 장면 4-1

교사 : 다 맞아요. 잘 기억하고 있네요. 그 중에서 알코올 램프로 물의 온도를 높여 붕산을 녹이는 실험을 생각해 보기로 해요. 붕산이 온도에 따라 녹는 양의 차이를 생각하세요. 예를 들어 물의 온도가 10도에 10그램 녹고 10도 올라갈 때마다 10그램 녹는다면 물의 온도가 20도일 때는 어떻게 될까요?

학생3 : 20그램이요.

교사 : 30도일 때는?

모두 : 30그램이요.

교사 : 이처럼 물의 온도가 높아지니까 무엇이 변하나요?

학생1 : 붕산의 녹는 양이요.

학생4 : 붕산이 녹아요.

교사 : 녹아요? 물의 온도가 10도 올라 갈 때마다 10그램씩 녹는다면 30도일 때는?

학생4 : 30그램이요.

교사 : 학생5는?

학생5 : …

교사 : 그러면 여러분이 온도가 10씩 올라갈 때마다 무엇이 변하지요?

모두 : 붕산의 녹는 양이요.

교사 : 실험을 한 물의 온도에 따라 변하는 양이 무엇이었지요?

학생1 : 붕산이요.

〈장면 4-1〉에서와 같이 이미 습득한 과학적 심상을 통해 무엇에 따라 무엇이 변하고 있는지를 알고 표현하지만 학업 성취도가 낮은 학생에게서는 이러한 변화 현상을 어려워하였다. 그러므로, 함수적 상황에 대한 학생들의 수준을 고려하여 보다 세심하게 제시되어야 할 것이다.

2) 수업 모형의 적절성

함수적 상황을 제시한 방법인 수업 모형의 적절성에서는 수업 모형의 단계가 학생들에게 함수적 사고를 위해 적절한지를 살피기 위한 것으로 다음과 같이 기준을 설정하여 분석하고자 한다.

첫째, 교사의 의도를 담아 안내된 재발명의 과정으로 인도하고 있는가?

둘째, 학습 목표에 도달하도록 한 단계씩 점진적으로 수학화가 일어나도록 학습활동을 유도할 수 있는가?

셋째, 학생들의 활동을 통해 수준 상승을 할 수 있는 반성적 사고의 기회를 부여하고 있는가?

◆ 자유탐구하기 (장면 5-1)

교사 : 여러분에게 과학 교과서의 교재를 나누어주겠어요. 자 그림을 보세요. 그림을 보면서 어떤 내용이 있는지 자유롭게 말해 보세요.

학생2 : 행성들의 모습이요.

교사 : 또 다른 것은?

학생1 : 금성이 지구와 크기가 제일 비슷해요.

학생3 : 명왕성이 제일 작아요.

학생1 : 목성이 제일 커요.

학생2 : 토성은 띠를 두르고 있어요. 아름다워요.
교사 : 크다 작다라는 것은 크기에 관심을 갖고서 생각하는 것이죠 또 다른 것은? 그런식으로 크기에 주목했을 때 가장 큰 행성이 무엇이죠?
모두 : 목성이요.
교사 : 가장 작은 행성은?
모두 : 명왕성이요.

〈장면 5-1〉에서와 같이 자유 탐구하기 단계에서 학생들에게 5학년에서 이미 배운 과학 교재가 주어지자, 학생들은 낯익은 친숙한 수준의 내용이라 교사의 별다른 안내 없이도 교재의 내용에 대해 적극적으로 자유롭게 탐구하는데 참여하고자 하였다.

◆ 안내된 탐구・조작하기 (장면 5-2)
교사 : 자 이번에는 앞에 놓여져 있는 공을 보세요. 더 작은 것이 필요하다면 지점토나 고무찰흙을 사용해서 만들어보세요.
모두 : (논의한다)
교사 : (가장 큰 공을 가리키며) 이 공이 가장 크죠? 5학년 때 해 봤듯이 가장 큰 공이 어떤 행성에 해당되죠?
모두 : 목성요.
교사 : (가장 작은 공을 가리키며)가장 작은 공은?
학생4 : 천왕성요,
학생1 : 아니야 명왕성요.
모두 : (서로 머뭇거린다.)
교사 : 왜 머뭇거리죠.
모두 : 막상 만들려고 보니 뭔가 자료가 부족해요. 서로의 크기가 서로 얼마나 큰지 얼마나 작은지 모르겠어요.
교사 : 그렇다면 무엇이 필요할까요
모두 : 아 기준이요.
교사 : 왜 그렇게 생각했지요?
학생1 : 기준을 정해야 그것의 얼마만큼 크거나 작은지를 비교해서 알 수 있을 것 같아요.

〈장면 5-2〉에서와 같이 안내된 탐구 및 조작 활동을 통해 비록 학생들 자신이 이미 알고 있는 것이라 해도 표현하고자 할 때, 부족한 자료가 무엇인지를 스스로 인식하게 된다. 교사는 부족한 자료가 무엇인지 안내하고 계속적인 탐구가 일어나도록 유도한다.

◆ 탐구한 수학적 원리의 형식화 (장면 5-3)
교사 : 전에는 어떻게 배웠지요?
학생1 : 그 때는 그냥 1보다 작으면 지구보다 작은 행성, 1보다 크면 지구보다 큰 행성으로만 암기했는데 지금은 왜 그렇게 나오게 되는지 알게되었어요.
교사 : 그러면 각 크기를 색종이와 색도화지를 오려서 신문 전지에 오려 붙여 보세요.
학생1 : 우리 각각 나눠서 오려보자. 내가 목성, 화성을 그릴게. 난 수성을 그릴거야. 그러면 너는 뭘 그릴꺼야
학생2 : 야 네가 지구를 그렇게 크게 멋대로 그리면 목성이 너무 커져 못 그리잖아! 아까 나온 수대로 지구의 반지름을 1로 잡아서 그려야지.
학생3 : 아 맞아! 목성이 지구의 11배인데 이 전지 하나에 다 그려도 못 그리겠구나. 미안해.
모두 : 하하하...

〈장면 5-3〉에서와 같이 행성들의 크기를 비교하는 방법을 구체적으로 표현하는 활동을 통해 학생들이 나타내고자 하는 탐구된 원리를 적용하고자 할 때 자신들이 알고 있는 지식을 보다 명료하게 할 수 있었다. 또한 이러한 명료화로 실생활에서의 표현을 연결하여 일반화하여 나타낼 수 있었다.

◆ 적용 및 반성하기 (장면 5-4)
교사 : 이처럼 비와 비율은 우리 주변에서 많이 사용되고 있습니다. 자. 이제 여러분은 오늘 배운 것과 지금까지 배운 점을 수학일기로 써 보고 발표해 보겠

어요. 다 못쓴 친구들은 집에 가서 써 봅시다. 그리고 그 내용을 메타플랜에 붙여서 전에 배우기 전에 쓴 내용과 비교해 보기로 합시다. 수고했어요.

〈장면 5-4〉에서와 같이 적용 및 반성하기 단계를 통해 학생 자신들이 활동한 장면을 글쓰기나 문제 설정 활동을 통해 반성하게 할 때, 학생들이 다시 한 번 활동에 대해 의심나는 점이나 알고 있는 것이지만 다시 한 번 교사에게 질문을 통해 자신의 사고를 반성하고 확인하려는 활동을 하였다. 이러한 적용 및 반성의 단계는 수업 후에 실시하며, 시간이 부족할 때는 과제로 제시하여 해결할 수 있다.

2. 수업 결과 분석의 시사점

본 연구에서는 함수적 사고의 지도 방안을 함수적 사고의 학습 지도 단계에 따라 함수적 사고의 지도를 위해 상황 개발을 위한 함수적 상황의 준비 단계, 개발된 상황을 적용하는 단계, 함수적 상황의 반성 단계로 나누어서 그 지도 방안을 제시하고 구안하였으며, 이에 따른 수업 결과를 앞 절에서 분석하였다. 이러한 분석 결과에 따라 제시된 지도 방안의 적합성을 검증하였으며, 보다 발전된 지도 방안의 연구를 위한 고려해야 할 사항들을 시사점으로 제시하고자 한다.

가. 함수적 상황의 준비 단계

본 연구 분석 결과 수학적 상황 준비 단계에서 모든 교육과정에서 다루어져 학생들이 이미 경험한 장면을 수학적 상황으로 구성하여 적용하고자 할 때 다음과 같은 준비를 고려할 필요가 있다.

첫째, 함수적 사고의 수준을 고려해 학생들의 수준에 맞는 아주 친숙한 수준에서 시작되어야 하며, 수준의 비약을 위해 학생들의 수준에 맞는 비형식적인 심상의 구성이 선행되어야 한다. 이를 위해 교사는 수업 전에 학생들이 그러한 심상을 구성할 수 있도록 현상들을 미리 제시하고, 반성에 의해 이끌어 나갈 수 있도록 해야 한다. 즉, 타 교과의 내용을 수학적 상황으로 교수학적 변환을 위해 제시할 수 있는 적절한 방법은 무엇이고 어떤 교재나 교구를 활용할 수 있는가 등에 대한 면밀한 검토가 이루어져야 할 것이다.

둘째, 교사의 역할면에서 초등학교 학생은 인지 발달 수준이 낮고 탐구 경험이 적어 자율적으로 탐구하는 것이 어려우므로, 교사가 적절한 발문을 통해 탐구를 안내하기 위한 준비가 필요함을 알 수 있었다. 이를 위해 발문을 하기 위한 방법을 임상적 교수 실험이나 사고수업을 통해서 준비하고, 수업 시간 중에는 충분한 관찰을 통해서 적절한 시기에 적절한 내용으로 발문해야 하고 학생의 질문이나 반응을 충분히 살펴 격려해야 한다. 특히, 타 교과의 내용을 사용하므로 <장면 1-1>에서처럼 성취도가 낮은 학생들에게서는 타 교과에 관한 상황을 이해하지 못하여 수업을 하는데 어려움이 발생하는 경우도 있었으므로, 자유 탐구 단계에서 충분하게 학생들이 타 교과 내용에 관한 이해를 위한 시간이 마련되어야 할 것이다. 또한 교사는 의도적인 오류를 범할 수도 있으며 학생들의 의사소통을 위해 충분히 기다려줄 수 있는 여유를 가져야 함을 본 지도 방안의 구안 후 수업 결과 분석에서 교사와 학생, 학생 상호간의 의사소통이 일어나는 장면에서 확인 할 수 있었다.

나. 함수적 상황 적용 단계

타 교과와의 연결성을 위해서는 수학적 사고와 모델링을 적용하여야 할 수학적 모형이

요구되는데, 이는 수학적 상황으로 구안 될 타 교과의 현실 장면은 여러 조건이 뒤섞여 있어서 그 조건이 명확하게 수학과 목표와 일치되어 있지 않기 때문에 보다 단순하고 구체적인 수업의 모형과 단계가 요구된다.

이를 위해 본 연구에서는 타 교과와 연결된 상황 설정을 통한 함수적 사고를 지도하기 위한 수업 모형을 앞에서 <그림 Ⅲ-3>과 같이 제시하였으며, 이를 적용하기 위해서는 각 단계에서 다음과 같은 점들을 고려할 필요가 있다.

1) 자유 탐구하기

이 단계에서 교사는 교육과정을 통해 분석한 관련된 타 교과 내용에서 선정된 상황을 제시하고, 학생들이 선행 학습 내용을 스스로 확인할 수 있도록 자유로운 탐구와 의사소통이 이루어진다. 이때, 교사는 학생으로 하여금 자신이 접한 상황에 대해 수학적으로 탐구하려는 태도를 형성할 수 있도록 관찰의 방향을 제한할 수 있다. 학생들은 친숙한 타 교과 내용으로 제공되는 상황이므로 알아낼 수 있는 모든 정보를 수집하여 학습지 등에 기록하고 소집단 내 토의를 통해 알아낸 사실을 공유하거나 사실 간의 관계 및 특징을 교사의 안내 없이도 자유롭게 탐구할 수 있다.

2) 안내된 탐구・조작 활동하기

이 단계에서 교사는 학생들이 자유 탐구를 통해서 알아낸 사실들을 토의를 통해 학습 주제를 이끌어 내고 학생들이 학습 주제와 관련한 탐구에 몰입할 수 있도록 교사는 사전에 계획된 발문을 통해 안내한다. 수학적 사고의 경험과 습득은 '수학적 지식의 지도'를 통해서 이루어진다는 것을 전제로 적절한 문제를 제시한 후 그 문제를 학생들이 교사의 적절한 안내를 받아 스스로 해결해 가도록 하는 것이 유일한 한 방법이라는 것을 가정하였다. 또한 함수적 사고의 경험과 습득을 위한 수업이라 할지라도 문제 해결의 과정에서 경험되고 습득될 수 있는 수학적 사고는 함수적 사고 이외에도 여러 가지가 있을 수 있으므로 교사는 먼저 수학의 지도 내용을 분석 고찰함으로써 수학의 적절한 장면에서 사용하게 되는 함수적 사고를 추출하여, 이를 경험하고 습득할 수 있도록 안내된 탐구 및 조작 활동을 준비하여 지도할 필요가 있다.

3) 탐구한 수학적 원리의 형식화

학습한 내용을 수학적으로 표현 및 형식화하는 단계이다. 학습 결과를 통해 알게된 사실을 자신의 수학적 언어로 표현해보는 경험을 하도록 하지만 적절하고 논리적인 언어로 표현하고 의사소통할 수 있도록 유도한다. 이 단계에서는 앞 단계에서 활동한 경험적 내용들을 통해 느낀 점을 언어로 표현하고, 메타플랜을 이용하여 서로의 의견을 충분하게 의사소통하게 한 후 탐구한 내용을 형식화하도록 유도해야 할 것이다. 비록 자신의 언어로 표현하지 못했거나 표현했더라도 수학 교과서에서 제시된 약속된 표현을 통해 자신의 표현과 비교하는 기회를 제공할 필요가 있었다. 이를 통해 수학적 원리를 형식화하는 단계보다는 교사의 안내에 의한 수학적 원리를 명료화하는 활동이 이 단계에서 이루어져야 할 필요가 요구된다.

4) 적용 및 반성하기

학습한 내용을 실생활에 다시 적용하여 일반화하는 단계이다. 학습한 내용이 적용되는 다른 경우를 알아보고 이를 활용하는 단계로서 학생들 자신들이 활동을 통해 알게된 사실을 문제설정 및 수학일기를 쓰는 활동을 통해

정리하는 단계이다. 이 단계에서 학생들은 자신이 배운 활동에 대해 느끼고 알게 된 점을 자신 있게 정리하는 모습을 관찰할 수 있었다. 이러한 관찰은 교내 백일장과 같은 시간에 무엇을 쓸 것인가 궁리하다가 시간을 보내는 장면과 비교할 때 타 교과의 친숙한 내용을 통한 수업에 학생들은 수학 활동을 즐기면서 배울 수 있음을 확인할 수 있었다.

다. 함수적 상황의 반성 단계

함수적 상황의 반성 단계에서는 다음과 같은 점을 고려해야 한다.

첫째, 함수적 상황의 반성 기준은 수학적 상황의 적절성, 수학적 상황을 제시한 방법의 적절성, 학생들에게 사고할 기회의 여부, 더 나은 수학적 상황의 탐구, 보충해야 할 점은 무엇인가 등과 같이 보다 구체적인 수업 분석의 기준 틀을 마련할 필요가 있다.

둘째, 원활한 수업 분석 위해 학생들의 의사소통 능력의 신장을 위한 수업 방안들이 고려되어야 한다. 예컨대, 메타플랜, 수학 일기, 문제 설정 등의 다양한 방법이 사용될 수 있다.

Ⅵ. 결론 및 제언

본 연구는 다른 교과에서 학습되어져 학생들에게 문제로서 제공되는 사회적·과학적 현상들은 학생 스스로 문제 해결에 대한 도전적인 수학적 성향을 갖도록 하는 내용 친숙성을 가진 새로운 실제의 세계로서, 이를 수학적 상황으로 구성한다면 효과적인 함수적 지도가 이루어질 수 있을 것으로 보고, 그 지도 방안을 모색하였다. 이를 위해, 이론적 기초를 마련하기 위해 Ⅱ장에서는 현실적 수학교육 이론, 수학적 상황, 함수적 사고 분석, 연결성에 대해 고찰하여 시사점을 찾아보았다. Ⅲ장에서는 초등학교에서의 함수적 사고 지도를 위한 지도 방안을 함수적 상황의 준비 단계, 함수적 상황의 적용 단계, 함수적 상황의 반성 단계에서 고려해야 할 사항을 실천적으로 제시하였다. 이러한 방안에 따라 Ⅳ장에서는 함수적 사고의 관점에서 수학과 교육과정과 타 교과 교육과정 분석을 통해 함수적 상황을 개발하고 수업 지도안을 작성하여 적용하고 분석하였다. 이러한 분석 결과에 기초한 결론을 요약 정리하면 다음과 같다.

첫째, 타 교과와 연결된 함수적 상황의 설정은 교사의 적절한 발문을 통해 학생 스스로 물리적, 사회적, 정신적, 또는 수학적 실재로서 측정 가능한 것들을 찾아내 두 수량이 서로 관련되어 있다는 의존 관계에 주목하고, 그 연관을 발견하고 표현하며, 이용하는 함수적 사고를 재발명하여 경험하고 습득하게 할 수 있다. 둘째, 학생들은 이미 학습하여 친숙한 타 교과의 내용을 활용한 함수적 상황에 적극적으로 참여하려는 태도를 보여 수학에 대한 태도의 변화가 긍정적으로 변화시킬 수 있다. 셋째, 타 교과와 연결된 함수적 상황을 메타플랜, 수학일기, 문제설정 등의 활용 방안을 통해 먼저 개별적 활동을 통해 개인의 의견을 제시하고, 또한 보다 나은 의견으로 단일화하는 과정에서 서로의 의견을 비교함으로써 효과적인 수학적 의사 소통 방안이 될 수 있다. 넷째, 타 교과와 연결된 함수적 상황은 수학 내용과 관련된 추상적인 개념들을 지도하기 위해 타 교과의 실험이나 활동 등의 구체적 조작 활동들을 적절하게 이용할 수 있음으로 인해 학생들의 이해를 도울 수 있어 함수적 사고 지도에 효과적이다. 다섯째, 본 연구에서 제시한 함수적 사고 지도를 위한 수업 모형은 교사의 의도를 담아 학생들이 안내된 재발명

을 하고, 점진적인 수학화가 일어나도록 학습 활동을 유도할 수 있었으며, 수준 상승을 할 수 있는 반성적 사고의 기회를 부여할 수 있는 수업 단계를 가지고 있어 함수적 사고 지도에 효과적이다.

끝으로, 본 연구와 관련하여 다음과 같은 사항을 제언하고자 한다. 첫째, 본 연구는 함수적 사고 지도 방안으로서 함수적 사고이외의 다른 수학적 사고 활동은 관찰하지 못하였다. 따라서, 다른 유형의 수학적 사고를 위한 타 교과 내용의 활용 가능성에 대해 연구가 필요하다. 둘째, 본 연구에서는 '규칙성과 함수' 영역에 한정하여 연구하였으므로, 후속 연구에서는 수학 교육과정 전반에 내재된 함수적 사고에 대한 고찰이 요망된다.

참고문헌

교육인적자원부(2007a). **수학 교사용 지도서 6-가**. 서울: (주)두산동아.

교육인적자원부(2007b). **수학 교사용 지도서 6-나**. 서울: (주)두산동아.

김상용(1999). 수학일기에 관한 연구. **대구교육대학교논문집**, 22, 27-42.

김시년(2000). **수학적 연결성 강화 프로그램 개발 연구**. 석사학위논문. 한국교원대학교.

김용성(2000). **문제상황을 기초로 한 수학화 경험이 수학적 신념과 문제해결력에 미치는 효과**. 석사학위논문. 한국교원대학교.

나귀수(2002). **초등학교 수학과 교수・학습 방법과 자료개발 연구**. 한국교육과정평가원 연구보고 RRC 2002-16.

남승인・류성림(2002). **문제 해결 학습의 원리와 방법**. 서울: 형설출판사.

남형채(2000). 맥락적 구성에 의한 수학 교수-학습 방법. **대구교육대학교논문집**, 35, 175-192.

류성림(2000). 초등수학에서 규칙성의 지도 방법에 대한 고찰. **대구교육대학교 과학교육연구소 학술심포지엄**, 12, 79-107.

문교부(1970), **SMSG수학**. 서울: 문교부.

박교식(1993a). 국민학교에서의 함수적 사고와 그의 지도에 관한 연구. **인천교육대학교논문집**, 27(1), 279-295.

______(1993b). 교수현상학적 수학교육관 연구. **인천교육대학교논문집**, 27(2), 279-295.

송창석(2001). **새로운 민주시민교육**. 서울: 백산서당.

이경화(2001). 초등수학교육과 중등수학교육의 비교. **수학교육학연구, 11**(2), 321-340.

이영숙(1998). **비례 문제 해결 전략과 오류에 대한 분석**. 석사학위논문. 한국교원대학교.

임정열・송상헌(2002). 초등학교 수학 교실에서의 수학화를 위한 신문 활용 방안에 관한 연구. **학교수학, 4**(2), 261-281.

전평국(1989). 수학적 사고와 수학적 사고력의 신장: 창의적 사고력교육의 이해와 실제, **한국교원대학교 교육연구원 논문집**. 71-81.

정영옥(1999). 현실적 수학교육에 대한 고찰. **수학교육학연구, 9**(1), 81-109.

차주연(2002). **수학화를 지향하는 함수내용 구성**. 석사학위논문. 한국교원대학교.

최정임・허혜자(2001). 함수개념의 이해 촉진을 위한 수업 설계: 상황학습이론을 중심으로. **학교수학, 3**(2), 379-399.

한국교원대학교 교과교육공동연구소(1998). **초・중・고의 통합교과교육 방안연구, 교원양성대학의 교과교육방안에 관한 연구**. 한국교원대학교 부설 교과교육공동연구소 연구보고 RR 96-III.

홍성민・김상룡(2002). 수학적 상황 설정 방법에 관한 연구. **초등수학교육, 6**(1), 41-54.

片桐重男(1992a). **문제해결과정과 발문분석.** (이용률외 3인, 역). 서울: 경문사. (원작 1988년 출판)

片桐重男(1992b). **수학적인 생각의 구체화.** (이용률외 3인, 역). 서울: 경문사. (원작 1988년 출판)

Lester, F. K. Jr. (1985). Methodological Considerations in Mathematical Problem Solving Instruction. In E. A. Silver(Ed.), *Teaching and Learning Mathematical Problem Solving: Multiple Research Perspectives*(pp. 41-70). Lawrence Erlbaum Associates, Inc., Publishers.

National Council of Teacher of Mathematics (1998). *Curriculum and evaluation for school mathematics.* Reston, VA: Author.

Teaching Method for Functional Thinking by Situation Posing Connected with Other Subjects

Na, Kyoung Su (SungKyunkwan University Graduate School)
Choi, Sung-Pil (Sorae Elementary School)

Functional thinking is a central topic in school mathematics and the purpose of teaching functional thinking is to develop student's functional thinking ability. Functional thinking which has to be taught in elementary school must be the thinking in terms of phenomenon which has attributes of 'connection'-assignment and dependence. The qualitative methods for evaluation of development of functional thinking can be based on students' activities which are related to functional thinking. With this purpose, teachers have to provide students with paradigm of the functional situation connected to the other subjects which have attributes of 'connection' and guide them by proper questions.

Therefore, the aim of this study is to find teaching method for functional thinking by situation posing connected with other subject. We suggest the following ways for functional situation posing though the process of three steps : preparation, adaption and reflection of functional situation posing.

At the first stage of preparation for functional situation, teacher should investigate student's environment, mathematical knowledge and level of functional thinking. With this purpose, teachers analyze various curriculum which can be used for teaching functional thinking, extract functional situation among them and investigate the utilization of functional situation as follows :

- · Using meta-plan, · Using mathematical journal, · Using problem posing
- · Designing teacher's questions which can activate students' functional thinking.

For this, teachers should be experts on functional thinking.

At the second stage of adaption, teacher may suggest the following steps : free exploration → guided exploration → expression of formalization → application and feedback. Because we demand new teaching model which can apply the contents of other subjects to the mathematic class.

At the third stage of reflection, teacher should prepare analysis framework of functional situation during and after students' products as follows : meta-plan, mathematical journal, problem solving. Also teacher should prepare the analysis framework analyzing student's respondence.

* key words : Functional thinking(함수적 사고), Connection(연결성), Functional situation posing (함수적 상황 설정), School Mathematics(학교수학)

논문접수 : 2011. 10. 31
논문수정 : 2011. 11. 22
심사완료 : 2011. 12. 9