

고등학교 수학영재와 일반학생의 수학적 사고력의 비교

황 동 주
아주대학교

이 강 섭
단국대학교

이 연구에서는 고등학교 수학영재와 일반학생들의 수학적 사고력의 차이를 알아보았다. 이를 위하여 9개의 문항으로 구성된 수학적 사고력 검사를 353명의 일반계 고등학교 1학년 학생과 192명의 과학 고등학교 1학년 학생에게 실시하였다. 그 결과 수학적 사고력의 하위요소인 정보의 조직화 능력, 시각화/공간화 능력 및 직관적 통찰 능력이 수학영재와 일반학생을 구분하는 중요한 특성임을 추출하였다.

주제어: 수학영재, 일반학생, 과학 고등학교, 수학적 사고력

I. 문제의 제기

수학적 사고력에 대한 정의는 시대와 관점에 따라서 변화가 있을 수 있으나, 학교 수학교육에서 이의 신장은 언제 어디에서나 중요한 논의 사항이다. 이를테면, 수학분야에서 발견의 개념을 도입한 Hadamard (1945), 문제해결력을 주장한 Polya (1954), 준경험주의의 입장을 강조한 Lakatos (1976) 및 수학자들의 사고 과정과 가능한 비슷한 고등수학적 사고를 역설한 Drayfus (1991)의 입장이 각기 차이가 있으나 그 이론의 궁극적 지향점은 수학적 사고력의 신장에 있다. 특히, 이들이 목적으로 삼은 수학적 사고력은 결국 그 하위요소로서 분류, 귀납 추론, 분석, 종합, 추상 또는 형식화는 물론, 표상, 시각화, 일반화 등을 포함하고 있음을 알 수 있다. 片桐重男(1988)은 수학적 사고를 수학의 방법에 관련된 것(귀납적 사고 등 10개 요소)과 내용에 관련된 것(단위의 사고 등 8개 요소)으로 나누어 생각하였다.

최근 들어 김 명숙 외(2002)는 고차적 사고 능력을 기획적 사고, 분석적 사고, 추론적 사고, 종합적 사고, 대안적 사고, 발산적 사고, 상징적 사고의 7범주로 구별하고, 수리성 방향의 최고 능력으로 기호적 사고를, 예술성 방향의 최고 능력으로 상징적 사고를 들었다. 송상현(1998)과 황동주(2005)는 수학적 사고력을 직관적 통찰 능력, 정보의 조직화 능

력, 수학적 추론 능력, 수학적 추상화 능력, 일반화 및 적용 능력, 시각화/공간화 능력, 비례 추론 능력으로 이해하였으며, 신희영, 고은성, 이경화(2007)는 수학적 사고를 추상화, 귀납적 사고, 연역적 사고, 공간화, 수리 능력, 일반화하는 능력으로 보았다. 한편, 이와 같은 수학적 사고력의 하위 요소들은 수학영재의 특성으로서도 간주되며, 수학영재의 선별과 학습 소재로도 중요하게 활용된다.

수학적 사고력의 개념 정립에 대한 외국에서의 다양한 연구(황동주, 2005참조)와는 달리 국내에서는 앞에서 언급한 연구 외에 사고력 신장에 도움이 되는 지도법 및 도구에 대한 연구가 몇 편 학술지에 발표되었을 뿐이다(이종희, 한정해, 2002; 이지현, 2005; 고상숙, 고희경, 2007; 조한혁, 안준화, 우혜영, 2002). 그 이유는 수학적 사고력을 개념화하거나 측정하는 일이 쉽지 않을 뿐 더러 설사 측정하였다 하더라도 그것은 사고의 ‘과정’보다는 ‘결과’일 가능성이 높기 때문일 것으로 추측된다. 이와 같은 난점을 극복하기 위하여, 본 연구에서는 사고의 ‘결과’보다는 ‘과정’을 중시하는 ‘수학 창의적 문제 해결력 검사’ (김홍원, 김명숙, 방승진, 황동주, 1997)를 사용하여 다음과 같은 연구 문제를 설정하고 분석한다. 이를 통하여 영재교육에 대한 구체적이고 다양한 시사점을 얻을 수 있을 것이다.

연구 문제 1. 수학적 사고력의 하위요소들은 수학영재의 특성으로서도 간주되며, 따라서 영재교육에서도 중요하게 다루는 사항이다. 이 때, 고등학교 수학 영재와 일반 학생 사이에 수학적 사고력의 차이가 있는가? 만약 차이가 있다면 어느 요인에서 차이가 있는가?

연구 문제 2. 일반계 고등학교 학생들의 지역에 따른 학력차가 존재한다는 것은 주지의 사실이다. 마찬가지로, 과학고등학교 학생들의 (학교소재)지역에 따른 수학적 사고력에 차이가 있는가?

위의 연구 문제에서 다루려는 수학적 사고력을 측정하기 위한 도구로서는 한국교육개발원(김홍원, 김명숙, 방승진, 황동주, 1997)에서 개발하고 표준화한 ‘수학 창의적 문제 해결력 검사; 고등학교 1-2학년용’을 사용한다. 이 검사에서 수학적 사고력은 그 하위 요소로서 직관적 통찰 능력, 정보의 조직화 능력, 공간화 및 시각화 능력, 수학적 추론 능력(연역), 수학적 추론 능력(귀납), 수학적 추상화 능력, 일반화 및 적용 능력을 포함하고 있다.

II. 연구 방법 및 절차

1. 연구 대상

수학 영재학생과 일반학생을 구분하는 기준은 지능지수, 학업성취도, 창의성, 실제 나타난 창의적인 성취 등 다양할 수 있으나, 본 연구에서는 과학고등학교 학생을 수학 영재학생으로, 서울의 강북지역의 일반계 고등학교에서 수학 심화반에 편성된 학생을 일반학생으로 하였다. 그 이유는 과학고등학교 학생들은 영재교육을 받는 학생들로서 소정의 치열한 다단계 선발과정을 거쳤기 때문에 수학영재로 보아도 무리가 없을 것으로 판단하였다.

구체적인 연구 대상은 <표 1>과 같이 고등학교 1학년생으로 총 521명이다. 1, 2, 3집단은 과학고등학교로서 1, 2집단은 개교한 지 오래된 학교이고, 1, 3집단은 동일한 광역자치단체 지역에 있는 학교이다. 4, 5, 6집단은 서울의 강북지역의 일반계 고등학교이다.

<표 1> 연구 대상

구분	영재학생			일반학생		
	1집	2집단	3집단	4집단	5집단	6집단
지역 학교명	중소도시	대도시	소도시	서울 강북	서울 강북	서울 강북
	K1 과학 고등학교	D1 과학 고등학교	K2 과학 고등학교	O 고등학교	Y 고등학교	D2 고등학교
인원수	60	40	92	180	73	100
		192			353	

2. 연구 도구

본 연구의 측정도구는 한국교육개발원(김홍원, 김명숙, 방승진, 황동주, 1997)에서 제작한 ‘수학 창의적 문제 해결력 검사; 고등학교 1·2학년’이다. 이 검사의 신뢰도는 $r=.79$ 이고, 여기에서 직관적 통찰 능력, 정보의 조직화 능력, 시각화/공간화 능력, 수학적 추론 능력(연역), 수학적 추론 능력(귀납), 수학적 추상화 능력, 일반화 및 적용 능력을 측정한다. 세부적인 사항은 다음 <표 2> 및 <표 3>과 같다.

<표 2> 수학적 사고력 검사의 문항별 사고력 영역과 내용 영역

문항	난이도	사고력 영역	내용 영역
1	48.3	정보의 조직화/일반화	확률과 통계/경우의 수
2	41.8	공간화, 시각화/추론[귀납]	기하/평면도형
3	37.9	추상화/추론[귀납]	산술/수
4	33.2	공간화, 시각화/정보의 조직화	기하/입체도형
5	23.7	추론[귀납]/공간화, 시각화	산술/측도
6	19.8	추상화/추론	산술/수
7	17.7	정보의 조직화/추론[연역]	산술/사칙연산
8	10.9	추론[귀납]/추론[연역]	산술/연산
9	4.5	직관적 통찰/추론[귀납]	해석/함수
전체			

<표 3> 수학적 사고력 검사의 하위 요소 및 신뢰도

분류	능력 설명	문항 번호	신뢰도	
직관적 통찰 능력	주어진 정보나 조건들 사이의 관계나 구조의 본질적인 핵심을 직감적으로 파악해내며, 문제 해결의 결정적 단서를 순간적으로 떠오르게 하는 능력	9	.7997	
정보의 조직화 능력	주어진 문제에서 필요한 정보를 수집하고, 문제 해결의 전략을 사용할 수 있도록 이를 분류하고 조직하는 능력	1, 4, 7	.7019	
공간화 및 시각화 능력	주어진 공간적 정보를 머리 속에서 가시화 하여 그려 볼 수 있는 능력	2, 4, 5	.7117	
수학적 추론 능력	연역 귀납	귀납이나 연역 등의 방법을 통해 체계적으로 추론, 추측해 내는 능력	7, 8	.7769
			2, 3, 5, 8, 9	.7150
수학적 추상화 능력	비 구조화된 수학적 문제 상황을 적당한 수학적 개념이나 수학적 상징 기호나 수식, 그림 등으로 표현함으로써 형식화 해내는 능력	3, 6	.7726	
일반화 및 적용 능력	수학적인 문제를 해결하는 과정에서 수나 문자, 기호로 표현된 수적, 공간적 대상이나 관계, 공식 등을 빠르고 광범하게 조작하여 일반화시키고, 더 나아가 얻은 결과를 유사하거나 다른 상황의 새로운 문제에까지 확장하여 적용하는 능력	1	.7810	
전체			.7865	

3. 검사 실시 및 자료 분석의 통계적 방법

수학 창의적 문제 해결력 검사를 2008년 1학기 중에 실시하였으며, 이 때 연구 대상 학생들에게 연필과 질문지를 주고, ‘수학 창의적 문제 해결력 검사’의 매뉴얼에 따라 응답하게 하였다.

한편, 이 연구에서 자료 분석을 위하여 사용한 통계적 방법은 다음과 같다.

첫째, 검사 도구의 문항의 양호도 분석 중에서 문항 내적 일관성 신뢰도와 변별도를 구하기 위하여 SPSS 10.0K를 사용하여 Cronbach α 를 구하였다.

둘째, 수학영재와 일반학생의 수학 창의적 문제 해결력 차이를 알아보기 위하여 SPSS 10.5K를 이용하여 빈도분석, t 검정, 일원변량분석을 하였으며, Scheffe의 다중비교를 이용한 사후검증을 하였다.

III. 연구 결과

1. 수학 영재와 일반 학생의 수학적 사고력의 차이

다음의 <표 4>는 사고력의 7가지 하위 요소에 대한 검사 결과를 요약한 것이다. 여기에서 수학 영재와 일반 학생의 수학적 사고력은 총합과 더불어 직관적 통찰 능력, 정보의 조직화 능력, 시각화/공간화 능력, 수학적 추론 능력(연역), 수학적 추론 능력(귀납), 수학적 추상화 능력, 일반화 능력의 7가지 하위 요소에서 $p < .001$ 수준에서 통계적으로 유의미

한 차이를 보이고 있다. 이러한 것은 수학적 사고력이 일반 학생과 수학 영재를 구별하는 요인이라는 것을 시사하고 있다.

<표 4> 수학 영재와 일반 학생 사이의 수학적 사고력의 차이

			집단	인원수	평균	표준편차	t 검정
	직관적 통찰 능력	영재	영재	192	1.64	2.92	.000***
		일반	일반	353	0.07	0.55	
	정보의 조직화 능력	영재	영재	192	17.43	9.87	.000***
		일반	일반	353	8.72	7.28	
	시각화/공간화 능력	영재	영재	192	15.33	9.98	.000***
		일반	일반	353	7.82	8.94	
수학적 사고능력	수학적 추론능력	연역	영재	192	4.83	4.53	.000***
		일반	일반	353	1.34	2.59	
	귀납	영재	영재	192	14.87	7.25	.000***
		일반	일반	353	7.99	6.63	
	추상화 능력	영재	영재	192	5.97	3.33	.000***
	일반	일반	353	3.37	3.06		
	일반화 및 적용 능력	영재	영재	192	6.68	2.96	.000***
	일반	일반	353	5.12	3.18		
	사고 능력 합	영재	영재	192	66.76	24.89	.000***
	일반	일반	353	34.43	25.24		

*** $p < .001$.

2. 연구 대상 학교 사이의 수학적 사고력의 차이

<표 5> 연구 대상 학교 사이의 수학적 사고력의 차이

집단	K1 과학 고등학교		D1 과학 고등학교		K2 과학 고등학교		O 고등학교		Y 고등학교		D2 고등학교		총합	
인원	60		40		92		180		73		100		545	
구분 번호	평균	표준 편차	평균	표준 편차	평균	표준 편차	평균	표준 편차	평균	표준 편차	평균	표준 편차	평균	표준 편차
직관	1.57	2.93	1.35	2.90	1.82	2.93	0.07	0.65	0.07	0.42	0.06	0.42	0.62	1.94
정보	16.03	8.42	21.95	12.55	16.38	8.93	8.41	7.72	11.34	7.96	7.36	5.23	11.79	9.27
공간	14.42	9.19	18.93	12.70	14.36	8.84	7.38	9.46	9.27	9.80	7.55	7.11	10.47	9.98
연역	4.58	4.20	6.30	5.00	4.36	4.45	1.10	2.25	2.26	3.95	1.11	1.61	2.57	3.79
귀납	14.57	7.28	14.30	7.42	15.32	7.22	7.08	6.86	9.48	6.67	8.55	5.96	10.41	7.60
추상	5.55	3.02	6.13	3.53	6.17	3.45	2.82	3.09	4.18	2.95	3.76	2.93	4.28	3.39
일반	6.47	2.88	5.83	2.89	7.20	2.96	4.87	3.18	6.36	3.62	4.68	2.60	5.67	3.19
합	63.18	20.87	74.78	31.17	65.60	23.74	31.73	27.15	42.96	25.81	33.07	19.48	45.82	29.47

위의 <표 5>는 연구 대상 학교 사이의 직관적 통찰 능력, 정보의 조직화 능력, 시각화/공간화 능력, 수학적 추론 능력(연역), 수학적 추론 능력(귀납), 수학적 추상화 능력, 일반

화 및 적용 능력과 그 총합에서의 평균과 표준편차이다.

이 표에서, 각 하위요소의 평균만으로 생각할 때, 직관적 통찰 능력은 K2, K1, D1, O, Y, D2 순으로 나타나고 있고, 정보의 조직화 능력은 D1, K2, K1, Y, D2, O; 시각화/공간화 능력은 D1, K1, K2, Y, D2, O; 수학적 추론 능력(연역)은 D1, K1, K2, Y, D2, O; 수학적 추론 능력(귀납)은 K2, K1, D1, Y, D2, O; 수학적 추상화 능력은 K2, D1, K1, O, Y, D2; 일반화 및 적용 능력은 K2, K1, Y, D1, O, D2 순으로 나타나고 있다. 이러한 차이를 검증하기 위하여 일원변량 분석(One-Way ANOVA)을 실시한 결과는 <표 6>과 같다. 사고력의 7개 하위요소 및 총합은 모두 유의수준 .001에서 집단 사이의 차이가 통계적으로 유의미하게 나타나고 있다.

<표 6> 연구 대상 학교사이의 수학적 사고력에 대한 일원변량분석

		제곱합	자유도	평균 제곱	F	p
직관적 통찰 능력	집단 간	314.085	5	62.817	19.616***	.000
	집단 내	1,726.051	539	3.202		
	전체	2,040.136	544			
정보의 조직화 능력	집단 간	11,186.919	5	2,237.384	33.943***	.000
	집단 내	35,528.391	539	65.915		
	전체	46,715.310	544			
시각화/ 공간화 능력	집단 간	7,857.280	5	1,571.456	18.284***	.000
	집단 내	46,326.342	539	85.949		
	전체	54,183.622	544			
수학적 추론(연역)	집단 간	1,703.196	5	340.639	30.108***	.000
	집단 내	6,098.191	539	11.314		
	전체	7,801.387	544			
수학적 추론(귀납)	집단 간	6,263.410	5	1,252.682	26.837***	.000
	집단 내	25,158.872	539	46.677		
	전체	31,422.283	544			
수학적 추상화 능력	집단 간	973.239	5	194.648	19.819***	.000
	집단 내	5,293.678	539	9.821		
	전체	6,266.917	544			
일반화 및 적용 능력	집단 간	501.723	5	100.345	10.747***	.000
	집단 내	5,032.486	539	9.337		
	전체	5,534.209	544			
수학적 사고 능력	집단 간	140,211.891	5	28,042.378	45.483***	.000
	집단 내	332,317.126	539	616.544		
	전체	472,529.017	544			

*** $p < .001$.

변량분석 결과 연구 대상 학교 사이의 차이가 있으므로, 구체적으로 어느 학교가 수학적 사고력과 그 하위 요소에서 유의미한 차이를 만드는지 알아보기 위하여 Scheffe의 다중비교를 실시하였다. 그 결과는 <표 7>과 같다.

<표 7>에서 보는 바와 같이, 직관적 통찰 능력, 수학적 추론 능력(귀납)과 수학적 사고 능력에서 과학고등학교 집단과 일반계 고등학교 집단이 각각 동일집단군으로 나타나고 유

의수준 5%에서 유의미한 차를 보이고 있다. 이로서 직관적 통찰 능력, 수학적 추론 능력(귀납)과 수학적 사고 능력이 수학 영재와 일반 학생을 잘 변별함을 알 수 있다. 정보의 조직화와 수학적 추론 능력(연역)에서 K1 및 K2 과학고등학교, D1 과학고등학교, 일반계고등학교

<표 7> 연구 대상 학교의 수학적 사고 능력 하위 요인에서의 동질집단군

직관적 통찰 능력				정보의 조직화 능력					
학교	N	Subset for alpha=.05			학교	N	Subset for alpha=.05		
		1	2				1	2	3
6.00	100	.0600			6.00	100	7.3600		
5.00	73	.0685			4.00	180	8.4056		
4.00	180	.0722			5.00	73	11.3425		
2.00	40		1.3500		1.00	60		16.0333	
1.00	60		1.5667		3.00	92		16.3804	
3.00	92		1.8152		2.00	40			21.9500
Sig.		1.000	.779		Sig.		.118	1.000	1.000
시각화/공간화				수학적 추론 능력(연역)					
학교	N	Subset for alpha=.05			학교	N	Subset for alpha=.05		
		1	2				1	2	3
4.00	180	7.3833			4.00	180	1.1000		
6.00	100	7.5500			6.00	100	1.1100		
5.00	73	9.2740	9.2740		5.00	73	2.2603		
3.00	92		14.3587	14.3587	3.00	92		4.3587	
1.00	60		14.4167		1.00	60		4.5833	4.5833
2.00	40		18.9250		2.00	40			6.3000
Sig.		.910	.052	.115	Sig.		.499	.999	.091
수학적 추론 능력(귀납)				수학적 추상화 능력					
학교	N	Subset for alpha=.05			학교	N	Subset for alpha=.05		
		1	2				1	2	3
4.00	180	7.0778			4.00	180	2.8222		
6.00	100	8.5500			6.00	100	3.7600		
5.00	73	9.4795			5.00	73	4.1781	4.1781	
2.00	40		14.3000		1.00	60		5.5500	5.5500
1.00	60		14.5667		2.00	40			6.1250
3.00	92		15.3152		3.00	92			6.1739
Sig.		.476	.976		Sig.		.233	.220	.918
일반화 및 적용				수학적 사고 능력					
학교	N	Subset for alpha=.05			학교	N	Subset for alpha=.05		
		1	2				1	2	
6.00	100	4.6800			4.00	180	31.7278		
4.00	180	4.8667	4.8667		6.00	100	33.0700		
2.00	40	5.8250	5.8250	5.8250	5.00	73	42.9589		
5.00	73	6.3562	6.3562	6.3562	1.00	60		63.1833	
1.00	60		6.4667	6.4667	3.00	92		65.5978	
3.00	92		7.1957		2.00	40		74.7750	
Sig.		.052	.075	.196	Sig.		.188	.159	

(O, Y, D2)가 각각 동일집단군으로 나타났다. 즉, 정보의 조직화와 수학적 추론 능력(연역)은 수학 영재와 일반 집단을 잘 변별할 뿐만 아니라, 수학 영재 교육에서 지역 사이의 차이도 변별하는 것으로 나타났다. 시각화/공간화 능력과 수학적 추상화 능력은 일반계 고등학교들, D1 및 K2 과학고등학교, K1 과학고등학교 및 Y고등학교가 동질집단군으로 나타났다.

3. 과학고등학교 사이의 수학적 사고력의 차이

과학고등학교의 소재 지역 사이의 수학적 사고력의 차이를 검증하기 위하여 일원변량 분석을 실시한 결과는 <표 8>과 같다. 여기에서 정보의 조직화 능력과 시각화/공간화 능력은 유의수준 .001에서 소재 지역 사이의 차이가 통계적으로 유의미하게 나타나고 있음을 알 수 있다. 그러나 직관적 통찰 능력, 수학적 추론 능력(연역), 수학적 추론 능력(귀납), 수학적 추상화 능력, 일반화 및 적용 능력과 수학적 사고 능력 총합은 통계적으로 유의미한 차이를 보이지 않고 있다.

아래의 <표 8>에서 과학고등학교의 소재 지역 사이에 차이가 나는 하위요소에 대하여

<표 8> 과학고등학교 사이의 수학적 사고력에 대한 일원변량분석

		제곱합	자유도	평균 제곱	F	p
직관적 통찰 능력	집단 간	6.511	2	3.256	.380	.684
	집단 내	1,619.692	189	8.570		
	전체	1,626.203	191			
정보의 조직화 능력	집단 간	1,035.602	2	517.801	5.565**	.004
	집단 내	17,585.518	189	93.045		
	전체	18,621.120	191			
시각화/공간화 능력	집단 간	653.807	2	326.903	3.360*	.037
	집단 내	18,388.521	189	97.294		
	전체	19,042.328	191			
수학적 추론(연역)	집단 간	110.520	2	55.260	2.740	.067
	집단 내	3,812.146	189	20.170		
	전체	3,922.667	191			
수학적 추론(귀납)	집단 간	36.753	2	18.376	.347	.707
	집단 내	10,014.992	189	52.989		
	전체	10,051.745	191			
수학적 추상화 능력	집단 간	15.370	2	7.685	.690	.503
	집단 내	2,106.442	189	11.145		
	전체	2,121.812	191			
일반화 및 적용 능력	집단 간	56.433	2	28.217	3.302	.039
	집단 내	1,615.187	189	8.546		
	전체	1,671.620	191			
수학적 사고 능력	집단 간	3,461.417	2	1,730.708	2.847	.060
	집단 내	114,880.078	189	607.831		
	전체	118,341.495	191			

** $p < .01$; * $p < .05$

<표 9> 과학고등학교의 수학적 사고 능력 하위 요인에서의 동질집단군

직관적 통찰 능력			정보의 조직화 능력				시각화/공간화 능력			
학교	N	Subset for alpha=.05	학교	N	Subset for alpha=.05		학교	N	Subset for alpha=.05	
		1			1	2			1	2
2.00	40	1.3500	1.00	60	16.0333		3.00	92	14.3587	
1.00	60	1.5667	3.00	92	16.3804		1.00	60	14.4167	14.4167
3.00	92	1.8152	2.00	40		21.9500	2.00	40		18.9250
Sig.		.698	Sig.		.982	1.000	Sig.		1.000	.053
수학적 추론 능력(연역)			수학적 추론 능력(귀납)		추상화 능력		일반화 능력		수학적 사고 합	
학교	N	Subset for alpha=.05	Subset for alpha=.05	Subset for alpha=.05	Subset for alpha=.05		Subset for alpha=.05			
		1	1	1	1	2	1	2		
1.00	60	4.5833	14.5667	5.5500	6.4667	6.4667	65.5978	65.5978		
2.00	40	6.3000	14.3000	6.1250	5.8250		63.1833			
3.00	92	4.3587	15.3152	6.1739		7.1957		74.7750		
Sig.		.072	.758	.608	.504	.413	.872	.141		

<표 10> 일반계 고등학교 사이의 수학적 사고력에 대한 일원변량분석

		제공합	자유도	평균 제공	F	p
직관적 통찰 능력	집단 간	.010	2	.005	.016	.984
	집단 내	106.359	350	.304		
	전체	106.368	352			
정보의 조직화 능력	집단 간	704.799	2	352.399	6.874**	.001
	집단 내	17,942.873	350	51.265		
	전체	18,647.671	352			
시각화/공간화 능력	집단 간	195.936	2	97.968	1.227	.294
	집단 내	27,937.821	350	79.822		
	전체	28,133.756	352			
수학적 추론(연역)	집단 간	77.479	2	38.740	5.931**	.003
	집단 내	2,286.045	350	6.532		
	전체	2,363.524	352			
수학적 추론(귀납)	집단 간	343.094	2	171.547	3.965*	.020
	집단 내	15,143.880	350	43.268		
	전체	15,486.975	352			
수학적 추상화 능력	집단 간	116.889	2	58.444	6.418**	.002
	집단 내	3,187.236	350	9.106		
	전체	3,304.125	352			
일반화 및 적용 능력	집단 간	142.462	2	71.231	7.295***	.001
	집단 내	3,417.300	350	9.764		
	전체	3,559.762	352			
수학적 사고 능력	집단 간	6,809.502	2	3,404.751	5.480**	.005
	집단 내	217,437.048	350	621.249		
	전체	224,246.550	352			

***p<.001

다중비교를 한 결과가 위의 <표 9>와 같다. 여기에서, 정보의 조직화 능력은 K1 및 D1 과학고등학교가 동질집단이고, K2 과학고등학교는 이들과 구분되어 있다. 또, 시각화/공간화 능력, 일반화 및 적용 능력, 수학적 사고 능력에서는 K1 및 D1 과학고등학교가 동질집단을 이루고 K1 및 K2 고등학교가 동질집단을 이루고 있음을 알 수 있다.

이로서 과학고등학교의 소재 지역 사이의 차이는 수학적 사고 능력, 시각화/공간화 능력, 일반화 적용 능력 등이 주요 요소임을 알 수 있으며, 특히 정보의 조직화 능력은 학교의 소재 지역에 따라 분명한 차이를 보이고 있다.

4. 일반 고등학교 사이의 수학적 사고력의 차이

일반계 고등학교 사이의 차이를 검증하기 위한 일원변량분석의 결과는 위의 <표 10>과 같다. 수학적 추론 능력(귀납), 정보의 조직화 능력, 수학적 추론 능력(연역), 수학적 추상화 능력, 일반화 및 적용 능력과 사고 능력 총합에서 집단 사이의 차이가 통계적으로 유의미하게 나타나고 있다. 직관적 통찰 능력과 시각화/공간화 능력은 통계적으로 유의미한 차이를 보이고 있지 않다.

위의 <표 10>에서 차이가 나는 하위 요소에 대한 사후검증의 결과가 아래 <표 11>과

<표 11> 일반계 고등학교의 수학적 사고 능력과 그 하위 요인에서의 동질집단군

직관적 통찰 능력			정보의 조직화 능력				시각화/공간화 능력				
학교	N	Subset for alpha=.05	학교	N	Subset for alpha=.05		학교	N	Subset for alpha=.05		
		1			2	1					
6.00	100	.0600	6.00	100	7.3600		4.00	180	7.3833		
5.00	73	.0685	4.00	180	8.4056		6.00	100	7.5500		
4.00	180	.0722	5.00	73		11.3425	5.00	73	9.2740		
Sig.		.987	Sig.		.579	1.000			.318		
수학적 추론 능력(연역)			수학적 추론 능력(귀납)				수학적 추상화 능력				
학교	N	Subset for alpha=.05		학교	N	Subset for alpha=.05		학교	N	Subset for alpha=.05	
		1	2			1	2			1	2
4.00	180	1.1000		4.00	180	7.0778		4.00	180	2.8222	
6.00	100	1.1100		6.00	100	8.5500	8.5500	6.00	100	3.7600	3.7600
5.00	73		2.2603	5.00	73		9.4795	5.00	73		4.1781
Sig.		1.000	1.000	Sig.		.278	.600			.086	.612
일반화 적용 능력				수학적 사고력 합							
학교	N	Subset for alpha=.05		학교	N	Subset for alpha=.05		학교	N	Subset for alpha=.05	
		1	2			1	2				
6.00	100	4.6800		4.00	180	31.7278					
4.00	180	4.8667		6.00	100	33.0700					
5.00	73		6.3562	5.00	73					42.9589	
Sig.		.913	1.000	Sig.		.928				1.000	

같다. 이 표에서, 수학적 추론 능력(연역), 일반화 및 적용 능력과 수학적 사고 능력 합에서 O 및 D2 고등학교가 동질집단이고, Y고등학교는 구분되어 있다. 그리고 정보의 조직화 능력은 Y 및 D2 고등학교가 동질집단이고, O 고등학교는 구분된다. 수학적 추론 능력(귀납)은 O 및 D2 고등학교, Y 및 D2 고등학교가 동질집단으로 구분된다.

이것은 동일 지역 내 일반계 고등학교 사이에는 사고력의 차이가 분명하게 드러나지 않음을 보여주고 있다.

IV. 요약 및 논의

본 연구의 목적은 일반 학생과 수학 영재 학생들 사이에 수학적 사고력과 그 하위 요소에 차이가 있는지를 분석하여 영재교육의 시사점을 얻는데 목적을 두고 있다. 본 연구에서의 결과를 선행 연구와 관련지어 논의면 다음과 같다.

1. 수학 영재와 일반 학생의 수학적 사고력의 차이

수학 영재와 일반 학생 사이의 수학적 사고력의 차이는 사고력의 7가지 하위 요소 모두 $p < .001$ 수준에서 통계적으로 유의미한 차이를 보이고 있다. 따라서 수학적 사고력과 그 하위 요소들은 수학 영재 학생을 변별하는 중요한 요소가 될 것이며, 수학 영재와 일반 영재를 선발할 때에는 수학적 사고 능력을 고려한 측정 도구를 만들어야 할 것이다.

2. 연구 대상 학교 사이의 수학적 사고력의 차이

연구 대상 학교 사이의 수학적 사고력의 차이에 대한 검정에서는 직관적 통찰 능력, 정보의 조직화 능력, 시각화/공간화 능력, 수학적 추론 능력(연역), 수학적 추론 능력(귀납), 수학적 추상화 능력, 일반화 및 적용 능력과 수학적 사고 능력 총합 모두 유의수준 .001에서 통계적으로 유의미한 차이를 나타나고 있다. 이는 과학고등학교 학생들이 일반계 고등학교의 성적 우수 학생들보다 수학적 사고 능력이 더 많다고 볼 수 있다.

또, 수학적 사고 능력과 그 하위 요인에서 Scheffe의 다중비교를 실시한 결과, 직관적 통찰 능력, 수학적 추론 능력(귀납)과 수학적 사고 능력이 학교 사이의 차이를 구분하여 주는 요인으로 나타났다. 특히, 정보의 조직화와 수학적 추론 능력(연역)은 수학 영재와 일반 학생을 잘 변별하고, 또 지역 사이의 차이도 분명하게 변별하는 것으로 나타났다.

3. 과학 고등학교 사이의 수학적 사고력의 차이

정보의 조직화 능력과 시각화/공간화 능력은 유의수준 .001에서 집단 사이의 차이가 통계적으로 유의미하게 나타나고 있다. 그러나 직관적 통찰 능력, 수학적 추론 능력(연역), 수학적 추론 능력(귀납), 수학적 추상화 능력, 일반화 및 적용 능력과 수학적 사고 능력 총합은 통계적으로 유의미하게 차이를 보이지 않고 있다.

특히, 수학적 사고 능력, 시각화/공간화 능력, 일반화 적용 능력은 과학고등학교의 소재 지역에 따라 그 차이가 분명하게 나타나므로 학생 선발 요건에 대한 시사점을 제공하고 있다. 또한, 과학고등학교 학생 선발 시험에서 정보의 조직화 능력과 시각화 공간화 능력을 측정 구인으로 삼아야 한다.

4. 일반 고등학교 사이의 수학적 사고력의 차이

수학적 추론 능력(귀납)은 유의수준 .001에서, 정보의 조직화 능력, 수학적 추론 능력(연역), 수학적 추상화 능력은 유의수준 .01에서, 일반화 및 적용 능력과 수학적 사고 능력 총합은 유의수준 .001에서 집단 사이의 차이가 통계적으로 유의미하게 나타나고 있다. 직관적 통찰 능력과 시각화/공간화 능력은 통계적으로 유의미한 차이를 보이고 있지 않다. 그러나 동질 집단의 추출에서는 어떤 특성도 없이 3개의 연구 대상 학교가 혼재되어 있는 양상을 발견하였다. 이것으로서 동일 지역 내의 일반계 고등학교 학생들에게서 수학적 사고력의 차이에 대한 특정한 요인은 없음을 알 수 있다.

참 고 문 헌

- 고상숙, 고호경 (2007). 수학 교수·학습과정에서 사고력 신장을 위한 계산기의 활용-학생들의 수학적 발달에서 테크놀로지의 효과-. **수학교육**, 46(1), 97-122.
- 김명숙, 박정, 김영정, 민찬홍, 오희숙 (2002). **사고력 검사 개발 연구(II)-비판적 사고력 검사 제작편-**. 연구보고 RRE 2002-3. 서울: 한국교육과정평가원.
- 김홍원, 김명숙, 방승진, 황동주 (1997). **수학 영재 판별 도구 개발 연구(II)-검사 제작 편-**. 한국교육개발원 연구보고 CR97-50. 서울: 한국교육개발원.
- 송상헌 (1998). **수학영재성 측정과 판별에 관한 연구**. 박사학위논문. 서울대학교.
- 신희영, 고은성, 이경화 (2007). 수학영재교육에서 관찰평가와 창의력평가. **학교수학**, 9(2), 241-257.
- 이종희, 한정혜 (2002). 논리적 사고력과 공간 시각화 능력이 수학적성취도와 문제 해결 과정에 미치는 영향. **교육과정평가연구**, 5(1), 191-206.
- 이지현 (2005). 수학적 사고력과 수학적 힘의 신장을 강조하는 한국과 미국 초등 수학 교과서 급셈단원 사례 비교 분석: 학습자 수행 용어를 중심으로. **교육과정연구**, 23(1), 147-172.
- 조한혁, 안준화, 우혜영 (2002). 컴퓨터를 통한 수학적 사고력 신장의 가능성 모색. **한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육 논문지>**, 14, 197-215.
- 황동주 (2005). **수학 영재 판별의 타당도 향상을 위한 수학 창의성 및 문제 해결력 검사 개발과 채점 방법에 관한 연구**. 박사학위논문, 단국대학교.
- 片桐重男 (1992). **수학적인 생각의 구체화** [이용률, 성현경, 정동권, 박영배, 공역]. 서울: 경문사. (원본출간년도: 1988).

- Dreyfus, T. (1991). Mathematical creativity. In D. Tall (Ed.). *Advanced mathematical thinking* (pp. 25-41), Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Hadamard, J. (1945). *The psychology of invention in the mathematical field*. Mineola, NY: Dover Publications.
- Lakatos, I. (1976). *Proofs and refutations: The logic of mathematical discovery*. Cambridge, Cambridge University Press.
- Polya, G. (1954). *Mathematics and plausible reasoning*. Princeton, NJ: Princeton University Press.
- Polya, G. (1957). *How to solve it. A new aspect of mathematical method* (2nd Ed.). Princeton, NJ: Princeton University Press.

= Abstract =

Difference between Gifted and Regular High School Students in Mathematical Thinking Ability

Dongiou Hwang

Ajou University

Kang Sup Lee

Dankook University

In this study, the instrument of mathematical thinking ability tests were considered, and the differences between gifted and regular high school students in the ability were investigated by the test. The instrument consists of 9 items, and verified its quality due to reliability. Participants were 353 regular and 252 gifted high school students from tenth grade. As a result, not only organizing ability of information but also ability of space perception and visualization and intuitive insight ability could be the characteristics of the mathematical giftedness.

Key Words: Mathematically Gifted, Regular High School Students, Science High School Students, Mathematical Thinking Ability

1차 원고접수: 2011년 10월 14일
수정원고접수: 2011년 12월 18일
최종게재결정: 2011년 12월 20일