3차원 자유표면파 모사를 위한 수치 파수조에 관한 연구
A Study of Numerical Wave Tank for 3-Dimensional Free Surface Wave Simulation

하영록 · 김용직
Y. R. Ha and Y. J. Kim

(접수일 : 2011년 06월 13일, 수정일 : 2011년 07월 16일, 채택확정 : 2011년 07월 28일)

Key Words : 3-Dimensional Free-Surface Waves(3차원 자유표면파), High-Order Spectral/Boundary Element Method(고차 스펙트럴/경계요소법), Numerical Wave Tank(수치 파수조), Time-Domain Analysis (시간영역 해석), Wave-Body Interaction(파-물체 상호작용)

Abstract : The increasing capabilities of the computers enable us to utilize various numerical schemes for the time-domain simulations concerned with 3-dimensional free-surface wave problems. There are still difficulties to solve such kind of problems, however. That's because long time simulations with large computational domain are needed in time-domain analysis. So, we need faster and more efficient numerical schemes to get the solutions practically for these problems. In this paper, a high-order spectral/boundary-element method is used for the numerical investigation of physics involved in wave-body interaction. This method is one of the most efficient numerical methods by which the nonlinear gravity waves can be simulated and hydrodynamic forces also can be calculated in time-domain. To get the robust study in these topics, various numerical tests are performed and compared with others' works.

1. 서 론

자유표면파와 관련된 여러 가지 문제들을 시간영역에서 다루는 방법으로서, 수치 파수조(numerical wave tank)를 이용한 방법들이 많이 연구되어 왔다. 수치 파수조는 자유표면파의 비선형/비정상(nonlinear/unsteady) 생성 변형과정을 자연현상 그대로 시간영역 수치계산을 통해 재현하고, 이로부터 공학적 정보를 얻는 유용한 해석수단이라 할 수 있다.[1] 수치 파수조를 구현하여 자유표면파 문제를 다룰 경우 일반적으로 포텐셜 이론(potential theory)에 기초하여 시간영역에서 다루어지며, 주로 경계요소법(BEM, Boundary Element Method), 유한요소법(FEM, Finite Element Method), 그리고 유한차분법(FDM, Finite Difference Method) 등을 사용하여 각 시간스텝에서 그 포텐셜에 대한 경계치문제(boundary value problem)를 푼다. 한편, 위의 방법들 중에서 경계요소법을 이용하는 방법이 가장 효율적인 것으로 알려져 있으며, 경계요소법에서는 계산되어질 유체영역의 경계만이 작은 요소들로 분할된다. 그리고 유한차분법의 경우는 주로 점성유동 해석에 많이 사용되어 오고 있다.[2]

자유표면파문제를 수치적으로 다룰 때 어려운 점은 실제 파 자체가 시간영역에서 생성 및 발달되므로 다루어야 할 계산영역이 결정되어 있지 않다는 것이다. 실제 자유표면파와 관련된 문제에 있어서, 자유표면파의 생성 및 발달과정에 대한 해석은 장시간의 수치계산이 수행되어야만 충분히 신뢰할 수 있는 결과를 얻을 수 있다고 알려져 있다.[3] 따라서 이러한 문제들을 충분한 정확도를 가지고 수치적으로 해결하기 위해서는 자유표면에서의 넓은 계산영역과 장시간의 계산이 필요하게 된다. 이러한 이유로 전산기를 이용하여 수치 파수조를 구현하는데 있어서 큰 어려움들 중의 하나가 이에 소요되는 과중한 계산시간과 이로 인해 초래될 수 있는 계산영역의 제한과 관련된 문제들이다. 한편, 자유표면 유동을 효율적으

김용직(교신저자) : 부경대학교 조선해양시스템공학과
E-mail : yjkim@pknu.ac.kr, Tel : 051-629-6612
하영록 : 거제대학 조선과

로 계산하기 위한 새로운 수치해법으로서 잠수체에 의한 조파현상을 시간영역에서 다룰 수 있는 3차원 고차 스펙트럴/경계요소법(High-Order Spectral/Boundary Element Method)이 개발된 바 있다.[4,5,6] 이 방법은 자유표면 요소수를 N이라 할 때 그 계산량이 NlogN에 비례(N이 클 때는 거의 선형적으로 비례)하여 증가하므로 기존의 수치해법들인 경계요소법, 유한요소법, 유한차분법 등 보다 매우 효율적인 수치해법이라 할 수 있다.

본 연구는 자유표면파 및 물체의 다양한 비선형/비정상 상호작용 현상을 3차원 유동의 문제로서 다룰 수 있는 해석방법의 추구라고 말할 수 있을 것이다. 그러한 문제들을 신뢰적으로 해결하기 위한 검증으로써, 고차 경계요소법(HOBEM, High-Order Boundary Element Method)[7]과 고차 스펙트럴법(High-Order Spectral Method)[1] 각각 및 그 조합에 의한 수치해의 정확도 및 안정성을 다루었고, 본 해석법으로서 최적의 수치 파수조 구현을 위한 여러가지 수치적 특성을 살펴본다.

2. 문제의 정식화 및 해법

2.1 시간영역 경계치 문제의 정식화

자유표면을 갖는 무한 깊이의 유체내에서 물체가 초기 정지상태로부터 주어진 운동을 하는 경우를 대상으로 하며, 유체는 비점성, 비압축성이고 유체의 운동은 비회전성이라고 가정하며 표면장력은 무시한다.

좌표계는 원점을 정수면에 두고, z축이 상방향인 오른손 직교 좌표계를 택한다.

위의 가정으로부터 속도포텐셜 $\Phi(x, z, t)$를 도입하면 유체의 지배방정식은 다음과 같다.

$$\nabla_{\underline{x}}{}^2 \Phi + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0 \quad \in in\ fluid\ region,\ t \geqq 0 \tag{1}$$

여기에서 $\underline{x} = (x,y)$는 수평면 내의 벡터를 표시하고, t는 시간을 나타내며, $\nabla_{\underline{x}} \equiv (\partial/\partial x, \partial/\partial y)$이다.

자유표면 $z = \eta(\underline{x}, t)$에서의 속도포텐셜 값을 표면포텐셜 $\phi^s(\underline{x},t)$를 도입하여 나타내면 다음과 같고,

$$\phi^s(\underline{x},t) = \Phi(\underline{x}, \eta(\underline{x},t), t) \tag{2}$$

각 순간의 자유표면상에서 만족되어야 하는 운동학적(Kinematic) 경계조건과 동역학적(Dynamic) 경계조건을 ϕ^s를 이용하여 나타내면 각각 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial \eta}{\partial t} + \nabla_{\underline{x}} \phi^s \cdot \nabla_{\underline{x}} \eta - (1 + \nabla_{\underline{x}} \eta \cdot \nabla_{\underline{x}} \eta) \\
&\cdot \Phi_z(\underline{x}, \eta, t) = 0\ , \\
&\frac{\partial \phi^s}{\partial t} + g\eta + \frac{1}{2} \nabla_{\underline{x}} \phi^s \cdot \nabla_{\underline{x}} \phi^s \\
&- \frac{1}{2}(1 + \nabla_{\underline{x}} \eta \cdot \nabla_{\underline{x}} \eta) \Phi_z^2(\underline{x}, \eta, t) = 0\ , \\
&on\quad z = \eta(\underline{x}, t),\ t \geqq 0
\end{aligned} \tag{3}$$

여기에서 g는 중력 가속도이다.

각 순간 물체표면상에서 만족되어야 하는 경계조건은

$$\frac{\partial \Phi}{\partial n} = \underline{V}(t) \cdot \underline{n}\ \ on\ the\ body\ surface\ ,\ t \geqq 0 \tag{4}$$

이며, 이 때 $\underline{n}$는 유체 밖으로 향한 단위법선 벡터이고, $\underline{V}(t)$는 물체의 속도벡터이다.

물체로부터 무한히 떨어진 곳에서 만족되어야 하는 무한원방 경계조건은 다음과 같고,

$$\left.\begin{array}{l} \nabla\Phi \to 0 \\ \Phi < \infty \end{array}\right]\ \text{as}\ R \to \infty\ ,\ t \geqq 0 \tag{5}$$

여기에서, $R = (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}$이다.

또한, 정수면에서의 초기조건은 다음과 같다.

$$\Phi = \frac{\partial \Phi}{\partial t} = 0 \quad on \quad z = 0, \quad t = 0 \tag{6}$$

2.2 고차 스펙트럴/경계요소법

시간의 진행에 따른 수면변위 η와 표면포텐셜 ϕ^s의 변화는 자유표면 경계조건식 (3)을 시간에 따라 적분하여 얻을 수 있으므로, 각 순간에서 공간상의 경계치 문제는 $z = \eta$에서 Dirichlet 경계조건으로서 ϕ^s가 주어졌을 때 식 (1)의 Laplace 방정식과 식 (4), 식 (5)의 경계조건을 만족하는 속도포텐셜 $\Phi(\underline{x}, z, t)$를 구하는 문제가 된다.

속도포텐셜 Φ를 파 기울기 정도의 차수를 가지는 $\phi^{(m)}$으로 M항까지의 급수로 표현하고, $z = \eta$에서의 표면포텐셜 ϕ^s를 속도포텐셜 $\phi^{(m)}$의 $z = 0$에 대한 Taylor 급수로 나타낸 뒤 다시 차수별로 분류하면,

$$\begin{aligned}
\phi^s(\underline{x},t) &= \Phi(\underline{x}, \eta, t) \\
&= \sum_{m=1}^{M} \sum_{k=0}^{M-m} \frac{\eta^k}{k!} \left[\frac{\partial^k}{\partial z^k} \phi^{(m)}(\underline{x}, 0, t) \right]
\end{aligned} \tag{7}$$

이고, 임의의 물체운동을 포함하는 해를 구하기 위해

$\phi^{(m)}$을 다음과 같이 파포텐셜(Wave potential) $\phi_w^{(m)}$과 물체포텐셜(Body potential) $\phi_b^{(m)}$의 합으로 나타낸다.

$$\phi^{(m)} = {\phi_w}^{(m)} + {\phi_b}^{(m)} \tag{8}$$

이 때, $\phi_b^{(m)}$은 식 (1)의 Laplace 방정식과 식 (5)의 무한원방 경계조건 외에 다음의 경계조건들을 만족하는 포텐셜로 한다.

$${\phi_b}^{(m)} = 0 \quad on \quad z=0 \tag{9}$$

$$\nabla {\phi_b}^{(m)} \cdot \underline{n} = \begin{cases} \underline{V}(t)\cdot \underline{n} - \nabla\phi_w^{(m)}\cdot \underline{n}, & m=1 \\ -\nabla{\phi_w}^{(m)}\cdot \underline{n}, & M \geq m \geq 2 \end{cases}$$
$$, on\ the\ body\ surface \tag{10}$$

$\phi_w^{(m)}$은 $z=0$에서 아래 경계조건을 만족해야 하며,

$$\phi_w^{(m)}(\underline{x},0,t) = \begin{cases} \phi^s(\underline{x},t), m=1 \\ -\sum_{k=1}^{m-1}\frac{\eta^k}{k!}[\frac{\partial^k}{\partial z^k}(\phi_w^{(m-k)}+\phi_b^{(m-k)})]_{z=0} & , M \geq m \geq 2 \end{cases} \tag{11}$$

이외에 식 (1)의 Laplace 방정식과 식 (5)의 무한원방 경계조건을 만족하여야 한다.

각각의 경계치 문제의 해 $\phi_w^{(m)}$과 $\phi_b^{(m)}$의 합으로 얻어지는 속도포텐셜 Φ는 식 (7)의 급수가 유효한 범위내에서 자유표면에 주어진 Dirichlet 경계조건과 식 (1), 식 (4), 식 (5)로 이루어진 각 순간의 경계치 문제의 해가 된다.

고차 스펙트럴/경계요소법[4,5,6]은 이상의 $\phi_w^{(m)}$과 $\phi_b^{(m)}$에 대한 공간상의 경계치 문제들을 각각 고차 스펙트럴법[1]과 고차 경계요소법[7]에 의해 풀고, 식 (3)을 적절한 시간적분법에 의해 수치 적분함으로써 시간영역에서의 해를 순차적으로 계산해 나가는 방법이다. 이 때, 시간적분법으로는 4차 Runge-Kutta 적분법을 사용하였다.

3. 수치계산 방법

3.1 파 포텐셜의 수치계산법

파포텐셜 $\phi_w^{(m)}$의 수치계산을 위해 정수면의 계산영역을 Fig. 1과 같이 x 축방향 길이 L, y 축방향 길이 W로 정하고, 그 각각의 길이를 P개와 Q개로 균등하게 분할하여 수평면상의 절점들을 정한다. 이 사각영역에서 각 차수별 포텐셜 $\phi_w^{(m)}$을 다음과 같이 Eigen함수 전개식(복소 Fourier급수)으로 표현한다.

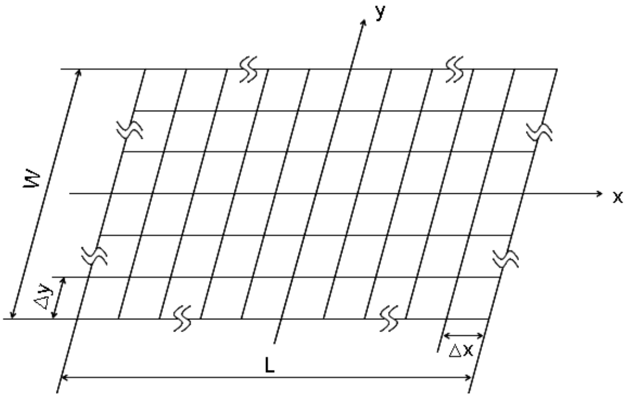


Fig. 1 Notations for the calculation of wave potential by using the high-order spectral method

$$\phi_w^{(m)}(\underline{x},z,t) = \sum_{l=-Q/2}^{Q/2}\sum_{n=-P/2}^{P/2} A_{nl}^{(m)}(t)\Psi_{nl}(\underline{x},z) \tag{12}$$

여기에서 $\Psi_{nl}(\underline{x},z) = \exp[(k_n^2+k_l^2)^{1/2}z + i(k_n x + k_l y)]$, $k_n = 2\pi n/L$, $k_l = 2\pi l/W$ 이다.

복소값 $A_{nl}^{(m)}(t)$는 식 (11)의 Dirichlet 경계조건을 만족하도록 FFT를 이용하여 구한다.

3.2 물체 포텐셜의 수치계산법

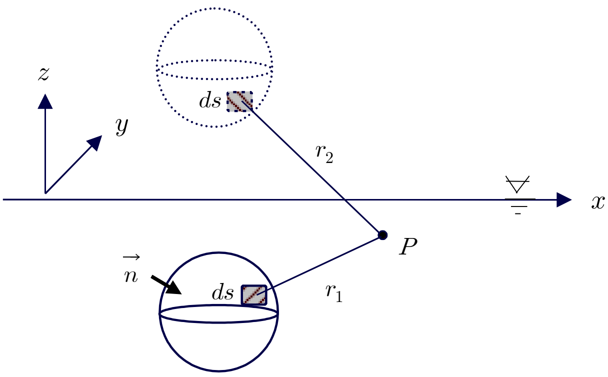


Fig. 2 Notations for the calculation of the body potential by using the HOBEM

물체 포텐셜 $\phi_b^{(m)}$의 수치계산은 고차 경계요소법에 의해 수행된다. Fig. 2에서 보이듯이 $\phi_b^{(m)}$을 물체

표면과 정수면 위의 이미지에 용출점(source)과 법선 더블릿(normal doublet)을 분포시켜 나타내기로 하고, 다음과 같은 Green 함수 $G(P,M)$ 을 도입한다.

$$G(P,M) = \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \tag{13}$$

여기에서 P: $field\ point$, M: $source\, point$,

$r_1 : [(x_P - x_M) + (y_P - y_M) + (z_P - z_M)]^{1/2}$

$r_2 : [(x_P - x_M) + (y_P - y_M) + (z_P + z_M)]^{1/2}$ 이다.

물체표면에 분포되는 특이점의 세기를 결정하기 위해서 Green정리로부터 얻어지는 제2종 Fredholm 적분방정식을 이용한다. 이의 수치계산을 위한 이산화는 8절점 경계요소법(8 node bi-quadratic element method)[7]을 사용하였다.

4. 수치계산 결과 및 고찰

물체 포텐셜을 구하기 위한 계산의 예로서, 자유표면을 갖지 않는 무한 유체장에서 균일속도로 전진하는 물체에 대하여 고차 경계요소법에 의한 수치해의 결과를 보인다. 이 때, 사용된 물체인 구의 표면 요소수를 결정하기 위해, 구 표면 요소의 분할 개수에 따른 수렴성 테스트가 해석해와의 비교를 통하여 수행되었고, 균일 경계요소법에 의한 계산 결과와도 비교하여 상대적 효율성도 알아 보았다.

파 포텐셜을 구하기 위한 고차 스펙트럴법을 이용한 수치계산의 예는, 운동하는 물체를 도입하지 않고 수면에서 이동하는 압력에 의한 조파현상을 다룬다. 수치계산의 결과로 계산 초기의 비정상 상태로부터 정상상태에 이르기까지의 시간진행에 따른 비선형 자유표면파의 생성 및 발달과정, 그리고 전파문제 등에 대하여 살펴보았다. 또한, 과도파 형성 및 조파저항에 대한 변화와 영향을 고찰하였으며, 자유표면 분할 개수에 따른 영향도 테스트하였다.

4.1 무한 유체중에서 균일속도로 전진하는 구

자유표면이 없는 무한 유체중에서 균일속도로 전진하는 구 문제를 다루었다. 실제의 수치계산에 있어서는, 식 (13)의 이미지 영향이 나타나지 않도록 물체와 이미지 사이의 거리를 충분히 크게 두어 계산을 수행하였다.

요소분할 개수 N_E에 따른 포텐셜 값과 접선속도 값에 대한 수렴성 테스트가 수행되었고, 그 결과들이 Fig. 3와 Fig. 4에 각각 보여 지고 있다. 구의 반경 $R = 1.0$ 이며, 이동속도 $U = 1.0$ 이다. 요소수 N_E를 8개만 취해도 대략 최대 4% 미만의 오차를 보이며, 요소수가 증가할수록 더 정확한 해가 얻어짐을 볼 수 있다. 각 θ는 구의 진행방향으로부터 잰, 구 중심과 계산점을 연결하는 선분과의 사이 각이다.

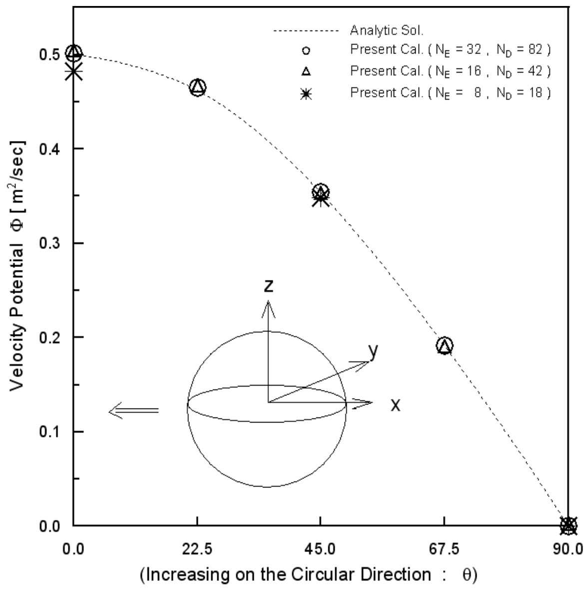


Fig. 3 Comparison of the calculated potential on the uniformly translating sphere with the analytic solution

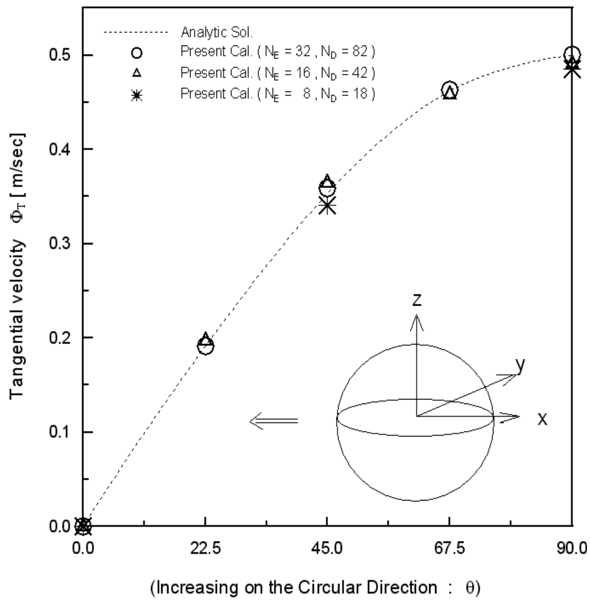


Fig. 4 Comparison of the calculated tangential velocity on the uniformly translating sphere with the analytic solution

Table 1에는 θ =90°인 점에서 현 계산의 접선속도와 해석해 접선속도(ϕ_T= 0.5)와의 상대오차를 수록하였고, 균일 경계요소법(UDBEM)에서의 상대오차도 함께 보여 진다. 요소수 N_E의 관점에서는 물론이고, 미지수 개수에 해당하는 절점수 N_D의 관점에서도 같은 절점수에서 고차 경계요소법(HOBEM)이 훨씬 정확한 결과를 주는데, 이는 같은 수의 절점을 사용하더라도 절점간 값들이 2차 함수적으로 변화하는 것까지 고려하기 때문이라고 할 수 있다.

Table 1 Relative errors in the tangential velocity on the uniformly translating sphere

(a) HOBEM

$N_E(N_D)$	8 (18)	16 (42)	32 (82)	128 (354)
ϕ_T	0.48544	0.49123	0.50062	0.50051
relative error (%)	2.911	1.754	0.124	0.102

(b) UDBEM

$N_E(=N_D)$	40	108	220	340	460	700
ϕ_T	0.459	0.487	0.494	0.497	0.498	0.499
relative error (%)	8.2	2.6	1.2	0.6	0.4	0.2

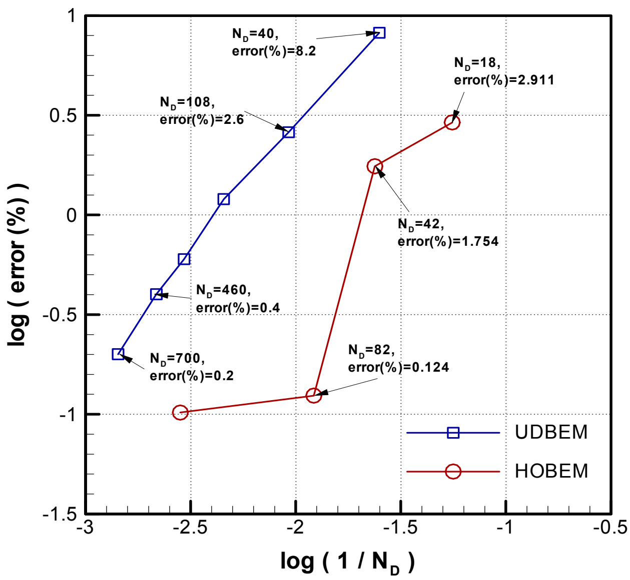


Fig. 5 Comparison of the convergency of the numerical solutions between UDBEM and HOBEM for the calculated tangential velocity on the uniformly translating sphere

Fig. 5에서는 균일 경계요소법 및 고차 경계요소법 각각의 수치계산에 사용된 구 표면의 절점수에 따른 수치해의 오차 거동을 보여 준다. 오차 차수를 확인하기 위하여 log-log 선도를 이용하였다. 이 때, 균일 경계요소법을 사용한 계산에서는 전체 절점수 변화 구간 사이에서 log-log 선도상의 기울기가 거의 1이었으며, 고차 경계요소법을 사용한 계산에서는 절점수 42개와 82개 사이 구간에서 기울기가 거의 4로 나타났다. 한편, 좌우대칭성을 이용한 계산에서도 구의 반쪽 면의 요소수를 16개, 절점수를 49개로 분할했을 때 최대 접선속도가 해석해와 비교하여 0.124 %의 상대오차를 줌을 확인하였다.

4.2 수면에서 이동하는 압력에 의한 조파현상

수중에 물체가 없는 단순한 경우의 계산 예로서 초기순간 이후 일정속도로 전진하는 압력이 수면에 가해졌을 때의 조파현상을 다룬다. 수면에 압력이 가해지는 경우이므로, 자유표면상에서 만족되어야 하는 동역학적 경계조건식은 식 (3)으로부터 다음과 같다.[1,8]

$$\frac{\partial \phi^s}{\partial t} + g\eta + \frac{1}{2}\nabla_{\underline{x}}\phi^s \cdot \nabla_{\underline{x}}\phi^s - \frac{1}{2}(1+\nabla_{\underline{x}}\eta\cdot\nabla_{\underline{x}}\eta)\Phi^2_{(\underline{x},\eta,t)z} = -\frac{P_a(\underline{x},t)}{\rho}, \quad \text{on } z=\eta(\underline{x},t),\ t \geq 0 \tag{14}$$

여기서, 계산에 사용되는 압력분포는 다음과 같다.

$$P_a(\underline{x},t) = P(r) \tag{15}$$

$$P(r) = \begin{cases} P_{\max}\,\Pi(s), & 0 \leq r \leq R_p \\ 0, & r > R_p \end{cases} \tag{16}$$

여기서, $P_a(r)$: constant axisymmetric pressure distribution,

$\Pi(s) = 1-462s^6+1980s^7-3465s^8+3080s^9-1386s^{10}+252s^{11}$,

$s = r/R_p$, $x_c = x_o - Ut$,

$r = \sqrt{(x-x_c)^2+y^2}$: radial distance from the center of pressure distribution,

x_c : center of the pressure distribution,

x_o : initial position on x-axis of x_c ,

R_p : radius of the pressure distribution,

$P_{\max}$: maximum pressure

현 계산에서의 물리량들은 압력분포의 직경 $2R_p$, 중력가속도 g, 유체밀도 ρ는 단위 값인 1로 취하였고, 이는 이들 물리량에 의해 결과 값들이 무차원화

된 것과 같다.

본 수치해법의 검증을 위해서 조파저항문제로, 자유표면에 작용하는 일정압력 $P_a(r)$ 이 U의 속도로 전진할 때의 조파현상을 공간고정 좌표계(유체는 정지되어 있고, 압력이 속도 U로 전진함)에서 다루었으며, 계산 결과를 Dommermuth and Yue[8]의 물체고정 이동 좌표계(압력분포 위치는 고정되고, 유체가 균일속도 U로 흘러 들어옴)의 결과와 비교하였다.

Fig. 6에는 $P_{\max}=0.015$인 수면압력이 $U=0.4$로 전진할 때의 발생파 모양이 보여진다. 계산영역은 $L=12$, $W=6$으로 하였고, 영역 분할 개수는 x방향 128개, y방향 64개(총 절점수 8192개)이며, 비선형 차수 M은 3이다. 계산시 시간증분 $\Delta t=2\pi U/60$ 으로 주었고, 총 360 스텝을 계산하였다. 초기 출발위치 $x_o=3.0$ 이며, $t=15.08$ 일 때의 파형이 보여 진다.

계산 초기에 갑자기 압력이 가해지기 시작함에 따른 동심원 모양의 과도파(transient wave)를 초기 출발위치를 중심으로 볼 수 있다. 이 과도파에 의해 조파저항 등에 과도적인 진동현상이 생기게 된다.

Fig. 7은 Fig. 6에서 자유표면파의 $y=0$ 에서의 파형을 Dommermuth and Yue의 결과와 비교하여 나타내고 있다. 압력의 중심점은 $x-x_c=0.0$ 에 놓여있다. 그리고 Fig. 8에는 이 경우들에서 시간에 따른 조파저항의 변화를 비교하여 나타내고 있다.

Fig. 7과 Fig. 8에서 보여 지듯이 본 수치해법에 의해 계산된 결과들은 Dommermuth and Yue의 결과와 아주 잘 일치하고 있음을 알 수 있다.

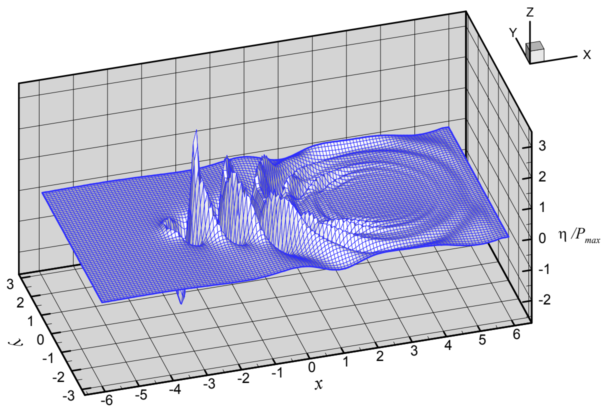
이 때, 조파저항은 다음의 식으로 계산되었다.[1,8]

$$F(t)=-\int\int P_a(\underline{x},t)\cdot\eta_x(\underline{x},t)\,dxdy \qquad (17)$$

시간이 어느 정도 흐른 후에도 저항 값이 변동하는 것은 초기의 수면충격에 따른 과도파에 의한 영향이다. 이 진동현상은 수면압력이 작용하지 않던 상태에서 초기에 갑자기 작용하기 시작함에 따라 생기는 동심원의 과도파에 기인한다. 이러한 영향을 제거하기 위해, 초기에 수면압력이 충격적으로 가해지지 않도록, 다음과 같이 압력부과를 점진적으로 한다.[1)]

$$P(r)=\begin{cases} P_{\max}\,C(t)\;\Pi(s), & 0\le r\le R_p \\ 0\,, & r>R_p \end{cases} \qquad (18)$$

$$C(t)=\begin{cases} \frac{1}{2}[1.-\cos(\pi t/T_{inc})], & 0\le t\le T_{inc} \\ 1.0\,, & t>T_{inc} \end{cases} \qquad (19)$$



$t=15.08$, $x_c=-3.03$

Fig. 6 Free-surface waves generated by a uniformly translating surface pressure($P_{\max}$=0.015, U=0.4, L=12, W=6, P=128, Q=64, T_{inc}=0., Δt=$2\pi U/60$, M=3, x_o=3, ν=0.9)

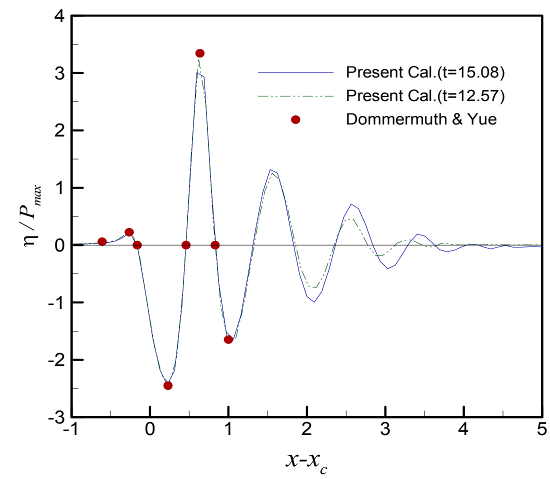


Fig. 7 Comparison of calculated wave profiles on the center line y=0.(Calculation parameters are the same as in Fig. 6)

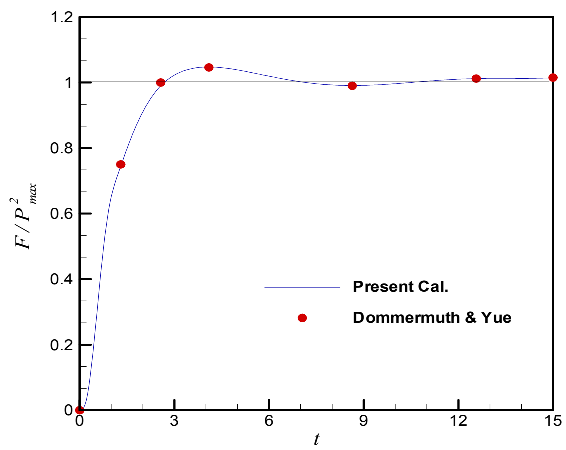
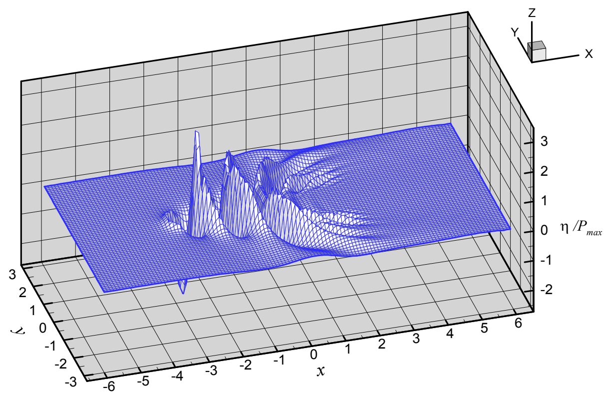


Fig. 8 Comparison of calculated wave resistance (Calculation parameters are the same as in Fig. 6)

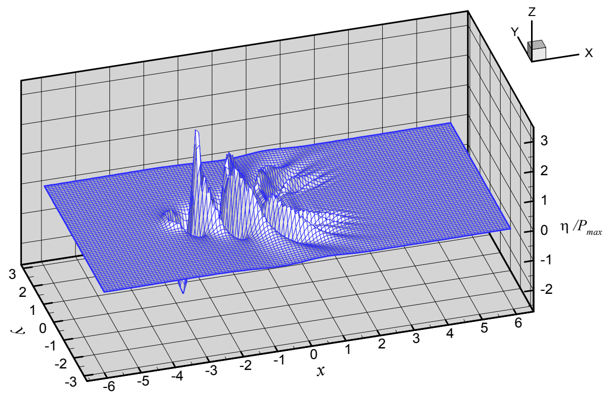
여기에서 T_{inc}는 점진적으로 압력을 증가시키는 시간구간을 나타낸다.

Fig. 9의 (a)에는 $T_{inc}=2.5133$ (60 steps)일 때, 그리고 (b)에는 $T_{inc}=5.0266$ (120 steps)일 때의 발생파가 각각 보여 지고 있다. Fig. 6의 파형과 비교하여 출발점($x_o=3.0$)을 중심으로 한 동심원 모양의 과도파가 현저히 감소함을 볼 수 있다. 이렇게 과도파가 감소함에 따라 조파저항에서의 진동현상도 완화된다.

Fig. 10에는 이들 경우에 대한 조파저항의 계산 결과가 보여 지고 있다. 수면압력이 갑자기 가해지는 $T_{inc}=0.$인 경우와 비교하여, 조파저항의 최대 진동폭(첫 번째 최대 값과 바로 다음 최소 값의 차)이 $T_{inc}=2.5133$인 경우에는 약 10% 감소하였고, $T_{inc}=5.0266$인 경우에는 약 35% 감소하였다.



(a) $T_{inc}=2.5133$ (60steps), $t=15.08$



(b) $T_{inc}=5.0266$ (120steps), $t=15.08$

Fig. 9 Free-surface waves generated by translating surface pressures of which strengths are increased gradually for different time periods(Calculation parameters are the same as in Fig. 6 except T_{inc})

자유표면에서의 요소분할 개수에 따른 테스트도 수행되었다. Fig. 11과 Fig. 12에는 자유표면의 분할 개수가 64×32 (2,048개), 128×64 (8,192개), 그리고 256× 128 (32,768개)일 때의 $y=0$ 에서의 발생파형과 조파저항의 변화를 각각 보여 주고 있다.

본 계산에 사용된 수치 파수조의 영역에 대해서, 자유표면의 분할 개수가 64×32일 경우는 발생파의 모사뿐만 아니라 조파저항의 결과에 있어서도 문제가 있는 것으로 보여 진다. 나머지 경우들에 있어서 큰 차이는 보이지 않지만, 요소분할을 많이 한 경우가 상대적으로 파형이 부드럽게 표현됨을 알 수 있고, 조파저항의 결과는 거의 일치하는 것으로 보인다.

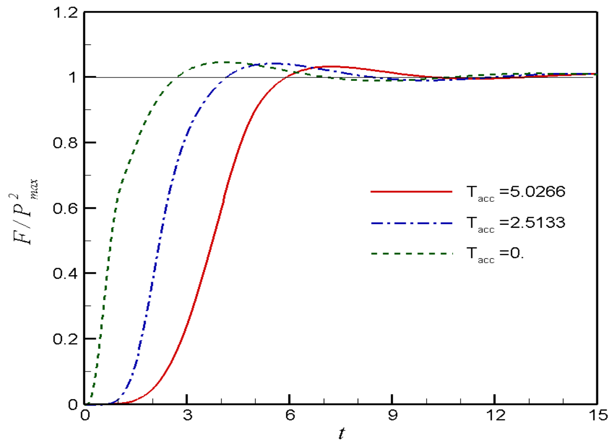


Fig. 10 Wave resistances calculated by using different time periods for pressure increasing(Calculation parameters are the same as in Fig. 6 except T_{inc})

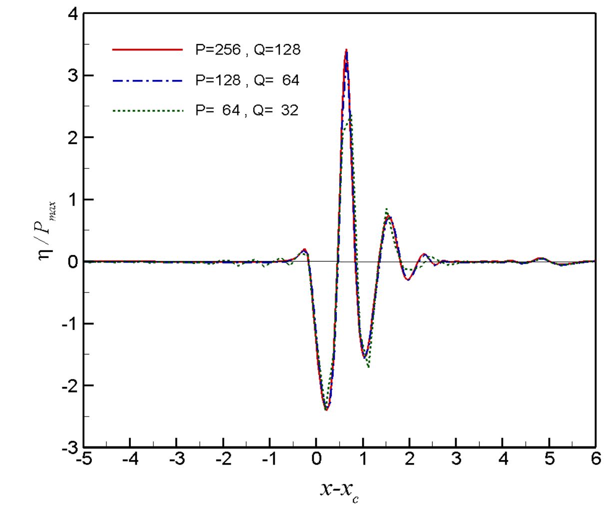


Fig. 11 Comparison of calculated wave profiles at $t=8.42$ on the center line $y=0$ for using different elements on free-surface (Calculation parameters are the same as in Fig. 6 except P and Q)

이상의 예에서도 알 수 있듯이, 자유표면파 유동과 관련된 여러 가지 문제들을 해석할 경우 보다 정확하고 바람직한 결과도출을 위해서는 충분한 자유표면의 요소분할과 정상상태에 근접시키기 위한 충분한 계산시간 및 넓은 계산영역이 필요할 것으로 판단된다.

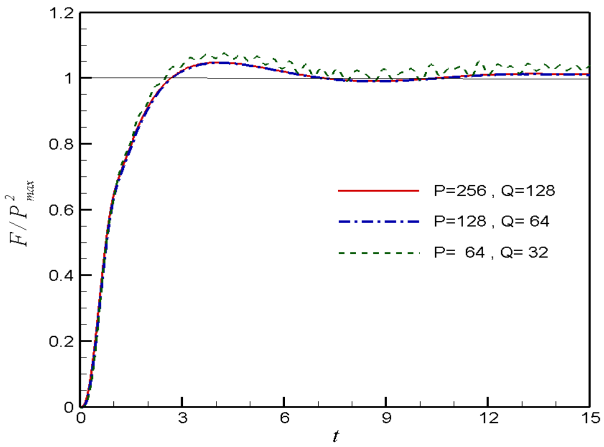


Fig. 12 Comparison of calculated wave resistances for using different elements on free-surface(Calculation parameters are the same as in Fig. 6 except P and Q)

5. 결 론

본 논문에서는 고차 스펙트럴/경계요소법[4,5,6]을 이용하여, 자유표면파 및 물체의 다양한 비선형/비정상 상호작용 현상을 3차원 유동문제로서 다룰 수 있는 수치 파수조 구현에 대하여 다루었다. 본 수치해법의 검증을 위하여, 고차 스펙트럴/경계요소법을 구성하는 두 가지 기본 수치 기법인 고차 경계요소법[7]과 고차 스펙트럴법[1]에 의한 수치해의 정확도 및 안정성 등을 다루었고, 얻어진 주요 결론은 다음과 같다.

고차 스펙트럴/경계요소법[4,5,6]을 이용하여 무한 유체중에서 균일속도로 전진하는 구 문제를 다루었고, 그 결과가 해석해와 잘 일치하였다. 그리고 균일 경계요소법에 비하여 요소분할 관점에서 유리할 뿐만 아니라 해석해와의 상대오차에서도 훨씬 정확한 결과가 도출되었다.

고차 스펙트럴법을 이용하여 수면에서 이동하는 압력에 의한 조파현상을 다루었으며, 그 결과가 Dommermuth and Yue[8]의 결과와 잘 일치하였다.

본 연구에서는 자유표면 분할 개수에 따른 발생파의 모사뿐만 아니라 조파저항의 결과에 대한 비교도 수행되었으며, 자유표면파 유동과 관련된 여러 가지 문제들을 해석할 경우 보다 정확하고 바람직한 결과도출을 위해서는 충분한 자유표면의 요소분할과 정상상태에 근접시키기 위한 충분한 계산시간 및 넓은 계산영역이 필요하다는 것[3]을 확인하였다.

자유표면 유동문제를 다룰 때 매우 효율적인 수치해법으로 알려져 있는[3,4,5,6,8] 고차 스펙트럴법을 사용하는 본 수치해법은, 자유표면 요소수를 N이라 할 때 그 계산량이 NlogN에 비례(N이 클 때는 거의 선형적으로 비례)하여 증가하므로 기존의 수치해법들(경계요소법, 유한요소법, 유한차분법 등)보다 매우 효율적인 수치해법이라 할 수 있다. 따라서 3차원 고차 스펙트럴/경계요소법을 이용한 본 방법은 3차원 수치 파수조 구축에 유용한 수단이 될 수 있다.

참고 문헌

1. 김용직, 이영우, 홍지훈, 1999, “고차 스펙트럴/경계요소법을 이용한 3차원 수치 파수조의 개발 - 균일 속도로 전진하는 표면압력에 의한 조파현상 -”, 한국해양공학회지, 제13권, 제1호, pp. 113-120.
2. Kim, M.H., Niedzwecki, J.M., Roesset, J.M., Park, J.C., Hong, S.Y., Tavassoli, A., 2001, "Fully Nonlinear Multidirectional Waves by 3-D Viscous Numerical Wave Tank", Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering, Vol. 123, pp. 1-10.
3. Fructus, D., Clamond, D., Grue, J., Kristian sen, Ø., 2005, "An Efficient Model for Three-Dimensional Surface Wave Simulations. Part I: Free Space Problems", Journal of Computational Physics, pp. 1-10.
4. 김용직, 하영록, 홍사영, 2003, “잠수체 주위 자유표면 유동의 수치계산”, 대한조선학회논문집, 제40권, 제2호, pp. 11-20.
5. 김용직, 하영록, 2006, “대진폭 조화 운동을 하는 잠수구에 의한 비선형 조파문제의 시간영역 해석”, 한국해양공학회지, 제20권, 제6호, pp. 67-74.
6. 하영록, 배성용, 2010, “전진 동요하는 잠수구에 의한 비선형 조파문제의 시간영역 해석”, 한국동력기계공학회지, 제14권, 제6호, pp. 75-82.
7. 홍사영, 1994, “고차 경계요소법에 의한 선체주위 유동해석”, 서울대학교 대학원, 조선해양공학과, 공학박사학위논문.
8. Dommermuth, D.G. and Yue, D.K., 1988, "The Nonlinear Three-Dimensional Waves Generated by a Moving Surface Disturbance", Proc. 17th Symp. on Naval Hydrodyn.