

부분포화토의 침투와 흡의 거동에 따른 유효응력 계수 분석

Analysis of Effective Stress Parameter on Partially Saturated Soil via Hydro-Mechanical Behaviors

김 재 홍¹ Kim, Jae-Hong

김 유 성² Kim, You-Seong

Abstract

Based on thermodynamics, the mathematical framework governing the hydro-mechanical behavior of partially saturated soil is derived by using balance equations, and the numerical analysis through implementation of various effective stress definitions is performed. Effective stress on partially saturated soil describes the soil strength which is presented by the relationship between water content and soil suction. For the estimation of hydro-mechanical behavior on partially saturated soil, effective stress parameter χ defined from various literatures is especially analyzed to understand the conditions of constitutive equations regarding residual saturation and displacement of soil. As a result, effective stress parameter χ has an influence on the variation of matric suction in soil with an external load and seepage. However it was found that the effect of each parameter χ varies with residual degree of saturation, and that of each parameter χ decreased with decrease in displacement of soil caused by an external load.

요 지

열역학적 가정을 토대로 평형방정식을 이용하여 지반의 침투와 흡의 거동을 지배하는 불포화토 유한요소해석을 위한 수학적인 알고리즘을 개발하고, 여러 가지 유효응력 개념들을 수치해석을 통해 비교 분석하였다. 불포화토의 유효응력은 지반의 강도를 나타내며 지반이 함유하고 있는 수분과 모관흡수력의 중요한 구성관계를 표현한다. 특히, 불포화 지반내에서 물의 침투가 흡의 알갱이 거동을 예측하기 위해 여러 문헌에서 제안하고 있는 유효응력계수 χ 의 특성을 지반의 잔류포화도와 변위에 관련된 구성방정식 조건을 이해하기 위해 분석하였다. 그 결과, 불포화토 유효응력계수 χ 는 외부하중과 침투가 있는 지반내에서 모관흡수력의 분포를 변화시키지만, 지반의 잔류포화도에 따라 유효응력계수의 차이점을 보이며, 외부하중에 의한 지반 변위가 작아지면 유효응력계수 χ 는 지반내의 모관흡수력에 대한 영향력이 작아진다는 것을 확인할 수 있었다.

Keywords : Effective stress parameter, Hydro-mechanical behavior, Partially saturated soil, Numerical analysis, Residual saturation

1. 서 론

초창기 토질역학에서 유효응력 개념은 Terzaghi(1936)

에 의해 포화토에서의 유효응력 관계식에서부터 시작되어 졌다. 일반적으로 유효응력은 외부의 응력과 내부의 간극수압의 관계를 표현하며 응력의 상태를 나타내

1 정회원, 전북대학교 토목공학과 박사후 과정 (Post Doctor, Dept. of Civil Engineering, Chonbuk National University)

2 정회원, 전북대학교 토목공학과 교수 (Professor, Dept. of Civil Engineering, Chonbuk National University, yusung@chonbuk.ac.kr 교신저자)

* 본 논문에 대한 토의를 원하는 회원은 2012년 6월 30일까지 그 내용을 학회로 보내주시기 바랍니다. 저자의 검토 내용과 함께 논문집에 게재하여 드립니다.

는 유일한 방법이기도 하다. 또한, 흙의 탄성거동과 토립자들 사이에 작용하는 응력의 관계를 정의하면서 지반의 구성모델이나 흙의 강도를 표현하는데 많이 사용되어진다. 이러한 흙의 응력상태를 측정할 수 있는 크기는 단지 유효응력의 변화에서 기인한다. Terzaghi의 제안을 부분포화토 개념으로 확장하여 Bishop(1959)은 간극공기압(p_a)과 간극수압(p_w)의 관계를 다음과 같이 정의하였다.

$$\sigma' = (\sigma - p_a) + \chi(p_a - p_w) \quad (1)$$

여기에서 σ' 는 부분포화토의 유효응력, σ 는 전응력, χ 는 유효응력 계수 또는 Bishop 계수라고 부르며, $(\sigma - p_a)$ 는 순응력(net stress) 그리고 $(p_a - p_w)$ 는 모관흡수력(matric suction)으로 정의한다. 방정식에서 공기와 물 그리고 토립자, 3상으로 이루어진 조합이지만 유효응력은 부분포화토라는 재료 내부에서 토립자들 응력으로부터 표현되어야 한다. 여기에서 유효응력계수 χ 의 범위의 중요한 역할 중에 하나는 흙의 포화도 상태를 결정짓는 요소로 표현된다.

Bishop 계수는 간극속에서 서로 다르게 구성하고 있는 성분들의 체적비 함수로써 모관흡수력(matric suction)을 감소시키는 특징을 가지고 있다. 또한, χ 의 특성은 부분포화토의 유효응력을 직접적으로 계산하는 고유한 계수로써 모관흡수력에 영향을 끼치며 수리학적-역학적(hydro-mechanical)인 작용에 연관되어 있다. 더욱이 전

단응력이나 체적변형에 대해 χ 의 변화가 달라질 수 있다는 제안들이 있었다.

Jennings(1960)는 시료가 모관흡수력 변화에 반응하는 거동과 똑같은 시료를 포화시켜 외부하중에 의한 거동을 비교함으로써, 1959년에 제안된 Bishop 계수 χ 값을 실험적으로 측정하는 기법을 제안하였다. 이러한 기법은 부분포화토의 전 범위에서 유효응력의 원리가 유효함을 암묵적으로 가정되었고, 초기 상태로부터의 모든 변형은 되돌릴 수 있는 영역이라는 가정 또한 존재하였다. Bishop 등(1960)은 체적변형과 전단강도의 진행과정을 이용해 흙 시료에서 χ 측정값을 얻었으나 실험적인 증명이 필요로 했다. 그 후에 Bishop과 Donald(1961)는 Bishop 계수를 실험적으로 증명하고자 시도하였다. 그들은 탄성변형 조건에서 식 (1)의 타당성을 가정하고, 그림 1에서 보여주는 것처럼 다음 식 (2)와 같은 χ 의 관계를 실험값에 의해 나타내었다.

$$\chi = \tilde{\chi}(S) \quad (2)$$

그림 1과 같이, Zerhouni(1991)는 Jennings와 Burland(1962)가 여러 시료에 대해 비교한 부분포화토 유효응력 계수 χ 의 측정값들을 다시 정리하였다. 그림 1에서 유효응력 계수 χ 의 변화는 변화하는 흐름이 포화도 거동 경향과 비슷하게 나타나고 있음을 보여주고 있다. 결과적으로 χ 와 포화도의 관계를 뚜렷하게 표현할 수 있는 방법에 대해서는 계속 이의가 제기될 수밖에 없다.

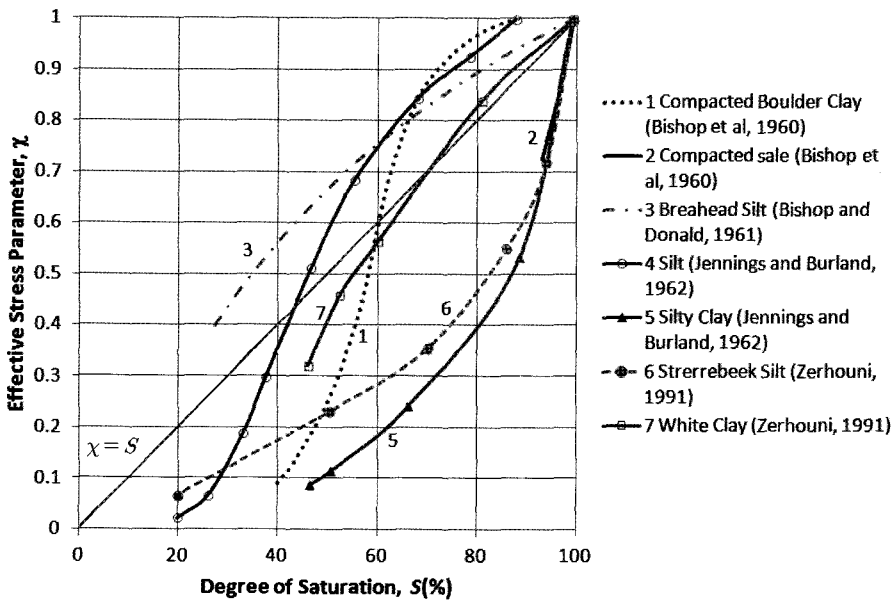


그림 1. 유효응력 계수 χ 와 포화도의 관계(Zerhouni, 1991)

그래서 Schrefler(1984)는 아주 쉽고 간단한 선택으로 χ 를 포화도로 가정하여 부분포화 지반의 유효응력을 계산하기 위해 Bishop의 일반적인 유효응력 방정식과 Jimmi(2000)의 평균 토립자 응력(average soil skeleton stress)에 대한 정의를 간편하게 표현하였다.

1990년대 이전에 부분포화도로 확장되어진 유효응력 원리는 완전한 탄성거동 영역에서 관찰되어진 결과들과 연관되어져 왔다. 이러한 전통적인 접근에서 유효응력을 입증하는 것과 유효응력 계수 χ 를 고려하는 구성방정식을 유도하기에는 복잡하고 어려운 해석이다. 부분포화토의 거동을 설명하기에는 탄소성(elasto-plasticity) 전 영역에 걸쳐 거동하는 구성모델을 고안해야한다는 주장들이 많아지고 있다. 그들 중에 Jennings와 Burland(1962)는 Bishop의 유효응력 관계식에 대해서 일찍 이의를 제기했던 연구자들 중 하나였다. 이들은 부분포화토에서 파괴되는 현상을 설명할 때 Bishop의 유효응력 관계식으로는 제시하지 못한다고 주장하였다. 그들은 부분포화토가 파괴가 이루어지기까지 모관흡수력(matric suction)의 감소와 포화도의 증가로 약간의 팽창(swelling)이 이루어지고 파괴(collapse)에 도달하는 과정을 설명하였다. 그림 2에서와 같이, 이러한 파괴현상 또는 소성압축 과정은 일정한 외부하중에 의해 시료내부에 습윤이 증가하면서 점차적으로 진행된다.

그러나, 제한적인 탄성영역에서 거동하는 Bishop의 유효응력 개념은 그림 2와 같은 소성파괴 과정을 설명하기에 부족하다. 그 이후로 연구자(Leonards, 1962)들

에 의해 소성파괴에 대한 유효응력을 정의하기에는 많이 제한적이고 가정들을 포함하고 있기 때문에 탄소성 범위에서 부분포화토 거동 해석을 하기위한 유효응력의 개념을 수정하기 위한 연구들이 지금도 계속해서 진행 중이다.

앞에서 언급했듯이, 흙이 파괴될 때까지의 유효응력 계수 χ 의 정의를 결정하는 것은 쉽지 않다. 여러 연구자들이 기존의 실험방법으로 χ 사용이나 정확한 관계식에 접근하기에는 어려움을 확인하면서 다양한 제안들을 주장하였다. Fredlund와 Morgenstern(1977)의 연구에 의하면, 탄소성 모든 부분을 해석하기 위해, 부분포화토 유효응력은 흙의 하나의 정수로서 특성 값을 포함하며, 부분포화토 구성방정식에 추가적인 응력변수로 제안하였다. 최근에 Khalili와 Khabbaz(1998)는 여러 가지 흙에 대해서 유효응력 계수 χ 를 공기함입치(air entry value)와 모관흡수력(matric suction)의 관계를 실험하여 시료들의 특징을 표현하는 수학적 방정식으로 제시하였다. 또한, 전기 이중층(electric double layer), 반 데르 발스(van der Waals) 인력, 화학적인 결합력(chemical cementation), 모관흡수력(capillary force)과 같은 미세 역학적인 관점(micromechanical conceptualization)에서 유효응력을 결정하려는 연구결과도 있었다(Lu와 Likos, 2006). 결과적으로 흙의 거동에 χ 가 끼치는 역할은 탄성영역에서 이루어진다. 본 연구는 최근까지 발표되는 χ 의 다양한 해석들의 차이점을 수리학적-역학적인 거동을 고려하는 유한요소해석을 이용하여 동일한 조건에서 비교 검증하여 부분포화토의 구성관계에 어떠한 역할을 하고 있는지 확인할 필요가 있다.

2. 부분포화토 유효응력 해석 이론

2.1 유효응력 계수들, χ

불포화 지반 내에서 유효응력의 역할은 응력과 변형률 관계, 체적과 강도의 변화의 중요한 역할을 한다. 불포화토 탄성 모델뿐만 아니라 탄소성 모델 구성방정식까지 토립자 거동에서 가장 근본적인 역학적 기여도를 결정짓는다. 불포화토의 유효응력 원리는 Terzaghi(1936)의 포화토 유효응력 개념을 바탕으로 Bishop(1959)에 의해 부분포화토에서의 유효응력을 산정하는 식 (3)을 다음과 같이 제시하였다.

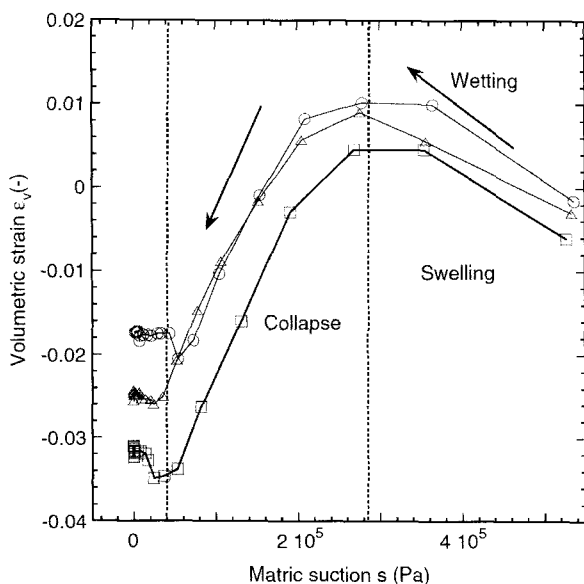


그림 2. 평균순응력 40kPa 하에서 Kaolin의 팽창-파괴현상(Sivakumar, 1993)

$$\sigma' = \sigma + p_a 1 - \chi(p_a - p_w) 1 = \sigma + \chi p_w 1 + (1 - \chi) p_a 1 \quad (3)$$

여기에서, σ' 와 σ 는 각각 Bishop의 유효응력과 전응력(인장력이 '+'부호), p_a 와 p_w 는 각각 간극공기압과 간극수압(압축력이 '+'부호), 1은 δ_{ij} , 크로네크 델타(Kronecker delta), 2계 항등텐서이다. 수식 (1)에서 χ 는 포화도 뿐만 아니라 흙의 구조 등에 의존하는 값으로 이를 정확히 결정하기 어려웠다. Bishop은 실내 실험을 통하여 χ 를 포화도에 의존하는 변수로서 일반적으로 완전 포화도의 경우 $\chi=1$ 이며, 완전 건조토의 경우 $\chi=0$ 을 갖는다고 제안하였다.

많은 연구자들이 χ 를 포화도(S)로 가정하여 유효응력 계수 값을 대입하였지만, 그 중 대표적으로 Lewis와 Schrefler(1987)는 외부와 내부 간극수압(p_w)이 토립자를 압축함으로써, 일정한 체적변형을 야기시킨다고 주장하였다. 그들은 또한 유효응력에 의해 토립자의 주된 변형이 생긴다고 생각하고 Bishop의 χ 계수를 포화도(S)로 치환하여 물에 작용하는 간극과 전체간극의 비율을 고려하여 다음과 같이 제시하였다.

$$\sigma' = \sigma + [S p_w + S_{(a)} p_a] 1 \quad (4)$$

여기에서 물에 작용하지 않는 포화도를 총체적에 대한 평균비율을 사용하여 $S_{(a)} = 1 - S$ 로 표현하였다. 이러한 형태는 부분포화토에서 미소변형 해석 시 유효응력을 평가하기 위해 종종 사용되어진다.

Bishop의 부분포화토의 유효응력 원리의 단점인 독립적인 응력변수로 작용하지 못하기 때문에, Khalili 등(2004)은 부분포화토의 전단강도와 체적변화를 위해 적절한 유효응력계수 χ 를 다시 정의하였다. 그들은 실험적인 증거를 토대로 유효응력 방정식의 타당성 제시하고자 모관흡수력의 증감에 따라 유도하였다. 그림 1에서와 같이 경험적인 실험자료를 통해 최적의 방정식을 제시하였다.

$$\chi = \begin{cases} \left(\frac{s}{s_{aev}}\right)^{-0.55} & ; s \geq s_{aev} \\ 1 & ; s \leq s_{aev} \end{cases} \quad (5)$$

여기에서 s 는 모관흡수력, s_{aev} 는 함수특성곡선의 종류에 따라 습윤시험(wetting process)으로 얻은 공기방출값(air expulsion value) 또는 건조시험(drying process)으로 계산되어지는 공기함입값(air entry value)을 말한다. 그림 3에서 모관흡수력 비율(suction ratio)은 모관흡수

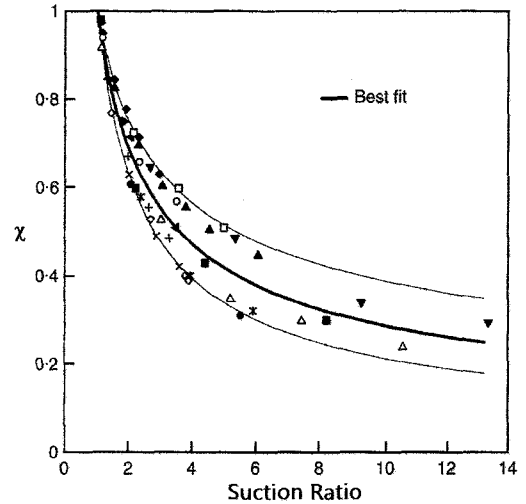


그림 3. 유효응력 계수 χ 와 모관흡수력 비율(s/s_{aev})의 관계(Khalili와 Khabbaz, 1998)

력과 공기함입값(또는 공기방출값)의 비를 말하며 대부분의 흙들에 대해서 고유의 특성값으로 얻어진다.

Lu 등(2004)은 흡입응력특성곡선(suction stress characteristic curve, SSCC)을 제안하였다. SSCC는 응력상태를 설명하기 위한 유효응력 거동을 말한다.

$$\sigma' = (\sigma + p_a) + \sigma^s \quad (6)$$

$$\begin{cases} \sigma^s = -(p_a - p_w) & ; p_a - p_w \leq 0 \\ \sigma^s = -\frac{p_a - p_w}{[1 + (\alpha s)^n]^m} & ; p_a - p_w \geq 0 \end{cases} \quad (7)$$

위에서 살펴보았듯이, 부분포화토 유효응력을 계산하기 위해서 제안되는 유효응력 계수들은 크게 3가지로 나눌 수 있다. χ 를 포화도(S), 실험상수를 포함한 모관흡수력(s)으로 이루어진 관계식 그리고 유효포화도(S_e)로 적용하는 것이다. 따라서 개발한 부분포화토 유한요소 해석 코드를 이용하여 다양한 유효응력 계수들을 적용하여 비교, 분석할 것이다.

2.2 수리학적·역학적(hydro-mechanical) 구성방정식

부분포화 지반의 유한요소해석을 위한 구성모델은 침투와 외부하중의 경계조건들을 고려하면서 수리학적·역학적(hydro-mechanical) 동시해석을 위한 수치해석 코드를 개발하였다(Kim, 2010). 우선, 부분포화토의 동시해석을 위한 미지수는 지반의 변위(u)와 내부에서 발생하는 간극수압(p_w)이므로 이를 구하기 위해 두 가지 지

배방정식이 유도되어야 한다. 변위와 간극수압을 계산하기 위해 사용하는 평형방정식(balance equation)으로, 부분포화토 내의 물의 이동은 흙 입자의 움직임에 종속되기 때문에 흙 입자에 대한 평형방정식(balance of linear momentum), 식 (8)과 부분포화토 내 물의 흐름을 파악하여 간극수압을 계산할 수 있는 평형방정식(Balance of mass of the water), 식 (9)를 이용하여 계산할 수 있다. 각각의 평형방정식들은 다음과 같다(Borja, 2004).

$$\text{DIV} \sigma + \rho g = 0 \quad (8)$$

$$-n \frac{\partial S}{\partial s} p_w + S \text{DIV} v = -\text{DIV} \tilde{v}^w \quad (9)$$

여기에서 전응력을 유효응력(σ')으로 나타내면 $\sigma = \sigma' - \bar{p} 1$ (positive in tension), 간극수압의 관계식은 $\bar{p} = p_a - \chi(p_a - p_w)$ 으로 표현될 수 있으며, p_w 와 p_a 는 각각 간극수압과 간극공기압(일반적으로 간극공기압, $p_a = 0$,은 대기압 상태로 가정한다)을 의미한다. 그리고 함수비(S)와 모관 흡수력(s)의 함수로 정의되는 함수특성곡선(soil-water characteristic curve, SWCC) 관계식은 다음과 같다(van Genuchten, 1980).

$$S = S_r + S_e(1 - S_r) \quad (10)$$

$$S_e = \left[1 + \left(\frac{s}{a} \right)^n \right]^{-m} \quad (11)$$

여기에서 S_e 는 유효포화도, S_r 는 잔류포화도 그리고 a , n 과 $m(=1-1/n)$ 은 함수특성곡선(SWCC)의 실험정수이다. 전체 밀도(ρ)는 흙의 입자, 물 그리고 공기의 부분으로($\rho = \rho^s + \rho^w + \rho^a$) 구분할 수 있다. DIV(divergence)는 ∇ 를 의미하고, g 는 중력가속도이며, 부분포화토의 체적비를 흙입자(n^s), 물(n^w), 그리고 공기(n^a)로 구분한다면, 전체 체적비(volume fraction)를 $1 = n^s + n^w + n^a$ 으로 표현할 수 있다. \tilde{v}^w (superficial Darcy velocity of water)는 실제 물의 속도(v_w)와 흙 입자 속도($v = v_s$)의 차이로 $\tilde{v}_w = n^w(v_w - v)$ 으로써 표현된다. 유효응력에 대한 구성 방정식(linear isotropic elasticity)과 불포화토 내의 물과 공기의 흐름을 파악할 수 있는 Darcy's law를 다음과 같이 나타낼 수 있다(Coussy, 2004).

$$\sigma' = c^e: \epsilon \quad (12)$$

$$\tilde{v}^w = k_w(S, n)(-\nabla p_w + \rho^w R g) \quad (13)$$

여기에서 탄성 영역에서 유효응력(σ')은 기울기인 탄성계수와 변형률의 관계이며, 탄성계수는 $c^e = \lambda 1 \otimes 1 + 2\mu I$ (Lamé parameters = λ, μ) 기울기로 표현할 수 있고, 변형률 $\epsilon (= \text{sym} \nabla u)$ 는 대칭조건으로 볼 수 있다. k_w 는 부분포화토의 투수계수이고, ρ^w 는 물의 실제 밀도이며 체적비의 관계로 표현하면 $\rho^w = n^w \rho^w$ 와 같다. 부분포화 투수계수(k_w)는 포화도(S)와 간극비(n)의 함수로써 다음과 같이 표현할 수 있다(Coussy, 2004).

$$k_w(S, n) = \frac{l^2}{\eta_w} \delta(n) k_{rw}(S), \quad \delta(n) = \frac{n^3}{(1-n^2)} \quad (14)$$

$$k_{rw}(S) = \sqrt{S} [1 - (1 - S^{1/m})^m]^2 \quad (15)$$

여기에서 k_{rw} 는 부분포화토의 상대투수계수(relative permeability)이며 포화도에 따라 0~1까지의 비율을 갖는다. l^2 은 흙 간극 구조에 따른 정수(m^2), η_w 는 물의 점성계수 그리고 m 은 함수특성곡선의 실험정수이다.

2.3 약형(Weak form)과 비선형 유한요소 방정식(nonlinear finite element equations)

부분포화지반의 유한요소 전체 영역(whole domain)을 $B = B^e$ 로 가정하고 가중잔여법(weighted residuals method) 적용하여 외부 응력에 대한 변위와 침투에 대한 내부 간극수압을 얻을 수 있는 평형방정식의 연계된 비선형 약형(coupled nonlinear weak form)을 다음과 같이 얻을 수 있다(Hugh, 1987).

$$\begin{aligned} & \int_B \nabla w: [\sigma' - \chi p_w 1 - (1 - \chi) p_a 1] dv \\ & = \int_B \rho w \cdot g dv + \int_{\Gamma_i} w \cdot t^\sigma da \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} & \int_B \eta n \frac{\partial S}{\partial s} (-\dot{p}_w) dv + \int_B \eta S \text{DIV} v dv - \int_B (\nabla \eta) \tilde{v}^w dv \\ & = \int_{\Gamma_s^e} \eta S^w da \end{aligned} \quad (17)$$

여기에서 w 는 변위(u)를 위한 가중함수(weighting function), t^σ 는 외부하중 벡터, η 는 간극수압(p_w)을 위한 가중함수 그리고 S^w 는 경계조건에서 내부로 스며드는 침투수를 나타낸다. 2가지의 미지수(u, p_w)를 연계한

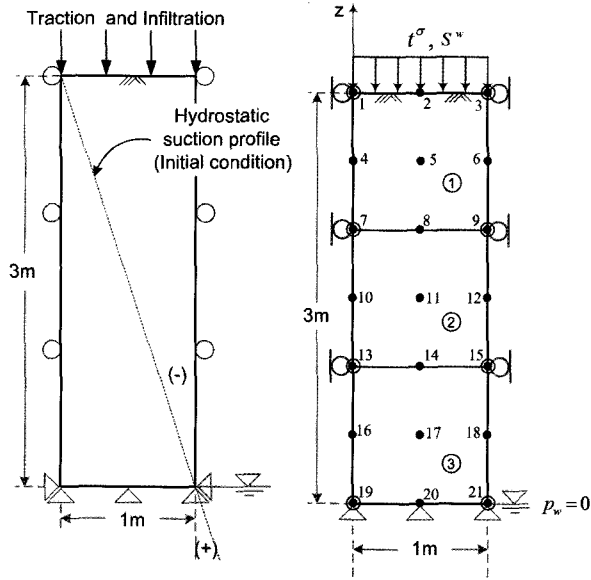


그림 4. 유한요소해석을 위한 초기조건(left)과 경계조건(right)

비선형 약형에 형상함수(shape function)를 적용함으로써, 행렬함수(matrix form) 형태로 유한요소 방정식으로 표현할 수 있다(김재홍과 황영철, 2011).

그림 4에서 침투수(S^w)와 외부하중(t^σ)이 적용된 유한요소의 초기조건과 경계조건을 보여주고 있다. 검은색 원형을 나타내는 절점(solid node)은 변위(u)는 4차원 보간법(interpolated biquadratical method)으로 계산되며, 원형으로 표시된 절점(open circle node)은 간극수압(p_w)은 이선형 보간법(bilinearly method)으로 계산되어 진다. 지하수위 윗부분인 부분포화지반의 모관흡수력은 선형적(hydrostatic suction profile)으로 증가하는 초기조건을 갖으며, 지표면 위에서 외부응력(traction)과 침투수(infiltration)를 작용시켜 수리학적-역학적인(hydro-mechanical) 거동을 동시에 해석하는 비선형 유한요소 방정식의 경계조건이 된다.

$$\sigma' = D \cdot \epsilon = D \cdot B^{e,u} \cdot d^e \quad (18)$$

$$k_w(n, S) = k_w(n, S) \mathbf{1} \quad (19)$$

$$n_{n+1} = \frac{n_n + \Delta \epsilon_v}{1 + \Delta \epsilon_v} \quad \text{and} \quad \Delta \epsilon_v = tr(\Delta \epsilon) \quad (20)$$

$$\rho = [1 - n(d)] \rho^{sR} + n(d) S(\theta) \rho^{wR} \quad (21)$$

여기에서 D 는 탄성계수 행렬, ϵ 는 흙의 변형률, $B^{e,u}$ 는 하나의 요소(e)에서 strain-displacement 행렬, d^e 는 요소(e)에서의 절점 변위 벡터, 간극률은 체적변형률($\Delta \epsilon_v$)의 함수

이며, 전체 밀도(ρ) 역시 간극률과 함수비($n^w = n(d) S(d)$)에 따라 결정되어 진다. 외부하중(t^σ)과 침투수(S^w)에 의해 하나의 요소에서 계산되어진 변위와 함수비는 약형(weak form)에서 비선형 유한요소 방정식(nonlinear coupled finite element equations)으로 흙의 변위와 간극수압의 부분으로 다시 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} & \bigwedge_{e=1}^{n_{el}} (c^e)^T \cdot \left[\left(\int_{B^e} (B^{e,u})^T \cdot D \cdot B^{e,u} da \right) \cdot d^e \right. \\ & \left. - \left(\int_{B^e} \chi(\theta^e) (\bar{B}^{e,u})^T \cdot N^{e,p} da \right) \cdot \theta^e \right] \\ & = \int_{B^e} \rho(d^e, \theta^e) (N^{e,u})^T \cdot g da + \int_{\Gamma_t^e} (N^{e,u})^T \cdot t da \quad (22) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \bigwedge_{e=1}^{n_{el}} (\alpha^e)^T \cdot \left[\left(\int_{B_w^e} S(\theta^e) (N^{e,p})^T \cdot \bar{B}^{e,u} da \right) \cdot d^e \right. \\ & \left. - \left(\int_{B_w^e} n \frac{\partial S}{\partial s} (N^{e,p})^T \cdot N^{e,p} da \right) \cdot \theta^e \right. \\ & \left. + \left(\int_{B_w^e} (B^{e,p})^T \cdot k_w(d^e, \theta^e) \cdot B^{e,p} da \right) \cdot \theta^e \right. \\ & \left. = \int_{B_w^e} \rho^{wR} (B^{e,p})^T \cdot k_w(d^e, \theta^e) \cdot g da \right. \\ & \left. + \int_{\Gamma_s^e(w)} (N^{e,u})^T S^w ds \right] \quad (23) \end{aligned}$$

여기에서 $\bigwedge_{e=1}^{n_{el}}$ 는 유한요소(e)들의 누계를 계산하기 위한 연산자, c^e 와 α^e 는 각각 유한요소 절점(node)에서 변위와 간극수압 가중함수(w^h, η)를 위한 값들, d^e 와 θ^e 는 요소 절점에서의 변위와 간극수압 벡터들이다. $\bar{B}^{e,u}$ 는 divergence strain-displacement 행렬, $N^{e,u}$ 는 변위(u)에 대한 형상함수(shape function) 행렬, $B^{e,p}$ 는 간극수압(p_w)에 대한 strain-displacement 행렬 그리고 $N^{e,p}$ 는 간극수압(p_w)에 대한 형상함수(shape function) 행렬이다.

각 요소(element)들이 가지고 있는 내력(internal force)과 외력(external force) 벡터들의 평형으로 위의 식들로 두 가지의 미지수(u, p_w)를 계산할 수 있다. 흙의 변위를 계산하는 식 (22)에서 두 번째 항만이 부분포화토 유효응력 계수 χ 가 작용하고 있다. 흙의 거동을 지배하는 유효응력(σ')은 선형 탄성(linear elasticity)으로 가정할 때, 간극수압을 결정하는 식 (23)에서는 포화도(S) 함수로 모두 작용하고 χ 는 변위와 간극수압의 항이 연계된 일부분에서만 계산되어지고 있음을 알 수 있다.

3. 유효응력 계수들(χ)의 수치해석 결과

앞에서 언급했듯이, 부분포화토 유효응력 계수 비교를 위해 사용되어진 모델들은 포화토(Schrefler, 1984; Lewis와 Schrefler, 1987), 모관흡수력(Khalili와 Khabbaz, 1998; Khalili 등, 2004) 그리고 유효포화도(Lu와 Likos, 2006; Lu 등, 2010)의 함수로 만들어진 유효응력 계수 관계식이다. 여러 제안식들을 크게 나누어 위와 같이 세 가지의 유형으로 식 (4), (5), (7)과 같이 분류할 수 있다. 그림 4에서 나타난 초기조건과 경계조건에서 1일 동안 외부하중과 침투수의 작용으로 지표면에서의 수직 변위와 절점 1(top), 7(mid), 13(low)에서의 부간극수압(negative pore water pressure)을 측정함으로써, 유효응력 계수 χ 에 따른 차이점을 확인하고자 한다.

표 1은 유한요소해석에서 사용된 부분포화토의 물리

적 특성을 보여준다. 그림 5-8은 실트질 흙을 대상으로 잔류포화도(S_r)가 0.33을 갖는 부분포화토를 대상으로 수치해석을 수행하였다. 유효응력 계수 χ 의 관계식이 달라지면서, 외부하중(traction)의 크기가 증가하면서 지

표 1. 유한요소해석에 사용된 흙의 물리적 특성

탄성계수(λ)	$29 \times 10^6 \text{ Pa}$
전단계수(μ)	$7 \times 10^6 \text{ Pa}$
흙 알갱이의 실제 밀도(ρ^{sR})	2700 kg/m^3
물의 실제 밀도(ρ^{wR})	1000 kg/m^3
공기 실제 밀도(ρ^{aR})	1.2 kg/m^3
초기 간극률($n = n^w + n^e$)	$0.42 = 0.2 + 0.22$
고유 투수계수(κ)	$5.8 \times 10^{-14} \text{ m}^2$
침투수(s^w)	$5.8 \times 10^{-17} \text{ m/sec}$
물의 점성계수(η_w)	$1.0 \times 10^{-3} \text{ Pa}\cdot\text{s}$
함수특성곡선 계수(a, n)	23640Pa, 2.06

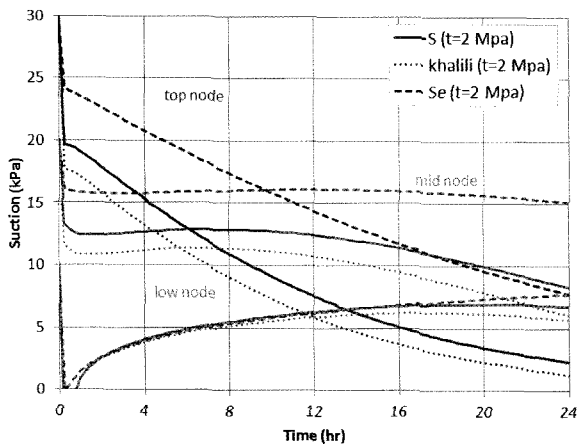


그림 5. 유효응력계수들에 따른 모관흡수력의 변화(외부하중=2MPa, $S_r = 0.33$)

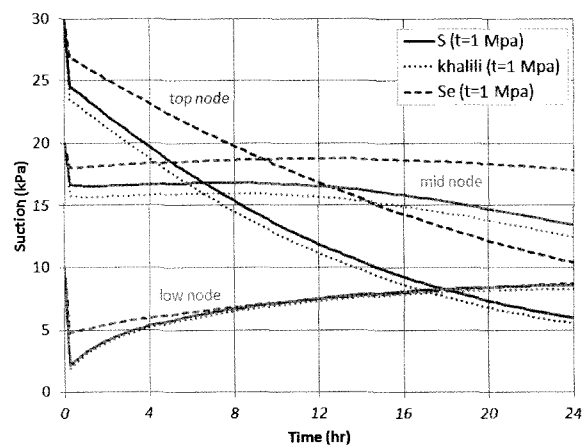


그림 6. 유효응력계수들에 따른 모관흡수력의 변화(외부하중=1MPa, $S_r = 0.33$)

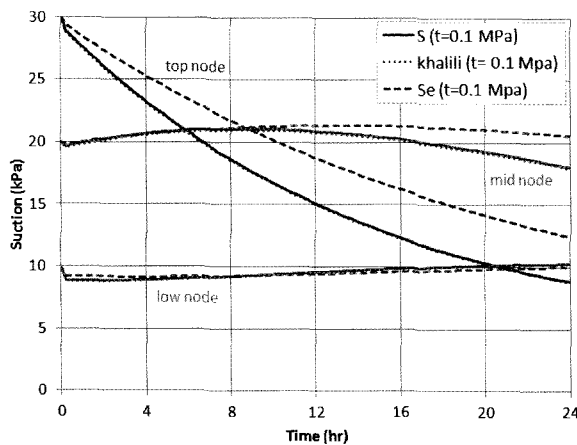


그림 7. 유효응력계수들에 따른 모관흡수력의 변화(외부하중=100kPa, $S_r = 0.33$)

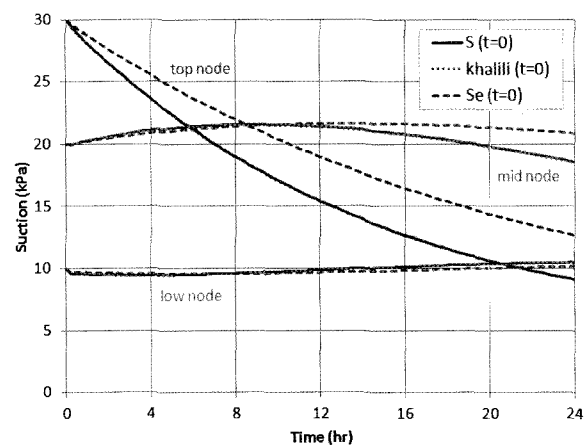


그림 8. 유효응력계수들에 따른 모관흡수력의 변화(외부하중=0kPa, $S_r = 0.33$)

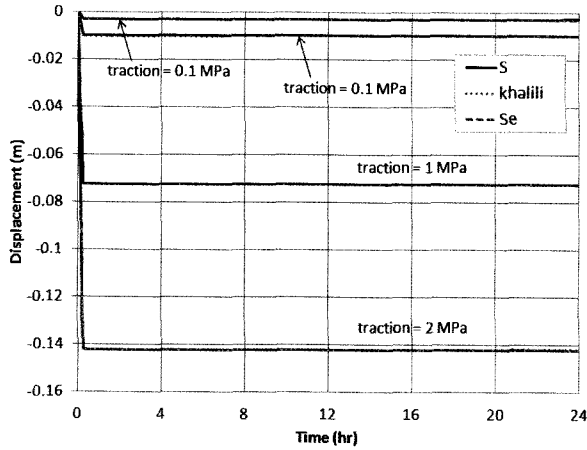


그림 9. 외부하중에 따른 수직변위들($S_r = 0.33$)

반 내부의 부간극수압의 차이를 분명하게 나타내었다. 비록 외부하중의 크기를 2,000kPa, 1,000kPa, 100kPa, 그리고 0kPa까지 구분할 때 지반의 탄성계수의 크기에 따라 외부하중에 의한 수직변위의 크기는 다르지만, 표 1에서 제시한 일반적인 흙의 탄성계수를 가정한다면 100kPa 이하의 외부하중에 의한 유효응력 계수 χ 의 관계식 중 포화도와 모관흡수력의 함수로 만들어진 경우는 거의 일치함을 보였다.

그러나 유효포화도(S_e)로 이루어진 관계식을 갖는 χ 는 시간이 경과하면 할수록 부간극수압의 차이가 점점 커지는 결과를 보였다. 지표면에서 측정된 1번 절점(top node)에서 외부하중에 의한 변위가 가장 크게 증가하므로 각각의 χ 관계식들의 부간극수압의 측정값 역시 거동차이가 크게 발생한다. 중간절점(mid node)에서는 비교적 적은 차이를 보이며, 가장 외부하중과 거리가 먼 13번 절점(low node)에서는 서로의 차이를 거의 발생하지 않았다. 계수 χ 에 대한 포화도와 모관흡수력의 관계식은 공기함입치(각 연구자들이 제안하는 실험정수 값, 여기 Khalili(1998) 식에서는 23.64kPa)의 제안하는 크기에 따라 약간의 차이가 있을 뿐 같은 함수비에 따른 변화 추이와 범위가 같으므로 외부하중에 따른 비슷한 결과를 보이지만, 유효포화도의 함수인 χ 의 관계식은 잔류포화도의 크기에 따른 차이점을 보이고 있다. 이에 대해서는 다음 예제(그림 10-11)에서 증명이 될 것이다.

수치해석에 적용된 부분포화지반에서 같은 탄성계수 ($\lambda = 29000\text{kPa}$, $\mu = 7000\text{kPa}$)를 사용하므로 지표면에서 발생하는 수직변위는 3가지 유효응력 계수 χ 모델들 모두 동일하게 나타난다(그림 9). 외부하중의 크기에 따라

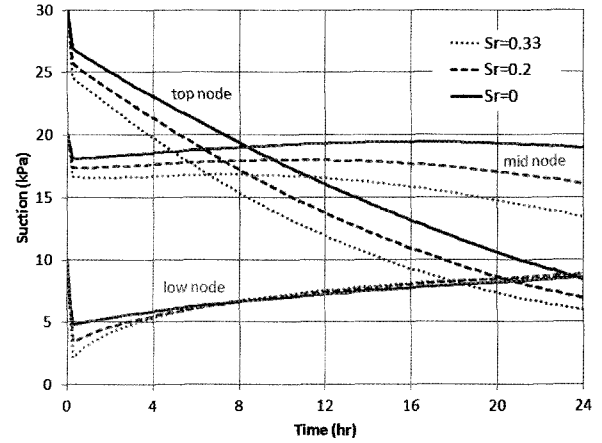


그림 10. 잔류포화도(S_r)에 따른 모관흡수력의 변화(하중=1000kPa, $\chi = S$)

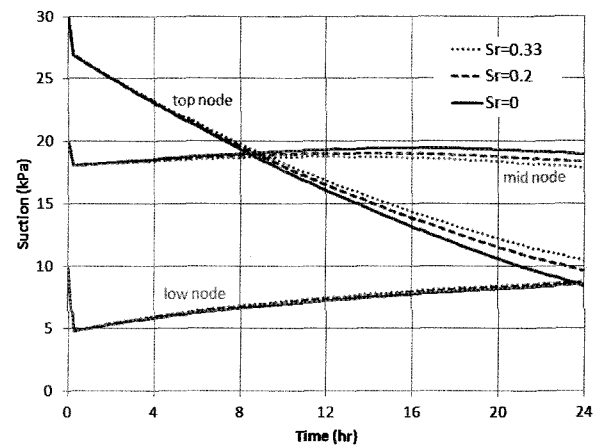


그림 11. 잔류포화도(S_r)에 따른 모관흡수력의 변화(하중=1000kPa, $\chi = S_e$)

절점 1번(top node)에서 발생하는 변위의 차이를 그림 9와 같이 4가지로 구분되고 있다.

두 번째 수치해석은 부분포화토의 중요한 특성 중에 하나인 잔류포화도(S_r) 변화에 따른 χ 관계식들의 차이 점을 알아보았다. 모관흡수력(s)의 함수로 만들어지는 관계식은 연구자들이 제안하는 실험정수 값에 따라 표현이 다를 뿐 유효응력 계수 χ 를 포화도(S)로 대처해서 적용한 모델들과 유사한 거동특성을 보인다. 따라서 잔류포화도에 따른 변화는 포화도(S)와 유효포화도(S_e)로 이루어진 관계식들을 비교하였다(그림 10-11). 첫 번째 수치해석과 같은 물리적 특성 값들을 사용하였으며 외부하중(traction) 1MPa과 침투수 $5.83 \times 10^{-7} \text{m/sec}$ 으로 고정하고, 잔류포화도는 0, 0.2, 0.33 세 가지 경우를 비교하였다. 식 (10)과 (11)에서 보여준 것처럼, 잔류포화도의 유무에 따라 포화도와 유효포화도의 개념을 구분한

다. 따라서 잔류포화도가 0일 때 외부하중 발생 시, 부분포화 지반 내에서 발생하는 부간극수압 변화는 일치하며 잔류포화도가 증가할수록 부간극수압의 거동특성은 반대의 경향을 보였다. 그림 10은 χ 를 포화도로 대입해서 유효응력을 계산한 결과이고, 그림 11은 χ 를 유효포화도로 대입해서 얻은 결과를 나타낸다. 두 결과에서 잔류포화도가 0.2와 0.33으로 증가할 때, 포화도 함수의 경우는 부간극수압이 점점 감소하였고, 유효포화도 함수의 경우는 부간극수압의 크기가 증가함을 알 수 있었다. 시간이 경과하면서 외부하중을 받는 지표면에 가까울수록 부간극수압의 차이가 더 크게 발생하였다.

일반적으로 사질토 흙보다 실트질 흙이나 점토질 흙의 경우에 잔류포화도의 함유가 비교적 크다는 점은 여러 문헌에서 입증되고 발표되고 있다. 따라서 같은 외부하중이나 함수비 조건에서 잔류포화도가 거의 없는 사질토 흙보다 잔류포화도가 큰 점토질 흙이 큰 부간극수압을 가지므로 유효응력 계수 χ 는 유효포화도(S_e)로 구성된 관계식이 비교적 타당한 부분포화지반 내의 거동특성을 보인다고 할 수 있다.

4. 결론

부분포화토의 유효응력 계수 χ 는 보통 포화도(S)로 적용시켜서 유효응력을 쉽게 표현할 수 있지만, 최근에 발표되고 있는 χ 에 대한 관계식들과의 비교와 차이점들을 확인하고자 개발된 유한요소해석 코드에 적용하여 그들에 대한 특징들을 파악할 수 있었다. 일반적으로, 체적변화가 나타나고 모관흡수력이 감소하는 소성영역, 즉 파괴상태에 이르는 구간의 χ 영향력을 무시하고, Bishop 부분포화토의 유효응력 방정식에서 제안한 탄성영역에서의 변화를 살펴보았다. 수치해석 적용을 위해서 실트질 흙이 사용되었으며, 외부하중과 침투가 동시에 발생하는 부분포화토 내부의 유효응력 계수 χ 에 대한 다양한 해석 결과에서 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

- (1) 유한요소해석 결과에서 얻은 비교에서 보듯이, 유효응력 계수 χ 는 부분포화토의 탄성영역에서 수리학적-역학적(hydro-mechanical) 거동에 영향을 끼치는 관계식이다.
- (2) 유효응력 계수 χ 를 포화도(S) 또는 모관흡수력(s)의 관계식으로 이루어진 제안 식들은 흙의 변형이

증가함에 따라 시료내부의 부간극수압(negative pore water pressure)의 측정값들이 비례적으로 증가한다.

- (3) χ 를 유효포화도(S_e)와 포화도(S)로 이루어진 관계식들은 잔류포화도(S_r)에 따라 지반 내부에서 변화하는 부간극수압의 경향이 반대로 발생하고 있었으며, 잔류포화도가 지반에 존재하지 않는다면 유효응력에 끼치는 두 가지 χ 에 대한 반응은 서로 일치함을 알 수 있었다.
- (4) 부분포화토에서 외부하중이 작용할 때, 잔류포화도(S_r)의 함유가 많은 흙을 사질토보다 실트질 흙이나 점성토 흙이라고 가정한다면, 유효응력 계수 χ 의 관계식을 포화도(S)의 함수보다는 유효포화도(S_e)의 함수로 사용할 때 지반 내 부간극수압의 변화는 비교적 적절한 경향을 보였다.

감사의 글

이 논문은 2011년 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임(NRF-2011-355-D00068).

참고 문헌

1. 김재홍, 황영철 (2011), 간극공기압을 고려하는 불포화토의 유한요소해석, *한국지반공학회 논문집*, 제27권 제3호, pp.95-102.
2. Bishop, A. W. (1959), "The principle of effective stress", *Teknisk Ukeblad I Samarbeide Med Teknisk*, Vol.106, No.39, pp.859-863.
3. Bishop, A. W., Alpan, I., Blight, G. E. and Donald, I. B. (1960), "Factors controlling the strength of partly saturated cohesive soils", *Conference Shear Strength Cohesive Soils*, American Society of Civil Engineers: New York, pp.503-532.
4. Bishop, A. W. and Donald, I. (1961), "The experimental study of partly saturated soil in the triaxial apparatus", *5th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, Paris, pp.13-21.
5. Borja, R. I. and White, J. A. (2010), "Continuum deformation and stability analyses of a steep hillside slope under rainfall infiltration", *Acta Geotechnica*, Vol.5, pp.1-14.
6. Coussy, O. (2004). *Poromechanics*, John Wiley and Sons, New York, pp.45-51, 157-168.
7. Fredlund, D. G. and Morgenstern, N. R. (1977), "Stress state variables for unsaturated soils", *Journal of the Geotechnical Engineering Division*, (ASCE), Vol.103 (GT5), pp.447-466.
8. Hughes, T. J. R. (1987), *The Finite Element Method*, Prentice-Hall, New Jersey, pp.1-51, 57-75.
9. Jennings, J. E. (1960), "A revised effective stress law for use in the prediction of the behaviour of unsaturated soils", *Pore Pressure and Suction in Soils*, Butterworths: London, pp.26-30.

10. Jennings, J. E. B. and Burland J. B. (1962), "Limitations to the use of effective stresses in partly saturated soils", *Geotechnique*, Vol.12, pp.125-144.
11. Jommi, C. (2000), "Remarks on the constitutive modelling of unsaturated soils", *Experimental Evidence and Theoretical Approaches in Unsaturated Soils; Proceedings of an International Workshop*, Trento, pp.139-153.
12. Khalili, N., Geiser, F. and Blight, G. E. (2004), "Effective stress in unsaturated soils: Review with new evidence", *International Journal of Geomechanics*, Vol.4, No.2, pp.115-126.
13. Khalili, N., and Khabbaz, M. H. (1998), "A unique relationship for χ for determination of the shear strength of unsaturated soils", *Geotechnique*, Vol.48, No.5, pp.681-687.
14. Kim, J. (2010), "Plasticity modeling and coupled finite element analysis for partially-saturated soils", *Ph.D. Thesis*, University of Colorado, Boulder, US.
15. Leonards, G. A. (1962), Correspondence, *Geotechnique*, Vol.12, pp.354-355.
16. Lewis, R. W. and Schrefler, B. A. (1987), *The finite element method in the deformation and consolidation of porous media*, John Wiley and Sons Inc., New York, Chapter 2, pp.6-20.
17. Lu, N., Godt, J. W. and Wu, D. T. (2010), "A closed-form equation for effective stress in unsaturated soil", *Water Resources Research*, Vol.46: W05515.
18. Lu, N. and Likos, W. (2006), "Suction stress characteristic curve for unsaturated soil", *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, Vol.132, No.2, pp.131-142.
19. Nuth, M. and Laloui, L. (2007), "Effective stress concept in unsaturated soils: Clarification and validation of a unified framework", *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Vol.32, pp.771-801.
20. Schrefler, B. A. (1984), "The finite element method in soil consolidation (with applications to surface subsidence)", *Ph.D. Thesis*, University College of Swansea, UK.
21. Sivakumar, V. (1993), "A critical state framework for unsaturated soils", *Ph.D. Thesis*, University of Sheffield, Sheffield, UK.
22. Terzaghi, K. (1936) "The shearing resistance of saturated soils and the angle between the planes of shear", *In Proceedings of the 1st Conference on Soil Mechanics*, Vol.1, pp.54-56.
23. van Genuchten, M. (1980), "Closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils", *Soil Science Society of America Journal*, Vol.44, No.5, pp.35-53.
24. Zerhouni M. I. (1991), "Role de la pression interstitielle negative dans le comportement des sols-application au calcul des routes", *Ph.D. Thesis*, Ecole Centrale Paris, Paris.

(접수일자 2011. 11. 16, 심사완료일 2011. 12. 21)