

# 근거리에서의 2차원 전계 집중 평판 렌즈 설계 및 해석

## Design and Analysis of 2-Dimensional Near-Field Focusing Plates Lens

김영국\*                      임성준\*  
Young-Guk Kim              Sungjoon Lim

### Abstract

Since J.B.Pendry proposed the concept of “perfect lens” there have been many researches which focus electric fields. However they used 1 dimensional lens. In contrast, this paper suggests 2 dimensional lens calculated from angular-spectrum method. 2-dimensional focusing is achieved in nearfield. This result implies that the proposed lens can be used for wireless power transfer, imaging system, and sensing systems.

Keywords : Near-Field Focusing(근거리 포커싱), 2 Dimensional Focusing(2 차원 포커싱)

### 1. 서론

1960년대에 Veselago가 이론적으로 음의 유전율과 투자율을 갖는 전자기적 물질을 제안했다<sup>[1]</sup>. Veselago는 또한 음의 굴절률을 갖는 평판을 통해서 source에서 나온 빛이 평판 렌즈를 거쳐서 다른 한 점에 모이는 것을 보였다. 2000년에 들어서 J. B. Pendry는 이 평판을 “perfect lens”의 개념을 이용하여서 설명하였다<sup>[2]</sup>. 최근에는 근거리에서 sub-wavelength의 한 점에 전계를 집중시키는 것이 많이 연구 되고 있었다. 대표적으로는 전계를 한 점으로 집중시킴에 의해서 sub-wavelength의 해상도를 갖는 이미징, 센서 시스템이 있고 그 외에도 마이크로스코피, 리소그래피와 같은 응용분야들도 있다<sup>[3,4]</sup>. 이를 위해서 R. Merlin은 전류 분포를 이용해서 전계를 집중시키는 방법을 평면파 스펙트럼 방식을

이용하여 설명하였다<sup>[5]</sup>. A. Grbic 역시 평면파 스펙트럼을 이용하여 각각 다른 임피던스를 갖는 인터디지털 커패시터(IDC : Inter-Digital Capacitor)를 연속적으로 배열함으로써 전계를 집중시키는 1차원의 렌즈를 제안하였다<sup>[6]</sup>. 이와는 다른 방식이지만 G. V. Eleftheriades에 의해서 도체성 전송 스크린(metallic transmission screen)을 이용하여서 전계를 집중시키는 방법이 연구되었다<sup>[7]</sup>. 두 가지 모두 1차원의 렌즈를 이용하여 집중된 전계를 한 선을 따라서 전계가 집중되었다. 하지만 전계를 한 점에 집중시키지는 못하였다. 이 논문은 기존에 1차원 상에서 전계를 집중 시켰던 논문들과는 달리 2차원의 전계를 집중할 수 있는 면을 만들어서 근거리에서 전계를 한 지점에 집중시키는 방법에 대해서 소개하며 이를 이론적으로와 수치적으로 입증할 것이다.

### 2. 이론

Fig. 1은 전계가 제안된 평판 렌즈를 통과하는 과정

† 2011년 9월 8일 접수~2011년 11월 25일 게재승인

\* 중앙대학교(Chung-Ang University)

책임저자 : 임성준(sungjoon@cau.ac.kr)

의 모식도이다. 전체의 진행방향은 -x축 방향으로 진행하고 있다. x = d인 곳에 소스가 있어서 x = 0인 지점의 렌즈를 통과하면 x = -d인 곳에 위치한 초점평면에 전계가 집중되게 된다.

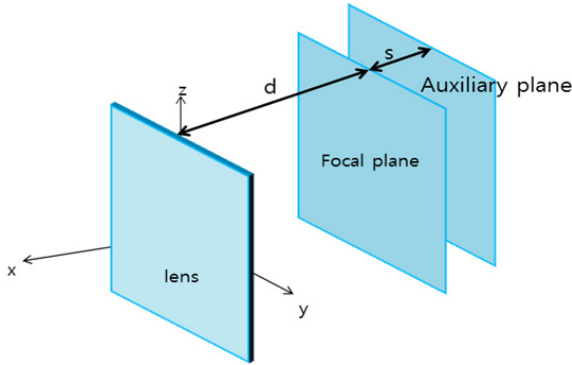


Fig. 1. (a) flat lens(x = 0), focal pane(x = -d), auxiliary plane(x = -d-s)

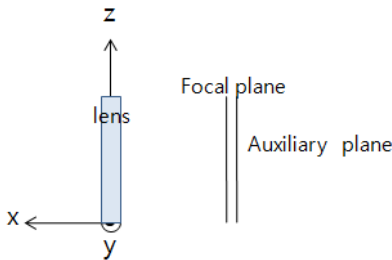


Fig. 1. (b) lens(x = 0), focal pane(x = -d), auxiliary plane(x = -d-s) from x-z plane perspective view

먼저 Angular-Spectrum Method를 이용하여서 이차원에서의 전계집속에 관한 내용을 알아보자. 2차원의 전계를  $u(x,y,z,t)$ 라고 하자. 그러면 우리는 이 신호를 푸리에 변환을 이용해서 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$u(x,y,z,t) = \frac{1}{2\pi} 2Re \int_0^\infty \tilde{u}(x,y,z,\omega) e^{-j\omega t} d\omega \quad (1)$$

그리고 여기서 중요하게 봐야 할 부분은  $\tilde{u}(x,y,z,\omega)$  =  $\int_{-\infty}^\infty u(x,y,z,t) e^{j\omega t} d\omega$ 이므로 앞으로는 간단히  $u(x,y,z)$ 라고 쓰도록 하겠다.

그러면  $u(x,y,z)$ 는 평면파에서의 angular spectra의 형태로 x와 y축이 서로 직교하므로  $U(x,y,z) = U(x,z) + U(y,z)$ 와 같이 나타낼 수 있다.

$$u(x,z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^\infty U(k_x) \exp \left[ j \left\{ k_x x + \sqrt{(k^2 - k_x^2)} z \right\} \right] dk_x \quad (2)$$

이것 이때의 angular spectrum인  $U(k_x)$ 는 다음과 같다.

$$U(k_x) = \int_{-\infty}^\infty u(x,0) \exp(-jk_x x) dx \quad (3)$$

그리고  $u(x,z)$ 가 아래와 같은 2차원의 Helmholtz 방정식을 만족한다면

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2 \right) u(x,z) = 0 \quad (4)$$

이때의  $u(x,z)$ 는 식 (2)와 같다.

초점에서의 전계를 구하기 위해서 전계가 x축의 일부분인 a부터 b사이에서만 들어오고 초점은 (x0,z0) 위에 있다고 가정해보자.

즉,

$$u(x,0) = \begin{cases} u_0(x) \exp(jk\phi_0(x) - jkr_0) & \text{for } a < x < b \\ 0 & \text{for } x < a \text{ or } x > b \end{cases} \quad (5)$$

이때의  $r_0$ 는 초점까지의 거리로서

$$r_0 = \sqrt{[(x-x_0)^2 + z_0^2]} \text{ 이라고 할 수 있다.}$$

그러면 이 식을 (5)에 대입하면

$$U(k_x) = z_0 [I^*(\Omega, t_a) - I^*(\Omega, t_b)] \quad (6)$$

이다.

이때의  $I(\Omega, z_a) = \int_{z_a}^\infty f(t) e^{j\Omega t} dt$ 이다. 또한  $t_a = a/z_0$ ,  $t_b = b/z_0$ ,  $\Omega = kz_0$ ,  $f(t) = u_0(z_0 t)$ ,  $q(t) = kx t/k + [1 + (t - (x_0/z_0)2)]^{1/2} - \phi_0(z_0 t)/z_0$ 이다. 이제 몇 차례 계산을 하면 다음과 같은 초점에서의 전계를 구할 수 있다.

$$u(x,z) = \frac{1}{\lambda} \int_{\sin\theta_b}^{\sin\theta_a} [U(k_x) \exp(jkz \sqrt{1-\alpha^2})] \exp(jkx\alpha) d\alpha \quad (7)$$

이때의  $\alpha$ 는  $kx/k$ ,  $\sin\theta_a = \frac{x_0 - a}{\sqrt{[(x-a)^2 + z_0^2]}}$  이고

$$\sin \theta_b = \frac{x_0 - b}{\sqrt{[(x-b)^2 + z_0^2]}} \text{이다}^{[8]}.$$

$u(y, z)$ 에 대해서도 이와 같은 과정을 거쳐서 계산을 할 수 있다. 그러면 그 때의 결과는 아래와 같다.

$$u(y, z) = \frac{1}{\lambda} \int_{\sin \theta_d}^{\sin \theta_c} [U(k_y) \exp(jky \sqrt{1-\beta^2})] \exp(jky \beta) d\beta \quad (8)$$

$$u(x, z) \text{에서와 마찬가지로 이때의 } \beta \text{는 } ky/k, \sin \theta_c = \frac{y_0 - a}{\sqrt{[(y-a)^2 + z_0^2]}} \text{이고 } \sin \theta_d = \frac{y_0 - b}{\sqrt{[(y-b)^2 + z_0^2]}}$$

이다.

즉, 구하고자 하는 전계  $u(x, y, z)$ 는 아래의 수식으로 결론 맺을 수 있다.

$$u(y, z) = \left[ \frac{1}{\lambda} \int_{\sin \theta_b}^{\sin \theta_a} [U(k_x) \exp(jkx \sqrt{1-\alpha^2})] \exp(jkx \alpha) d\alpha \right] + \left[ \frac{1}{\lambda} \int_{\sin \theta_d}^{\sin \theta_c} [U(k_y) \exp(jky \sqrt{1-\beta^2})] \exp(jky \beta) d\beta \right] \quad (9)$$

이 이론을 바탕으로 본 논문에서의 전계에 대해서 논의해보자.

이번에도 이전과 마찬가지로 x, y축을 분리하여 계산을 하도록 하자. 그러면 이 때 초점 평면에서의 전계는 다음과 같다.

$$E_{focal}(x, z) = \frac{\exp(ik_o x)}{r} \quad (10)$$

$$r = \sqrt{(x+d)^2 + y^2}$$

(11)에서의 d는 평판 렌즈에서부터 초점 평면까지의 거리이다. 실제로는 3D에서의 전계이지만 x축과 z축의 직교 특성을 이용한다면 하나의 축에서만 계산하는 것으로 충분하다. 그러므로 계산의 편리성을 위해서 2D로만 전계가 진행하자고 가정하자. 즉,  $(\partial/\partial z = 0)$ 이라고 하면 초점 평면에서의 angular spectrum은 다음과 같다.

$$S(k, x = -d - s) = \int_{-\infty}^{+\infty} E_{focal}(y, x = -d - s) \exp(-ik_y y) dy = K_0 \quad (11)$$

여기에서는 0차 제2종 변형 베셀 함수이다. 여기서의 s는 초점 평면과 보조 평면사이의 거리로서 매우 짧은 거리에 해당한다.

다음 단계로 평판 렌즈에서의 전계 분포를 구하자. 전계가 반대로 진행한다고 하고 이때의 스펙트럼을 나타내면 다음과 같다.

$$S(k_y, x = 0) = K_0 (isk_x) \exp(-ik_x (-s - d)) \quad (12)$$

$$k_x = \sqrt{k_0^2 - k_y^2}$$

그러면 이제 역 푸리에 변환을 취하면 평판 렌즈에서의 전계 패턴을 구할 수 있다. 따라서 이것을 이용하여서 평판 렌즈의 전달함수를 구할 수 있다. 전달함수를 구할 때는 평판 렌즈에서의 전계를 전파가 입사할 때의 전계로 나누어 주면 된다. 즉, 이다. 전달함수는 근사화하여서 간단히 구할 수도 있다. 근사화한 후의 전달함수는 (13)과 같이 나타낼 수 있다<sup>[7]</sup>.

$$T(x) \approx 1 + 2Re E_{focal}(x) + \|E_{focal}(x)\|^2 \quad (13)$$

같은 방법으로 y component에 대해서 계산하면 전달함수는 식 (14)와 같이 나타낼 수 있다.

$$T(y) \approx 1 + 2Re E_{focal}(y) + \|E_{focal}(y)\|^2 \quad (14)$$

### 3. 제안하는 평판 렌즈와 모의실험

제안하는 평판 렌즈를 이용하여 전계를 집중시키기 위해서 Fig. 2(a)와 같은 사각 도파관 안에서 모의실험을 진행하였다. 사각 도파관은 가로 세로 모두 6λ의 크기로 설계하였다. 평판 렌즈는 도파관의 가운데에 놓여있다. 이 모의 실험에서 사용한 평판 렌즈의 기판은 0.127 mm 두께의 Rogers RO3003기판을 사용하였다. 도파관 안에서는 평판 렌즈로부터 x축 방향으로 30 cm 떨어진 곳에서 모노폴 안테나를 이용하여 급전하였다. 그리고 초점 평면은 평판 렌즈와 안테나 사이와 같은 거리고 방향만 반대인 곳이므로 평판 렌즈로부터 -x축 방향으로 30 cm 떨어진 곳에서의 전계 분포를 확인할 수 있도록 모의실험을 진행하였다. 모의실험은 상용 EM 시뮬레이션 툴을 이용하여서 진행하였다.

제안하는 평판 렌즈는 Fig. 2(b)에서와 같은 형태이다. 가운데의 가장 큰 정사각형의 슬롯을 S0라고 하였

고 그로부터 멀어질수록 S1, S2, S3라고 명명하였다. 또한 정사각형들을 90°씩 가운데에 있는 정사각형을 중심으로 회전하였다. 이렇게 회전할 때, 회전하는 정사각형 slot의 위치는 가운데 위치한 정사각형 슬롯과 거리가 일정하도록 하였다. 또한 각 사각형 별로 서로 떨어진 길이도 일정하게 유지 시켰다. 이와 비슷하게 대각선 방향의 정사각형들은 S1', S2'이라고 정의하였다. 이 사각형들 또한 90°씩 가운데의 정사각형을 중심으로 회전 시켰다.

각각의 실제 크기는 Table 1에 정리해놓았다. Table 1에서 위치란 앞서 말한 바와 같이 각 정사각형들의 중심과 가운데에 있는 정사각형의 중심 사이의 거리이다.

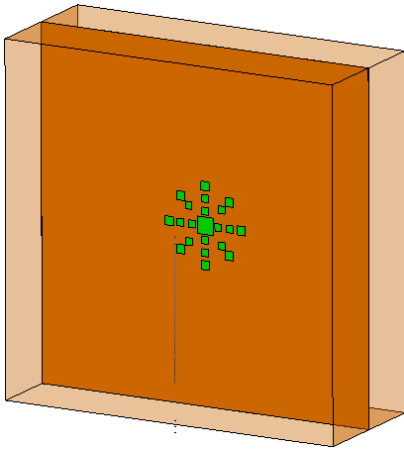


Fig. 2. (a) Lens in rectangular waveguide

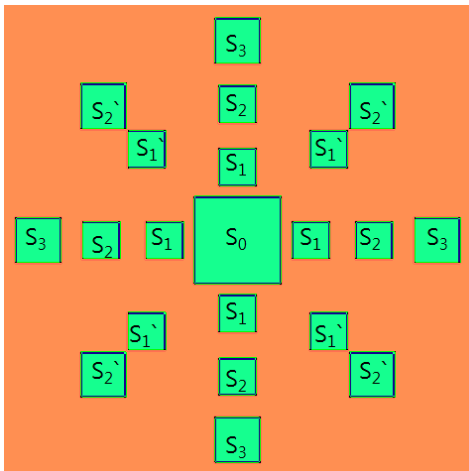


Fig. 2. (b) Proposed lens

Table 1. Positions and sizes of each rectangular slot

Slot	S0	S1	S2	S3	S1'	S2'
위치(mm)	0	144.6	270	394.8	270	394.8
크기(mm)	86.4	37.2	37.2	45	37.2	45

#### 4. 모의실험 결과

모의실험은 1 GHz에서 전계를 집중시킬 수 있도록 진행하였다. 아래의 모의실험 결과들은 모두 렌즈로부터 30 cm 떨어진 곳에 위치한 focal plane에서 측정된 값들이다. Fig. 3의 (a)는 y축을 따라서 전계를 측정된 것이고 (b)는 z축을 따라서 전계를 측정된 것이다.

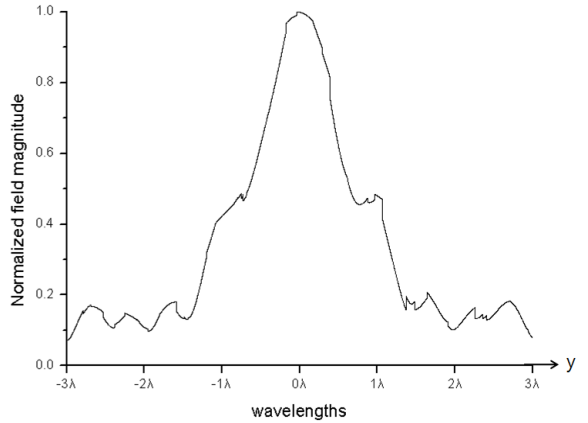


Fig. 3. (a) Normalized electric field along with y-axis

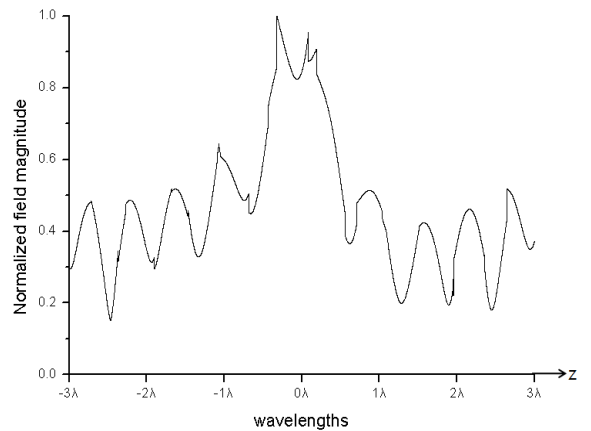


Fig. 3. (b) Normalized electric field along with z-axis

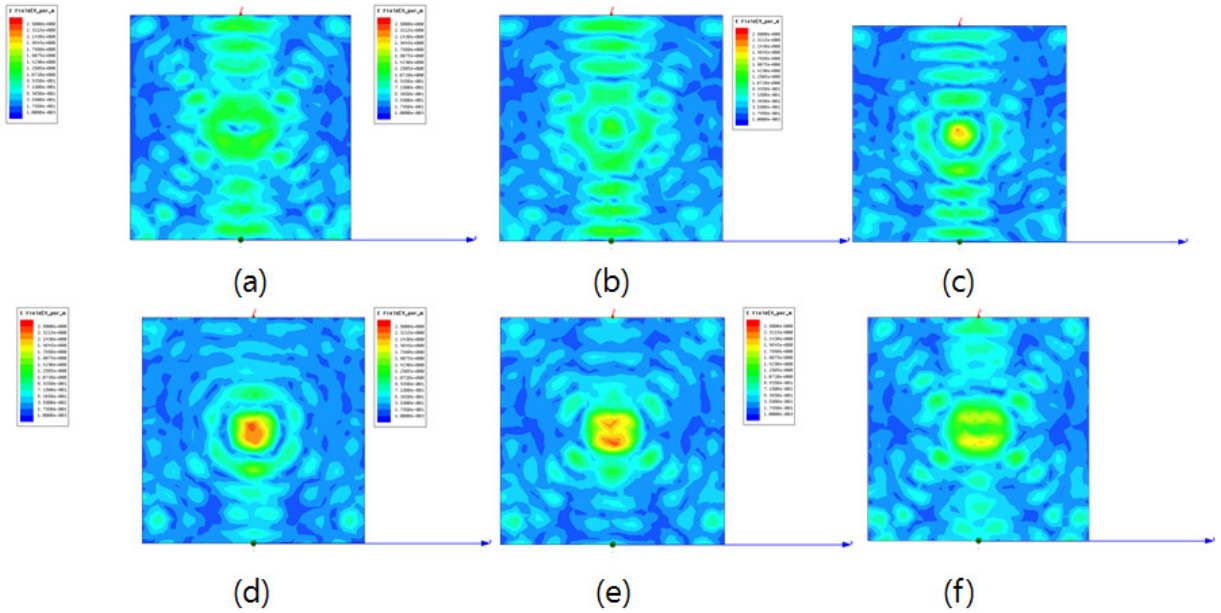


Fig. 4. According to phase variation, Electric field distribution on focal plane

Fig. 3의 (a)는 y축을 따라서 1GHz의 전계가 입사 되었을 때의 전계 분포를 나타낸 것이고 (b)는 z축을 따라서 전계 분포를 나타낸 것이다. Fig. 3 (a)와 (b)에서 알 수 있듯이 전계가 각각 y, z축의 가운데로 집속 되는 것을 충분히 확인할 수 있다.

Fig. 4는 focal plane에서의 전계를 시간에 따라서 모의 실험한 결과이다. Fig. 4는 위상 값을 0도에서 150도까지 30도 간격으로 변화시켰을 때 전계의 크기를 도시한 것이며, 한 지점에서 집속이 이루어지고 있음을 확인할 수 있다.

## 5. 결론

본 논문은 전계를 Hot spot이라고 부르는 2차원 평면의 한 지점에 집속시켰다. 기존에 발표된 1차원 집속 사례와 달리 본 논문은 2차원적으로 전계를 집속할 수 있음을 이론적으로 수치적으로 나타내었다. 이에 따라 앞으로는 이 같은 현상을 응용하여서 무선 전력 전송이나 sub-wavelength의 이미징, 센싱 시스템에도 응용할 수 있다.

## 후 기

이 논문은 2010년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 기초연구사업 지원을 받아 수행된 것임(2010-0004315).

## References

- [1] V. G. Veselago, "The electrodynamics of Substances with Simultaneously Negative Values of  $\epsilon$  and  $\mu$ ", Sov. Phys. Usp., Vol. 10, pp. 509~514, Jan.~Feb. 1968.
- [2] J. B. Pendry, "Negative Refraction Makes a Perfect Lens", Phys. Rev. Lett., Vol. 85, No. 18, pp. 3966~3969, Apr. 2000.
- [3] A. Salandrino and N. Engheta, "Far-Field Subdiffraction Optical Microscopy using Metamaterial Crystals : Theory and Simulations", Phys. Rev. B, Vol. 74, pp. 075103~075103, Aug. 2006.
- [4] P. Alitalo, S. Maslovski, and S. Tretyakov, "Experimental Verification of the Key Properties of a Three-Dimensional Isotropic Transmission-Line

- Superlens”, J. Appl. Phys., Vol. 99, pp. 124910~124910, 2006.
- [5] R. Merlin, “Radiationless Electromagnetic Interference : Evanescent-Field Lens and Perfect Focusing”, Science, Aug. 2007.
- [6] A. Grbic, L. Jiang, and R. Merlin, “Near-Field Plates : Subdiffraction Focusing with Patterned Surfaces”, Science, Apr. 2008.
- [7] A. M. H. Wong, C. D. Sarris and G. V. Eleftheriades, “Metallic Transmission Screen for Sub-Wavelength Focusing”, Electronics Letter, Vol. 43, No. 25, Dec. 2007.
- [8] J. J. Stamnes, “Focusing of Two-Dimensional Waves”, J. Opt. Soc. Am., Vol. 71, No. 1, Jan. 1981.